

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ГОУВПО «Комсомольский-на-Амуре государственный
технический университет»
Факультет энергетики, транспорта и морских технологий

С.Д. Чижиумов

ОСНОВЫ ДИНАМИКИ СУДОВ НА ВОЛНЕНИИ

Учебное пособие

Комсомольск на Амуре
2010

Рецензенты:

Кафедра физики ГОУВПО «АмГПГУ»,
профессор, д-р техн. наук В. М. Козин;
Председатель Сахалинского отделения, член Центрального Правления
и руководитель подсекции мореходных качеств судов
в штормовых условиях РосНТО судостроителей им. А.Н. Крылова,
канд. технич. наук В.Н. Храмушин

Чижиумов, С. Д.

Основы динамики судов на волнении: учеб. пособие / С. Д. Чижиумов. – Комсомольск-на-Амуре : ГОУВПО «КНАГТУ», 2010. – 110 с.

Пособие содержит основные понятия гидродинамики волн, качки и мореходности судна на волнении. Рассмотрены вопросы теории морских волн, линейная и нелинейная математические модели и вопросы численного моделирования динамики судна на волнении, особенности штормового плавания судов. Описано поведение судов, движущихся под разными курсовыми углами по отношению к волнению. Учебное пособие предназначено для студентов специальности 180100 «Кораблестроение и океанотехника» при изучении дисциплины «Гидромеханика и теория корабля» и магистерской дисциплины «Проблемы гидромеханики и теории корабля».

Работа выполнена при поддержке проекта № 2.1.2.3046 «Научно-методическое обеспечение фундаментальных исследований гидродинамики и гидроупругости судов и морских объектов на базе Дальневосточного Опытного бассейна КНАГТУ» в рамках аналитической ведомственной целевой программы «Развитие научного потенциала высшей школы» (2009-2010).

© Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет», 2010

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
1. ВЕТЕР И ВОЛНЕНИЕ	6
1.1. Стадии развития и виды ветрового волнения	6
1.2. Общая модель потенциального волнения.....	11
1.3. Линейная теория волн.....	13
1.4. Группы волн	15
1.5. Спектрально-вероятностная модель волнения	17
1.6. Нелинейные волны	22
1.7. Аномальные волны.....	24
2. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ СУДНА ..	27
2.1. Общие уравнения динамики судна	27
2.2. Численный волновой бассейн	35
2.2.1. Применение метода граничных элементов	35
2.2.2. Алгоритм решения задачи	40
2.3. Линейные модели качки.....	45
2.4. Амплитудно-частотные характеристики качки.....	50
2.5. Спектрально-вероятностный метод расчёта качки	53
2.6. Необходимость развития нелинейных математических моделей ..	55
3. ОСОБЕННОСТИ ДИНАМИКИ СУДОВ	57
В РАЗЛИЧНЫХ УСЛОВИЯХ	57
3.1. Качка судна, находящегося лагом к волнению.....	60
3.1.1. Особенности поперечной качки в условиях шторма.....	60
3.1.2. Параметрическая качка.....	67
3.1.3. Применение средств уменьшения бортовой качки.....	70
3.2. Качка на встречном волнении	78
3.2.1. Особенности продольной качки в условиях шторма.....	78
3.2.2. Параметрическая качка.....	89
3.2.3. Слеминг и волновая вибрация	91
3.2.4. Заливание палубы.....	98
3.3. Поведение на попутном волнении.....	102
3.3.1. Остойчивость судна на попутном волнении	102
3.3.2. Брочинг	106
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	109
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	109

ВВЕДЕНИЕ

Мореходность судна в первую очередь связывается с его способностью эффективно противостоять действию волн и ветра. Для определения тех или иных мореходных качеств судна выполняется анализ его поведения на волнении. Это обеспечивает решение следующих проблем:

1. Определение скорости на волнении. В шторм скорость уменьшается из-за дополнительного сопротивления при ходе на волнении. Если вследствие этого судно с недостаточным запасом мощности потеряет ход, оно может стать неуправляемым. Волны его развернут лагом и могут выбросить на мель или опрокинуть. С другой стороны, на волнении часто необходимо искусственное уменьшение скорости, чтобы избежать чрезмерной качки и ударов волн.
2. Безопасность судна в отношении опрокидывания, большой бортовой качки и ускорений, слеминга, ударов волн в корпус, надстройки или палубный груз, оголения гребного винта, приводящего к разносу и возможной поломке двигателя.
3. Определение волновых нагрузок и проектирование конструкций корпуса судна с их учётом.
4. Обеспечение комфорта и безопасности людей на борту судна (морская болезнь, опасность случайных падений людей, в том числе за борт).
5. Определение возможности проведения различных операций, например, промысловых, грузовых, швартовных, посадки вертолётов и др.
6. Оптимизация курса и маршрута перехода с учётом волнения, чтобы уменьшить, например, время рейса, расход топлива и др.;

Для анализа динамики судна на волнении применяются различные средства:

- натурные замеры на судах в море;
- модельные испытания;
- линейные расчёты в частотной области: определение реакций судна на гармонические волны;
- спектрально-статистический анализ: вычисление вероятностных параметров мореходности на нерегулярном волнении;
- расчёты во временной области (прямое численное моделирование шагами по времени).

В настоящее время есть широкий выбор литературы по динамике судов на волнении, однако большая часть книг предназначена для учёных и узких специалистов. Для моделирования этих сложных процессов создано настолько большое множество различных инструментов (экспериментальных и расчётных методик, компьютерных программ), что на их подробное изучение в рамках учебных курсов просто не хватает времени. Поэтому

обычно студентам старших курсов и инженерам приходится самостоятельно осваивать эти инструменты. Но для этого им необходимы базовые знания.

Вместе с тем следует отметить, что с развитием разных форм обучения студентов имеется недостаток учебных пособий с кратким изложением основ динамики корабля, без громоздких теоретических выводов и сложных расчётных методик, за которыми не виден физический смысл. Цель, которую пытается добиться автор пособия, состоит в том, чтобы у учащихся за короткий срок появились базовые знания и интерес к самостоятельному изучению более сложной теоретической литературы, экспериментированию и решению практических задач.

1. ВЕТЕР И ВОЛНЕНИЕ

1.1. Стадии развития и виды ветрового волнения

Многообразие волн велико, поэтому существуют различные их классификации. По характеру движения волны бывают прогрессивные (бегущие) и стоячие. Морские волны, вызванные ветром, являются бегущими. Стоячие волны характерны для замкнутых водоёмов, имеют большой период и длину и обычно незначительно влияют на динамику судов.

По характеру физических процессов волны можно разделить на два типа: гравитационные и ударные. Гравитационные волны обусловлены гидростатическими и гидродинамическими реакциями на силы веса масс воды, выведенных из состояния равновесия. Ударные волны имеют акустическую природу, - это волны сжатия воды, распространяющиеся со скоростью звука. Они возникают, например, при подводных взрывах, днищевом слеминге корпуса судна.

Наибольшее влияние на судоходство имеют волны, вызванные действием ветра. Ветровое волнение является наиболее сложным для изучения. В условиях морских течений, прибрежных неровностей рельефа дна и сложных очертаний берегов волны могут дополнительно сложным образом изменяться, приобретая иногда необычную форму и концентрированную энергию, опасную для судов.

С точки зрения анализа динамики судна можно выделить три основные модели реального морского волнения: регулярная, нерегулярная и групповая. Эти модели отражают основные характеристики океанских ветровых волн на разных этапах их развития.

На начальной стадии воздействия ветра на поверхность воды в результате сил трения образуются мелкие волны – рябь. При дальнейшем действии ветра кроме сил трения образуется неравномерное аэродинамическое давление на волновую поверхность, способствующее увеличению высоты и скорости волн (рисунок 1.1). При достижении волнами скорости ветра аэродинамическое давление прекращается, и рост высоты волн останавливается.

С ростом скорости c волн растёт и их длина λ , так как эти параметры связаны формулой дисперсии:

$$c = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}} = 1.25\sqrt{\lambda}. \quad (1.1)$$

Вследствие нерегулярности порывов ветра и изменения его направления волнение также является нерегулярным. Однако случайные отклонения скорости и направления ветра происходят относительно некоторых

средних значений. Поэтому при продолжительном воздействии ветра хаотическое волнение приобретает структуру, близкую к регулярной. При этом проявляется свойство дисперсии: нерегулярное волнение разделяется на движущиеся с разной скоростью составляющие волнового спектра. Короткие волны отстают и затухают, а наиболее длинные и высокие волны, отделяясь от других гармоник, образуют относительно регулярные структуры. При наложении волн, имеющих небольшое отличие по длине, возникают группы (пакеты) волн (рисунок 1.2). Такие последовательности штормовых волн давно подмечены моряками и даже имеют свои названия, например, «девятый вал», «три сестры».

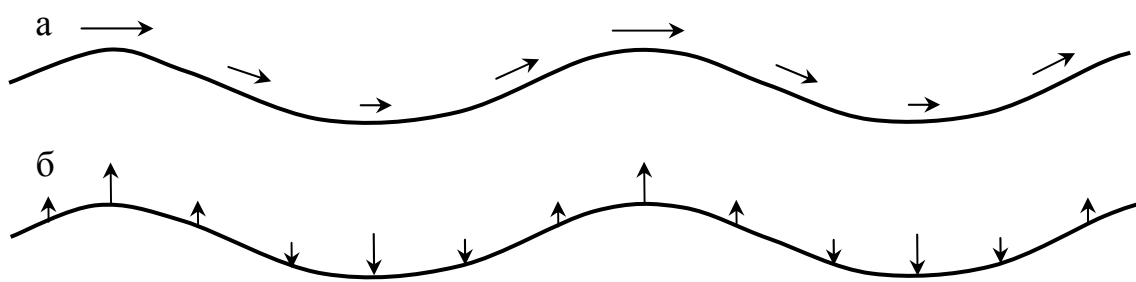


Рисунок 1.1. Скорость (а) и аэродинамическое давление (б) ветра на волновую поверхность



Рисунок 1.2. Групповое волнение

При дальнейшем развитии волнения отделяется основная гармоника волнового спектра, волнение становится относительно регулярным (зыбь). Такие волны затухают медленно и зачастую уходят за пределы штормовой зоны и свободно движутся при отсутствии ветра (мёртвая зыбь).

В бегущей у поверхности воды волне частицы жидкости движутся по круговым орбитам, радиус которых уменьшается по мере удаления от поверхности (рис. 1.3, а). Линии тока в волне в фиксированный момент времени показаны на рис. 1.3, б. На рис. 1.4 показаны фотоснимки волн на мелкой воде с выдержкой, равной их периоду. В результате видны траектории движения подкрашенных частиц. В бегущей волне траектории частиц круговые, причём по мере приближения к дну они становятся приплюснутыми (рис. 1.4, а). Похожий эффект наблюдается при частичном отражении волн от препятствия. При этом круговые траектории вытягиваются, и формируется возвратно-поступательное движение частиц (рис. 1.4, б). В стоячей волне траектории фактически совпадают с линиями тока (рис. 1.4, в).

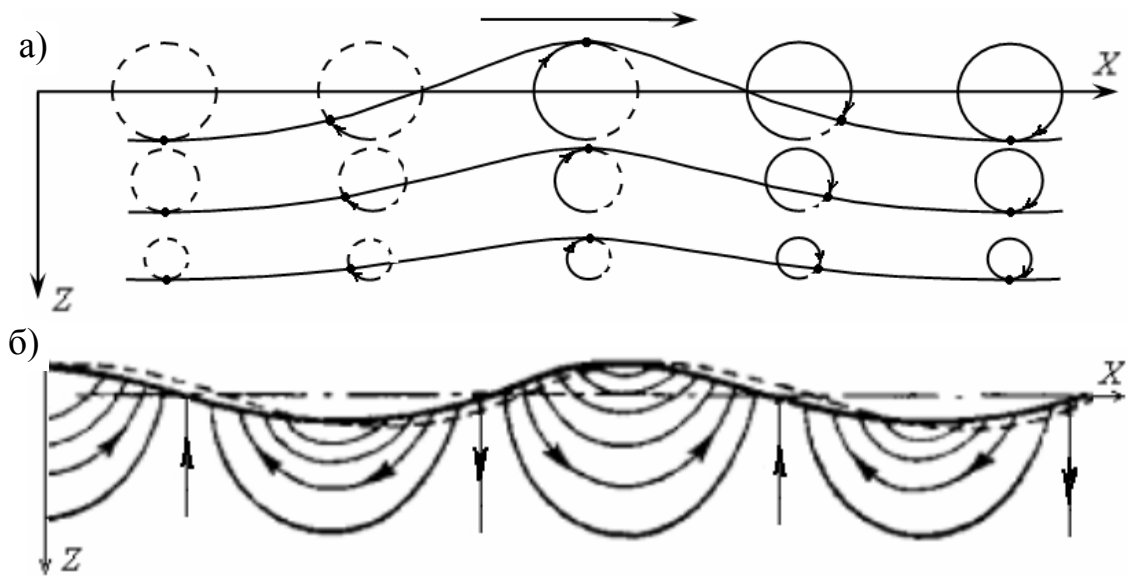


Рис. 1.3. Траектории частиц жидкости (а) и линии тока (б) под поверхностью волн

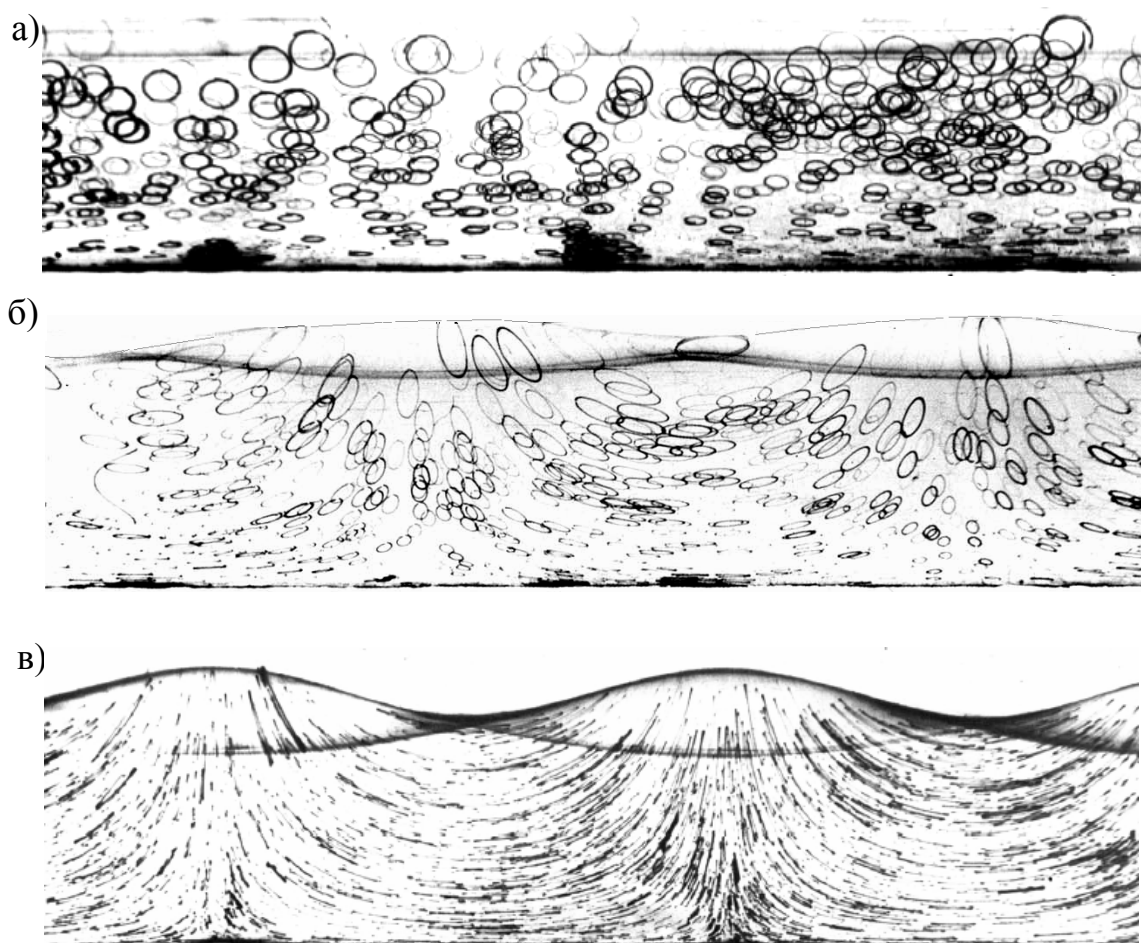


Рис. 1.4. Фотоснимки траекторий частиц в бегущих (а), частично отражённых (б) и полностью отражённых стоячих (в) волнах на мелкой воде [5]

При подходе волн к берегу, когда глубина плавно уменьшается, возникает поверхностный прибой. Высота волны начинает резко возрастать: фронт волны становится крутым, а тыловая часть — пологой. В результате гребень волны заостряется и опрокидывается (рисунки 1.5, 1.6).

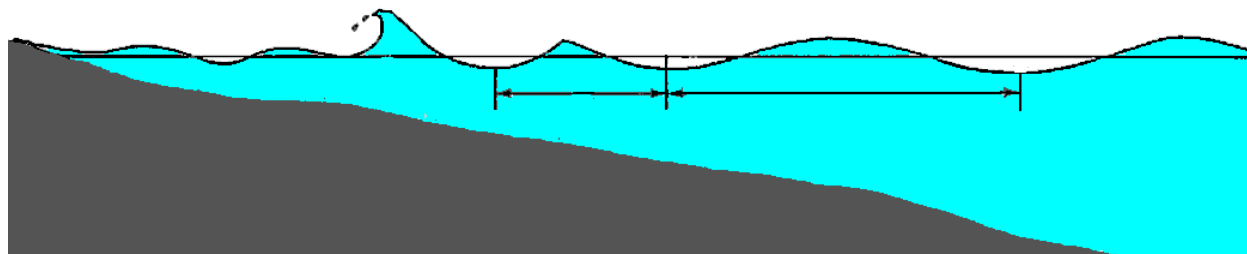


Рисунок 1.5. Трансформация волн при подходе к берегу и образование прибоя



Рисунок 1.6. Катер на прибойной волне

Если ветер и течение встречные, образуются крутые волны с острыми пенящимися гребнями, которые непрерывно обрушиваются, создавая впечатление кипящей воды («белая вода»).

Реальное волнение, обладая нерегулярной структурой, всё же имеет некоторое основное направление волн и вытянутые гребни, что позволяет его в задачах качки судов приближённо моделировать в виде двумерных волн (рис. 1.7 и 1.8). На рисунке 1.8 курс движения судна в направлении *A* ведёт навстречу ветровому волнению, курсы *B*, *B* и *Г* – на 15° , 30° и 45°

вразрез волне. В нижней части рисунка показаны соответствующие профили волн [19].

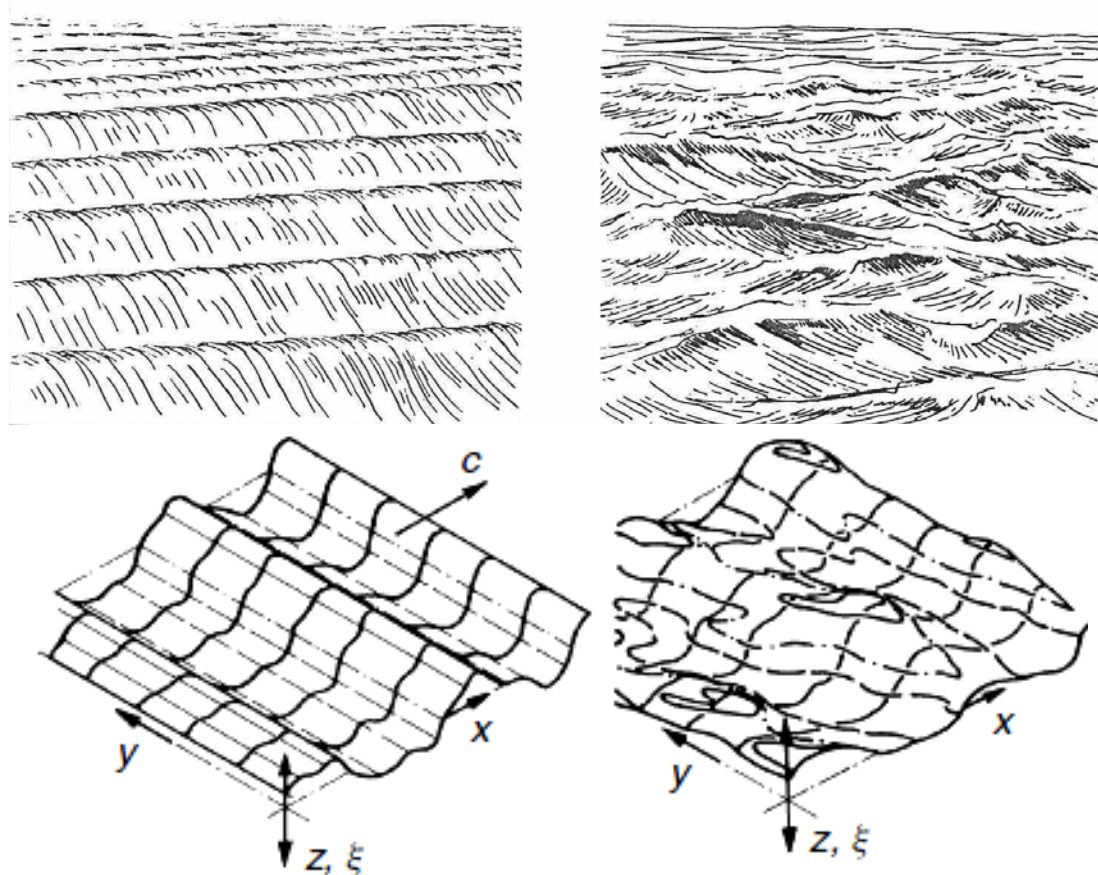


Рисунок 1.7. Двумерное и трёхмерное волнение

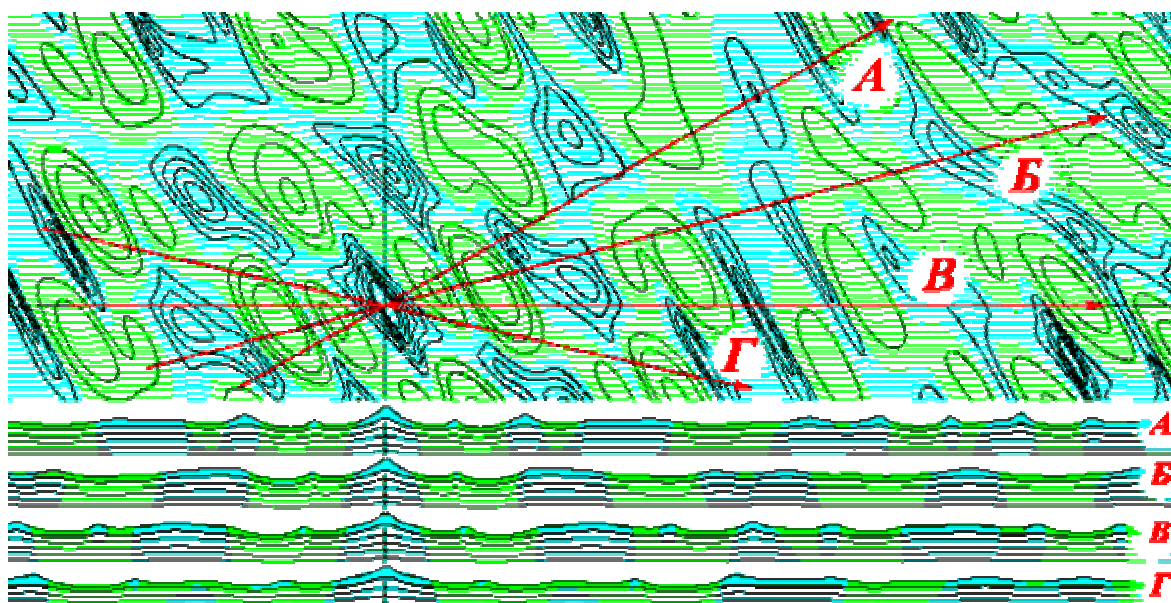


Рисунок 1.8. Трёхмерные ветровые волны в открытом море [19]

1.2. Общая модель потенциального волнения

Морское волнение достаточно достоверно моделируется в виде потенциального движения невязкой и несжимаемой жидкости. Эта модель является общепризнанной, так как хорошо согласуется с результатами анализа физических наблюдений.

Движение идеальной несжимаемой жидкости описывается уравнением Эйлера. Интеграл этого уравнения для нестационарного потенциального течения (интеграл Коши – Лагранжа) позволяет определить избыточное давление (то есть давление относительно атмосферного давления) в идеальной жидкости:

$$p(x, y, z, t) = -\rho \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{1}{2} (\nabla \varphi)^2 + gz \right), \quad (1.2)$$

где ρ – плотность жидкости, φ – потенциал скорости, t – время, g – ускорение свободного падения.

Также в области жидкости Ω (рисунок 1.9) должно выполняться условие неразрывности, которое в случае потенциального течения определяется уравнением Лапласа относительно потенциала скорости:

$$\Delta \varphi(x, y, z) = 0 \quad \text{в } \Omega. \quad (1.3)$$

Решение этого уравнения позволяет для каждого момента времени найти мгновенное поле скоростей жидкости, а отсюда – движение жидкости, в том числе и положение волновой поверхности.

На волновой поверхности жидкости S_w должны быть заданы давления. Для ветрового волнения это сделать очень сложно по двум причинам. Во-первых, динамика ветра имеет существенные и случайные пульсации параметров. Во-вторых, вблизи волновой поверхности параметры ветра зависят от параметров самих волн. В результате, необходимо создавать общую модель аэро- и гидродинамики (совместного движения воздуха и воды).

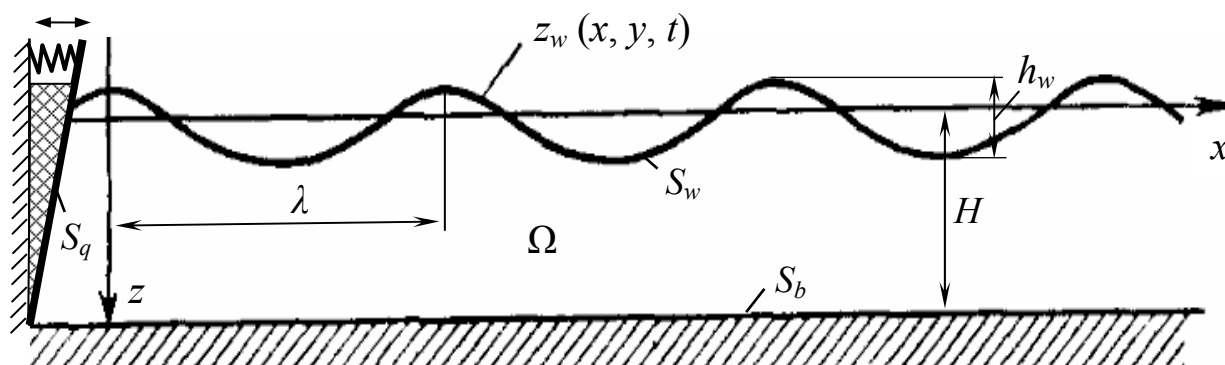


Рис. 1.9. Схема волнения

На поверхности свободных волн («мёртвой» зыби) очевидно, $p = 0$:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{1}{2} (\nabla \varphi)^2 + gz_w = 0 \quad \text{на } S_w, \quad (1.4)$$

где z_w – аппликата точек волновой поверхности.

Если давления на волновую поверхность задаются, то из решения уравнения (1.2) или (1.4) может быть найден потенциал скорости на S_w . Обозначим его $\bar{\varphi}_w$. Тогда для единственности решения уравнения Лапласа формируется граничное условие

$$\varphi(x, y, z) = \bar{\varphi}_w \quad \text{на } S_w. \quad (1.5)$$

На волновой поверхности S_w должно выполняться также условие

$$\frac{\partial \varphi(x, y, z)}{\partial n} = \bar{v}_{nw}, \quad \text{на } S_w, \quad (1.6)$$

где \bar{v}_{nw} – нормальная скорость движения точек волновой поверхности.

На большом удалении R от волновой поверхности (условной границе S_∞) необходимо соблюдение условий затухания

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \varphi = 0; \quad \lim_{R \rightarrow \infty} \frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0 \quad \text{на } S_\infty. \quad (1.7)$$

При наличии дна или твердых стенок S_b , ограничивающих объём жидкости, условие (1.6) следует применить к этим границам с учетом их неподвижности ($\bar{v}_{nb} = 0$):

$$\frac{\partial \varphi(x, y, H)}{\partial n} = 0, \quad \text{на } S_b. \quad (1.8)$$

Волновое движение жидкости можно задать путём введения некоторой подвижной части границы S_q – волнопродуктора. На этой границе вводится условие (1.6) с заданным движением $\bar{v}_{nq}(t)$.

Если границы водоёма (берега, стенки) не определены, то дополнительно необходимы условия для волн на большом удалении от исследуемого участка волновой поверхности. Они формулируются по-разному в зависимости от вида исследуемого волнения (условия затухания волн, излучения, регулярности, симметрии и др.).

При моделировании волнения как переходного процесса должны быть также заданы начальные условия (положение волновой поверхности – обычно в виде $z_w(x, y, t = 0) = 0$, внешние давления или положение и скорость волнопродуктора при $t = 0$).

1.3. Линейная теория волн

Численный анализ модели, представленной в предыдущем разделе, довольно сложен. Кроме того, для такой модели существует проблема подбора внешних давлений или параметров движения волнопродуктора, таких, которые бы приводили к желаемым параметрам волнения с целью дальнейшего анализа, например, качки судна.

Более традиционной и простой является линейная модель волнения, в которой используются следующие допущения:

- крутизна волн является малой величиной ($h_w/\lambda \rightarrow 0$, где h_w и λ – высота и длина волн) – это позволяет перенести граничные условия на реальной волновой поверхности на плоскость $z = 0$;
- скорости в волне небольшие и их квадратом можно пренебречь

$$v^2 = (\nabla \varphi)^2 = 0.$$

Рассмотрим далее частный случай линейной модели, считая, что:

- волны свободные и движутся только под действием сил тяжести и вызванных самими волнами гидродинамических сил;
- движение плоское (в направлении оси y никакие параметры не изменяются);
- свободная поверхность жидкости S_w безгранична.

В линейной теории волн используется уравнение Лапласа (1.3), а уравнение (1.2) упрощается

$$p(x, y, z, t) = -\rho \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} + gz \right). \quad (1.9)$$

На свободной поверхности $z=0$ должны выполняться два условия: динамическое (1.4)

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + gz_w = 0, \quad (1.10)$$

и кинематическое (1.6)

$$\frac{\partial \varphi(x, z)}{\partial z} = \frac{\partial z_w}{\partial t}. \quad (1.11)$$

Условия (1.10) и (1.11) можно объединить. Из (1.10) получим

$$z_w = -\frac{1}{g} \frac{\partial \varphi}{\partial t}; \quad \frac{\partial z_w}{\partial t} = -\frac{1}{g} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}.$$

Подставим второе выражение в (1.11):

$$g \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = 0 \quad \text{на поверхности } z = 0. \quad (1.12)$$

Должно выполняться также условие на дне (1.8) или условие затухания движения на большой глубине:

$$v = \text{grad } (\varphi) = 0. \quad (1.13)$$

Поставленная задача аналитически решается путём применения к уравнениям (1.3) и (1.12) метода разделения переменных Фурье. В результате получается: на глубокой воде:

$$\text{потенциал скорости} \quad \varphi(x, z, t) = \frac{rg}{\omega} e^{kz} \cos(kx - \omega t), \quad (1.14)$$

$$\text{давление} \quad p(x, z, t) = \rho gr \cdot e^{kz} \sin(kx - \omega t), \quad (1.15)$$

при ограниченной глубине:

$$\text{потенциал скорости} \quad \varphi(x, z, t) = \frac{rg}{\omega} \frac{\cosh(kz + kH)}{\cosh(kH)} \cos(kx - \omega t), \quad (1.16)$$

$$\text{давление} \quad p(x, z, t) = \rho gr \frac{\cosh(kz + kH)}{\cosh(kH)} \sin(kx - \omega t). \quad (1.17)$$

Профиль волн:

$$z_w(x, t) = r \cdot \sin(kx - \omega t), \quad (1.18)$$

где r – амплитуда волн, $\omega = 2\pi/\tau$ – круговая частота, $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число (количество длин волн, укладываемых в 2π метров):

Гребни волн движутся вдоль оси x со скоростью c , называемой фазовой:

$$c = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{\tau_w}, \quad (1.20)$$

где τ_w – период волн.

Для волн на воде характерно свойство дисперсии (зависимость волнового числа от частоты):

$$\text{на глубокой воде} \quad k = \omega^2/g; \quad (1.21)$$

$$\text{при ограниченной глубине} \quad k \cdot \tanh(kH) = \omega^2/g. \quad (1.22)$$

Свойство дисперсии означает, что волны разной частоты и длины имеют разные скорости, и поэтому они отделяются друг от друга: длинные волны убегают вперёд, а короткие волны отстают:

$$\text{на глубокой воде} \quad c = \frac{g}{\omega} = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}} \approx 1.25\sqrt{\lambda}; \quad (1.23)$$

при ограниченной глубине $c = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi H}{\lambda}\right)}$. (1.24)

При малой глубине ($H/\lambda \rightarrow 0$) свойство дисперсии исчезает:

$$c = \sqrt{gH}. \quad (1.25)$$

Выполнив расчёты по формуле (1.23) и сведя результаты в таблицу 1.1 можно сделать вывод, что попутные волны обгоняют большинство водоизмещающих судов, имеющих соизмеримую с ними длину. При обтекании пера руля попутным потоком гребня волны, даже при небольшом угле атаки, возникает пара сил (от давления на руль и реакции корпуса, приложенной в районе миделя), стремящаяся развернуть судно лагом к волнам. В результате, при движении судна на попутном волнении его устойчивость на курсе теряется, управляемость резко снижается.

Таблица 1.1

λ , м	25	50	100	200
c , м/с	6.25	8.8	12.5	18
c , уз	12	16	24	34
τ_w , с	4	5.7	8	11.3

Линейная теория волн не устанавливает связи между высотой и длиной волны. В расчетах высоту волн задают, основываясь на статистических данных. В частности, находит применение эмпирическая формула Циммермана:

$$h_w = 0,17\lambda^{0,75}. \quad (1.26)$$

Крутизна h_w/λ обычно убывает с ростом длины волны.

1.4. Группы волн

В реальном волнении всегда накладываются друг на друга волны разной длины и частоты. Рассмотрим упрощённый случай сложения двух линейных волн (1.18) одинаковой амплитуды:

$$\begin{aligned} z_w(x, t) &= r \cdot \cos(k_1 x - \omega_1 t) + r \cdot \cos(k_2 x - \omega_2 t) = \\ &= 2r \cdot \cos\left(\frac{k_1 - k_2}{2} x - \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right) \cos\left(\frac{k_1 + k_2}{2} x - \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right) = \\ &= A(x, t) \cos(k_{cp} x - \omega_{cp} t), \end{aligned}$$

где индексами 1 и 2 отмечены параметры слагаемых волн. Таким образом, при сложении двух гармонических волн образуется волна переменной амплитуды $A(x, t)$ с осреднённым волновым числом $k = k_{cp}$ и частотой $\omega = \omega_{cp}$ (рисунок 1.10). Изменение амплитуды носит периодический характер, - в результате образуется группа волн (волновой пакет).

Основные параметры группового волнения:

$$k = \frac{1}{2}(k_1 + k_2); \quad \omega = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2);$$

$$\tau = 1/\omega \text{ - период волны;} \quad \tau_{gp} = \frac{1}{\omega_1 - \omega_2} \text{ - период группы волн;}$$

$$c = \frac{\omega}{k} \text{ - фазовая скорость;} \quad u = \frac{(\omega_1 - \omega_2)/2}{(k_1 - k_2)/2} = \frac{\Delta\omega}{\Delta k} \text{ - скорость группы волн.}$$

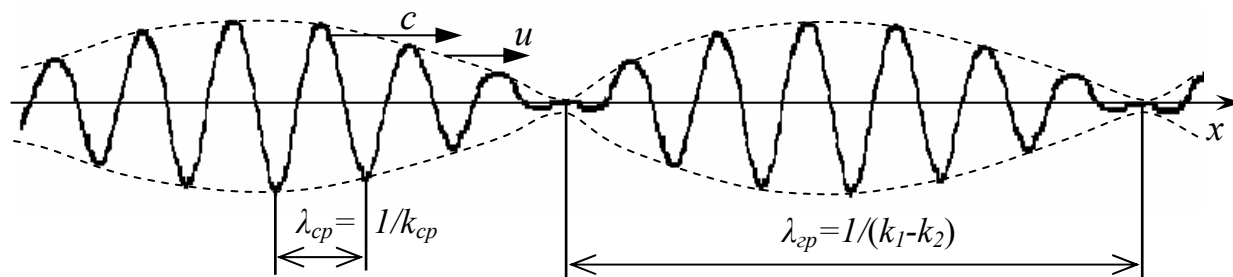


Рисунок 1.10. Волновые пакеты

С учётом (1.20) и (1.21) можно получить

$$u = g \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_1^2 - \omega_2^2} = g \frac{\omega_1 - \omega_2}{(\omega_1 - \omega_2)(\omega_1 + \omega_2)} = \frac{1}{2} \frac{g}{\omega} = \frac{1}{2} c.$$

В более общем случае, когда волнение имеет непрерывный спектр частот и длин, то есть состоит из бесконечного числа гармоник:

$$u = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(\sqrt{kg})}{dk} = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{g}}{\sqrt{k}} = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{g}}{\sqrt{\omega^2/g}} = \frac{1}{2} \frac{g}{\omega} = \frac{1}{2} c. \quad (1.27)$$

Таким образом, на глубокой воде скорость движения отдельного гребня волны (фазовая скорость) в два раза выше скорости движения группы волн (групповой скорости). Так, если в воду бросить камень, то через время t волновой фронт пройдёт расстояние ut . Различие между скоростями c и u объясняется тем, что при движении группы волн каждый отдельный гребень не остаётся постоянным, - он растёт, забирая энергию из об-

щей группы, затем уменьшается, передавая энергию следующему за ним гребню, и наконец, исчезает (рисунок 1.11).

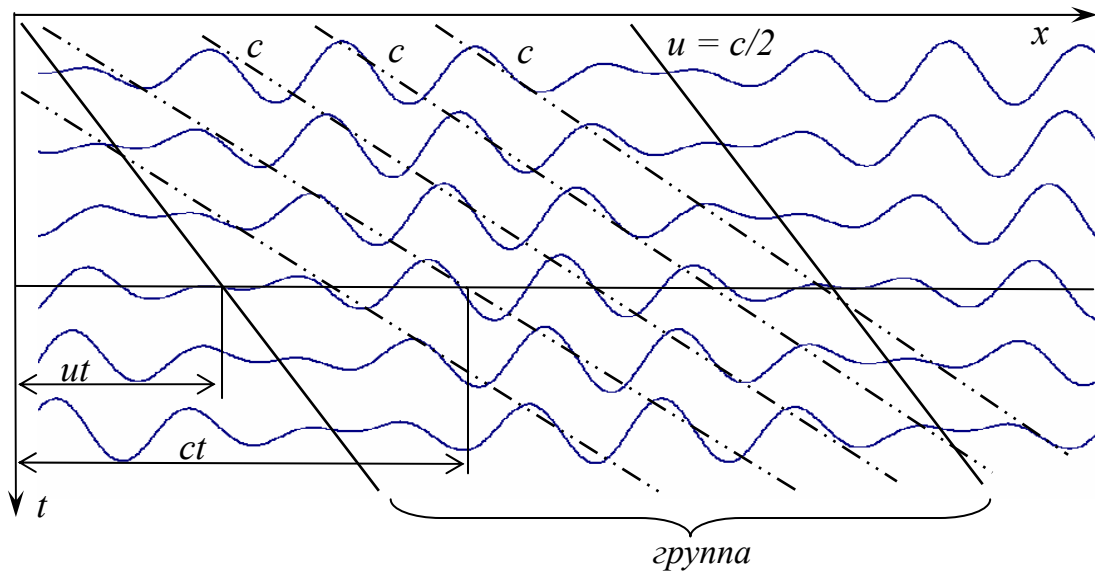


Рисунок 1.11. Движение группы волн

Так как область возмущения (группа волн) движется со скоростью u , то и энергия волн переносится с групповой скоростью.

При ограниченной глубине:
$$u = \left(\frac{1}{2} + \frac{kH}{\sinh(2kH)} \right) \cdot c .$$

На мелкой воде ($kH \rightarrow 0$):
$$u = c = \sqrt{gH} .$$

1.5. Спектрально-вероятностная модель волнения

Так как все параметры нерегулярного волнения случайным образом изменяются во времени, при их описании обычно применяются вероятностно-статистические методы. Для этого характеристики волн систематически измеряются.

Допустим, имеется запись высот n волн с помощью волнографов. Все значения высоты h можно сгруппировать (рисунок 1.12):

$$h_{i-1} \leq h_i < h_{i-1} + \Delta h ,$$

где i – номер участка.

Повторяемость волн высоты h_i :
$$f_i = \frac{n_i}{n} \cdot 100\% ,$$

где n_i – число волн в группе i .

Плотность вероятности высот волн h_i : $p_i = \frac{f_i}{\Delta h}$.

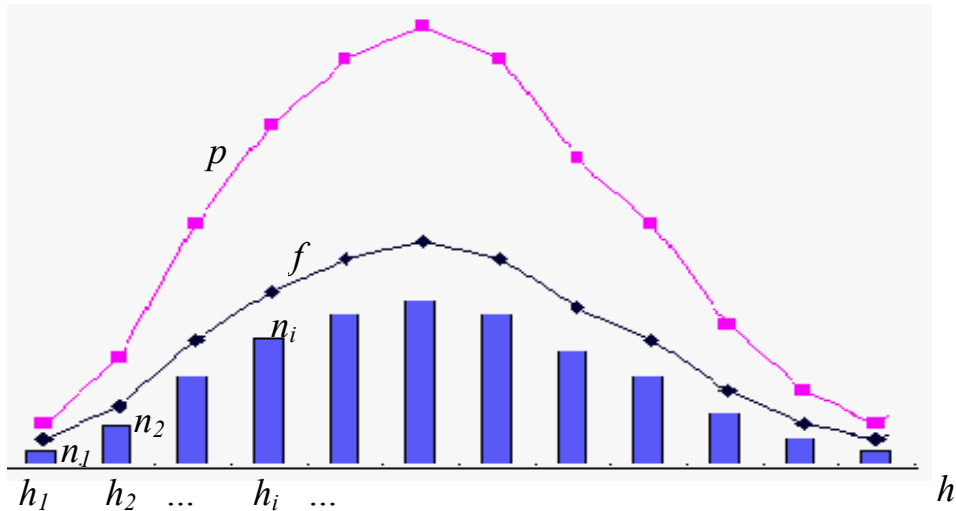


Рисунок 1.12. Повторяемость и плотность вероятности высоты волн

Вероятность того, что высота волны не превысит значение h_0 :

$$P(h \leq h_0) = \int_0^{h_0} p(h) dh .$$

Если верхний предел интеграла считать переменным, то получим интегральную функцию распределения высоты волн (рисунок 1.13): $F(h) = P(h \leq h_i)$.

Функция плотности вероятности называется также дифференциальной функцией распределения:

$$p(h) = \frac{dF(h)}{dh} .$$

Вероятность того, что высота волны превысит значение h_0 , называется обеспеченностью высоты волн:

$$Q(h_0) = P(h \geq h_0); \quad Q(h) = 1 - F(h) .$$

Все описанные законы распределения могут быть применены для частоты, длины, периода волн и других случайных параметров.

Среднее значение случайной величины h : $h_{cp} = \int_0^{h_{max}} p(h) h dh .$

Дисперсия относительно средней высоты волны:

$$D_h = \int_0^{h_{max}} p(h) (h - h_{cp})^2 dh .$$

Стандарт (среднеквадратичное отклонение): $\sigma_h = \sqrt{D_h} .$

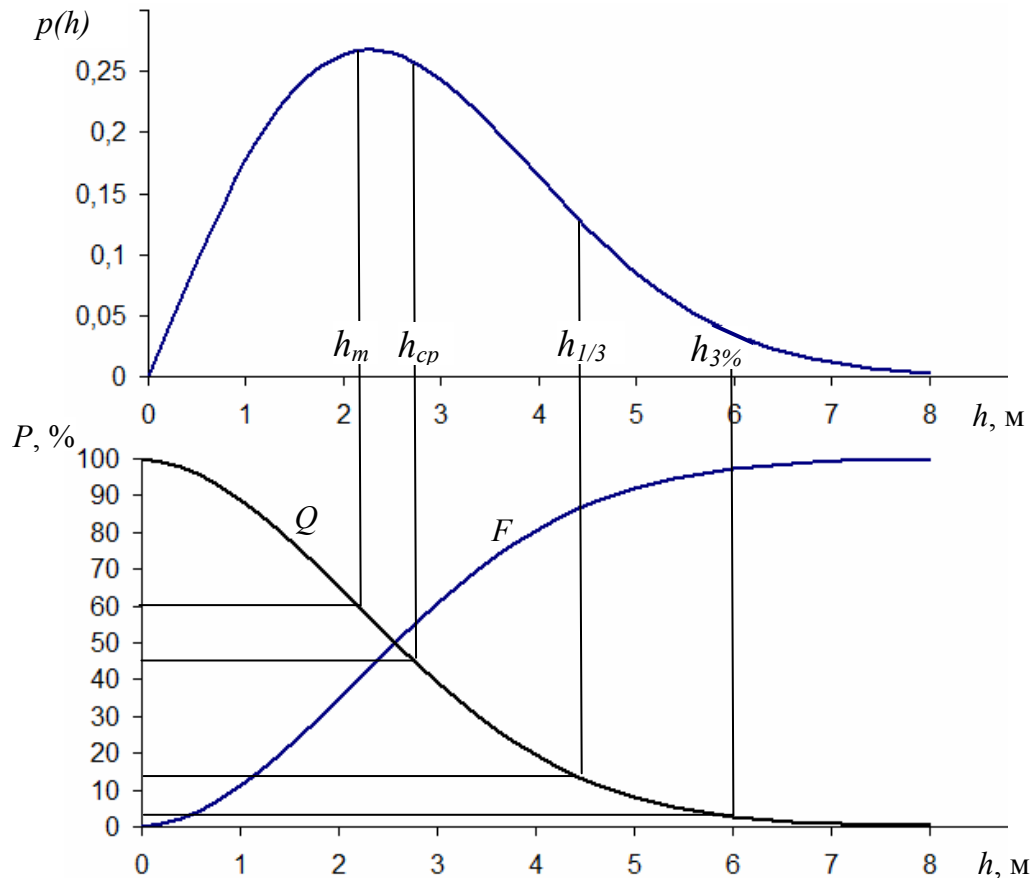


Рисунок 1.13. Дифференциальная и интегральные характеристики распределения высоты волн

Развитое волнение имеет свойство стационарности. Это означает, что его вероятностные характеристики, полученные на достаточно больших выборках (порядка 1000 волн), остаются практически одинаковыми для разных мест и времени измерения. Поэтому широко применяются общие формулы (относительно безразмерных параметров, например $\bar{h} = h/h_{cp}$):

обеспеченность высот волн (закон Рэля):

$$Q(\bar{h}_0) = e^{-0,25 \pi \bar{h}_0^2}; \quad (1.28)$$

обеспеченность длин волн:

$$Q(\bar{\lambda}_0) = e^{-0,757 \bar{\lambda}_0^{2,3}};$$

обеспеченность периодов:

$$Q(\bar{\tau}_0) = e^{-0,712 \bar{\tau}_0^2}.$$

Для расчётов используются значения высоты волн (σ_z - стандарт волновых аппликат):

$h_{3\%} = 5,29 \cdot \sigma_z$ - высота волн обеспеченности 3 %;

$h_{1/3} = 4 \cdot \sigma_z$ - средняя высота 1/3 наибольших волн;

$h_{cp} = \sqrt{2\pi} \cdot \sigma_z = 2,5 \cdot \sigma_z$ - средняя высота волн;

$h_m = 2 \cdot \sigma_z$ - наиболее вероятная высота волн (см. рисунок 1.14).

Нерегулярное трехмерное волнение можно представить, сложив множество простых, правильных регулярных волн, с разной амплитудой, частотой и направлением распространения, т.е. применив принцип суперпозиции (рисунок 1.10). Для двумерного волнения получим следующий ряд Фурье:

$$z_w(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} r_n \cdot \sin(k_n x - \omega_n t).$$

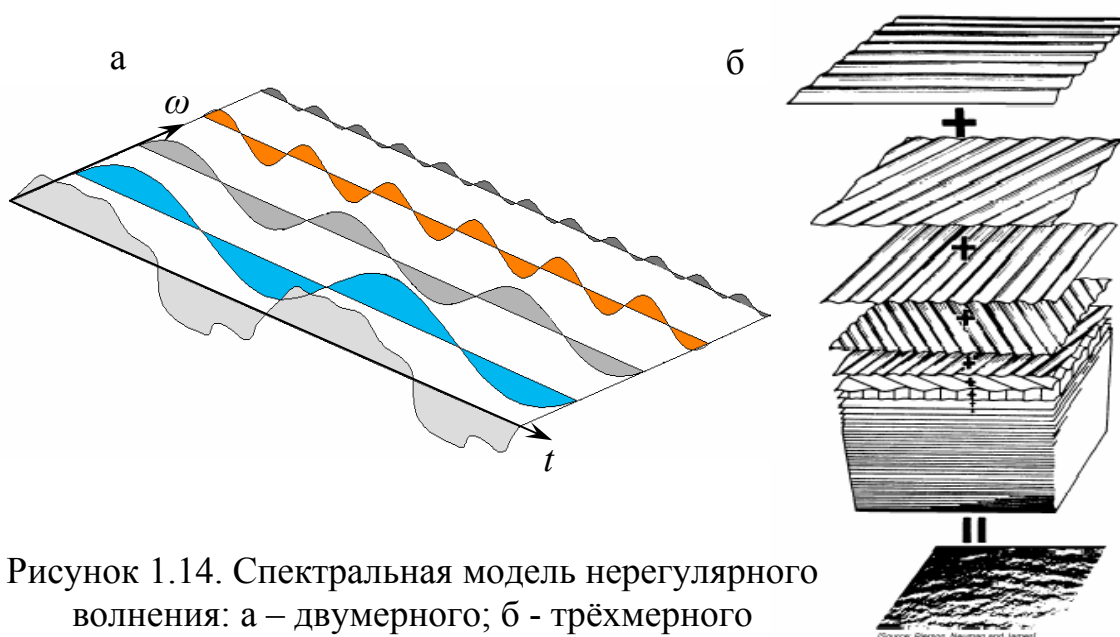


Рисунок 1.14. Спектральная модель нерегулярного волнения: а – двумерного; б - трёхмерного

Учитывая, что длина ветровых волн составляет малую часть от размеров акваторий, первые члены ряда можно отбросить. Тогда получится густой спектр частот. Кроме того, учитывая случайные отклонения параметров волнения, спектр частот можно считать непрерывным, переходя к интегралу Фурье:

$$z_w(x, t) = \int_{\omega} r(\omega) \cdot \sin\left(\frac{\omega^2}{g} x - \omega t\right) d\omega. \quad (1.29)$$

Нерегулярное волнение удобнее характеризовать энергией составляющих его гармоник. Из гидродинамики волн известна энергия одной волны на единицу её ширины:

$$E_1 = \frac{1}{2} \rho g r^2 \lambda.$$

Тогда плотность энергии (энергия на единицу площади) волнения, состоящего из множества гармоник:

$$e = \frac{1}{2} \rho g \sum_n r_n^2.$$

Для непрерывного спектра частот:

$$e = \rho g \int_{\omega} S(\omega) d\omega = \rho g D_r.$$

Здесь D_r – дисперсия амплитуд волнения, $S(\omega) = \frac{1}{2} r^2(\omega)$ – спектральная плотность волнения или энергетический спектр. Также эту функцию называют частотным спектром (или просто спектром) волнения. Она характеризует распределение энергии волнения по частотам. Рисунок 1.15 дает графическую интерпретацию спектра волн.

На форму волнового спектра влияют многие факторы, в частности, сила и длительность ветра, длина разгона волн, глубины, береговая линия, течения и др. Рисунок 1.16 иллюстрирует влияние развития волнения на форму спектра.

Для расчётов качки судов обычно применяются типовые обобщённые спектры, в частности: спектр II международного конгресса по прочности судов (II МКПС); спектр 12 международной конференции опытовых бассейнов (12 МКОБ); спектр Джонсвап (JONSWAP). Указания по применению спектров приводятся в нормативных и справочных изданиях [17].

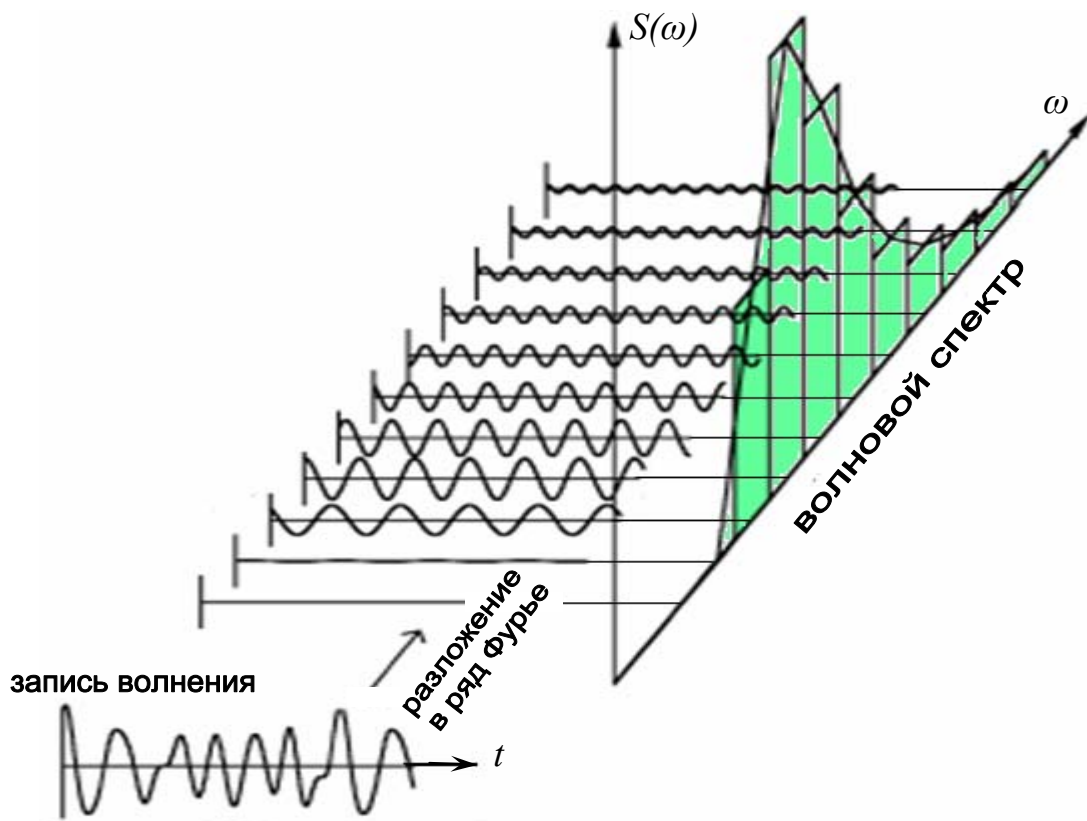


Рисунок 1.15. Получение спектра волнения

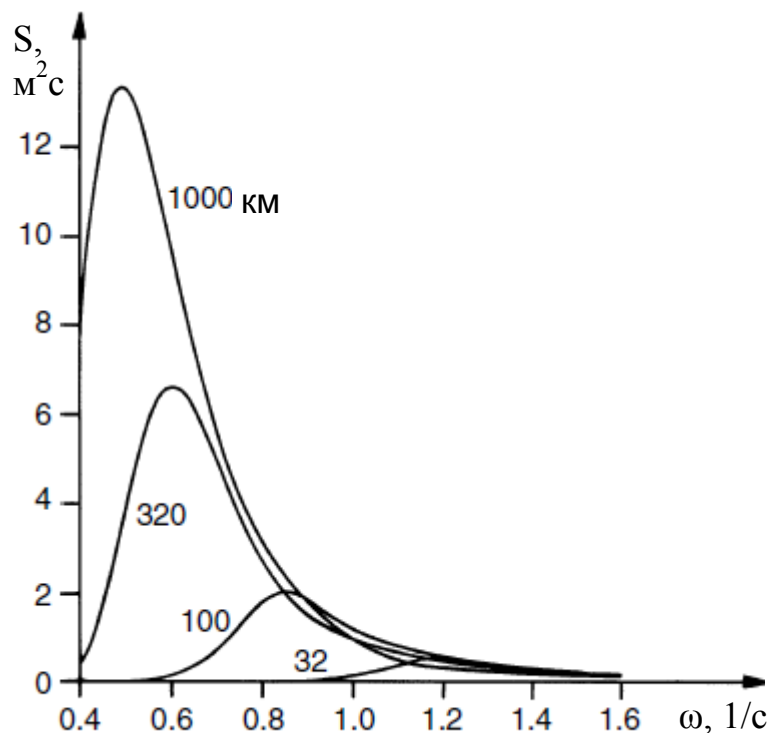


Рисунок 1.16. Изменение волнового спектра в зависимости от длины разгона волн

1.6. Нелинейные волны

В линейной теории гармонических волн волновая поверхность искусственно сносится на плоскость спокойной воды. Для более реальных волн (конечной амплитуды) получаются усложненные нелинейные модели. По форме реальные волны отличаются от синусоиды – их гребни более крутые, а впадины более пологие. Такие волны (в виде трохойды) получаются в модели Герстнера (рисунок 1.17). Уравнения трохойды имеют параметрическую форму, однако приближённо эта кривая может быть представлена в виде:

$$z_w(x, t) = r \cdot \left(\sin(kx - \omega t) + \frac{\pi r}{\lambda} \cos 2(kx - \omega t) \right).$$

В модели Герстнера движение жидкости имеет завихрения.

Существуют и другие модели волн, например модель Стокса. В его решении наблюдается зависимость скорости от крутизны волны и малое перемещение частиц жидкости вблизи поверхности по направлению бега волн. В нелинейных моделях форма волн изменяется с увеличением их высоты. Волны Стокса предельной высоты имеют наибольшую крутизну $h/\lambda = 1/7$ и угловатые гребни (рисунок 1.18). Такая модель соответствует

так называемому разрушающемуся реальному волнению, когда на гребнях образуются срывы потока в виде так называемых «барашков» (волны вспениваются).

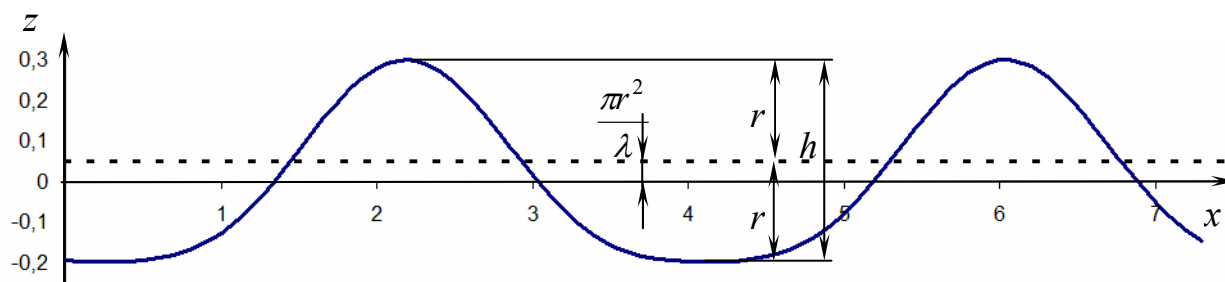


Рисунок 1.17. Трохоидальные волны

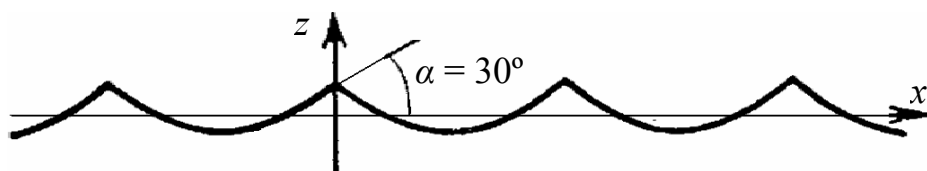


Рисунок 1.18. Предельные волны Стокса

Рассмотренные волны являются свободными. Реальные свободные волны на глубокой воде очень редко имеют крутизну более 1/10. Обычно эта величина составляет: 1/20 – в закрытых морях и прибрежных водах; 1/30 – в открытом море. При такой малой крутизне линейная теория волн приводит к удовлетворительным результатам и поэтому широко используется на практике.

Однако в условиях ветра, по мере развития волн, особенно в присутствии противотечений, ограниченных глубин, резких перепадов глубин, сложных очертаниях береговой линии и при наличии некоторых других факторов крутизна волн может существенно возрасти. При этом профиль волн может быть несимметричным (с более крутым передним склоном). Изучение таких волн, а тем более поведения судов на таком волнении возможно только с применением натуральных исследований, физических и численных экспериментов.

В инженерных расчётах для определения высоты и крутизны волн широко применяются статистические формулы. В частности, для расчётов качки судов используется формула Циммермана (1.26).

1.7. Аномальные волны

Размеры волн при одном и том же ветре существенно зависят от скорости и направления течения. Давно замечено, что в случае, если ветер и течение встречные, образуются крутые волны с несимметричным профилем (более крутым передним склоном). Такое явление встречается и в устьях рек. В этом случае высота длинных пологих волн, приходящих с моря, при входе в устье реки увеличивается, волны становятся круче и представляют опасность для плавания (рисунок 1.19). Существует некоторая критическая скорость течения $v_{кр}$, при которой высота и длина волн наибольшая.

В открытом море в районах встречи волн зыби, идущих с разных направлений, образуются «пирамидальные» волны. Они чрезвычайно опасны для судов тем, что маневрирование такой толчее затрудняется, а в результате наложения разных волновых систем могут появляться отдельные крутые гребни удвоенной высоты (рисунок 1.20).

Аномальные волны иногда определяются как волны, высота которых более чем в два раза превышает значительную высоту $h_{1/3}$. В соответствии с распределением Рэлея (1.27) такой волной является примерно каждая из 3000 волн. При характерном периоде ветровых волн периодичность появления аномальной волны составляет примерно 8-9 часов.

Однако еще большую опасность представляют волны, образованные наложением нескольких случайных факторов. Так непериодическое течение и резкий перепад глубины в сочетании с неблагоприятной интерференцией волн зыби с разных направлений могут привести к возникновению отдельных «неправильных» волн (их иногда называют *abnormal*, *freak*, *rogue waves*, то есть ненормальные, уродливые волны, волны – убийцы). Предусмотреть возможность встречи с такими волнами весьма сложно [22].

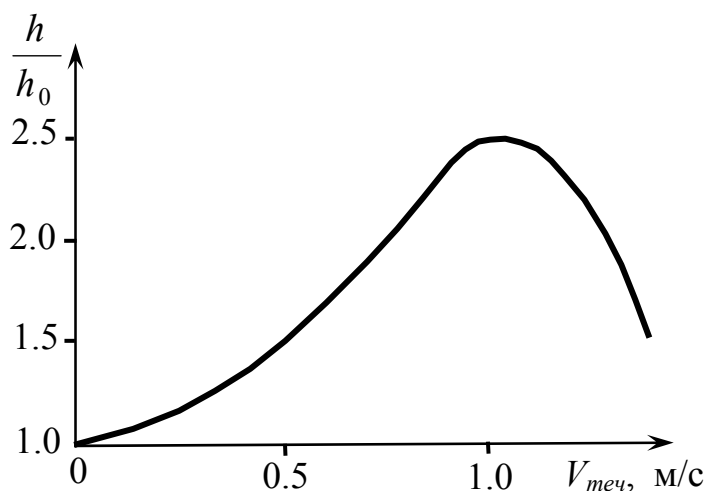


Рисунок 1.19. Зависимость высоты волн от скорости встречного течения

Так, у юго-восточного побережья Африки, крупная зыбь с «ревущих сороковых» широт сталкивается с Агульсовым течением и обрывистым склоном шельфа. Здесь встречаются одиночные волны, которые моряки называют «ложбинами» или «ямами» в океане. Характерная особенность этих волн, достигающих в высоту 25 м — крутой передний склон и достаточно пологая впадина перед ним, причем, иногда при относительно спокойном море. Такие волны явились причиной гибели большого количества судов, в том числе крупнотоннажных контейнеровозов, танкеров и рудовозов.

К югу от Японии расположено «Море дьявола». Здесь также зафиксировано большое количество катастроф судов, причиной которых были волны – убийцы, имеющие большую крутизну. Анализ причин разрушения корпуса рудовоза «Ономичи Мару» в этом районе показал, что расчётный изгибающий момент при традиционных моделях волнения (регулярное, нерегулярное со спектром II Конгресса, по Нормам прочности) значительно ниже предельного. Только специальный подбор модели волнения позволил получить условия, при которых возможно разрушение корпуса, приближённо соответствующие реальности.

На Великих озёрах Северной Америки встречаются группы аномальных волн, названных «три сестры» – три идущие одна за другой волны, на треть выше предыдущих. Они явились причиной гибели нескольких крупных рудовозов.



Рисунок 1.20. Пример аномальной волны

В последние годы изучению волн – убийц уделяется повышенное внимание, так как оказалось, что вероятность их появления гораздо выше, чем следует из распределения Рэля (1.27). В 1995 году на нефтедобывающей

платформе «Дропнер» в Северном море были выполнены измерения волны – убийцы. В условиях сильного шторма в течение нескольких часов наблюдались волны с высотой $h_{1/3} = 11-12$ м. Внезапно на платформу обрушилась значительно более мощная волна высотой более 25 м. Эта волна была существенно круче, чем среднее волнение. Направление её движения существенно отличалось от направления ветра. Эта волна была короткоживущей, т.е. ее амплитуда была существенно выше основного волнения на расстоянии 3-4 длин волн. Иными словами, такая волна особенно опасна для судов, поскольку времени на уклонение от встречи с нею практически нет. На рисунке 1.21 показаны результаты замеров другой гигантской волны.

Принципиальной особенностью волн-убийц, по-видимому, является их существенная нелинейность и сложность описания. Основными инструментами исследования таких волн и их воздействий являются эксперименты и численное моделирование.

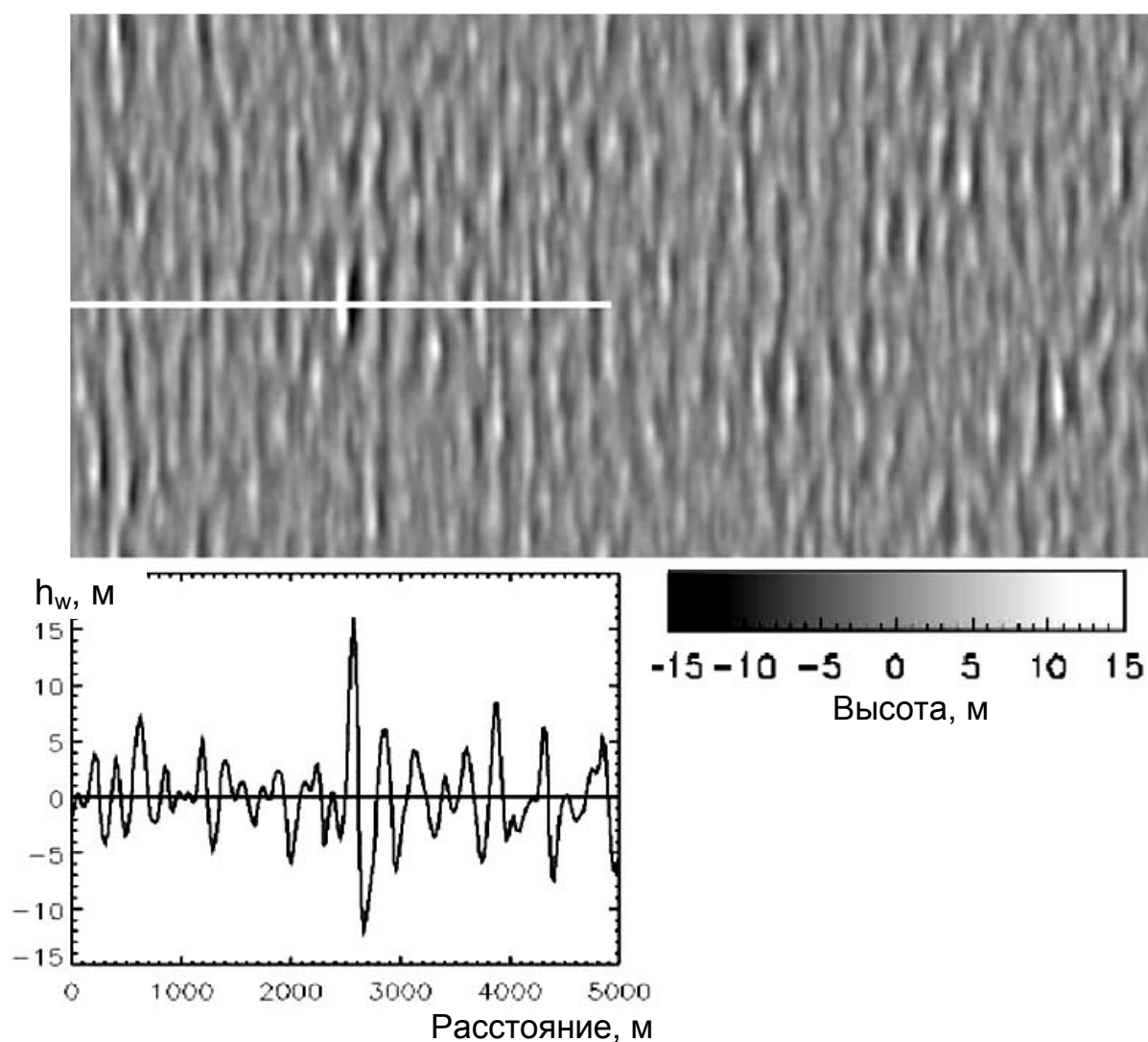


Рисунок 1.21. Вид со спутника и профиль гигантской волны высотой 29.8 м

2. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ СУДНА

Для моделирования динамики судна на волнении в настоящее время применяются различные расчётные методики. Традиционным является использование аналитических моделей, основанных на линейной теории волн и качки. Эти модели позволяют получить простые и удобные на практике расчётные формулы и методики [2, 17]. Однако допущения линейной теории во многих случаях приводят к неточным и не согласующимся с экспериментами результатам (например, при нелинейном, штормовом волнении, при сложных формах корпуса судов).

Существуют методики расчётов качки судов, в которых линейные уравнения уточняются введением различных поправок, учитывающих нелинейные эффекты. Поправочные коэффициенты часто определяются эмпирическими методами. Однако такие методики обычно довольно громоздки, имеют ограниченные области применения и не всегда приводят к существенному уточнению результатов.

С развитием компьютерных технологий совершенствуются методики численного моделирования динамики судов. Среди них следует отметить два основных направления. Первое получило обобщённое название «вычислительная гидродинамика» или CFD (Computer Fluid Dynamic). В основе этого направления лежат самые общие модели гидродинамики (уравнения Навье – Стокса, модели турбулентности), которые решаются численными методами (методы конечных разностей, конечных элементов, конечных объёмов и др.). Расчёты методами CFD требуют мощных компьютеров и специального программного обеспечения. Они используются в основном в научных исследованиях и широко не внедрены в инженерную практику.

Второе направление численного моделирования специализировано на применение именно в области динамики морских сооружений и судов на волнении. Оно получило обобщённое название «численный волновой бассейн» или NWT (Numerical Wave Tank) и основано на применении более простых моделей потенциальных течений жидкости со свободной поверхностью (интеграл Лагранжа для уравнений Эйлера, уравнения Лапласа). Для численного моделирования этих математических моделей обычно применяются методы граничных элементов. Технологии NWT менее требовательны к компьютерным ресурсам и позволяют эффективно моделировать переходные процессы динамики судов на нелинейном волнении.

2.1. Общие уравнения динамики судна

Введём две декартовы системы координат: 1) неподвижную $Ox yz$; 2) подвижную, связанную с судном $G\xi\eta\zeta$. Плоскость Oxy неподвижной системы совпадает с невозмущённой поверхностью моря, ось

Z направлена вниз. Начало координат корабельной системы G находится в центре тяжести судна, а оси направлены: ξ - в нос; η - на правый борт; ζ - на днище судна. Для удобства представления векторов с применением матриц их иногда записывают в различных формах. Примеры записи координат и их компонентов x, y, z и ξ, η, ζ :

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}(x, y, z) = \mathbf{x}(x_1, x_2, x_3) = \{x\} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix};$$

$$\boldsymbol{\eta} = \boldsymbol{\eta}(\xi, \eta, \zeta) = \boldsymbol{\eta}(\eta_1, \eta_2, \eta_3) = \{\eta\} = \begin{Bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \end{Bmatrix}.$$

Системы координат связаны между собой следующей зависимостью

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_g + \mathbf{x}_\theta = \mathbf{x}_g + \mathbf{L}\boldsymbol{\eta} \quad \text{или} \quad \{x\} = \{x_g\} + [L]\{\eta\}, \quad (2.1)$$

где

$$\mathbf{x}_g = \{x_g\} = \begin{Bmatrix} x_{g1} \\ x_{g2} \\ x_{g3} \end{Bmatrix}; \quad \mathbf{L} = [L] = \begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} & l_{13} \\ l_{21} & l_{22} & l_{23} \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} \end{bmatrix};$$

$l_{ij} = \cos(x_i, \eta_j)$ - направляющие косинусы. Вектор \mathbf{x}_g определяет центр тяжести G , а вектор \mathbf{x}_θ - текущую точку судна P относительно центра тяжести в общей системе координат.

Для составления уравнений движения введём также систему обобщённых координат, связанную с исходными системами определёнными соотношениями. Эти соотношения, как и сами обобщённые координаты, определяются конкретной численной моделью судна.

В случае жёсткого судна удобно в качестве обобщённых принять линейные и угловые перемещения в виде (рис. 2.1)

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}(q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6) = \mathbf{q}(\eta_1, \eta_2, \eta_3, \phi, \psi, \chi). \quad (2.2)$$

Эти перемещения называются:

η_1 - горизонтально-продольные колебания (surging);

η_2 - горизонтально-поперечные колебания (swaying);

η_3 - вертикальная качка (heaving);

ϕ - бортовая качка (rolling);

ψ - килевая качка (pitching);

χ - рыскание (yawing).

Подвижная (корабельная) система координат движется вместе с судном относительно неподвижной системы с поступательной скоростью $\mathbf{v}_g = \mathbf{v}_g(\nu_{g\xi}, \nu_{g\eta}, \nu_{g\zeta})$ и угловой скоростью $\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}(\omega_\xi, \omega_\eta, \omega_\zeta)$.

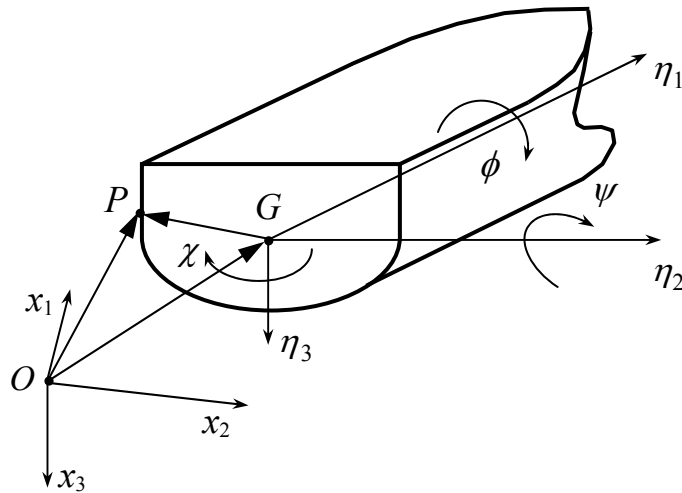


Рис. 2.1. Системы координат

При наличии корабельной системы координат, совершающей произвольное движение (то есть неинерциальной системы) дифференцирование по времени в неподвижной системе отсчёта должно выполняться в соответствии с правилом:

$$d/dt = d'/dt + \boldsymbol{\omega} \times ,$$

где d' означает дифференцирование в подвижной системе координат при фиксированном положении осей в пространстве.

Используя это правило, получим векторы скорости и ускорения произвольной точки P в виде:

$$\mathbf{v} = d\mathbf{x}/dt = \dot{\mathbf{x}} = \dot{\mathbf{x}}_g + \dot{\mathbf{x}}_\theta = \mathbf{v}_g + d'\mathbf{x}_\theta/dt + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{x}_\theta , \quad (2.3)$$

$$\mathbf{a} = \ddot{\mathbf{x}} = \ddot{\mathbf{x}}_g + \ddot{\mathbf{x}}_\theta = \mathbf{a}_g + d'^2\mathbf{x}_\theta/dt^2 + \boldsymbol{\omega} \times d'\mathbf{x}_\theta/dt + \dot{\boldsymbol{\omega}} \times \mathbf{x}_\theta + \boldsymbol{\omega} \times d'\mathbf{x}_\theta/dt + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{x}_\theta) , \quad (2.4)$$

где \mathbf{a}_g – поступательное ускорение, $\dot{\boldsymbol{\omega}} \times \mathbf{x}_\theta$ – тангенциальное ускорение (здесь учтено, что $\dot{\boldsymbol{\omega}} = d'\boldsymbol{\omega}/dt$), $\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{x}_\theta)$ – центростремительное ускорение, $d'^2\mathbf{x}_\theta/dt^2$ – ускорение точки P в подвижной системе координат, $2\boldsymbol{\omega} \times d'\mathbf{x}_\theta/dt$ – кориолисово ускорение.

Уравнения поступательного и вращательного движений судна выражают второй закон Ньютона. С учётом перехода от корабельной системы координат они имеют вид:

$$\mathbf{m} \mathbf{a}_g = \mathbf{m} d' \mathbf{v}_g / dt + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{m} \mathbf{v}_g = d' \mathbf{Q} / dt + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{Q} = \mathcal{F},$$

$$\mathbf{I} \dot{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{I} d' \boldsymbol{\omega} / dt + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I} \boldsymbol{\omega} = d' \mathbf{H} / dt + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{H} = \mathcal{M}, \quad (2.5)$$

где \mathbf{m} , \mathbf{I} – тензоры инерции и моментов инерции судна:

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix}; \quad \mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_{\xi\xi} & I_{\xi\eta} & I_{\xi\zeta} \\ I_{\eta\xi} & I_{\eta\eta} & I_{\eta\zeta} \\ I_{\zeta\xi} & I_{\zeta\eta} & I_{\zeta\zeta} \end{bmatrix}, \quad (2.6)$$

\mathbf{Q} – количество движения, \mathbf{H} – момент количества движения, \mathcal{F} – внешняя сила, действующая на судно, \mathcal{M} – момент внешних сил, m – масса судна, I_{ij} – моменты инерции судна. В проекциях на оси корабельной системы координат получим:

$$m a_{g\xi} = m (\dot{v}_{g\xi} + v_{g\zeta} \omega_\eta - v_{g\eta} \omega_\zeta) = \mathcal{F}_\xi,$$

$$m a_{g\eta} = m (\dot{v}_{g\eta} + v_{g\xi} \omega_\zeta - v_{g\zeta} \omega_\xi) = \mathcal{F}_\eta,$$

$$m a_{g\zeta} = m (\dot{v}_{g\zeta} + v_{g\eta} \omega_\xi - v_{g\xi} \omega_\eta) = \mathcal{F}_\zeta,$$

$$I_{\xi\xi} \dot{\omega}_\xi + (I_{\zeta\zeta} - I_{\eta\eta}) \omega_\eta \omega_\zeta + I_{\xi\eta} (\dot{\omega}_\eta - \omega_\zeta \omega_\xi) + I_{\xi\zeta} (\dot{\omega}_\zeta + \omega_\xi \omega_\eta) + I_{\eta\zeta} (\omega_\eta^2 - \omega_\zeta^2) = \mathcal{M}_\xi,$$

$$I_{\eta\eta} \dot{\omega}_\eta + (I_{\xi\xi} - I_{\zeta\zeta}) \omega_\zeta \omega_\xi + I_{\eta\zeta} (\dot{\omega}_\zeta - \omega_\xi \omega_\eta) + I_{\xi\eta} (\dot{\omega}_\xi + \omega_\eta \omega_\zeta) + I_{\xi\zeta} (\omega_\zeta^2 - \omega_\xi^2) = \mathcal{M}_\eta,$$

$$I_{\zeta\zeta} \dot{\omega}_\zeta + (I_{\eta\eta} - I_{\xi\xi}) \omega_\xi \omega_\eta + I_{\xi\zeta} (\dot{\omega}_\xi - \omega_\eta \omega_\zeta) + I_{\eta\zeta} (\dot{\omega}_\eta + \omega_\zeta \omega_\xi) + I_{\xi\eta} (\omega_\xi^2 - \omega_\eta^2) = \mathcal{M}_\zeta.$$

Уравнение движения можно записать в обобщённом виде:

$$\mathbf{m}_s \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{b} = \mathbf{F} \quad (2.7)$$

или в развёрнутом матричном виде:

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{\xi\xi} & I_{\xi\eta} & I_{\xi\zeta} \\ 0 & 0 & 0 & I_{\eta\xi} & I_{\eta\eta} & I_{\eta\zeta} \\ 0 & 0 & 0 & I_{\zeta\xi} & I_{\zeta\eta} & I_{\zeta\zeta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_{g\xi} \\ a_{g\eta} \\ a_{g\zeta} \\ \dot{\omega}_\xi \\ \dot{\omega}_\eta \\ \dot{\omega}_\zeta \end{Bmatrix} +$$

$$+ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ (I_{\zeta\zeta} - I_{\eta\eta})\omega_\eta\omega_\zeta - I_{\xi\eta}\omega_\zeta\omega_\xi + I_{\zeta\xi}\omega_\zeta\omega_\eta + I_{\eta\xi}(\omega_\eta^2 - \omega_\zeta^2) \\ (I_{\xi\xi} - I_{\zeta\zeta})\omega_\zeta\omega_\xi - I_{\eta\xi}\omega_\zeta\omega_\eta + I_{\xi\eta}\omega_\eta\omega_\zeta + I_{\zeta\xi}(\omega_\zeta^2 - \omega_\xi^2) \\ (I_{\eta\eta} - I_{\xi\xi})\omega_\xi\omega_\eta - I_{\zeta\xi}\omega_\eta\omega_\zeta + I_{\eta\xi}\omega_\zeta\omega_\xi + I_{\xi\eta}(\omega_\xi^2 - \omega_\eta^2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_\xi \\ F_\eta \\ F_\zeta \\ M_\xi \\ M_\eta \\ M_\zeta \end{pmatrix},$$

где \mathbf{m}_S – матрица инерции (масс) судна, $\ddot{\mathbf{q}}$ – вектор обобщённых ускорений, \mathbf{b} – так называемый гироскопический момент, \mathbf{F} – вектор обобщённых внешних сил.

В правой части уравнения движения (2.7) сгруппированы внешние силы и моменты, включающие: силы тяги \mathbf{F}_T ; вес судна \mathbf{F}_G ; гидродинамические и гидростатические силы, обусловленные взаимодействием судна с идеальной жидкостью \mathbf{F}_W ; не потенциальные силы сопротивления, обусловленные вязкостью жидкости и образованием вихрей \mathbf{F}_F :

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_T + \mathbf{F}_G + \mathbf{F}_W + \mathbf{F}_F. \quad (2.8)$$

Тяговая нагрузка \mathbf{F}_T задаётся в зависимости от параметров двигателей и движителей.

Следует отметить, что разделение гидродинамических сил на составляющие \mathbf{F}_W и \mathbf{F}_F является условным. Процессы обтекания судна вязкой жидкости (обычно сложные, включающие ламинарные, турбулентные и переходные потоки, крупные вихри, волнообразование и разрушение волн, кавитацию) с трудом поддаются строгому математическому описанию. В настоящее время существуют методики и компьютерные программные средства, принципиально позволяющие выполнять анализ гидродинамики вязкой жидкости на основе решения уравнений Навье – Стокса, в том числе для турбулентных течений. Тем не менее, в задачах динамики судов на волнении такие средства требуют слишком больших вычислительных затрат. Кроме того, существуют разные численные модели турбулентности, пригодные для соответствующих режимов течений. Но при качке судна на штормовых волнах характер течения вокруг различных его частей постоянно изменяется. При анализе такого нестационарного процесса необходима смена разных моделей в различных областях, что приводит резкому усложнению численных методик.

В связи с этим в большинстве практических задач качки судна используется допущение, что гидродинамические силы инерционной и вязкостной природы можно определять раздельно. При этом силы \mathbf{F}_W находятся из решения задачи динамики идеальной жидкости. Для вычисления вязкостного

сопротивления F_F существуют различные приближённые методики, основанные на результатах экспериментов и опыте эксплуатации судов.

Рассмотрим далее определение F_W , но предварительно отметим следующее. Известно, что в большинстве задач качки судов оправдывает себя модель безвихревого (потенциального) течения. В этом случае течение идеальной жидкости в односвязной области полностью характеризуется потенциалом скорости (однозначной функцией координат и времени).

Строгая теория нестационарного потенциального течения основана на фундаментальных теоремах Томсона (лорда Кельвина) и Лагранжа. Теорема Томсона о циркуляции заключается в том, что если объём идеальной жидкости находится под действием потенциальных массовых сил, то циркуляция скорости по любому замкнутому контуру остаётся неизменной во всё время движения.

Следствием этой теоремы является теорема Лагранжа, доказывающая, что если объём идеальной жидкости находится под действием потенциальных массовых сил и он находится в безвихревом потенциальном движении, то он останется в безвихревом потенциальном движении и в последующие моменты времени. В частном случае, если движение жидкости начинается из состояния покоя, то оно будет безвихревым и потенциальным.

Для определения сил F_W , действующих на судно, следует проинтегрировать давления p по смоченной поверхности судна:

$$\mathcal{F}_W = \int_{S_s} p \mathbf{n} dS, \quad \mathcal{M}_W = \int_{S_s} p \mathbf{n} \times \mathbf{r} dS, \quad (2.9)$$

где \mathcal{F}_W и \mathcal{M}_W – гидродинамические сила и момент, \mathbf{n} и \mathbf{r} – нормаль к поверхности судна и вектор положения точки поверхности относительно начала корабельной системы координат, S_s – смоченная поверхность судна.

Давление в идеальной жидкости можно получить из интеграла Коши – Лагранжа:

$$p = -\rho \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{1}{2} (\nabla \varphi)^2 + gz \right) = -\rho \Phi - \rho gz, \quad (2.10)$$

где ρ – плотность жидкости, φ – потенциал скорости, t – время, g – ускорение свободного падения, Φ – потенциал ускорения [27], состоящий из линейной ($\varphi_t = \partial \varphi / \partial t$) и нелинейной ($v^2/2$) частей.

Для определения потенциальных функций φ и φ_t большое значение имеет теорема о существовании и единственности потенциального поля: если в каждой точке границы односвязного объёма однозначно заданы либо потенциал, либо его производная по нормали к границе, то внутри такого объёма существует поле с однозначным значением потенциала в любой точке. Из однозначности значения $\partial \varphi / \partial n$ на границе следует требование к её гладкости (отсутствию углов).

Поле скоростей жидкости в фиксированный момент времени определяется решением смешанной краевой задачи для уравнения Лапласа:

$$\Delta \varphi(x, y, z) = 0 \quad \text{в } \Omega, \quad (2.11)$$

$$\varphi(x, y, z) = \bar{\varphi}_w, \quad \text{на } S_w, \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial \varphi(x, y, z)}{\partial n} = \bar{v}_s, \quad \text{на } S_s, \quad (2.13)$$

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \varphi = 0; \quad \lim_{R \rightarrow \infty} \frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0 \quad \text{на } S_\infty, \quad (2.14)$$

где Ω – область жидкости, $S = S_s + S_w + S_\infty$ – граница области Ω , состоящая из смоченной поверхности судна S_s , свободной поверхности S_w и условной границы S_∞ на большом удалении R от судна, $\bar{\varphi}_w$ и \bar{v}_s – предварительно определяемые значения потенциала скорости и нормальной составляющей скорости на соответствующих участках границы. Определение $\bar{\varphi}_w$ и \bar{v}_s будет рассмотрено далее.

При наличии дна или твердых стенок S_b , ограничивающих объём жидкости, условие (2.13) следует применить к этим границам с учетом их неподвижности: $\bar{v}_b = 0$.

Волновое движение жидкости можно задать путём введения некоторой подвижной части границы S_q – волнопродуктора (рисунок 2.2). На этой границе вводится условие (2.13) с заданным движением $\bar{v}_q(t)$.

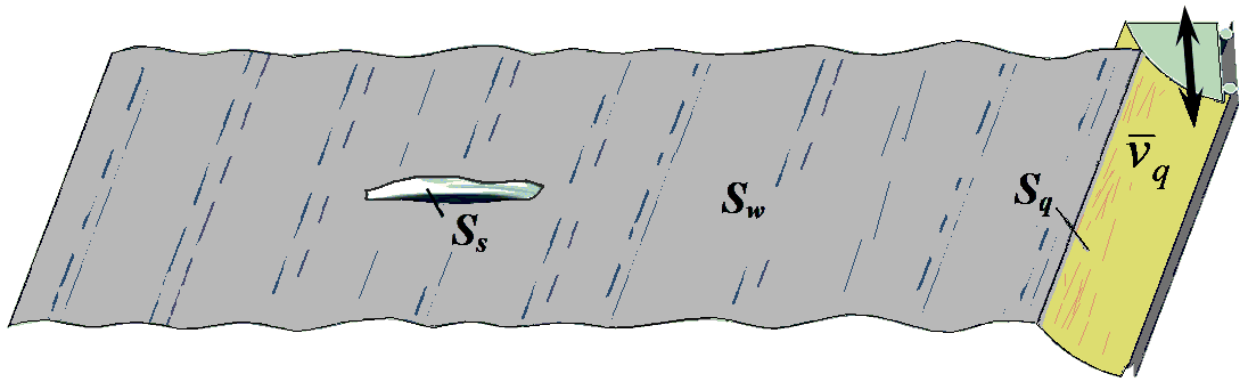


Рис. 2.2 Совместная модель волнообразования и качки судна

Уравнение Лапласа (2.11) для потенциала скорости жидкости является следствием закона сохранения массы и выводится из уравнения неразрывности в случае потенциального течения.

Для определения линейной части потенциала ускорения φ_t также может быть использована система (2.11) – (2.14) – в ней необходимо только заменить φ на φ_t . При этом уравнение Лапласа относительно φ_t выражает закон

сохранения гидродинамического равновесия и закон сохранения энергии (так как для вычисления силы F_W рассматривается консервативная система, то есть течение идеальной жидкости полагается без потери энергии).

Прежде чем решать систему уравнений (2.11) – (2.14) для функций φ и φ_t , необходимо получить выражения для граничных условий на свободной поверхности (2.12) и на смоченной поверхности судна (2.13), то есть $\bar{\varphi}_w$, \bar{v}_s , $\bar{\varphi}_{tw}$ и \bar{v}_{ts} . Очевидно, что эти условия в нестационарной задаче изменяются во времени и определяются движением судна и поверхности воды. Поэтому в конкретный момент времени t_i они вычисляются после решения уравнений движения (2.7) – (2.10) для предыдущих моментов времени.

Для решения уравнений движения требуется задать начальные условия (в момент времени t_0): положение судна и других границ, условия (2.12) и (2.13). При этом если движение начинается из состояния покоя, то $\bar{\varphi}_{w0} = 0$.

В последующие моменты времени t_i потенциал скорости на свободной границе можно вычислить с применением конечных разностей:

$$\bar{\varphi}_{wi} = \varphi_{w(i-1)} + \int_{t_{i-1}}^t \frac{d\varphi}{dt} dt \approx \varphi_{w(i-1)} + \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)_{w(i-1)} \cdot \Delta t,$$

где Δt – шаг между расчётными моментами времени. В этой формуле пока неизвестна скорость изменения потенциала в момент времени t_{i-1} . Определим её (индексы пока для краткости опустим)

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{\partial\varphi}{\partial t} + \frac{\partial\varphi}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial\varphi}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial\varphi}{\partial z} \frac{dz}{dt} = \varphi_t + (\nabla\varphi)^2.$$

На свободной поверхности воды $p = 0$. Отсюда из (2.10) получим

$$\varphi_t = \bar{\varphi}_{tw} = -\frac{1}{2} (\nabla\varphi_w)^2 - gz. \quad (2.15)$$

Тогда $\frac{d\varphi}{dt} = \frac{1}{2} (\nabla\varphi)^2 - gz$. В результате для граничного условия (2.12) на свободной поверхности получим:

$$\bar{\varphi}_{wi} \approx \varphi_{w(i-1)} + \left(\frac{1}{2} (\nabla\varphi)^2 - gz \right)_{w(i-1)} \Delta t. \quad (2.16)$$

Для кинематического граничного условия (2.13) на смоченной поверхности судна определим нормальные скорости и ускорения точек этой поверхности с учётом (2.3) и (2.4):

$$\bar{v}_s = \mathbf{n} \cdot \mathbf{v} = \mathbf{n} \cdot (\mathbf{v}_g + d'\mathbf{x}_\theta/dt + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{x}_\theta),$$

$$\bar{v}_{ts} = \mathbf{n} \cdot \mathbf{a} = \mathbf{n} \cdot \left(\mathbf{a}_g + d'^2\mathbf{x}_\theta/dt^2 + 2\boldsymbol{\omega} \times d'\mathbf{x}_\theta/dt + \dot{\boldsymbol{\omega}} \times \mathbf{x}_\theta + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{x}_\theta) \right) - \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{2} (\nabla\varphi)^2 \right)$$

С учётом ортогональности векторов \mathbf{n} и $d'\mathbf{x}_\theta/dt$ эти выражения могут быть приведены к виду [27]:

$$\bar{v}_s = \mathbf{n} \cdot (\mathbf{v}_g + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{x}_\theta), \quad (2.17)$$

$$\bar{v}_{ts} = \mathbf{n} \cdot (\mathbf{a}_g + \dot{\boldsymbol{\omega}} \times \mathbf{x}_\theta) + q, \quad (2.18)$$

где $q = \mathbf{n} \cdot (\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{x}_\theta) + 2\boldsymbol{\omega} \times d'\mathbf{x}_\theta/dt) - k_n (d'\mathbf{x}_\theta/dt)^2 - \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{2} (\nabla \varphi)^2 \right)$, (2.19)

k_n – нормальная кривизна поверхности судна вдоль линии тока, $d'\mathbf{x}_\theta/dt = \nabla \varphi - \mathbf{v}_g - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{x}_\theta$. В формуле (2.18) первое слагаемое соответствует ускорению плавающего тела, а слагаемые в (2.19) можно вычислить, определив поле скоростей жидкости.

2.2. Численный волновой бассейн

Практическая реализация математической модели, рассмотренной в п. 2.1, без дополнительных упрощений возможна только с применением компьютерного моделирования. Методическое и программное обеспечение, реализующее подобные математические модели, получило обобщённое название «численный волновой бассейн» (Numerical Wave Tank).

В основе методик численного волнового бассейна лежат численные методы и алгоритмы решения уравнений движения (2.7) – (2.10) с начальными условиями (задачи Коши) и уравнений, выражающих законы сохранения для идеальной жидкости (краевой задачи для уравнения Лапласа (2.11) – (2.14)).

2.2.1. Применение метода граничных элементов

Потенциальные линейные функции φ и φ_t в любой момент времени должны удовлетворять уравнениям (2.11) – (2.14). Допустим, что условия (2.14) выполняются. Тогда смешанная краевая задача для уравнения Лапласа относительно функции φ может быть записана в виде

$$\Delta \varphi(x) = 0 \quad \text{в} \quad \Omega,$$

$$\varphi(x) = \bar{\varphi} \quad \text{на} \quad S_\varphi,$$

$$\frac{\partial \varphi(x)}{\partial n} = \bar{v} \quad \text{на} \quad S_v,$$

где x – некоторая точка области Ω с декартовыми координатами (x_1, x_2, x_3) , $S = S_\varphi + S_v$ – граница области Ω , состоящая из частей, на которых заданы соответственно $\bar{\varphi}$ и \bar{v} .

Существуют способы решения данной задачи, например, методом Бубнова – Галеркина с преобразованием интегралов по объёму к интегралам по границам по теореме Остроградского - Гаусса [4]. В результате можно получить граничное интегральное уравнение:

$$\begin{aligned} c(\xi)\varphi(\xi) + \int_{S_\varphi} \bar{\varphi}(x)v^*(\xi,x)dS(x) + \int_{S_v} \varphi(x)v^*(\xi,x)dS(x) = \\ = \int_{S_\varphi} v(x)\varphi^*(\xi,x)dS(x) + \int_{S_v} \bar{v}(x)\varphi^*(\xi,x)dS(x) \end{aligned}$$

или
$$c(\xi)\varphi(\xi) + \int_S \varphi(x)v^*(\xi,x)dS(x) = \int_S v(x)\varphi^*(\xi,x)dS(x), \quad (2.20)$$

где ξ – некоторая точка области Ω с декартовыми координатами (ξ_1, ξ_2, ξ_3) , $c(\xi)$ – относительный внутренний угол границы в точке ξ (для точки на гладкой границе $c = 0.5$, для внутренней точки $c = 1$), φ^* – фундаментальное решение для уравнения Лапласа, $v^* = \frac{\partial \varphi^*}{\partial n}$.

Фундаментальное решение для оператора Лапласа представляет собой потенциал источника единичной интенсивности в бесконечной области [4]:

$$\varphi^*(\xi, x) = \frac{1}{4\pi R(\xi, x)}, \quad (2.21)$$

где ξ – точка, в которой расположен источник, x – текущая точка (точка наблюдения), R – расстояние между этими точками.

При решении интегрального уравнения (2.20) не обязательно рассматривать внутренние точки области Ω . Если интерес представляет только решение на границе, то при применении численной процедуры система алгебраических уравнений будет иметь существенно меньший порядок.

Метод граничных элементов (МГЭ) является численным методом решения уравнения (2.20). Он заключается в следующем [4]: искомые функции $\varphi(x)$ и $v(x)$ (на границах S_v и S_φ соответственно) представляются в виде рядов:

$$\begin{aligned} \varphi(x) &= \sum_{i=1}^n \varphi_i u_i(x), \\ v(x) &= \sum_{i=1}^n v_i u_i(x), \end{aligned} \quad (2.22)$$

где φ_i и v_i – значения искомого функций в заданных точках (узлах) на границе S , $u_i(x)$ – заданные аппроксимирующие (базисные) функции локального вида (они не равны нулю в малых окрестностях точки i границы S , которые называют граничными элементами), n – число узлов на грани-

це S . Формулы (2.22) можно представить отдельно для каждого граничного элемента (ГЭ) k в виде

$$\begin{aligned}\varphi_k(\eta) &= \sum_{j=1}^m \varphi_{jk} u_{jk}(\eta) = \{U\}_k^T \{\varphi\}_k, \\ v_k(\eta) &= \sum_{j=1}^m v_{jk} u_{jk}(\eta) = \{U\}_k^T \{v\}_k,\end{aligned}\tag{2.23}$$

где η - точка границы в местной нормированной системе координат граничного элемента (рис.2.2), m - число узлов элемента.

Подставим (2.23) в (2.20). При этом заменим интегралы по границе суммами интегралов по граничным элементам, учитывая свойство локальности базисных функций. Уравнение (2.20) для каждого узла i принимает вид:

$$\begin{aligned}c(\xi_i) \varphi(\xi_i) + \sum_{k=1}^N \int_{\Gamma_k} \{U\}_k^T v^*(\xi_i, \eta_k) dS_k \{\varphi\}_k &= \\ = \sum_{k=1}^N \int_{\Gamma_k} \{U\}_k^T \varphi^*(\xi_i, \eta_k) dS_k \{v\}_k, & \quad i = 1, 2, \dots, n,\end{aligned}\tag{2.24}$$

где N - число элементов. Систему уравнений (2.24) можно записать в матричном виде

$$[H]\{\varphi\} = [G]\{v\},\tag{2.25}$$

где $[H]$ и $[G]$ - заполненные, несимметричные матрицы порядка $n \times n$, $\{\varphi\}$ и $\{v\}$ - векторы узловых значений функций φ и v .

Различные формулировки метода граничных элементов отличаются видом фундаментального решения (в зависимости от вида исходных уравнений), размерностью исследуемого пространства, видом граничных элементов (отрезки линии, треугольные, четырехугольные и др.) и видом базисных функций в формулах (2.23) (линейные, квадратичные и др.) [4].

В уравнения МГЭ (2.24) входят интегралы по элементам. Рассмотрим вычисление этих интегралов. В трёхмерных задачах будем использовать четырехугольные граничные элементы с узлами в углах и линейными аппроксимирующими функциями. В этом случае в формулах (2.23) $m = 4$, а функции формы имеют вид [4]

$$\{U\} = \frac{1}{4} \begin{Bmatrix} 1 - \eta_1 - \eta_2 + \eta_1 \eta_2 \\ 1 + \eta_1 - \eta_2 - \eta_1 \eta_2 \\ 1 + \eta_1 + \eta_2 + \eta_1 \eta_2 \\ 1 - \eta_1 + \eta_2 - \eta_1 \eta_2 \end{Bmatrix};\tag{2.26}$$

где η_1 и η_2 - местные нормированные координаты элемента (рис.2.3).

Здесь применяется линейное изопараметрическое отображение элемента, то есть функции (2.26) применяются не только для аппроксимации φ и v , но и для описания геометрии элемента [4]:

$$x_k(\eta) = \sum_{j=1}^4 x_{jk} u_{jk}(\eta) = \{U\}_k^T \{x\}_k. \quad (2.27)$$

Аналогичная формула применяется для координат y и z ¹⁾.

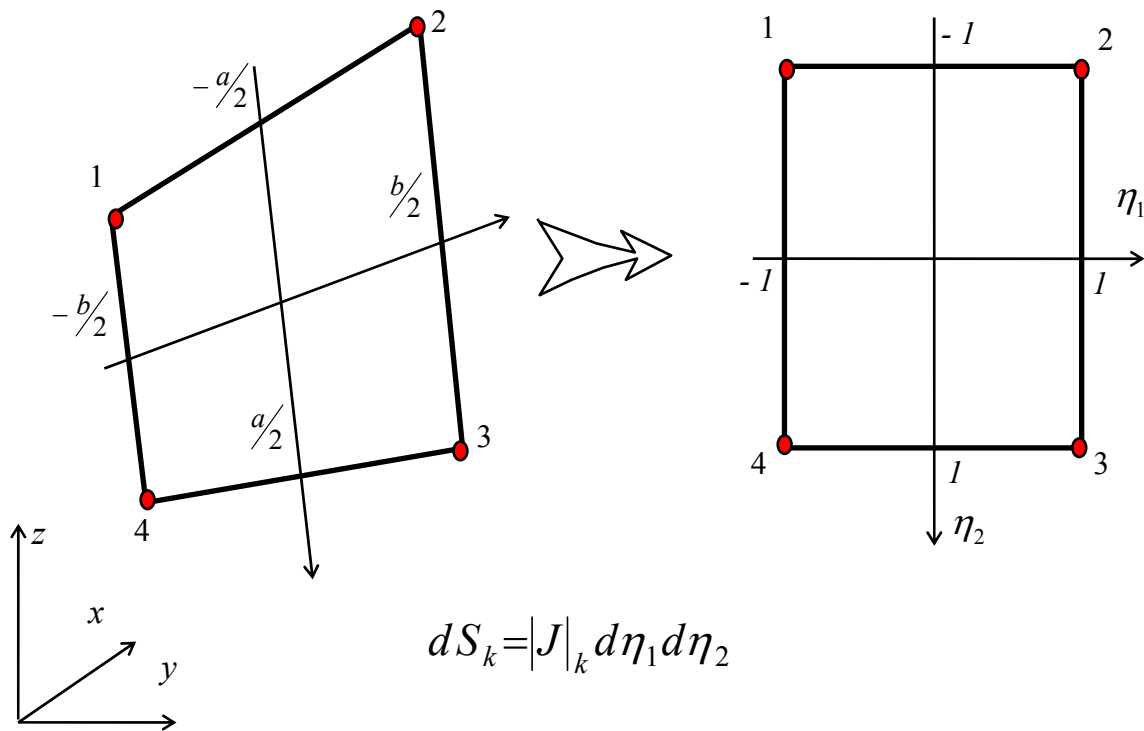


Рис. 2.3. Четырехугольный элемент в общей и местной системах координат

Дифференциал площади элемента

$$d\Gamma_k = |J|_k d\eta_1 d\eta_2. \quad (2.28)$$

В данном случае для плоских элементов якобиан преобразования $|J|$ (индекс k опустим для краткости) определяется в виде [4]:

$$|J| = \sqrt{g_1^2 + g_2^2 + g_3^2}, \quad (2.29)$$

¹⁾ В этом разделе приняты два варианта обозначений элементов вектора $\{x\}$: $\{x_1, x_2, x_3\}$ и $\{x, y, z\}$. Это сделано для того, чтобы избежать применения двойных индексов.

где

$$\left. \begin{aligned} g_1 &= \frac{\partial y}{\partial \eta_1} \frac{\partial z}{\partial \eta_2} - \frac{\partial z}{\partial \eta_1} \frac{\partial y}{\partial \eta_2}; \\ g_2 &= \frac{\partial z}{\partial \eta_1} \frac{\partial x}{\partial \eta_2} - \frac{\partial x}{\partial \eta_1} \frac{\partial z}{\partial \eta_2}; \\ g_3 &= \frac{\partial x}{\partial \eta_1} \frac{\partial y}{\partial \eta_2} - \frac{\partial y}{\partial \eta_1} \frac{\partial x}{\partial \eta_2}. \end{aligned} \right\} \quad (2.30)$$

Подставив выражение (2.27) и аналогичные формулы для координат y и z в (2.30) и выполнив операции дифференцирования, получим

$$\left. \begin{aligned} g_1 &= \frac{1}{8}(A_1 + B_1 \eta_1 + C_1 \eta_2), \\ g_2 &= \frac{1}{8}(A_2 + B_2 \eta_1 + C_2 \eta_2), \\ g_3 &= \frac{1}{8}(A_3 + B_3 \eta_1 + C_3 \eta_2), \end{aligned} \right\} \quad (2.31)$$

где

$$\begin{aligned} A_1 &= (y_1 - y_3)(z_2 - z_4) - (y_2 - y_4)(z_1 - z_3), \\ A_2 &= (z_1 - z_3)(x_2 - x_4) - (z_2 - z_4)(x_1 - x_3), \\ A_3 &= (x_1 - x_3)(y_2 - y_4) - (x_2 - x_4)(y_1 - y_3), \\ B_1 &= (y_2 - y_1)(z_3 - z_4) + (y_3 - y_4)(z_1 - z_2), \\ B_2 &= (z_2 - z_1)(x_3 - x_4) + (z_3 - z_4)(x_1 - x_2), \\ B_3 &= (x_2 - x_1)(y_3 - y_4) + (x_3 - x_4)(y_1 - y_2), \\ C_1 &= (y_4 - y_1)(z_2 - z_3) + (y_2 - y_3)(z_1 - z_4), \\ C_2 &= (z_4 - z_1)(x_2 - x_3) + (z_2 - z_3)(x_1 - x_4), \\ C_3 &= (x_4 - x_1)(y_2 - y_3) + (x_2 - x_3)(y_1 - y_4). \end{aligned}$$

Индексы координат в этих формулах обозначают номера узлов элемента.

В результате система интегральных уравнений (2.24), соответствующая смешанной задаче для уравнения Лапласа, записанная в местной нормированной системе координат каждого элемента, принимает вид

$$\begin{aligned}
c_i \varphi_i - \sum_{k=1}^N H_{ik} \iint_{\eta_1 \eta_2} \{U\}_k^T \frac{|J|_k}{4\pi R_{ik}^3(\eta_1; \eta_2)} d\eta_1 d\eta_2 \{\varphi\}_k = \\
= \sum_{k=1}^N \iint_{\eta_1 \eta_2} \{U\}_k^T \frac{|J|_k}{4\pi R_{ik}(\eta_1; \eta_2)} d\eta_1 d\eta_2 \{v\}_k,
\end{aligned} \tag{2.32}$$

где $i = 1, 2, \dots, n$, n - число узлов сетки граничных элементов, H_{ik} - расстояние от точки i до плоскости элемента k , $R_{ik}(\eta_1, \eta_2) = \sqrt{(\xi_{1i} - x_{1k}(\eta_1, \eta_2))^2 + (\xi_{2i} - x_{2k}(\eta_1, \eta_2))^2 + (\xi_{3i} - x_{3k}(\eta_1, \eta_2))^2}$ - расстояние от узла i до переменной точки элемента k .

Если точка i не принадлежит граничному элементу, то интегралы в уравнениях (2.32) в общем случае можно вычислить по квадратурным формулам Гаусса [4]:

$$\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 F(\eta_1; \eta_2) d\eta_1 d\eta_2 \approx \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m F(\eta_{1i}; \eta_{2j}) w_i w_j, \tag{2.33}$$

где η_{1i}, η_{2j} - координаты точек интегрирования, w_i, w_j - соответствующие им весовые коэффициенты, n, m - число точек интегрирования по координатам η_1, η_2 .

Если точка i принадлежит области интегрирования, то есть совпадает с одним из узлов элемента, то интегралы в (2.32) становятся сингулярными. В этом случае коэффициенты в левой части уравнения, содержащие интегралы, равны нулю, так как $H_{ik} = 0$. Сингулярные интегралы в правой части (2.32) можно вычислить по специальным формулам численного интегрирования [4].

2.2.2. Алгоритм решения задачи

В качестве исходных данных к расчету динамики судна задаются: граничные поверхности; массовые характеристики и геометрия корпуса судна (в корабельной системе координат); упор винта; движение волнопродуктора; коэффициенты вязкостного сопротивления и др.

Обобщённая блок-схема расчёта представлена на рисунке 2.4. Интегрирование уравнения движения судна (2.7) можно выполнить одним из численных методов, например, методом Рунге-Кутты.

Гидродинамические силы F_w определяются путём интегрирования давлений по смоченной поверхности судна по формулам (2.9). Для вычисления давлений используется формула (2.10). Потенциальное поле скоростей жидкости в каждый момент времени определяется с помощью МГЭ с дискретизацией всех границ (смоченной поверхности судна, прилегающей

свободной поверхности воды, поверхностей волнопродуктора и, при ограниченной глубине или ширине расчётного бассейна, его дна или стенок).

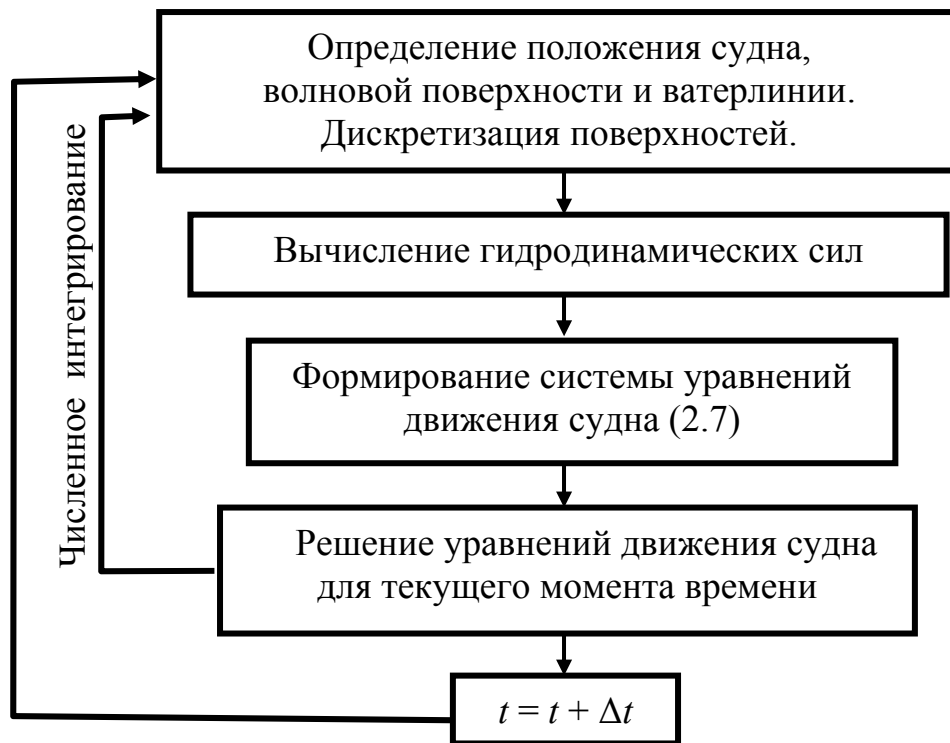


Рисунок 2.4 Обобщённая блок-схема решения задачи о качке судна

В формулу (2.10) входит линейная часть потенциала ускорений $\varphi_t = \partial\varphi/\partial t$, вычисление которой представляет проблему.

В некоторых простых задачах возможно вычисление этой величины с помощью конечной разности:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} \approx \frac{\varphi(t_i) - \varphi(t_{i-1})}{\Delta t}.$$

Однако значение потенциала скорости в фиксированной точке в один из моментов времени (t_i или t_{i+1}) может оказаться неопределённым, если при движении смоченной поверхности эта точка оказывается за пределами области жидкости. Исключить эту неопределённость или уменьшить её влияние можно только приближёнными способами экстраполяции в сочетании с уменьшением Δt и размеров граничных элементов. Этот способ для подвижной границы не гарантирует сходимости процесса численного расчёта.

Более трудоёмким, но корректным является определение φ_t из решения краевой задачи (2.11) – (2.14) – в ней необходимо только заменить φ на φ_t .

$$\Delta\varphi_t(x, y, z) = 0 \quad \text{в } \Omega, \quad (2.34)$$

$$\varphi_t(x, y, z) = \bar{\varphi}_{tw}, \quad \text{на } S_w, \quad (2.35)$$

$$\frac{\partial\varphi_t(x, y, z)}{\partial n} = \bar{v}_{ts}, \quad \text{на } S_s, \quad (2.36)$$

Решается данная задача с помощью МГЭ. Фундаментальное решение типа (2.21) позволяет автоматически удовлетворить условиям на бесконечности. Для решения этой задачи необходимо предварительно определить граничные условия, то есть значения $\bar{\varphi}_{tw}$ и \bar{v}_{ts} по формулам (2.15) и (2.18). Для определения $\bar{\varphi}_{tw}$ вначале должна быть решена краевая задача относительно потенциала скорости.

Для вычисления \bar{v}_{ts} необходимы ускорения судна. Для текущего момента времени они неизвестны. Методы решения этой проблемы можно найти в работе [27]. Наиболее прост итерационный подход, в соответствии с которым на первом итерационном шаге ускорения \mathbf{a}_g и $\dot{\boldsymbol{\omega}}$ задаются приближённо. В качестве первого приближения удобно использовать значения ускорений на предыдущем шаге по времени.

В результате уточнённая блок-схема численного моделирования движения судна имеет вид, представленный на рисунке 2.5.

При выборе метода численного интегрирования уравнений движения по времени важно обеспечить устойчивость и достаточную точность вычислений. На практике хорошие результаты даёт метод Рунге-Кутты (четвёртого порядка точности) и метод Рунге-Кутты-Гила (пятого порядка точности). С применением этих методов движение волн и качку судна можно моделировать с удовлетворительной точностью при шаге по времени $\Delta t \leq T_w/20$, где T_w – период волн. Шаг Δt также должен быть согласован с размерами граничных элементов Δx . Ориентировочная оценка такого согласования:

$$\Delta t \leq 1.6 \sqrt{\frac{\Delta x}{g}}.$$

Приведём схему численного интегрирования методом Рунге-Кутты [27]. Для этого вначале введём обозначения: $\mathbf{x}_{wj}(t)$ – вектор положения узла волновой поверхности; $\varphi_{wj}(t)$ – потенциал скорости в узле волновой поверхности; $\mathbf{q}(t)$, $\dot{\mathbf{q}}(t)$, $\ddot{\mathbf{q}}(t)$ – векторы перемещения, скорости и ускорения судна; $S(t) = S(\mathbf{x}_{wj}(t), \mathbf{q}(t))$ – граница расчётной области жидкости, определяемая положением узлов волновой поверхности и судна; $\varphi(S(t))$ и $\varphi_t(S(t))$ – потенциал скорости и потенциал ускорений на границе $S(t)$, полученные по МГЭ.

Численное интегрирование на каждом шаге по времени Δt выполняется в четыре этапа:

- первый шаг: $\Delta \mathbf{x}_{wj1} = \nabla \varphi(S(t)) \Delta t$; $\mathbf{x}_{wj1} = \mathbf{x}_{wj}(t) + \frac{1}{2} \Delta \mathbf{x}_{wj1}$;

$$\Delta \varphi_{wj1} = (-gz_j + \frac{1}{2} (\nabla \varphi(S(t)))^2) \Delta t$$
; $\varphi_{wj1} = \varphi_{wj}(t) + \frac{1}{2} \Delta \varphi_{wj1}$;

$$\Delta \dot{\mathbf{q}}_1 = \ddot{\mathbf{q}}(\varphi(S(t)), \varphi_t(S(t))) \Delta t$$
; $\dot{\mathbf{q}}_1 = \dot{\mathbf{q}}(t) + \frac{1}{2} \Delta \dot{\mathbf{q}}_1$;

$$\Delta \mathbf{q}_1 = \dot{\mathbf{q}}(t) \Delta t$$
; $\mathbf{q}_1 = \mathbf{q}(t) + \frac{1}{2} \Delta \mathbf{q}_1$;

$S_1 = S(\mathbf{x}_{wj1}, \mathbf{q}_1)$ - перестроение и разбиение границ;
 $\varphi(S_1)$ вычисляется по МГЭ; $\varphi_t(S_1)$ вычисляется по МГЭ;

- второй шаг:

$$\Delta \mathbf{x}_{wj2} = \nabla \varphi(S_1) \Delta t$$
; $\mathbf{x}_{wj2} = \mathbf{x}_{wj}(t) + c_1 \Delta \mathbf{x}_{wj1} + c_2 \Delta \mathbf{x}_{wj2}$;

$$\Delta \varphi_{wj2} = (-gz_{j1} + \frac{1}{2} (\nabla \varphi(S_1))^2) \Delta t$$
; $\varphi_{wj2} = \varphi_{wj}(t) + c_1 \Delta \varphi_{wj1} + c_2 \Delta \varphi_{wj2}$;

$$\Delta \dot{\mathbf{q}}_2 = \ddot{\mathbf{q}}(\varphi(S_1), \varphi_t(S_1)) \Delta t$$
; $\dot{\mathbf{q}}_2 = \dot{\mathbf{q}}(t) + c_1 \Delta \dot{\mathbf{q}}_1 + c_2 \Delta \dot{\mathbf{q}}_2$;

$$\Delta \mathbf{q}_2 = \dot{\mathbf{q}}_1 \Delta t$$
; $\mathbf{q}_2 = \mathbf{q}(t) + c_1 \Delta \mathbf{q}_1 + c_2 \Delta \mathbf{q}_2$;

$S_2 = S(\mathbf{x}_{wj2}, \mathbf{q}_2)$ - перестроение и разбиение границ;
 $\varphi(S_2)$ вычисляется по МГЭ; $\varphi_t(S_2)$ вычисляется по МГЭ;

- третий шаг:

$$\Delta \mathbf{x}_{wj3} = \nabla \varphi(S_2) \Delta t$$
; $\mathbf{x}_{wj3} = \mathbf{x}_{wj}(t) + c_3 \Delta \mathbf{x}_{wj2} + c_4 \Delta \mathbf{x}_{wj3}$;

$$\Delta \varphi_{wj3} = (-gz_{j2} + \frac{1}{2} (\nabla \varphi(S_2))^2) \Delta t$$
; $\varphi_{wj3} = \varphi_{wj}(t) + c_3 \Delta \varphi_{wj2} + c_4 \Delta \varphi_{wj3}$;

$$\Delta \dot{\mathbf{q}}_3 = \ddot{\mathbf{q}}(\varphi(S_2), \varphi_t(S_2)) \Delta t$$
; $\dot{\mathbf{q}}_3 = \dot{\mathbf{q}}(t) + c_3 \Delta \dot{\mathbf{q}}_2 + c_4 \Delta \dot{\mathbf{q}}_3$;

$$\Delta \mathbf{q}_3 = \dot{\mathbf{q}}_2 \Delta t$$
; $\mathbf{q}_3 = \mathbf{q}(t) + c_3 \Delta \mathbf{q}_2 + c_4 \Delta \mathbf{q}_3$;

$S_3 = S(\mathbf{x}_{wj3}, \mathbf{q}_3)$ - перестроение и разбиение границ;
 $\varphi(S_3)$ вычисляется по МГЭ; $\varphi_t(S_3)$ вычисляется по МГЭ;

- четвёртый шаг:

$$\Delta \mathbf{x}_{wj4} = \nabla \varphi(S_3) \Delta t$$
; $\mathbf{x}_{wj}(t+\Delta t) = \mathbf{x}_{wj}(t) + \frac{1}{6} (\Delta \mathbf{x}_{wj1} + c_5 \Delta \mathbf{x}_{wj2} + c_6 \Delta \mathbf{x}_{wj3} + \Delta \mathbf{x}_{wj4})$;

$$\Delta \varphi_{wj4} = (-gz_{j3} + \frac{1}{2} (\nabla \varphi(S_3))^2) \Delta t$$
;

$$\varphi_{wj}(t+\Delta t) = \varphi_{wj}(t) + \frac{1}{6} (\Delta \varphi_{wj1} + c_5 \Delta \varphi_{wj2} + c_6 \Delta \varphi_{wj3} + \Delta \varphi_{wj4})$$
;

$$\Delta \dot{\mathbf{q}}_4 = \ddot{\mathbf{q}}(\varphi(S_3), \varphi_t(S_3)) \Delta t$$
; $\dot{\mathbf{q}}(t+\Delta t) = \dot{\mathbf{q}}(t) + \frac{1}{6} (\Delta \dot{\mathbf{q}}_1 + c_5 \Delta \dot{\mathbf{q}}_2 + c_6 \Delta \dot{\mathbf{q}}_3 + \Delta \dot{\mathbf{q}}_4)$;

$$\Delta \mathbf{q}_4 = \dot{\mathbf{q}}_3 \Delta t$$
; $\mathbf{q}(t+\Delta t) = \mathbf{q}(t) + \frac{1}{6} (\Delta \mathbf{q}_1 + c_5 \Delta \mathbf{q}_2 + c_6 \Delta \mathbf{q}_3 + \Delta \mathbf{q}_4)$;

$S(t+\Delta t) = S(\mathbf{x}_{wj3}, \mathbf{q}_3)$ - перестроение и разбиение границ;
 $\varphi(S(t+\Delta t))$ вычисляется по МГЭ; $\varphi_t(S(t+\Delta t))$ вычисляется по МГЭ.

Коэффициенты c_k в этих формулах определяются по таблице 2.1.



Рисунок 2.5 Блок-схема решения задачи о качке судна

Таблица 2.1 – Коэффициенты численного интегрирования

Коэффициенты	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6
Метод Рунге-Кутта	0	$\frac{1}{2}$	0	1	2	2
Метод Рунге-Кутта-Гила	$\frac{1}{2}(\sqrt{2}-1)$	$\frac{1}{2}(2-\sqrt{2})$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}(2+\sqrt{2})$	$2-\sqrt{2}$	$2+\sqrt{2}$

2.3. Линейные модели качки

Применение численного моделирования позволяет выполнить анализ произвольного движения судна на различных модельных нелинейных волнах. Однако такие вычислительные эксперименты требуют значительных компьютерных ресурсов. Во многих случаях полезны более простые – линейные модели качки, основанные на теории линейного волнения, рассмотренной в разделе 1.3.

В линейной теории уравнение движения судна (2.7) в корабельной системе координат имеет вид:

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{F}$$

или в развёрнутом матричном виде:

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & m\zeta_g & -m\eta_g \\ & m & 0 & -m\zeta_g & 0 & m\xi_g \\ & & m & 0 & -m\xi_g & 0 \\ & & & I_{\xi\xi} & I_{\xi\eta} & I_{\xi\zeta} \\ & & & & I_{\eta\eta} & I_{\eta\zeta} \\ & & & & & I_{\zeta\zeta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{g\xi} \\ a_{g\eta} \\ a_{g\zeta} \\ \dot{\omega}_\xi \\ \dot{\omega}_\eta \\ \dot{\omega}_\zeta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_\xi \\ F_\eta \\ F_\zeta \\ M_\xi \\ M_\eta \\ M_\zeta \end{bmatrix}, \quad (2.37)$$

где \mathbf{m} – матрица масс судна, $\ddot{\mathbf{q}}$ – вектор обобщённых ускорений, \mathbf{F} – вектор обобщённых сил.

Вектор правой части системы определяется формулой (2.8), в которой потенциальное воздействие жидкости \mathbf{F}_W , учитывая линейность задачи, можно получить суперпозицией отдельных составляющих (рис. 2.6):

$$\mathbf{F}_W = \mathbf{F}_{W0} + \mathbf{F}_D + \mathbf{F}_K + \mathbf{F}_S, \quad (2.38)$$

где \mathbf{F}_{W0} – силы воздействия внешних волн на судно в предположении, что поле волновых давлений не искажается присутствием судна (силы Крылова – Фруда), \mathbf{F}_D – дифракционные внешние силы (корректирующие гипотезы)

тезу Крылова – Фруда), обусловленные тем, что судно искажает течение набегающих волн, F_K – гидродинамические силы, образующиеся при качке судна на тихой воде, F_S – гидростатические силы.

Силы можно вычислить путём интегрирования давлений по смоченной поверхности судна по формулам (2.9). Выражение для давления получим из формулы (2.10), переходя к корабельной системе координат и учитывая только линейные слагаемые:

$$p = -\rho \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} - v_c \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} \right) - \rho g (\zeta + z_g - \xi \psi + \eta \phi), \quad (2.39)$$

где v_c – скорость судна. Потенциал скорости φ , с учётом формулы (2.38), включает несколько слагаемых:

$$\varphi = \varphi_{w0} + \varphi_D + \varphi_K = \varphi_{w0} + \varphi_D + \sum_{i=1}^6 \varphi_i,$$

где φ_i – потенциалы скорости, соответствующие элементарным колебаниям судна на тихой воде по степеням свободы i .

Потенциал φ_{w0} определяется по линейной теории волнения решением краевой задачи для уравнения Лапласа (1.3) с граничным условием (1.12). Решение для регулярных волн имеет вид (1.14).

Потенциалы φ_i по каждой степени свободы можно определить решением соответствующих систем (1.3), (1.12) с дополнительными граничными условиями на смоченной поверхности судна:

$$\frac{\partial \varphi_i(x, y, z)}{\partial n} = v_n \quad \text{на } S_s, \quad (2.40)$$

где v_n – проекция скорости на нормаль к смоченной поверхности судна.

Для вычисления потенциал φ_D также используются уравнения (1.3), (1.12) и граничное условие на смоченной поверхности судна. Оно получается из условия (2.13) с учётом того, для неподвижного судна потенциалы φ_K и нормальные скорости на его поверхности равны нулю

$$\frac{\partial \varphi_{w0}}{\partial n} + \frac{\partial \varphi_D}{\partial n} = 0 \quad \text{на } S_s.$$

В справочной литературе [17] можно найти более подробное определение обобщённых сил. Внешние силы, в конечном счете, могут быть выражены в зависимости от параметров волн (высота, длина и пр.), а гидродинамические реакции на колебания судна – от кинематических параметров качки (перемещения, скорости и ускорения). Тогда уравнения движения (2.37) можно представить в следующем виде

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{a}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{b}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{c}\mathbf{q} = \mathbf{F}_{w0D}(h_w, \alpha_w), \quad (2.41)$$

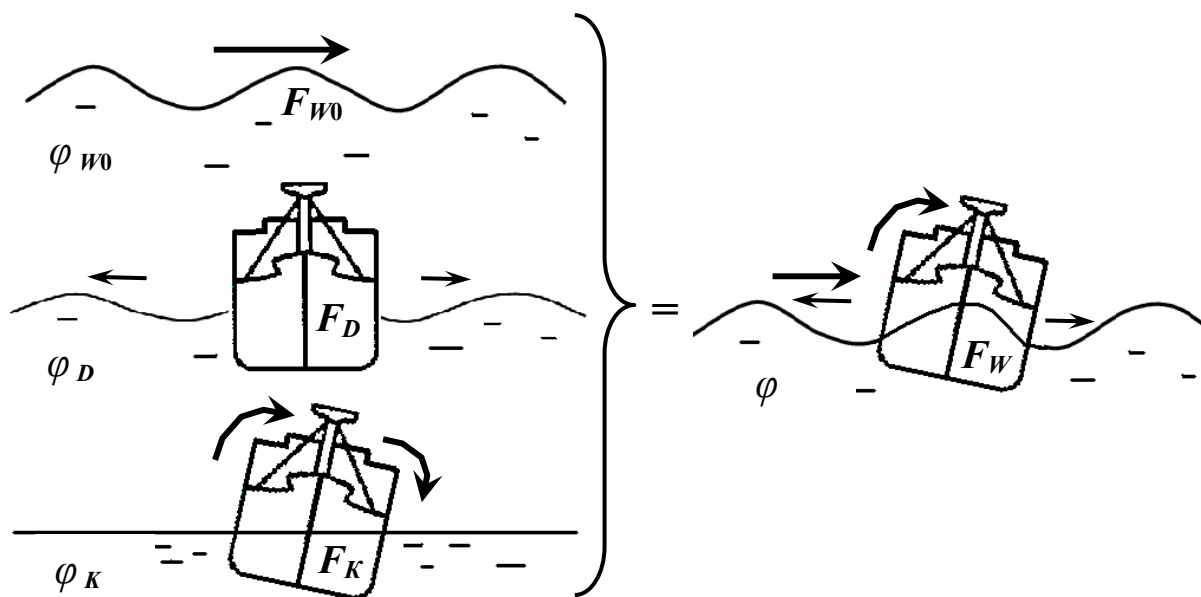


Рисунок 2.6 Составляющие колебательных движений жидкости и гидродинамических сил в теории линейной качки судна

где \mathbf{a} – матрица инерции жидкости (присоединённых масс), \mathbf{b} – матрица коэффициентов гидродинамического демпфирования, обусловленного рассеянием энергии колебаний судна расходящимися от него волнами, \mathbf{c} – матрица коэффициентов жёсткости (гидростатических сил), $\ddot{\mathbf{q}}$, $\dot{\mathbf{q}}$ и \mathbf{q} – векторы обобщённых ускорений, скоростей и перемещений, $\mathbf{F}_{w0D}(h_w, \alpha_w)$ – вектор внешних обобщённых сил, h_w, α_w – высота и наибольший угол склона волн.

Коэффициенты матриц присоединённых масс и демпфирования зависят от параметров судна и частоты волн. Для практических расчётов они могут быть определены по справочным данным, приведённым в [2, 7, 17].

Учитывая громоздкость общих уравнений линейной качки и их ограниченное прикладное значение, связанное с допущениями линейной теории, в инженерных расчётах обычно используются упрощённые уравнения частных видов качки. Они получаются, если пренебречь коэффициентами системы (2.41), связывающими уравнения. Практический интерес представляют уравнения качки относительно положения устойчивого равновесия судна, называемые основными, – это уравнения вертикальной, бортовой и килевой качки.

В общем виде матрицы присоединённых масс и демпфирования размером 6×6 являются заполненными, симметричными. Если судно симметрично относительно ДП, часть коэффициентов становятся равными нулю, в результате чего система шести уравнений (2.41) распадается на две независимые системы. Первая система, включающая нечётные уравнения (1, 3, 5), описывает продольную качку по степеням свободы η_1, η_3 и ψ (обозначения смотри-

те на рисунке 2.1 и в формуле (2.2)). Вторая система уравнений (2, 4, 6) моделирует поперечную качку по степеням свободы η_2 , \square и χ .

Так как гидродинамические силы при продольных горизонтальных колебаниях судна относительно малы, при анализе продольной качки они обычно не учитываются. В результате продольная качка описывается системой двух уравнений (килевой и вертикальной качки).

$$\left. \begin{aligned} a_{33}\ddot{\zeta}_g + b_{33}\dot{\zeta}_g + c_{33}\zeta_g + a_{35}\ddot{\psi} + b_{35}\dot{\psi} + c_{35}\psi &= F_d \cos \omega_\kappa t + F_i \sin \omega_\kappa t; \\ a_{53}\ddot{\zeta}_g + b_{53}\dot{\zeta}_g + c_{53}\zeta_g + a_{55}\ddot{\psi} + b_{55}\dot{\psi} + c_{55}\psi &= M_d \cos \omega_\kappa t + M_i \sin \omega_\kappa t, \end{aligned} \right\}$$

где a_{ij} , b_{ij} и c_{ij} – присоединённые массы, коэффициенты демпфирования и гидростатических сил (матриц **a**, **b** и **c** уравнений (2.41)), F_d , F_i , M_d и M_i – составляющие внешних сил и моментов, ω_κ – кажущаяся частота волн.

Если неподвижное судно симметрично относительно мидель-шпангоута, центр масс лежит в этой плоскости, а удлинение судна большое, то из уравнений поперечной качки остаются связанными только уравнения бортовой и поперечно-горизонтальной качки (4 и 2). Но и эту систему можно упростить, рассматривая только уравнение бортовой качки и вводя приближённые поправки на влияние горизонтальных колебаний.

Уравнение вертикальной качки имеет простой вид, если при определении внешних сил считать, что судно располагается лагом к длинным волнам (существенно превышающим ширину судна):

$$(m + a_{33})\ddot{\zeta} + b_{33}\dot{\zeta} + \rho g S_0 = z_w (\rho g S_0 - a_{33}\omega_0^2 + i\omega_0 b_{33}), \quad (2.42)$$

где m – масса судна, S_0 – площадь ватерлинии, $z_w = r e^{i\omega_0 t}$ – профиль волн, ω_0 – частота волн.

Уравнение бортовой качки приведём пренебрегая дифракционными силами и считая, что центр масс судна лежит близко к ватерлинии:

$$(I_{\xi\xi} + a_{44})\ddot{\phi} + b_{44}\dot{\phi} + mgh\phi = mgh\kappa_\phi\alpha, \quad (2.43)$$

где h – поперечная начальная метацентрическая высота, κ_ϕ – поправочный коэффициент волнового момента [2, 16, 17], $\alpha = \alpha_0 e^{i\omega_0 t}$ – угол волнового склона, $\alpha_0 = 2\pi r/\lambda$ – амплитуда угла волнового склона.

При отсутствии волнения в уравнениях (2.41) – (2.43) правые части равны нулю. Приближённые изолированные уравнения основных свободных колебаний судна имеют вид:

$$\begin{aligned} (m + a_{33})\ddot{\zeta} + b_{33}\dot{\zeta} + \rho g S_0 \zeta &= 0; \\ (I_{\xi\xi} + a_{44})\ddot{\phi} + b_{44}\dot{\phi} + mgh\phi &= 0; \\ (I_{\eta\eta} + a_{55})\ddot{\psi} + b_{55}\dot{\psi} + mgH\psi &= 0, \end{aligned} \quad (2.44)$$

где H – продольная метацентрическая высота.

Такие однородные уравнения позволяют вычислить соответствующие собственные частоты ω и периоды $\tau = 2\pi/\omega$:

$$\tau_3 = 2\pi \sqrt{\frac{m + a_{33}}{\rho g S_0}}; \quad \tau_4 = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\xi\xi} + a_{44}}{mgh}}; \quad \tau_5 = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\eta\eta} + a_{55}}{mgH}}. \quad (2.45)$$

Учитывая влияние на бортовую качку поперечно-горизонтальных колебаний, её собственная частота несколько больше (на 7-8%). Соответствующий период определяется по формуле:

$$\tau_4 = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\xi\xi} + a_{44} - (a_{24}^2 / (m + a_{22}))}{mgh}}.$$

Для вычисления моментов инерции массы судна обычно применяются приближённые формулы:

формула Дуайра:
$$I_{\xi\xi} = \frac{m}{12} (B^2 - 4z_{go}^2);$$

формула Шиманского:
$$I_{\xi\xi} = m \left(\frac{\alpha^2 B^2}{11,4\delta} + \frac{H_s}{12} \right);$$

формула Ремеза [16]:
$$I_{\xi\xi} \approx 0,125mB^2;$$

формула Павленко:
$$I_{\eta\eta} = 0,065 \alpha mL^2,$$

где B – ширина судна, z_{go} – аппликата центра масс над ОП, α – коэффициент полноты ватерлинии, δ – коэффициент общей полноты, H_s – высота борта, L – длина судна.

Вычисление собственных периодов качки по формулам (2.45) затрудняется тем, что входящие в них присоединённые массы a_{ij} сами зависят от периодов качки, что требует применения метода последовательных приближений. В связи с этим существуют более простые приближённые формулы:

$$\tau_3 \approx 2 \sqrt{\frac{\delta}{\alpha} (T + 0,4\alpha B)}, \quad \tau_3 \approx 2,5\sqrt{T};$$

$$\tau_5 \approx 2 \sqrt{\frac{\delta}{\alpha} (T + 0,42\varphi^2 B)}, \quad \tau_5 \approx 2,5\sqrt{T},$$

$$\tau_5 \approx k_\psi \sqrt{T}, \quad k_\psi = \sqrt{3,14\delta(3 - 2\alpha) + 2,53 \frac{\alpha}{3 - \alpha} \frac{B}{T}};$$

$$\tau_4 \approx \frac{k_\theta B}{\sqrt{h}} \quad - \text{капитанская формула,} \quad (2.46)$$

где T – осадка судна, φ – коэффициент продольной полноты, k_θ – размерный коэффициент, определяемый различными справочными и руководящими документами [2, 10, 16, 17]. Рекомендованные значения k_θ даны в таблице 2.2.

Таблица 2.2 – Коэффициент бортовой качки k_θ

Пассажирские морские суда	0,75 – 0,85
Грузовые морские суда	0,8 – 0,9
Лесовозы с палубным грузом	0,8 – 0,86

Капитанская формула (2.46) применяется и для решения обратной задачи – оценки остойчивости судна путём определения метацентрической высоты. Для этого вначале измеряют собственный период бортовой качки. Следует отметить, что период бортовой качки судна на волнении приближённо равен периоду τ_4 .

2.4. Амплитудно-частотные характеристики качки

Решение линейных уравнений вынужденных колебаний судна на волнении (2.41) позволяет определить амплитуды колебаний q_a . Если выполнить такие расчёты, изменяя частоту волнения ω_0 , можно получить зависимость амплитуды качки от частоты волнения – амплитудно-частотную характеристику (АЧХ). В инженерной практике обычно применяются АЧХ основных видов качки (вертикальной, бортовой и килевой) или, с учётом существенной взаимосвязи отдельных видов – поперечной и продольной качки. Примеры графиков АЧХ приведены на рисунке 2.7.

Так как амплитуда качки линейно зависит от амплитуды регулярных волн r , на графике АЧХ обычно изображают относительную амплитуду качки $a = q_a / r$ – коэффициент динамичности.

Как видно из рисунка 2.7, АЧХ имеет пик или горб, вершина которого соответствует частоте собственных колебаний судна. Таким образом, при приближении частоты волнения к собственной частоте качки судна происходит резонанс – явление существенного возрастания колебаний, часто представляющее опасность. При резонансе поперечной или бортовой качки реальна потеря остойчивости судна. При резонансе продольной или килевой качки на встречном волнении резко растут нагрузки, вызывающие общий изгиб судна, что может привести к нарушению общей прочности корпуса.

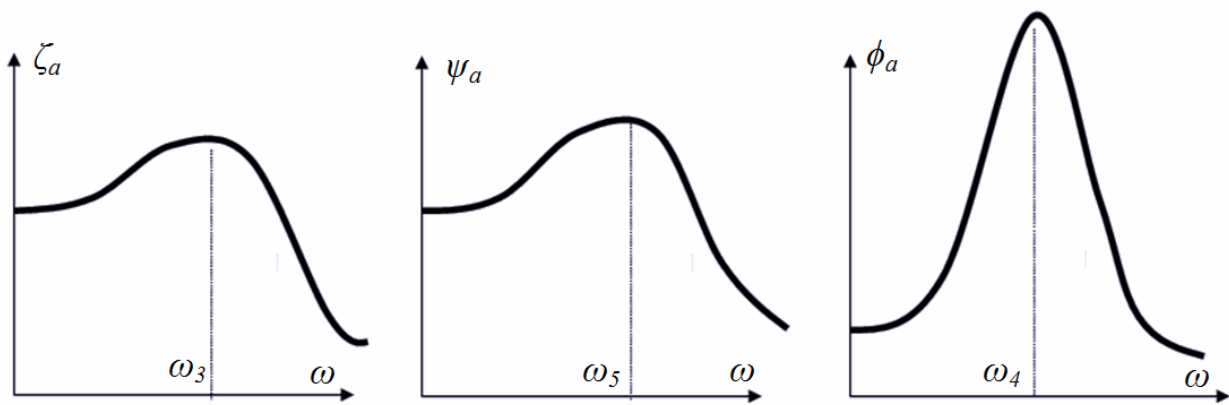


Рисунок 2.7 Характерные АЧХ качки судна:
 а – вертикальной; б – килевой; в – бортовой

При отсутствии демпфирования амплитуда вынужденных колебаний при резонансе стремится к бесконечности. С увеличением сил демпфирования резонансный пик уменьшается и сглаживается. При вертикальной качке судна силы демпфирования играют существенную роль. В результате резонансный горб на соответствующей АЧХ небольшой или вообще отсутствует (коэффициент динамичности обычно не превышает 1,5). Аналогичная форма АЧХ соответствует также килевой качке обычных судов. АЧХ бортовой качки имеет более резкий резонансный пик (амплитуды качки при резонансе могут возрасти в несколько раз). При высокой частоте волнения (на коротких волнах) амплитуды качки существенно уменьшаются.

На форму АЧХ существенно влияют: скорость судна; курсовой угол по отношению к направлению движения волн; форма корпуса и параметры остойчивости судна, наличие успокоителей качки. На рисунке 2.8 видно, что бортовая качка судна, находящегося лагом к волнам, в районе резонанса существенно снижается с ростом скорости, то есть движение судна приводит к увеличению демпфирующих сил. При килевой качке, наоборот, в районе резонанса движущееся судно раскачивается интенсивнее. Здесь только следует иметь в виду, что резонанс при килевой качке на встречных и на попутных волнах происходит при одинаковой кажущейся частоте волнения (частоте встречи с волнами), но при разной фактической частоте волн.

Характер влияния на АЧХ курсового угла судна к волнению показан на рисунке 2.9. Следует отметить, что при ходе судна, особенно на косых курсовых углах и при попутном волнении, допущение об изолированности отдельных видов качки становится грубым и во многих случаях приводит к существенным расхождениям между результатами расчётов и экспериментальными данными.

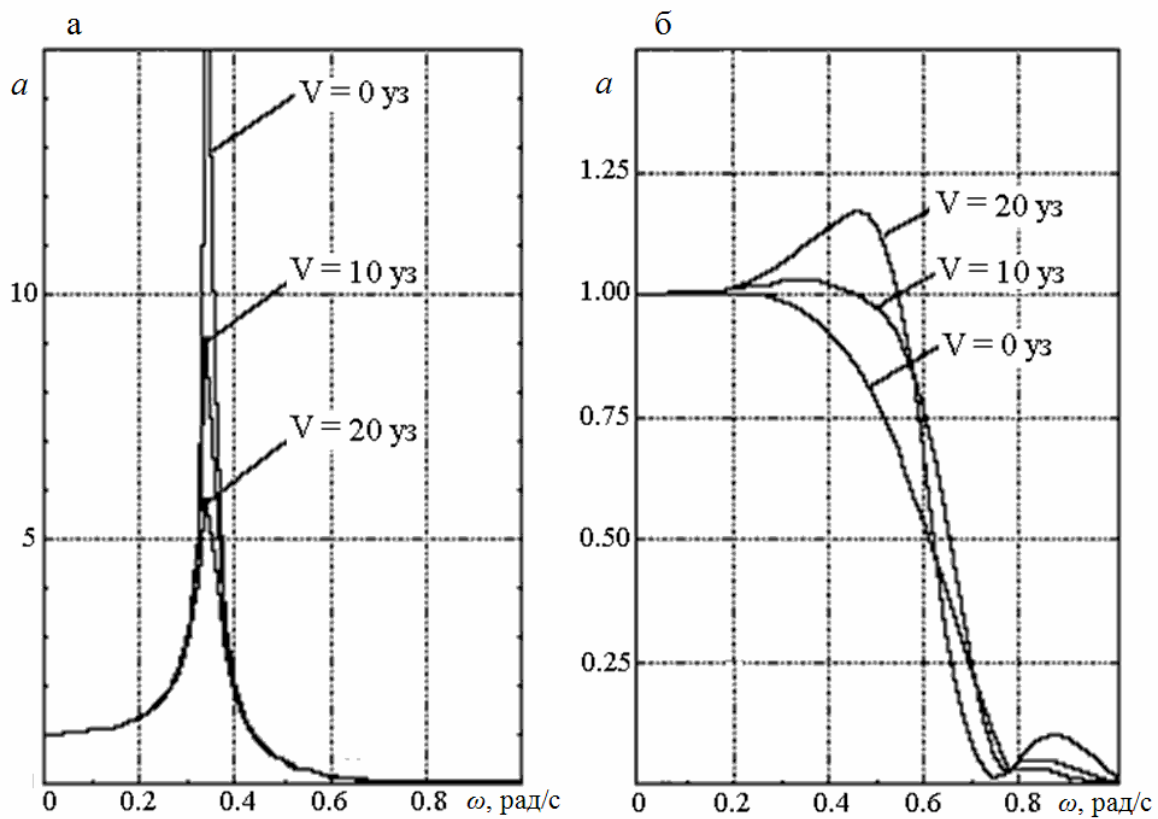


Рисунок 2.8 Влияние скорости контейнеровоза на АЧХ качки:
 а – бортовой; б – килевой (на встречном волнении)

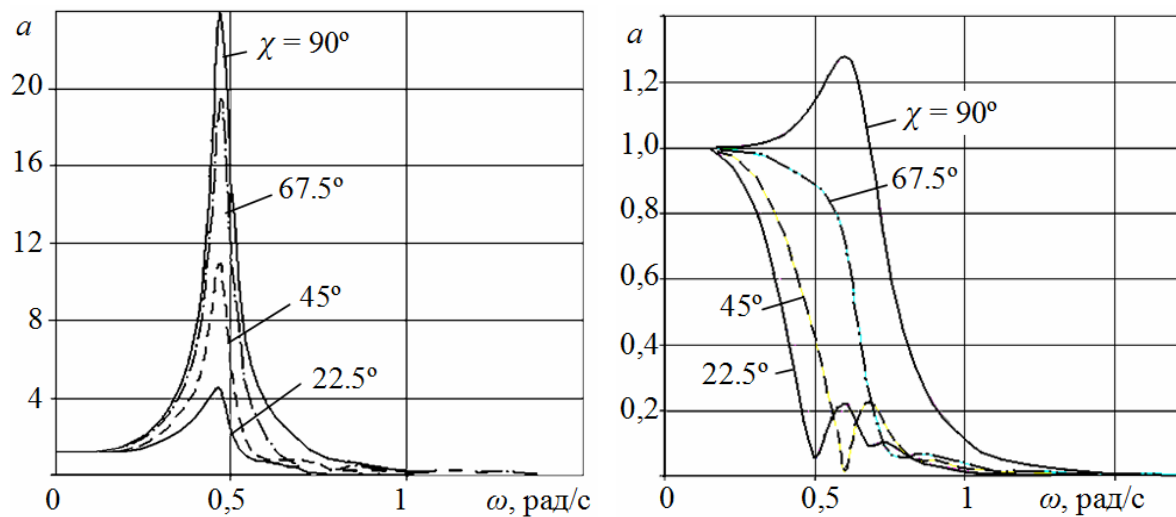


Рисунок 2.9 Влияние курсового угла судна на АЧХ качки:
 а – бортовой; б – вертикальной

2.5. Спектрально-вероятностный метод расчёта качки

В теории качки на нерегулярном волнении судно рассматривается как динамическая линейная система (линейный оператор), преобразующая процесс нерегулярного случайного волнения в процесс качки (рисунок 2.10).

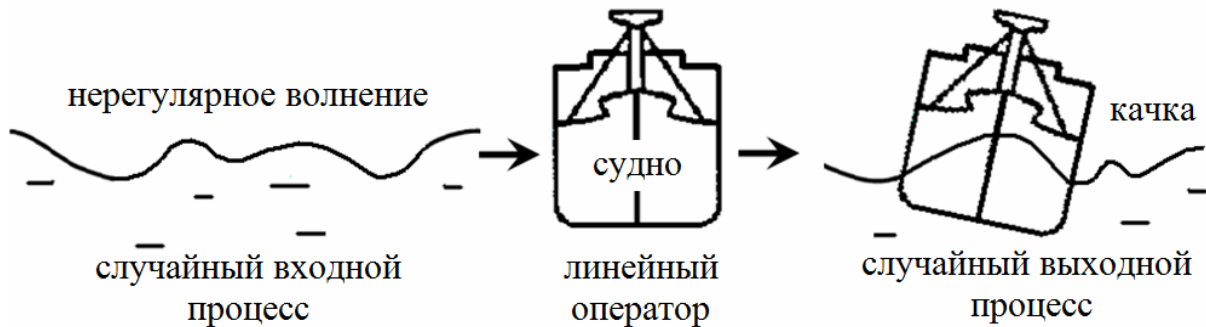


Рисунок 2.10 Линейная модель качки судна на нерегулярном волнении

Случайный процесс линейного волнения представляется рядом или интегралом Фурье – по формулам (1.28) или (1.29). Любой выходной параметр (перемещение, ускорение, изгибающий момент и др.) можно записать в том же виде, как и волнение, разложением по гармоникам n .¹

$$q(t) = \sum_n q_n(\omega_n) \cdot \sin(k_n x - \omega_n t) = \int_{\omega} q(\omega) \sin(kx - \omega t) d\omega.$$

В корабельной системе координат (обозначим параметры индексом k):

$$q_k(t) = \sum_n q_{nk}(\omega_{nk}) \cdot \sin(\omega_{nk} t).$$

Если судно и волнение представляют собой линейные системы, то возможно преобразование:

$$q_k(t) = A(i\omega) \cdot z_{wk}(\omega, t) = \sum_n A_n \cdot r_{nk} \sin(\omega_{nk} t),$$

где $A(i\omega)$ – линейный оператор (передаточная функция), z_{wk} – аппликата волновой поверхности, r_{nk} – гармоники амплитуд волн, ω_{nk} – кажущиеся частоты волнового спектра (в корабельной системе координат). Передаточная функция называется частотной характеристикой выходного параметра. В общем виде она имеет комплексную форму:

¹ Для простоты рассмотрена плоская задача. Для трёхмерной качки следует учитывать также суммирование (интегрирование) по направлению волн.

$$A(i\omega) = A_1(\omega) + iA_2(\omega) = |A(\omega)|e^{i\varphi(\omega)},$$

где $|A(\omega)|$ – модуль передаточной функции, представляющий собой АЧХ выходного параметра качки, $\varphi(\omega)$ – фазово-частотная характеристика.

Нерегулярное волнение характеризуется энергетическим спектром $S_w(\omega)$ (см. рисунок 1.11). Параметр качки также удобно описывать спектром $S_q(\omega)$. Для спектра выходного процесса линейной системы справедлива теорема Хинчина:

$$S_q(\omega) = |A(\omega)|^2 S_w(\omega). \quad (2.47)$$

Таким образом, спектр качки легко может быть вычислен на основе спектра волнения и АЧХ качки. Алгоритм расчёта вероятностных характеристик качки на нерегулярном волнении состоит из следующих этапов:

1. Задаётся волновой спектр. По нему определяется ряд частот ω_n ($n = 1, 2, \dots, N$) с шагом $\Delta\omega$.
2. Для каждой частоты ω_n рассчитывается амплитуда качки судна на линейном регулярном волнении. Получается АЧХ. Следует отметить, что определение АЧХ может быть выполнено также на основе серии модельных экспериментов.
3. Спектр волнения преобразуется к корабельной системе координат (относительно кажущихся частот) по формуле:

$$S_w(\omega_{\kappa n}) = S_w(\omega_n) \frac{d\omega}{d\omega_{\kappa}} = \frac{S_w(\omega_n)}{\sqrt{1 + 4\omega_{\kappa n}v/g}}, \quad n = 1, 2, \dots, N,$$

где v – скорость судна, $\omega_{\kappa n} = \omega - (\omega^2 v \cos \varepsilon)/g$ – кажущаяся частота волнения, ε – курсовой угол.

4. По формуле (2.47) рассчитывается спектр качки.
5. Определяются статистические характеристики качки судна на нерегулярном волнении, в частности:

дисперсия:
$$D_q = \int_{\omega} S_q(\omega_{\kappa}) d\omega \approx \Delta\omega_{\kappa} \sum_n S_q(\omega_{\kappa n});$$

стандарт:
$$\sigma_q = \sqrt{D_q};$$

амплитуда качки обеспеченностью 3 %:
$$q_{a\ 3\%} = 2,64 \cdot \sigma_q;$$

средняя амплитуда качки:
$$q_{a\ ср} = 1,25 \cdot \sigma_q;$$

средние частота и период качки:
$$\omega_{\kappa ср} = \sqrt{\frac{D_{\dot{q}}}{D_q}}; \quad \tau_{\kappa ср} = \frac{2\pi}{\omega_{\kappa ср}},$$

где $D_{\dot{q}}$ – дисперсия скоростей качки (вычисляется с учётом, что $S_{\dot{q}} = \omega_{\kappa}^2 S_q$).

2.6. Необходимость развития нелинейных математических моделей

Математические уравнения динамики судов (2.41 – 2.43) становятся явно нелинейными, если в их левой части появляются слагаемые со степенями перемещений, скоростей или ускорений, не равными единице. Нелинейность уравнений движения чаще проявляется в неявной форме (когда невозможно в явном виде выделить такие слагаемые). При этом внешние силы могут сложным образом, то есть нелинейно, зависеть от параметров качки. Или коэффициенты матриц присоединённых масс и демпфирования могут нелинейно зависеть от переменных при качке параметров судна, изменяющейся частоты набегающих нерегулярных волн и пр. Эти зависимости, если возможно, описываются отдельными уравнениями. Однако, более точно нелинейности можно учесть, изначально используя более общие уравнения, например, как описано в разделе 2.1.

Линейные модели динамики судна основаны на многих упрощающих допущениях, что может приводить к расхождению результатов расчётов с данными экспериментов. В некоторых случаях допущения линейных моделей не соответствуют реальным условиям, например, при анализе качки на штормовом волнении большой крутизны.

Тем не менее, простые линейные модели очень полезны по двум причинам:

- они помогают понять основы теории на начальном этапе изучения динамики судов;

- в большинстве практических инженерных задач линейные модели, дополненные эмпирическими поправками, полученными на основе экспериментов и наблюдениями за эксплуатацией однотипных судов, позволяют просто получить достоверные результаты. Разработанные на их основе методики расчётов апробированы инженерами в течение многих лет.

До некоторой степени успех линейного подхода объясняется использованием консервативных методов проектирования, основанных на простых моделях, спектрально-вероятностном методе оценки обобщённых параметров качки и больших коэффициентах безопасности (запасов остойчивости, прочности и др.), задаваемых классификационными обществами.

Однако аварии и катастрофы на штормовом волнении (опрокидывания, затопления, разрушения корпуса, выброс на скалы и мели и др.) случаются и у судов, отвечающих всем нормативным требованиям. Причинами их являются многообразные конкретные и динамически развивающиеся ситуации. Анализ аварий позволяет выявить некоторое множество характерных «сценариев» их развития, ключевыми моментами которых могут быть последовательные изменения состояния судна при действиях судоводителя или под воздействием внешних условий (изменение курса или скорости судна, «захват» попутной волной, смещение груза, аварийный крен

или дифферент при затоплении трюма, и др.). Очевидно, что такие процессы нельзя непосредственно смоделировать и описать обобщёнными параметрами, определяемыми спектрально-вероятностным методом на основе линейных моделей динамики.

В связи с этим последние десятилетия быстро развиваются нелинейные модели динамики судов. Это обусловлено также следующими причинами:

- строится много судов нестандартных типов, для которых старые методики расчётов непригодны;

- развились средства измерений и непрерывного компьютерного контроля динамики судов. В результате появилось много данных, свидетельствующих о сложном нелинейном характере поведения разных судов в штормовых условиях, а также о возможности и необходимости повышения эффективности управления судном в этих опасных условиях на основе компьютерных интеллектуальных систем (уменьшения влияния «человеческого фактора» при принятии решений в сложных ситуациях, которые могут привести к катастрофе);

- развилась компьютерная техника, позволяющая достоверно выполнять численный анализ динамики судна в различных штормовых ситуациях на основе общих нелинейных математических моделей.

Приведём основные обстоятельства, которые вызывают наиболее существенные нелинейные эффекты и требуют применения соответствующих более точных математических моделей:

- нелинейное волнение, очевидно, приводит к нелинейной качке;
- сложные формы бортов (имеющих развал, завал, були, сломы и пр.), особенно в районе ватерлинии, приводят к нелинейным гидродинамическим реакциям при поперечной качке. Особенно сложные явления происходят при входе кромки палубы в воду;

- взаимодействие разных видов качки. Например, поперечная качка при различной форме кормы и носа приводит к появлению разных реакций в оконечностях и возбуждает килевую качку;

- сложная структура демпфирующих сил. Накладываются силы разной природы, пропорциональные как скорости, так и квадрату скорости качки;

- удары волн при днищевом или бортовом слеминге, удары волн в борта, спонсоны и кринолины;

- зарывание носом в волну и заливание палубы;

- изменение курса и скорости судна на волнении;

- динамика жидкостей в цистернах со свободной поверхностью, смещение грузов;

- взаимодействие реакций на волновые воздействия и порывы ветра;

- взаимодействие корпусов и соединительных конструкций многокорпусных судов и судов с малой площадью ватерлинии.

Моделирование сложных штормовых ситуаций возможно путём проведения физических экспериментов или с помощью компьютерных вычислительных экспериментов на основе нелинейных численных и имитационных моделей. Анализ процессов возможен на основе теории катастроф.

3. ОСОБЕННОСТИ ДИНАМИКИ СУДОВ В РАЗЛИЧНЫХ УСЛОВИЯХ

Штормовые условия плавания определяются активным взаимодействием корабля со шквальными порывами ветра и интенсивным волнением. Периоды колебаний волн обычно образуют очень широкий спектр, поэтому волны часто попадают в резонанс с различными собственными колебаниями судна. Кроме того, динамическое взаимодействие судна с большими волнами носит сложный, нелинейный характер, далеко не полностью исследованный учёными.

Штормовые волны могут вызвать разные опасные ситуации и катастрофы: смещение грузов и крен; потерю палубного груза; обледенение с потерей остойчивости; опрокидывание; заливание палубы с повреждением люковых закрытий и затоплением носовых трюмов; заливание ходового мостика, повреждение рулей, остановка двигателей из-за перегрузок и разноса вследствие оголения винтов с потерей управления; слеминг, повреждение днища и борта в носовой оконечности, отрыв носовой части, повреждение лацпортов и заливание трюмов; перелом корпуса пополам; выброс судна на баровые отмели или скалы с последующим опрокидыванием или разбитием корпуса и пр.

На характер качки судна оказывают существенное влияние многие факторы, а именно:

- параметры волн (регулярность, форма, высота, длина, частота, направление и др.);
- параметры судна (главные размерения, весовая нагрузка, форма корпуса, собственные частоты качки, скорость, направление движения и др.);
- переменность параметров судна и волн, например, в результате их взаимодействия, при маневрировании судна или при развитии аварийной ситуации (изменения курса и скорости судна, движение жидкостей в танках и смещение грузов, изменения формы ватерлинии при наклонных бортах и при входе в воду палубы и др.).

Угол ε между направлениями движения судна и волн называется курсовым углом (рис. 3.1)¹. В корабельной системе координат частота, период и

¹ В некоторых зарубежных источниках курсовой угол отсчитывается от попутных волн.

длина волн называются кажущимися и зависят от курсового угла и скорости судна:

$$\omega_{\kappa} = \omega + kv \cdot \cos \varepsilon ; \quad \tau_{\kappa} = \tau \frac{c}{c + v \cdot \cos \varepsilon} . \quad (3.1)$$

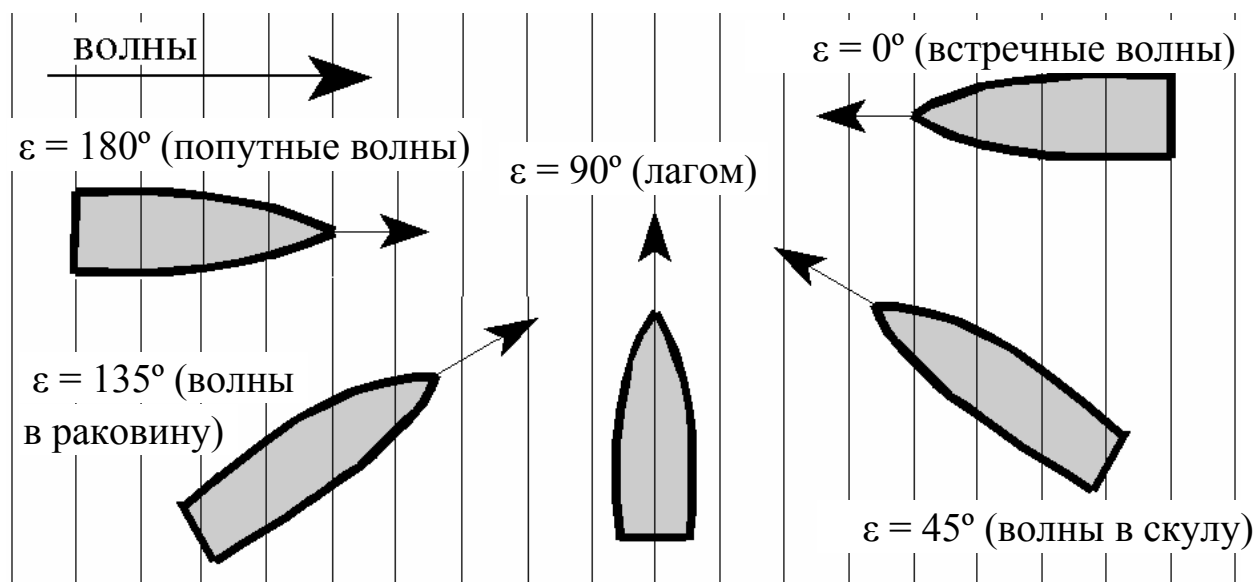


Рисунок 3.1 Курсовой угол

На регулярном волнении при равенстве периода собственных колебаний судна кажущемуся периоду волны возникает резонанс. На нерегулярном волнении также возможна резонансная качка – при близости периода собственных колебаний кажущемуся периоду волновой гармоники, соответствующему максимуму волнового спектра.

Изменением курса и скорости судна можно изменить кажущийся период волн и тем самым избежать или выйти из режима резонансной качки. Для этого необходимо знать неблагоприятные сочетания курсового угла и скорости судна, соответствующие резонансам по основным видам качки, которые вытекают из формулы (3.1):

$$v \cdot \cos \varepsilon = \frac{\lambda}{\tau_{\kappa}} - c = \frac{\lambda}{\tau_{\kappa}} - 1,25 \sqrt{\lambda} . \quad (3.2)$$

Эта формула позволяет построить наглядные резонансные диаграммы (рис. 3.2). Каждая диаграмма построена для одного собственного периода бортовой качки. Заштрихованные области диаграмм соответствуют областям резонанса. Анализ этих диаграмм позволяет сделать некоторые обобщённые выводы:

- крупные суда и суда с большим периодом собственных колебаний имеют меньше шансов попасть в условия резонанса, а кроме того, они могут быть легче выведены из резонансной качки путём изменения курса или скорости;
- у малых судов меньшая вероятность попадания в резонанс соответствует малому собственному периоду бортовой качки;
- быстроходные суда реже попадают в резонансную бортовую качку и легче из неё выходят путём увеличения скорости.

Для выбора курса и скорости судна в условиях шторма, обеспечивающих умеренную качку и безопасность плавания, удобно пользоваться также специальными полярными (штормовыми) диаграммами. Пример такой диаграммы приведён на рисунке 3.3.

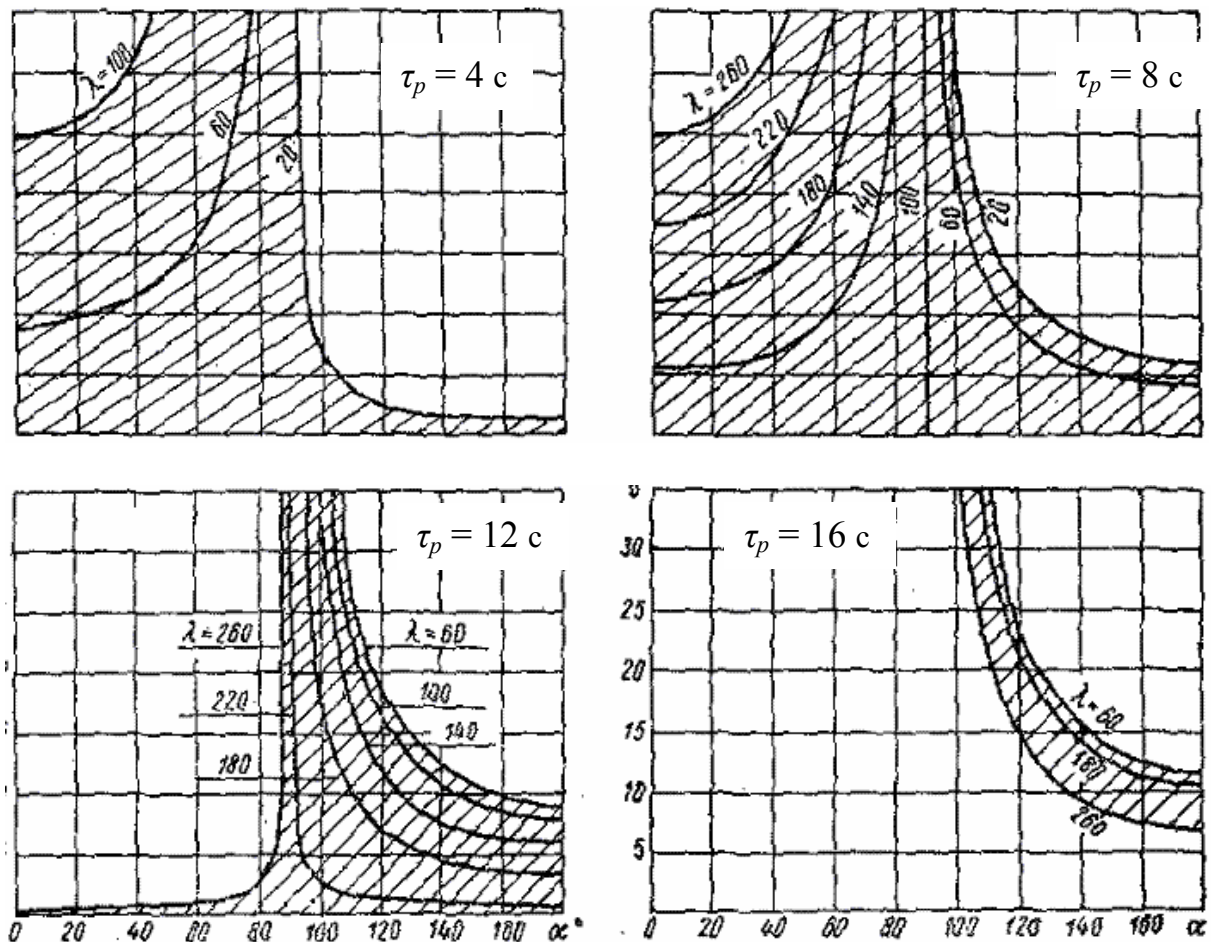


Рисунок 3.2 Резонансные диаграммы

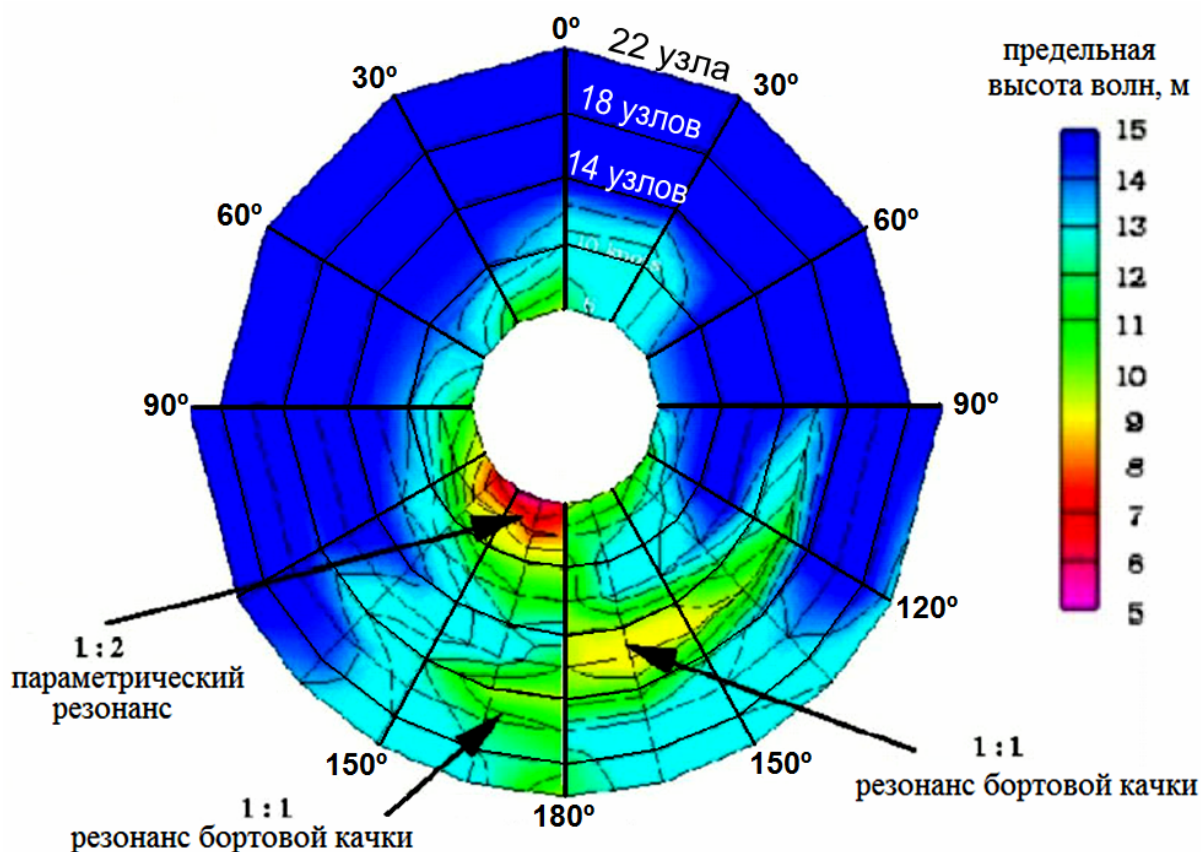


Рисунок 3.3 Пример полярной диаграммы, ограничивающей условия плавания по критерию динамической устойчивости для судна типа «ро-ро» длиной 190 м

3.1. Качка судна, находящегося лагом к волнению

3.1.1. Особенности поперечной качки в условиях шторма

При управлении судном во время шторма обычно стараются удерживать курс навстречу волнению и избегать положения судна лагом к волнам. Однако такая ситуация может возникнуть при выполнении манёвра, выходе из строя двигателя или если его мощность недостаточна для удержания судна навстречу волнам.

Характер поперечной качки судна зависит в первую очередь от отношения частоты волнения к собственным частотам бортовой и вертикальной качки. В свою очередь, собственные частоты бортовой качки тесно связаны с параметрами, определяющими устойчивость судна. В связи с этим напомним некоторые основные параметры устойчивости.

При вынужденном крене судна с углом ϕ возникает момент M_ϕ , обусловленный противодействием силы веса и архимедовой силы с некоторым плечом l :

$$M_\phi = mgl = mgh \cdot \sin \phi, \quad (3.3)$$

Здесь $h = r - a$ – поперечная начальная метацентрическая высота, r – поперечный метацентрический радиус, a – расстояние между центром тяжести и центром величины при положении судна на ровный киль. Для устойчивого судна момент M_ϕ стремится выпрямить судно (восстанавливающий момент). При потере устойчивости момент стремится опрокинуть судно.

Метацентрический радиус r прямо пропорционален моменту инерции площади ватерлинии I_x :

$$r = I_x / V, \quad (3.4)$$

где V – объёмное водоизмещение судна.

С учётом (3.4) формулу (3.3) можно представить в виде:

$$M_\phi = \rho g I_x \cdot \sin \phi - mga \cdot \sin \phi = M_\phi + M_\epsilon. \quad (3.5)$$

Здесь первое слагаемое называется моментом устойчивости формы, второе – моментом устойчивости веса.

Плот имеет большой момент устойчивости формы, в то время как M_ϵ близок к нулю (центр тяжести почти совпадает с центром величины. Большой устойчивостью формы обладает также катамаран – из-за большого значения I_x . Большую устойчивость веса имеет яхта с узким корпусом (при спущенном парусе) – благодаря балластному киллю.

Следует отметить, что формулы (3.3) – (3.5) характеризуют начальную устойчивость (до углов крена $10...15^\circ$). Об устойчивости на больших углах крена более точное представление дают диаграммы статической и динамической устойчивости. На этой же основе выполняется нормирование устойчивости. Тем не менее, диаграммы устойчивости не могут полностью охарактеризовать устойчивость судна в условиях шторма, а нормы устойчивости не дают полной гарантии от опрокидывания судов. Это связано с тем, что существуют штормовые ситуации, о которых диаграммы устойчивости не дают полного представления. Эти ситуации связаны со сложными динамическими (переходными) процессами качки на нерегулярном волнении, когда существуют порывы ветра, взаимное влияние разных видов качки, изменение положения центров тяжести и величины, курса и скорости судна, удары волн, заливание палубы, смещение грузов.

В связи с этими обстоятельствами, в последнее время развиваются методы анализа динамики судна на волнении путём непосредственного моделирования штормовых ситуаций, развивающихся по приближенным к реальности сценариям. Моделирование может выполняться на основе чис-

ленных имитационных моделей или путём физических экспериментов (здесь особенно эффективно применение радиоуправляемых самоходных моделей). Для анализа ситуаций применяется теория катастроф.

В данной главе рассмотрены относительно простые, но показательные случаи поведения судов на волнении.

Качка на длинных волнах. Собственный период качки меньше, чем период волнения, и судно сравнительно плавно огибает профиль волн. При этом, при хорошей остойчивости формы (например, плот) диаметральной плоскости судна стремится оставаться перпендикулярной волновой поверхности (рисунок 3.4). При большой остойчивости веса и малой остойчивости формы (морская вежа, классическая яхта с балластным килем и спущенным парусом) наблюдается преимущественно вертикальная качка (без существенного крена – рисунок 3.5). Для большинства же морских судов характерна совместная бортовая и вертикальная качка (рисунок 3.6), причём характер наклонений и вертикальных перемещений за период волны зависит от соотношений: моментов остойчивости веса и формы; собственных частот бортовой и вертикальной качки; гидростатических, инерционных и демпфирующих сил.

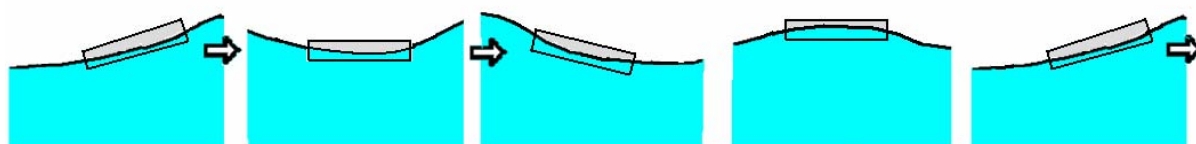


Рисунок 3.4 Поперечная качка плота

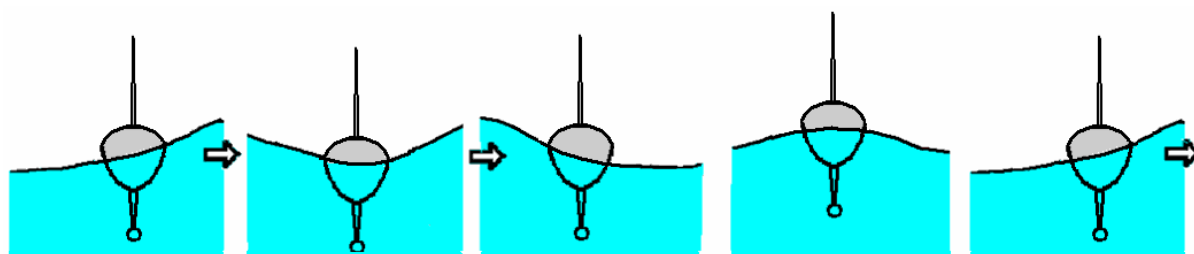


Рисунок 3.5 Поперечная качка яхты с балансирующим килем

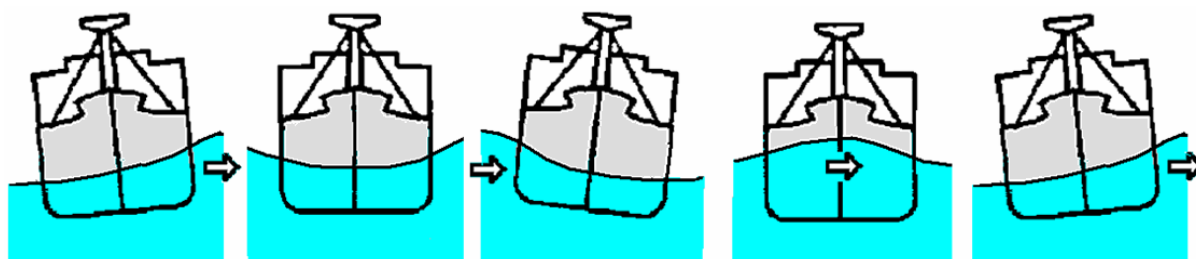


Рисунок 3.6 Поперечная качка морского судна на длинных волнах

Качка на коротких волнах. Если собственный период качки судна больше, чем период волны, то за один период прохождения волны оно не успевает развить наибольший угол крена. Борт судна встречается с гребнем волны «на противоходе», что при вынужденной качке приводит к повышению ускорений и ограничению размахов качки (рисунок 3.7).

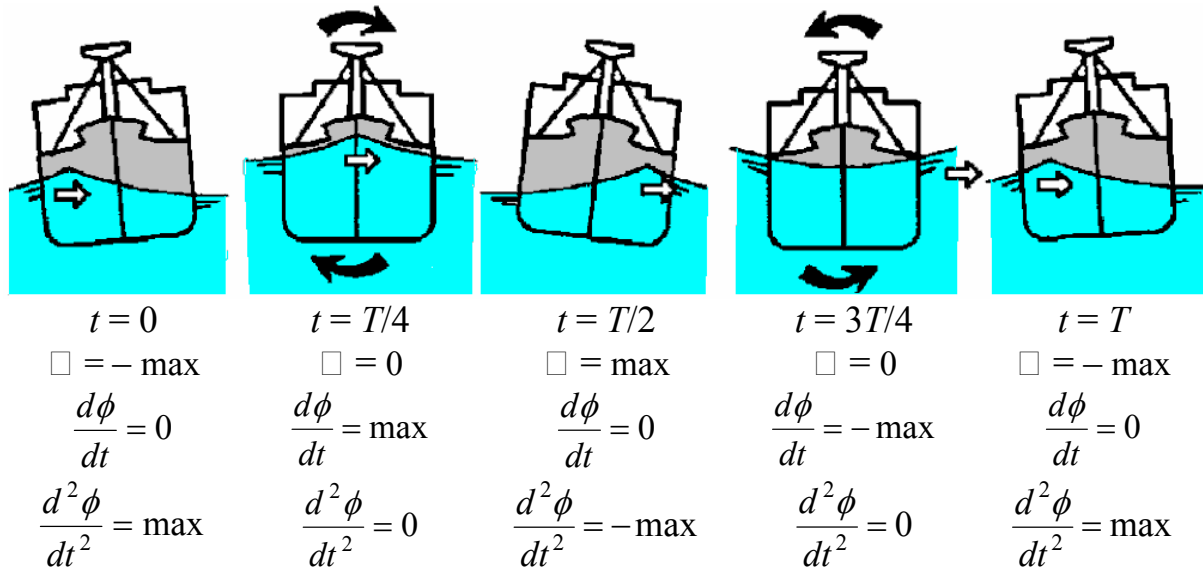


Рисунок 3.7 Поперечная качка морского судна на относительно коротких волнах

Резонансная качка наступает при сближении собственного периода качки судна с периодом волн. Амплитуда углов крена значительно возрастает (рисунок 3.8). При этом наибольший крен наблюдается на подошве и на вершине волны. Используя формулы (1.20) и (2.46) с учётом того, что длина морских волн обычно не превышает 200 м, можно получить вывод, что резонансная качка вполне вероятна, если период собственных бортовых колебаний судна менее 12 с. При собственном периоде более 16 с резонанс маловероятен.

На рисунке 3.9 показана зависимость амплитуды углов крена от возвышения центра тяжести судна. Она показывает, что для большинства судов существует оптимальное положение центра тяжести, при котором бортовая качка минимальна.

У судов, загруженных тяжёлым грузом, занимающим нижнюю часть трюма, центр тяжести понижен. Остойчивость судна чрезмерная. В результате возникают повышенные ускорения при бортовой качке, приводящие к морской болезни людей, повышенным динамическим нагрузкам на груз, оборудование и конструкции судна, что может привести к смещению или срыву с креплений груза, нарушению работы оборудования и повреждению конструкций.

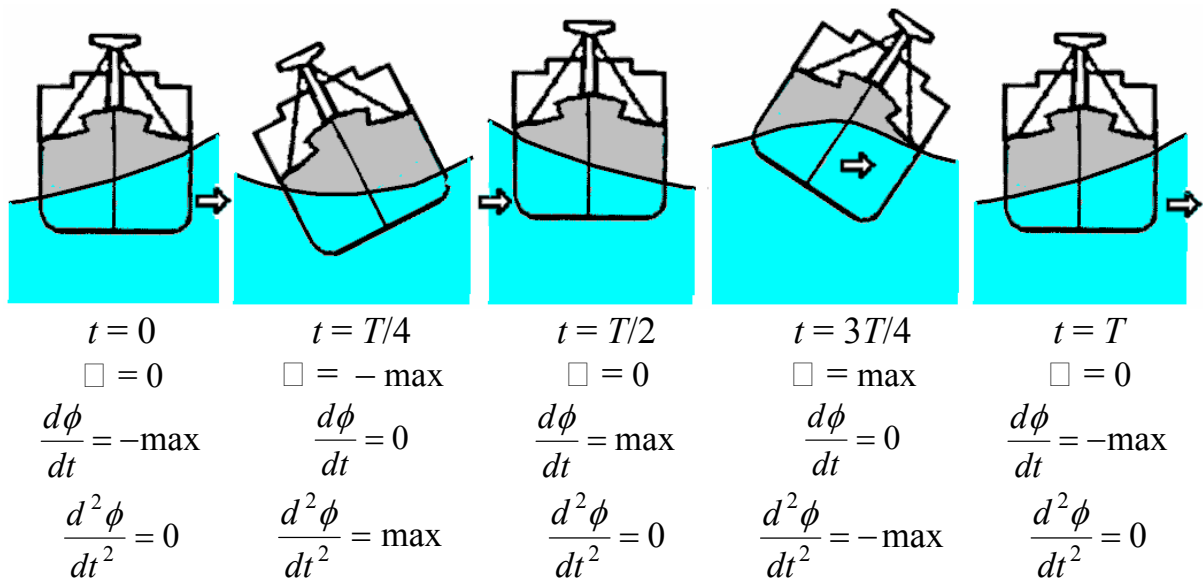


Рисунок 3.8 Резонансная поперечная качка морского судна

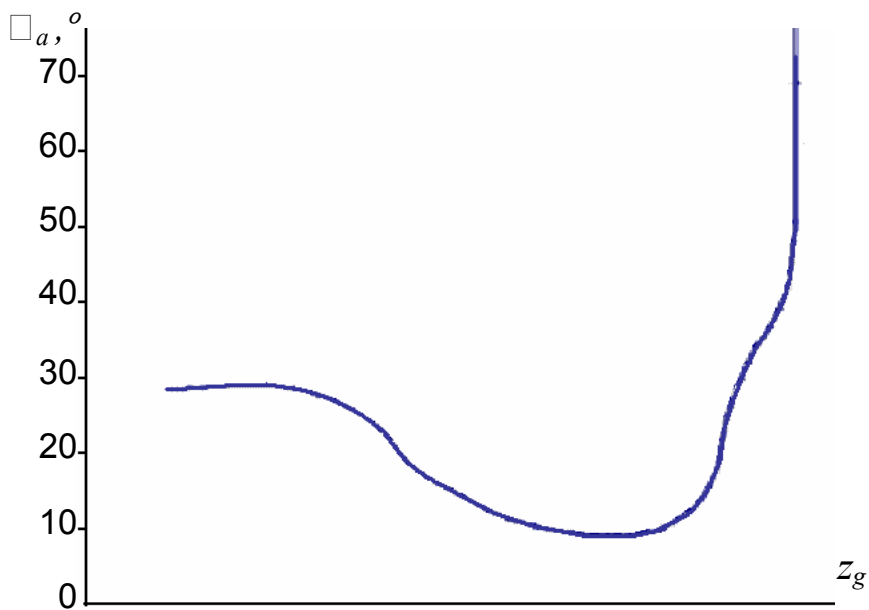


Рисунок 3.9 Влияние положения центра тяжести судна на амплитуду угла крена при бортовой качке

При высоком центре тяжести судно становится недостаточно устойчивым. При этом увеличивается собственный период качки (приближаясь к периоду волн), резко растёт амплитуда вынужденной бортовой качки, вплоть до потери устойчивости и опрокидывания судна.

При оптимальном положении центра тяжести судно имеет плавную качку с относительно небольшими ускорениями и амплитудами углов крена.

Следует отметить, что при ходе на косых курсах бортовая качка может оказаться даже более сильной, чем в положении лагом к волне, если кажущийся период волны совпадет с периодом судна на тихой воде.

Внешние (кренящие или восстанавливающие) моменты, образующиеся при штормовой качке, обусловлены сложным сочетанием гидродинамических и аэродинамических сил. Гидродинамические силы могут иметь различный характер. В штормовых условиях на фоне сил Фруда – Крылова существенную роль играют **дополнительные силы**.

В теории качки судов дополнительные дифракционные силы F_D определяются в предположении их потенциальности. При анализе поперечной качки на крутых и коротких штормовых волнах это допущение может приводить к существенным погрешностям. На рисунке 3.10 представлены результаты компьютерного моделирования поперечной качки по технологии CFD. Очевидно, что в данном случае на процесс качки оказывают существенное влияние сразу несколько дополнительных факторов:

- вихреобразование в районе скул судна;
- разрушение волны при взаимодействии с судном;
- заливание палубы;
- удары волны в борт и рубку.

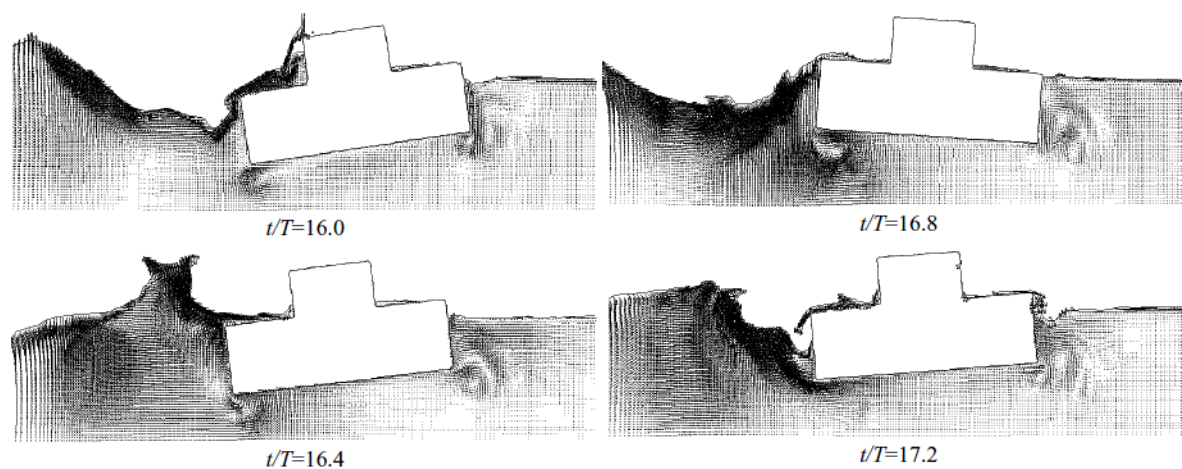


Рисунок 3.10 Взаимодействие судна и нелинейной волны

На рисунке 3.11 показано характерное воздействие на судно крутой прибойной волны. В первой фазе происходит гидродинамический удар в наветренный борт, а затем крен нарастает – не только в результате сил инерции движения судна, но и от момента, вызванного гидродинамическими давлениями при обтекании корпуса. При этом судно дрейфует на довольно большое расстояние, изменяя при этом естественный профиль волны (а значит и течение в ней). С разных бортов равнодействующие давлений образуют пару сил с плечом b (рисунок 3.11). Соотношение сил R_1 и

R_2 , а также точки их приложения зависят от многих факторов (обводов подводной части, высоты борта, размеров фальшборта, надстроек, параметров остойчивости и пр.).

Воздействие на судно шквального порыва ветра имеет некоторую аналогию с ударом волны. Процесс также можно условно разбить на два периода: ударный и послеударный. Вначале происходит быстрое нарастание давления ветра. Так как в этот период скорость дрейфа мала, силы сопротивления небольшие и явление определяется в основном силами инерции. Во второй период судно вступает с начальной угловой скоростью и углом крена (рисунок 3.12). Далее сила давления воды возрастает до значения, при котором сила инерции обращается нуль. Затем судно дрейфует с примерно постоянной скоростью и углом крена.

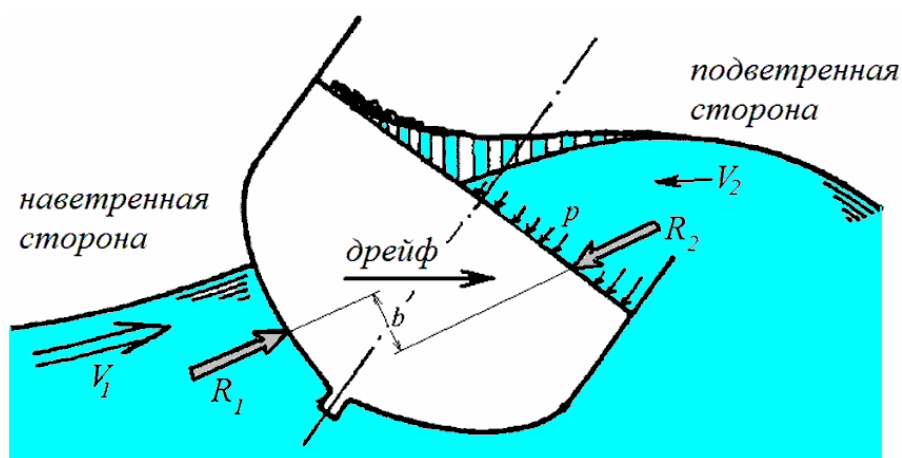


Рисунок 3.11 Схема сил, действующих на малое судно под воздействием крупной крутой волны

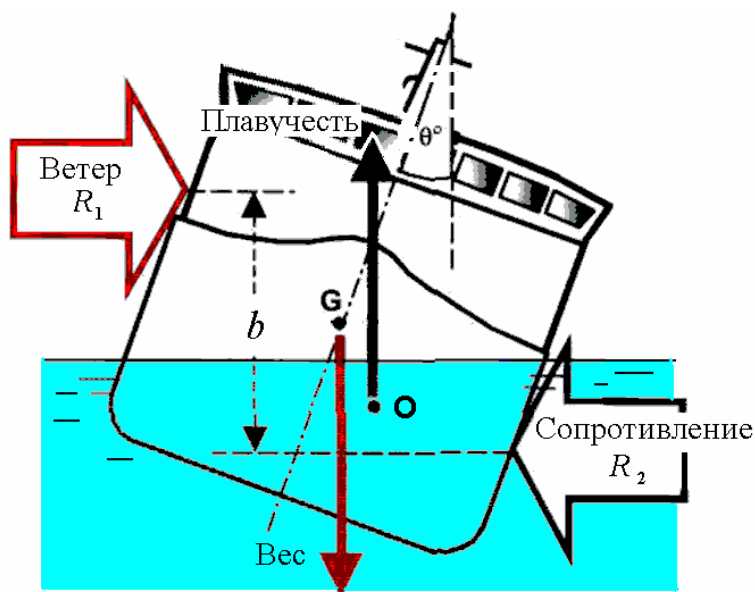


Рисунок 3.12 Схема сил, действующих на судно под воздействием шквала ветра

Совместное действие на судно ветра и волнения приводит к увеличению амплитуды качки. При этом существуют особенно опасные, резонансные сочетания волнения и ветра, когда период волн равен периоду порывов ветра (рисунок 3.13).

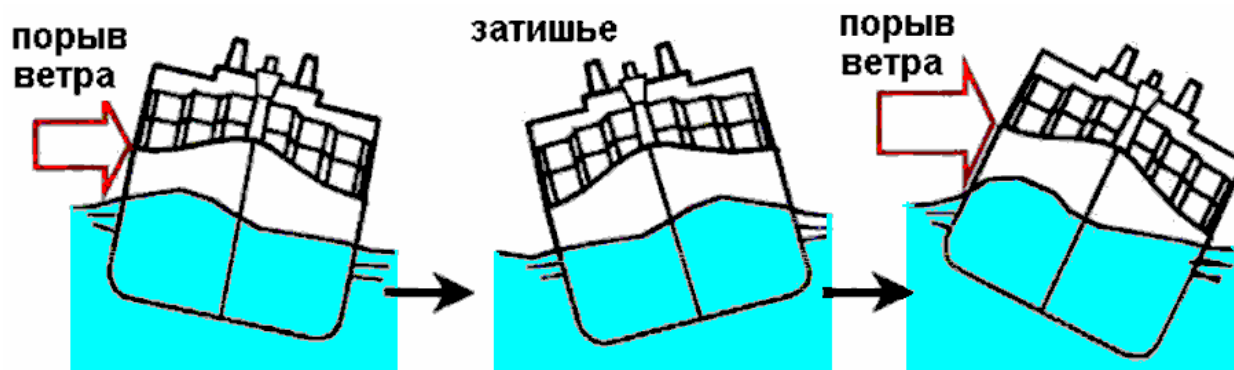


Рисунок 3.13 Неблагоприятное сочетание ветровой кренящей нагрузки и бортовой качки

3.1.2. Параметрическая качка

Под параметрическим возбуждением понимают такой вид возбуждения колебаний, когда внешняя сила периодически изменяет один из параметров качающейся системы. Такими параметрами при качке судна являются, например, метацентрическая высота, момент инерции площади ватерлинии, коэффициенты присоединённых масс и демпфирования. Возможны разные способы возбуждения параметрических колебаний путем изменения одного из параметров. Возможно и смешанное возбуждение, при котором два или более параметров изменяются одновременно. В случае параметрической качки коэффициенты дифференциальных уравнений, зависящие от параметров системы, становятся явными функциями времени.

Параметрическое возбуждение наблюдается только при определенных соотношениях между частотой внешнего воздействия и частотой собственных колебаний системы и в этом отношении оно сходно с резонансом. По этой причине его часто называют параметрическим резонансом. Явление параметрического резонанса можно исследовать в рамках как линейной, так и нелинейной теории качки.

Рассмотрим простейшую задачу о симметричном относительно миделя корабле, расположенном лагом к волне и испытывающем совместную вертикально-бортовую качку. При этом за счет вертикальной качки восстанавливающий момент бортовой качки становится периодической функцией времени, что может явиться причиной возникновения параметрического резонанса [16]. Для упрощения вначале рассмотрим судно с вертикальными

бортами в районе ватерлинии. Уравнение бортовой качки (2.43), учитывая изменение поперечной метацентрической высоты Δh , вызванное волнением, а также вертикальной качкой, принимает вид:

$$(I_{\xi\xi} + a_{44})\ddot{\phi} + b_{44}\dot{\phi} + mg(h + \Delta h(t))\phi = 0, \quad (3.6)$$

где
$$\Delta h(t) = (1 + \rho S_0 z_g / m)\zeta - h \kappa_\phi \alpha / \phi. \quad (3.7)$$

Если в формуле (3.7) отбросить последний член, то из уравнения (3.6) можно получить однородное уравнение параметрических колебаний, называемое уравнением Матье. Решение этого уравнения позволяет определить условия, при которых колебания могут быть как затухающими, так и нарастающими во времени. В первом случае говорят, что система устойчива, а во втором — что неустойчива. Состояния, при которых теряется устойчивость такой системы и называется параметрическим резонансом. Они соответствуют следующим условиям:

$$\omega_0 = 2\omega, \quad \omega, \quad 2\omega/3, \dots$$

Обычно значение имеет лишь главный параметрический резонанс, при котором собственная частота бортовой качки вдвое меньше частоты волнения ($\omega_0 = 2\omega$). Практически резонансные колебания происходят в довольно узком диапазоне $1,9\omega \leq \omega_0 \leq 2,1\omega$. Так как изменение метацентрической высоты пропорционально вертикальным колебаниям, то вторым обязательным условием параметрического резонанса является совпадение частоты волн и собственной частоты вертикальной качки (рис. 3.14).

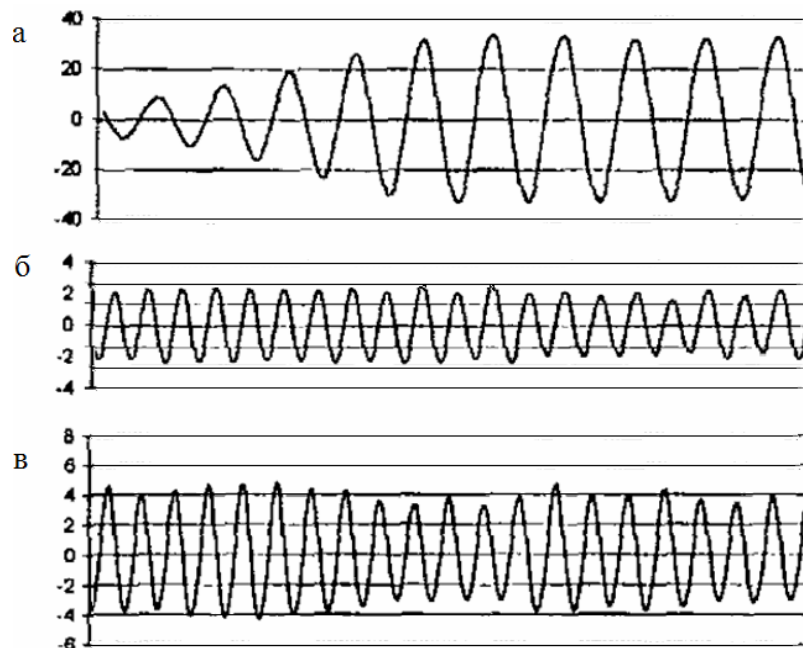


Рисунок 3.14 Пример записи процесса параметрической качки на волнении:
а — углы бортовой качки; б — вертикальная качка; в — волнение

При параметрической качке судна лагом к волнению (с учётом последнего члена в формуле (3.7)) процесс качки является более сложным. При этом может одновременно происходить параметрический и основной резонанс. Основной причиной параметрических колебаний является изменение остойчивости судна относительно волны при вертикальной качке. Такое изменение особенно существенно при наличии наклонных бортов в районе ватерлинии, поэтому наиболее сильный параметрический резонанс характерен для судов с наклонными бортами.

Из формул (2.46) и условий резонанса можно получить параметры судна, неблагоприятные с точки зрения возможности параметрических колебаний:

$$B = 6\sqrt{Th}.$$

Для судна, имеющего крен, амплитуды параметрической качки зависят от аппликаты центра тяжести и от того, с какого борта набегают волны. Если центр тяжести расположен ниже ватерлинии, то параметрическая качка меньше при набегании волн со стороны поднятого борта, если же центр тяжести выше ватерлинии, то качка меньше при набегании волн со стороны входящего в воду борта [15].

Для судов с низким надводным бортом параметрический резонанс опасен также тем, что на палубе при её заливании скапливается вода. В результате дифракции относительно коротких волн корпусом судна их профиль искажается – высота волн со стороны наветренного борта значительно больше, чем с противоположного. Палубу судна заливают волны, и судно приобретает «псевдостатический» крен в сторону волн. Так как частота набегания на палубу волн вдвое превышает частоту бортовой качки, вода не успевает стекать за борт. В результате крен нарастает, и судно может опрокинуться (рисунок 3.15).

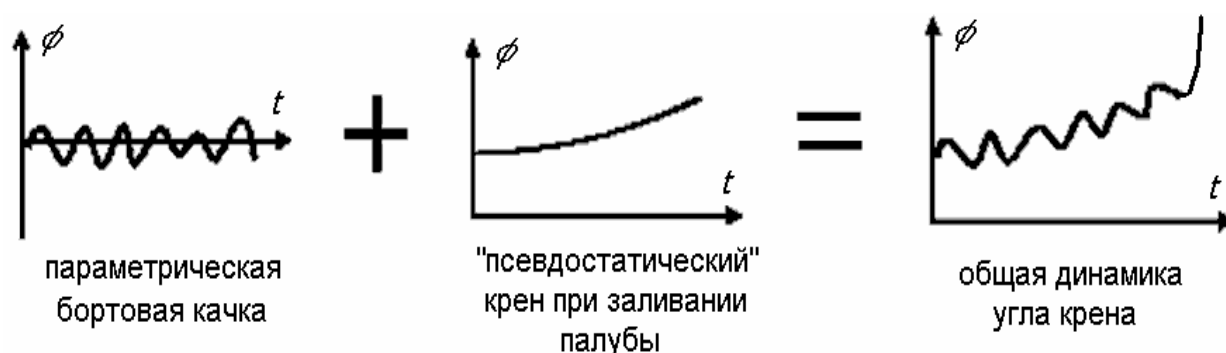


Рисунок 3.15 Динамика параметрической качки при заливании палубы

3.1.3. Применение средств уменьшения бортовой качки

При проектировании судна можно регулировать параметры его качки разными способами, например, выбирая форму подводной части корпуса (остроскулое судно качается слабей, чем круглоскулое). Можно применить специальные успокоители качки.

В основе всех успокоителей качки лежит создание стабилизирующего момента, противоположного волновому возмущающему моменту. Существуют два принципа стабилизации: 1) относительно горизонта, при котором палуба на волне должна оставаться горизонтальной; 2) относительно склона волны, когда палуба должна оставаться параллельной касательной волновой поверхности. Стабилизация относительно горизонта более важна для военных кораблей при стрельбе в штормовых условиях. Стабилизация относительно склона волны применяется для гражданских судов, поскольку при её реализации пассажиры испытывают меньшие перегрузки, уменьшается опасность смещения грузов.

Эффективность гашения качки определяется кратностью n_c , то есть отношением амплитуды качки без успокоителей к амплитуде качки при работающих успокоителях:

$$n_c = \frac{\phi}{\phi_c}.$$

При качке на нерегулярном волнении кратность определяется отношением соответствующих стандартов углов крена. Применяется также понятие коэффициента гашения качки:

$$k = \frac{a_0 - a_c}{a_0}, \quad (3.8)$$

где a_0 и a_c – коэффициенты динамичности при качке судна без успокоителей и с ними.

Стабилизирующий бортовую качку момент включает три составляющих, пропорциональных угловым перемещениям, скоростям и ускорениям судна. Основную роль, особенно вблизи резонанса, обычно играет момент, пропорциональный угловой скорости, то есть демпфирующий. Коэффициенты демпфирования качки судна с работающими успокоителями b_c и без них b_0 можно определить опытным путём, измеряя амплитуды угла крена при затухающих свободных колебаниях (рис. 3.16):

$$b_c = \frac{1}{\pi} \ln \frac{\phi'_i}{\phi'_{i+1}}, \quad b_0 = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{\phi_i + \phi_{i+1}}{\phi_{i+2} + \phi_{i+3}}.$$

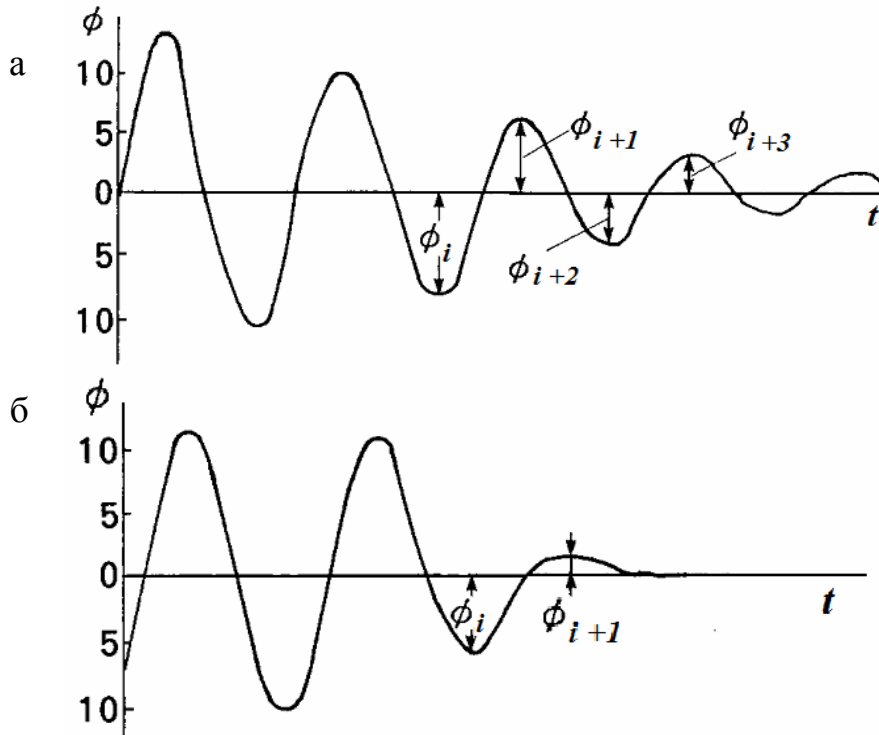


Рисунок 3.16. К определению коэффициентов демпфирования качки:
 а – без успокоителей, б – с действующими успокоителями качки

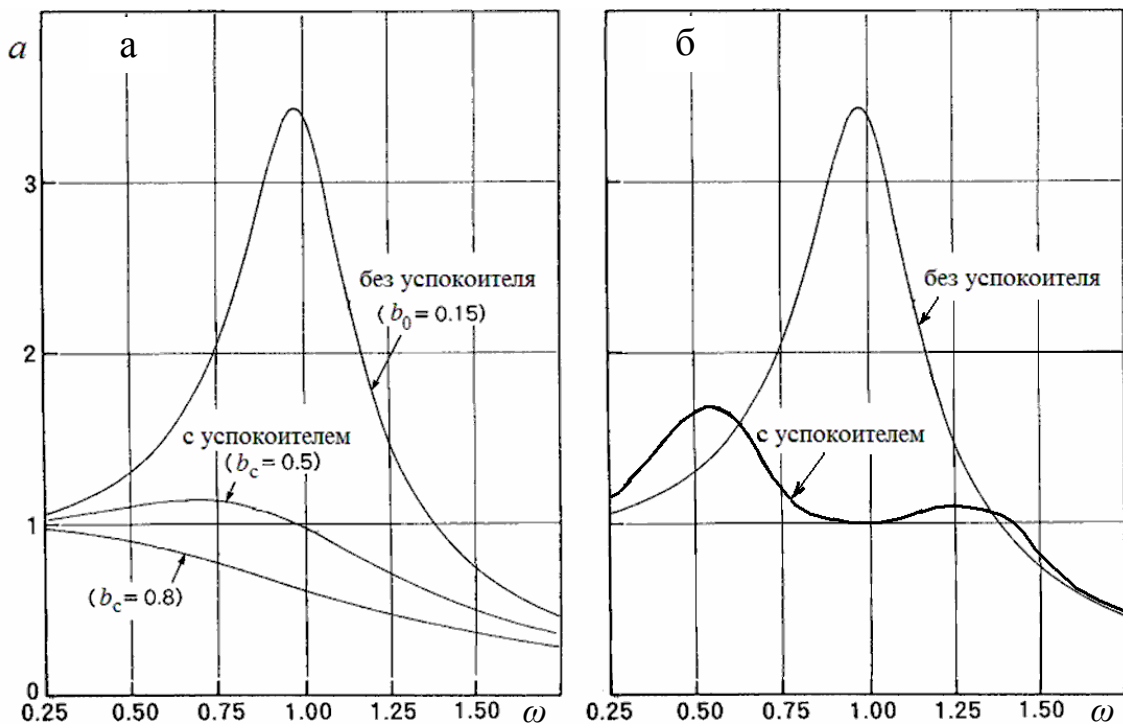


Рисунок 3.17. Влияние стабилизаторов (а) и пассивных успокоительных цистерн на АЧХ бортовой качки [25]

АЧХ бортовой качки:

$$a = \frac{1}{\sqrt{\left(1 + \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(2b \frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}}, \quad (3.9)$$

где ω_n – частота свободных колебаний, $b = b_c$ и $b = b_0$.

Примеры влияния успокоителей на АЧХ бортовой качки приведены на рис. 3.17.

Все успокоители качки можно разделить на два типа (таблица 3.1):

- пассивные, не имеющие специальных источников энергии и системы управления. Такие системы используют движение непосредственно, чтобы создать демпфирование или эффект антирезонанса (скуловые и балансирные кили и стабилизаторы (плавники), пассивные успокоительные цистерны или подвижные грузы);
- активные, в которых момент, препятствующий крену, создаётся специальными энергетическими установками с автоматическим управлением (управляемые плавниковые стабилизаторы, активные цистерны или подвижные грузы, гироскопы).

Таблица 3.1 – Сравнение успокоителей бортовой качки [26]

Тип		Снижение бортовой качки, %	Эффективность на малом ходу	Потери вместимости, % от водоизмещения	Дополнительная мощность
Пассивные	скуловые кили	30-40	да	0	нет
	цистерны	40-60	да	1-4	нет
	стабилизаторы	30-50	нет	0	нет
	подвижные грузы	-	да	1-2	нет
Активные	цистерны	70-80	да	1-4	большая
	плавники, рули	>90	нет	1	малая
	подвижные грузы	-	да	1-3	большая
	гироскопические	45	да	2	большая

В настоящее время на морских судах применяются в основном три типа успокоителей бортовой качки - успокоительные цистерны, скуловые кили и бортовые управляемые рули.

Успокоительные цистерны бывают закрытыми (цистерны первого рода), которые не сообщаются с забортной водой, и открытыми (второго рода), сообщающиеся с забортной водой через специальные отверстия в корпусе судна. U-образные пассивные успокоительные цистерны Фрама (рис. 3.18) называют ещё резонансно-настроенными. Цистерны правого и левого бортов соединяются воздушными и водяными трубопроводами.

Эффективность гашения качки обеспечивается, если период свободных колебаний воды в цистерне совпадает с собственным периодом судна. При этом сдвиг по фазе между возмущающим моментом и собственными колебаниями судна, а также между собственной качкой судна и колебаниями в цистернах должен составлять четверть периода. Это достигается подбором сечений отверстий и трубопроводов. В результате стабилизирующий момент отстаёт по фазе от возмущающего момента на полпериода, что обеспечивает им разные знаки и уменьшение амплитуды качки.

На рисунке 3.17, б видно, что снижение амплитуд качки происходит не во всём диапазоне частот. Это значит, что при качке на длинных волнах жидкий груз в цистерне создаёт дополнительный кренящий момент и увеличивает размахи качки. Таким образом, вне зоны резонанса пассивные цистерны могут не стабилизировать, а раскачать судно. Период собственных колебаний в цистернах сложно изменять в широком диапазоне, поэтому они не применяются на грузовых судах, имеющих большие изменения собственных периодов при разных случаях нагрузки.

Этого недостатка лишены цистерны типа «Флюм» (рис. 3.19) с соединительным каналом, равным высоте цистерн, благодаря чему в канале тоже есть свободная поверхность. Изменение уровня воды меняет площадь живого сечения канала, благодаря чему заметно изменяется период собственных колебаний жидкости в цистерне. Такую цистерну легко настраивать под период собственных колебаний судна.

Эффективны также пассивные плоские успокоительные цистерны, ширина которых намного больше глубины. Благодаря большой площади свободной поверхности жидкости в такой цистерне, снижается метацентрическая высота судна, а она, по образному выражению Н.Е.Жуковского, «это тот рычаг, за который волны раскачивают судно». Это приводит к увеличению периода собственных колебаний судна и область резонанса сдвигается в область волн с большим периодом, которые в море встречаются реже. Кроме того, из-за малой высоты цистерны вода сливается на борт при небольшом крене [11]. Поэтому остойчивость практически не уменьшается на больших углах крена, что обеспечивает безопасность плавания. Однако при большой свободной поверхности в цистерне может возникать существенный слошинг – удары волн о стенки цистерны при качке. Для уменьшения слошинга применяются демпфирующие устройства, например в виде отбойных листов или пиллерсов (рис. 3.20 и 3.21).

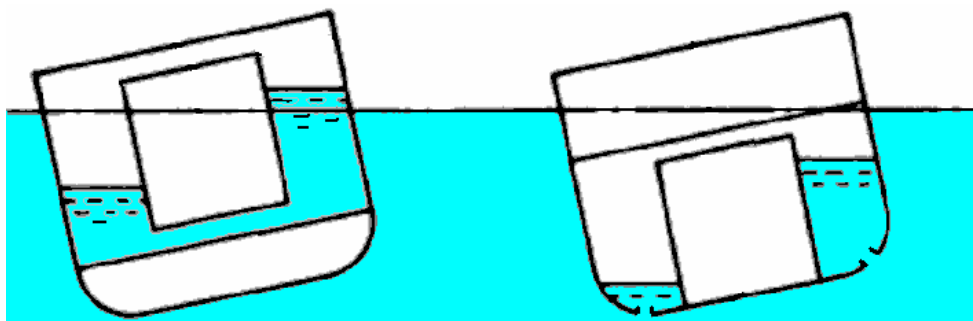


Рисунок 3.18. Пассивные цистерны Фрама первого и второго рода

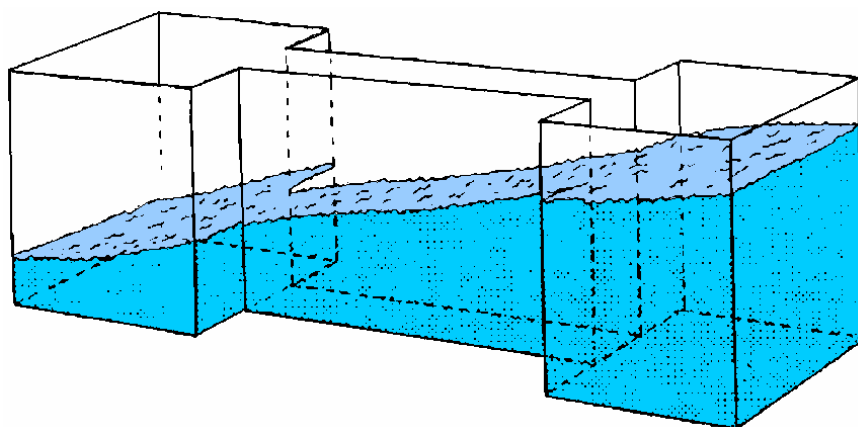


Рисунок 3.19. Пассивные цистерны типа «Флом»

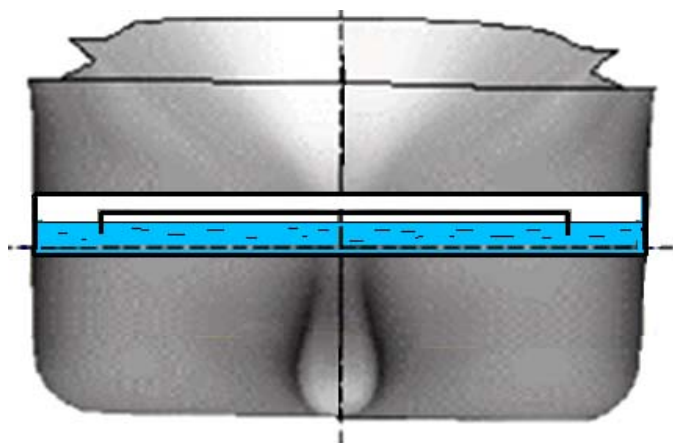


Рисунок 3.20. Пассивная плоская цистерна

Активные цистерны бывают различного типа (рис. 3.22). Они также состоят из двух цистерн по бортам судна, уровень воды и восстанавливающий момент в которых регулируется с помощью насосов. Управление работой насосов выполняется автоматически в соответствии с показаниями системы датчиков, снимающих давления и кинематические параметры качки.

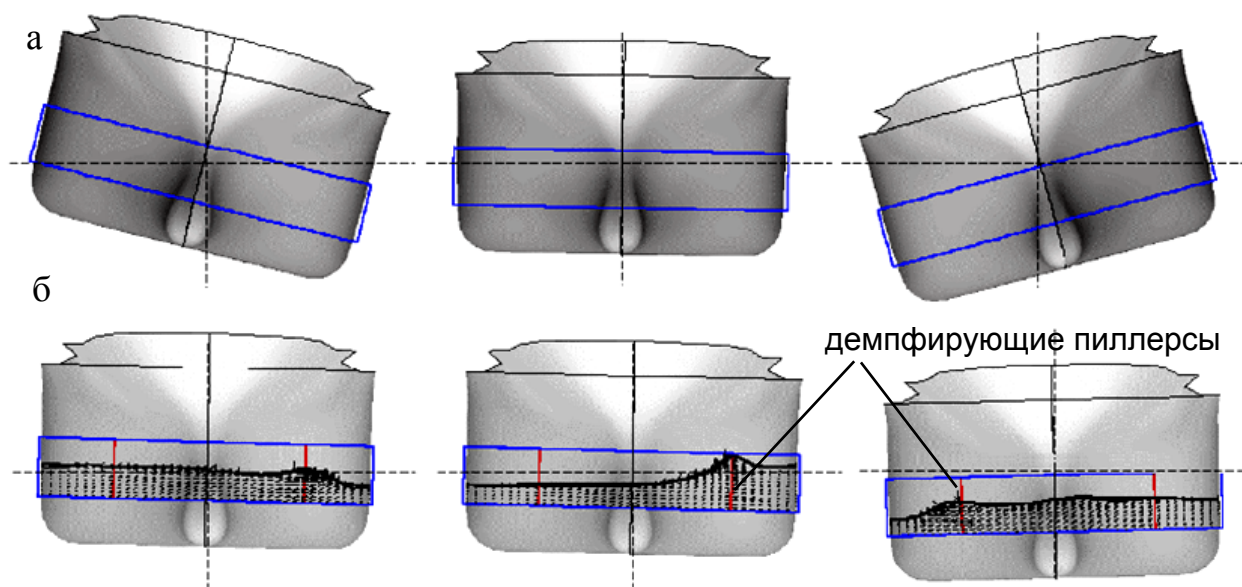


Рисунок 3.21. Бортовая качка судна без успокоительных цистерн (а) и с ними (б)

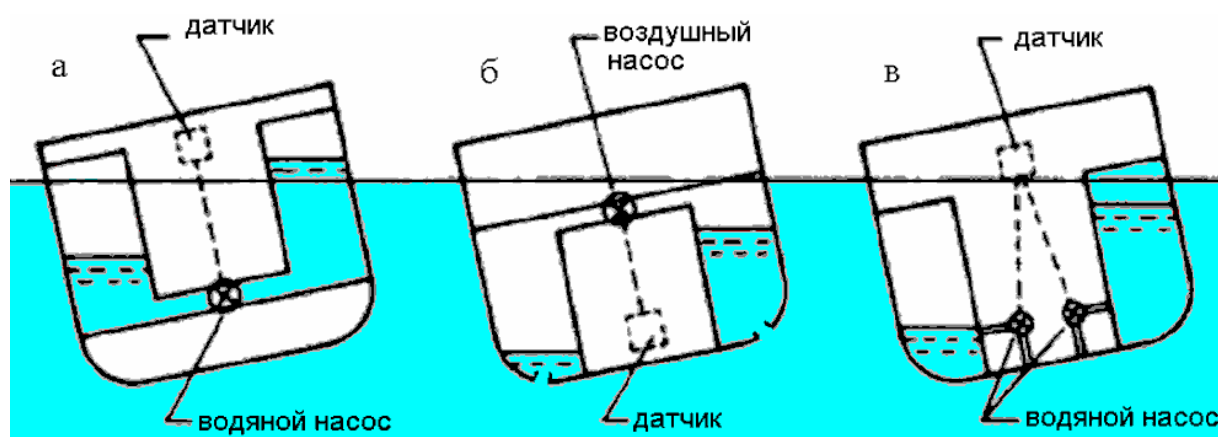


Рисунок 3.22. Активные цистерны первого и второго рода

В цистернах второго рода (б) уровень воды регулируется косвенно, - посредством изменения давления воздуха. При такой схеме требуются меньшие затраты мощности, чем при схеме (а). В схеме (с) каждая цистерна имеет отдельный насос.

Следует отметить, что характер качки на штормовом волнении существенно нелинейный (процесс сопровождается дополнительными моментами от нелинейных сил, в том числе от слошинга в цистернах), поэтому для оценки степени эффективности успокоительных цистерн недостаточно АЧХ, построенных на основе линейных моделей или модельных экспериментов на пологих волнах.

Скуловые кили создают дополнительное сопротивление воды наклонению судна. Чем больше площадь скуловых килей и скорость бортовой качки, тем больше сопротивление воды наклонению судна и выше эффективность действия килей. Умножив силу сопротивления килей наклонению судна на расстояние от их центра тяжести до центра тяжести судна, получим момент, препятствующий наклонению судна и уменьшающий амплитуду качки. На ходу эффективность скуловых килей повышается, так они дополнительно работают как крылья, подъемная сила которых препятствует наклонению судна.

Скуловые кили, как выступающие части, несколько увеличивают сопротивление воды движению судна и ухудшают его поворотливость. Но с другой стороны, они чрезвычайно просты, дешевы, почти не влияют на вес судна, не уменьшают его вместимость, хорошо успокаивают стремительную бортовую качку с большими амплитудами, когда линейная скорость скуловых килей и сопротивление воды их движению велико, т. е. при режимах качки, близких к резонансным. При этом размахи качки уменьшаются на 20—30%.

Бортовые рули (плавниковые стабилизаторы) работают по тому же принципу, что и скуловые кили, но их эффективность выше. Обычно бортовые рули имеют автоматическое управление углами атаки (рис. 3.23, а). При ходе на спокойной воде они убираются в специальные ниши и не снижают сопротивление. На рис. 3.24 приведена запись качки корабля при одном и том же волнении моря с убранными в корпус и работающими бортовыми управляемыми рулями.

Основной недостаток бортовых рулей в том, что они становятся эффективными только при скорости судна выше порядка 10 узлов, так как гидродинамическая подъемная сила, возникающая на крыльях, пропорциональна квадрату скорости.

Удачный опыт применения бортовых управляемых рулей привел к попыткам использовать подобное устройство для уменьшения килевой качки. Однако установленные в носу крылья оказались малоэффективными. Из-за несимметричного обтекания судна на волнения носовые крылья способствуют возникновению значительной вибрации и часто отрываются в условиях сильного волнения моря. Также они повреждаются при швартовках. По этим причинам носовые крылья для успокоения килевой качки не получили распространения.

На бортовую качку судна влияют различные особенности формы наружной поверхности, в частности, бортовые були и спонсоны (рис. 3.25).

Були увеличивают момент инерции массы судна, присоединенный момент инерции массы воды и коэффициенты демпфирования. Момент инерции массы является важнейшим фактором, влияющим на собственный период качки. Поэтому установка бортовых булей может положительно сказываться на качке судна, увеличивая период его собственных колебаний [6].

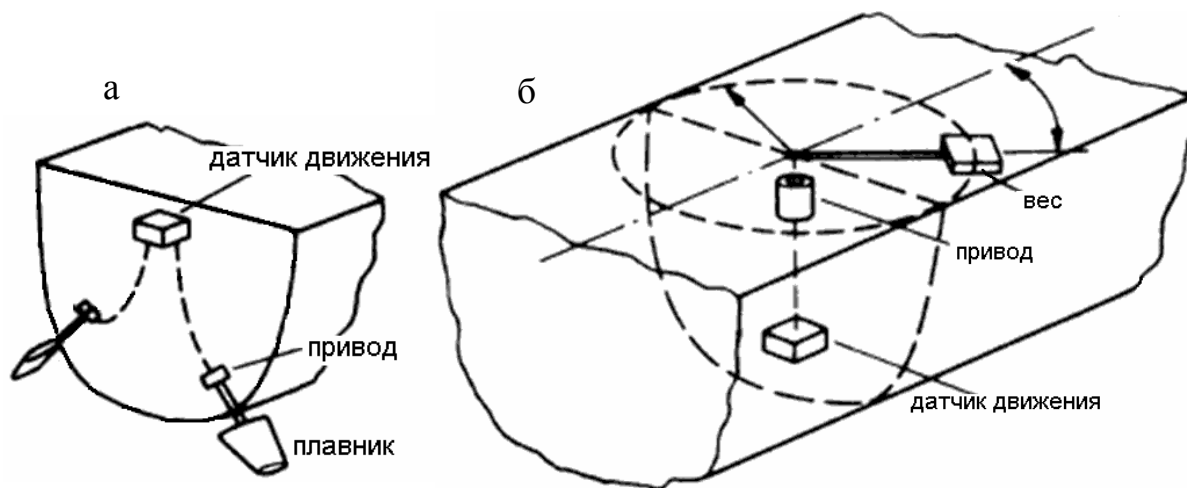


Рис. 3.23. Бортовые рули (а) и гироскопический стабилизатор качки (б)

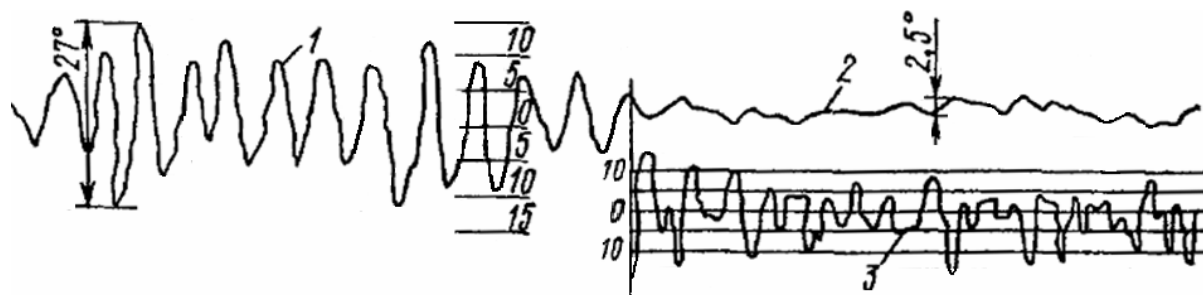


Рис. 3.24. Запись бортовой качки корабля с убранными в корпус (1) и работающими бортовыми управляемыми рулями (2). Запись углов перекладки бортовых рулей (3)

Вторым фактором, существенно влияющим на период качки судна, является метацентрическая высота. При установке булей метацентрическая высота обычно значительно увеличивается, следовательно, период качки уменьшается (исключение составляют були, расположенные полностью в подводной части судна). В отдельных случаях установка булей может уменьшить период качки до 20%. Таким образом, влияние булей на параметры бортовой качки не всегда однозначно, поэтому в каждом конкретном случае требуется детальный анализ.

В булях могут быть размещены успокоительные цистерны, поэтому були могут специально устанавливаться на судне для уменьшения качки. Если разместить в верхней части булей жидкий балласт (рис. 3.25, а), то начальная остойчивость уменьшится и период качки увеличится. В необходимых случаях балласт из булей откачивается, повышая метацентрическую высоту, а в аварийной ситуации опускается в нижнюю часть булей через

специальные клапаны. Були (спонсоны) в надводной части борта с резко расширяющимися вверху обводами (рис. 3.25, б) также могут служить в качестве успокоителей качки. Бортовые були могут иметь острую скулу (протыкание к скуле судна в виде плоского листа), играющую роль скулового киля (рис. 3.25, в).

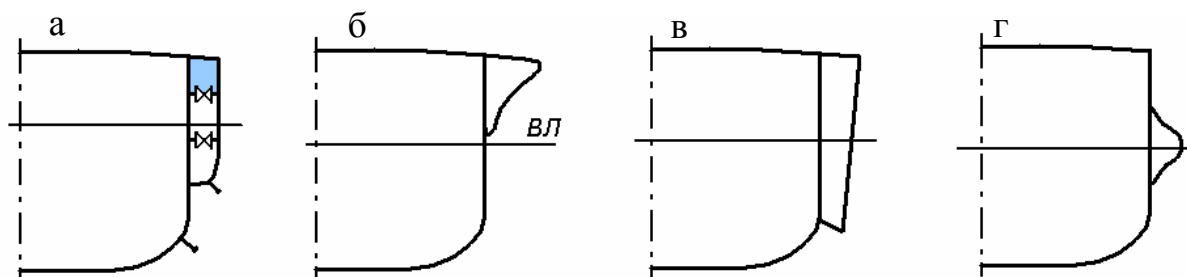


Рис. 3.25. Разновидности булей

3.2. Качка на встречном волнении

3.2.1. Особенности продольной качки в условиях шторма

Если по формулам (2.46) посчитать и сравнить периоды бортовой и килевой качки типичных морских судов, то можно убедиться, что период килевой (как и вертикальной) качки существенно (часто в несколько раз) меньше периода бортовой качки.

Если учесть, что на встречном волнении кажущиеся периоды волн уменьшаются, то можно заключить, что при курсе судна против волн его килевая и вертикальная качка могут находиться в резонансе с волнением. Однако вследствие того, что продольная качка имеет существенное демпфирование (см. рис. 2.7 – 2.9), её резонанс не проявляется так явно, как при поперечной качке.

На волнах, длина которых существенно больше длины судна, продольная качка судна происходит примерно так же, как показано на рис. 3.4 и 3.26,а: судно огибает профиль волн, его палуба остаётся примерно параллельной волновой поверхности. Такая качка происходит с амплитудами, определяемыми углами склона и высотами волн. Она имеет относительно плавный, умеренный характер и встречается обычно у небольших судов на пологих волнах.

Длина средних и крупных судов примерно соответствует длине основных волн в открытом море. В этом случае, если кажущийся период волн близок к собственному периоду килевой качки, амплитуды качки достигают наибольших значений (рис. 3.26,б). На волнах с меньшим периодом (или с

увеличением скорости судна) двигаясь навстречу волнам, судно при сходе с вершины волны не успевает достичь наибольшего дифферента на нос и врежется в склон следующей волны. Такой режим килевой качки, как и резонансный, считается неблагоприятным, так как приводит к повышению ускорений и ударам волн в носовую оконечность (рис. 3.26,в).

С уменьшением длины (и периода) волн амплитуда килевой качки уменьшается. Уменьшаются также и гидростатические и гидродинамические нагрузки на судно. С увеличением скорости судна также уменьшается кажущийся период волн и амплитуда килевой качки, однако вертикальная качка, ускорения и гидродинамические силы при этом растут.

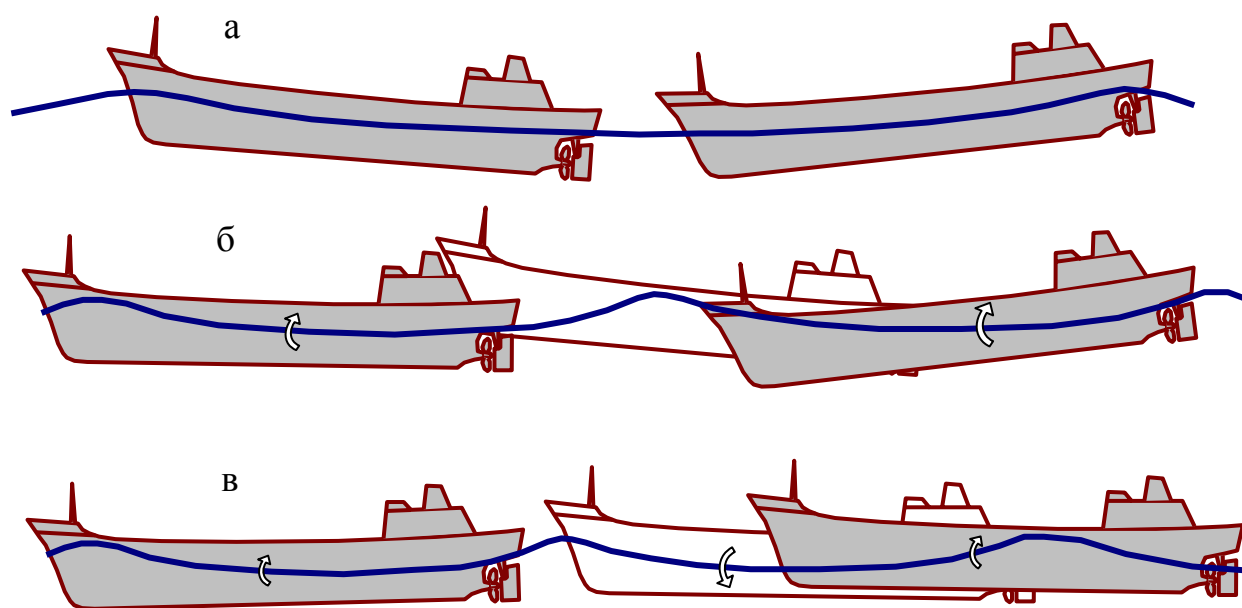


Рис. 3.26. Килевая качка:

а – на длинных волнах; б – на волнах средней длины (в районе резонанса);
в – на более коротких волнах

Продольная остойчивость типичного (вытянутого в длину) судна на порядок больше поперечной. Однако даже при малых углах дифферента судна вертикальные перемещения его оконечностей при килевой качке становятся большими. В результате на волнении возможны такие эффекты, как заливание или оголение оконечностей.

На продольную качку судна существенно влияет продольный момент инерции ватерлинии (МИВ), который определяется формой корпуса. Суда с малым МИВ (с острыми оконечностями) испытывают меньшие ускорения и перемещения при килевой качке. Наименьший МИВ имеют суда с малой площадью ватерлинии (СМПВ), что обеспечивает им высокую мореходность на волнении.

Во время качки МИВ является переменной величиной, особенно при наклонных бортах. При развале бортов в средней части обычно увеличивается амплитуда вертикальной качки, а существенный развал бортов в оконечностях способствует возрастанию килевой качки вследствие увеличения гидродинамических нагрузок при входе оконечностей в волну (бортовой слеминг). Завал бортов на уровне ватерлинии способствует уменьшению гидродинамических нагрузок и, как следствие, уменьшению продольной качки (рис. 3.27, 3.28). Суда, имеющие острую носовую оконечность с завалом борта, испытывают на встречных волнах малую килевую качку и небольшие ударные нагрузки в нос, что позволяет им двигаться с повышенной скоростью, как бы «пронизывая» волны.

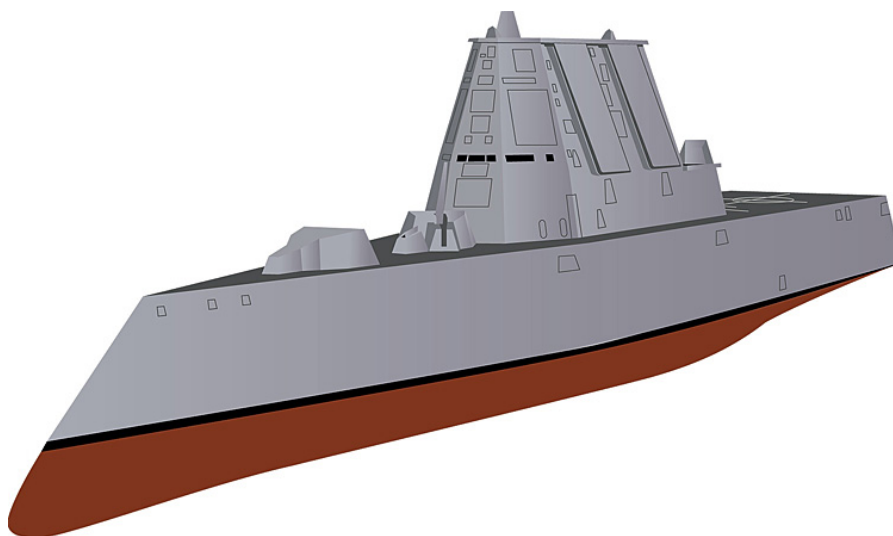


Рис. 3.27. «Пронизывающий волны» корабль «Zumwalt» с завалом борта



Рис. 3.28. Судно «Bourbon Orca» с завалом борта в носовой оконечности

Килевая качка судна зависит также от продольного момента инерции масс. Вследствие вытянутости корпуса судна по длине его продольный радиус инерции и момент инерции масс имеют большие величины. В результате при килевой качке в оконечностях возникают большие вертикальные ускорения и динамические нагрузки на конструкции носа и кормы.

Особенно это характерно для большинства грузовых судов (с машинным отделением в корме) в балластном состоянии, когда для удифферентовки судна принимается балласт в носовые цистерны, то есть массы концентрируются к оконечностям.

При продольной качке судна в условиях шторма одной из основных проблем является проблема обеспечения общей прочности его корпуса. Даже на тихой воде у средних и крупных судов возникают существенные продольные напряжения, обусловленные разным распределением по длине сил поддержания и веса судна. Эти напряжения пропорциональны изгибающему моменту результирующих сил M_{sw} и достигают наибольшей величины в районе миделя. На волнении к моменту на тихой воде M_{sw} добавляется волновой изгибающий момент M_w . Кроме того в условиях шторма часто присутствуют моменты от ударов волн (слеминага) M_{sl} и заливания палубы M_{gw} :

$$M_{\Sigma} = M_{sw} + M_w + M_{sl} + M_{gw}. \quad (3.10)$$

При длине волн, равной длине судна, волновая ватерлиния больше всего отличается от ватерлинии на тихой воде. В результате наибольшей величины достигают дополнительные гидростатические силы, вызывающие волновой изгибающий момент и общий изгиб корпуса судна (рис. 3.29).

Распределение волновых сил по длине судна можно вычислить с помощью масштаба Бонжана (метод статической постановки судна на волне). Нужно при этом только учесть, что распределение давления в волне отличается от гидростатического. За счет орбитального движения частиц жидкости в волне к гравитационным силам добавляются центробежные. В результате на вершине волны давление уменьшается, а на подошве – увеличивается. Это явление в линейной теории приближённо учитывается поправочным коэффициентом Смита. Кроме того распределение давлений в волне изменяется за счёт присутствия судна. Это явление также приближённо учитывается дифракционной поправкой. С учётом этих поправок волновой изгибающий момент составляет примерно половину от момента при статической постановке судна на синусоидальную волну [9].

На величину волнового момента в средней части корпуса влияют также силы инерции от вертикальной качки судна. Причём это влияние зависит от распределения масс и сил поддержания по длине судна, а значит – от изгибающего момента на тихой воде: у судов с перегибом корпуса на

тихой воде оно мало, а у судов с прогибом на тихой воде оно может быть значительным.

В результате наложения напряжений в корпусе судна от изгибающих моментов (3.10) возможно нарушение общей прочности корпуса судна, вплоть до перелома (рис. 3.30).

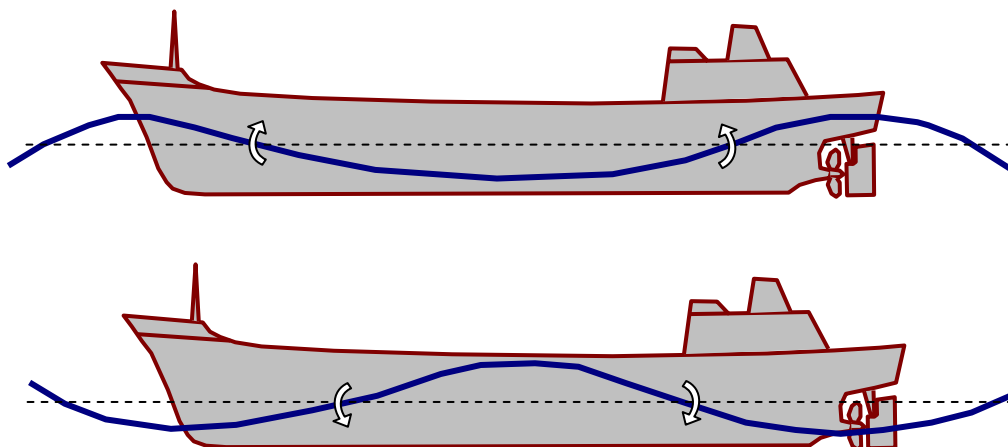


Рис. 3.29. Статическая постановка судна на подошву и на вершину волны

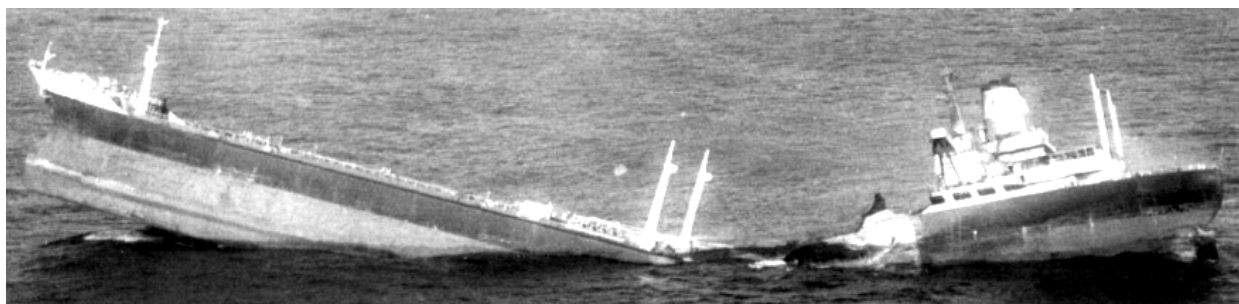


Рис. 3.30. Перелом корпуса танкера «World Glory»

Для судна, идущего навстречу волнам, с увеличением скорости волновой изгибающий момент вначале существенно возрастает, а затем уменьшается (рис. 3.31).

Скорость судна на волнении всегда меньше, чем в тихую погоду, по следующим причинам:

1) растёт сопротивление движению судна в результате воздействия волн и ветра, а также от качки и рыскания судна на курсе;

2) снижается тяга гребных винтов, особенно в случае их работы «в разнос», когда они частично или полностью оголяются на подошвах волн;

3) ограничивается (либо автоматической системой, либо механиком) используемая мощность двигателей для его защиты от перегрузок при резких изменениях частоты вращения (при работе «в разнос»);

4) намеренно снижается скорость судна судоводителем при возникновении опасных для судна или груза ударов корпуса о волны (слеминг), заливания палубы и надстроек, чрезмерных ускорений при качке [10].

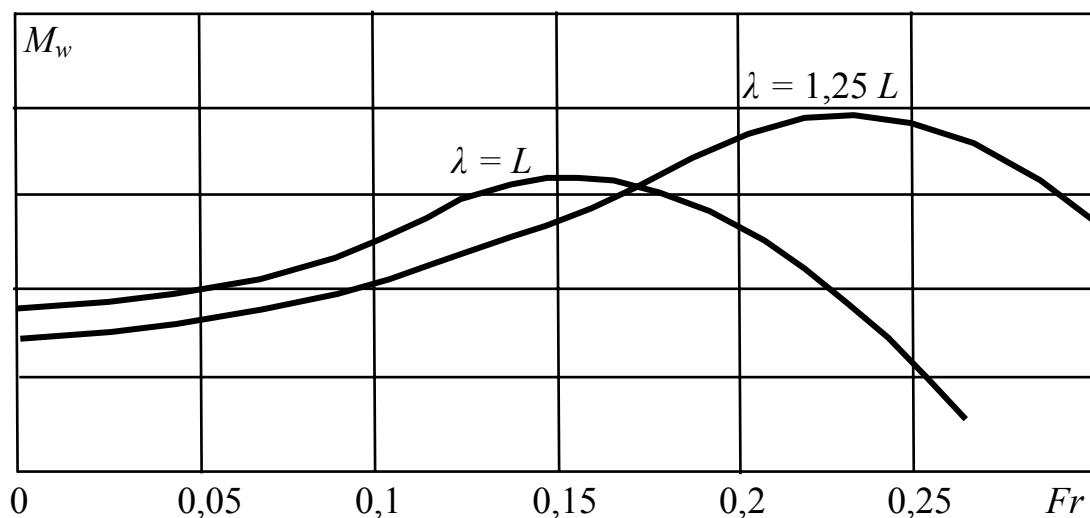


Рис. 3.31. Зависимость волнового изгибающего момента от скорости судна [9]

Для различных судов дополнительное сопротивление на волнении зависит от формы обводов, соотношения главных размерений и продольного распределения грузов. Определяющее влияние оказывают отношение ширины к длине B/L , коэффициент общей полноты и относительный продольный радиус инерции массы судна, увеличение которых приводит к росту дополнительного сопротивления. Дополнительное сопротивление относительно больше у судов с полными обводами.

При проектировании судов вопрос о продольной качке судов на встречном волнении является комплексным и очень важным, так как он тесно связан с разными проблемами мореходности (ходкости, остойчивости, устойчивости на курсе и др.) и общей прочности судна. При штормовании современные суда как правило стараются удерживать навстречу волнам, так как положения лагом и на попутных курсах опасны и могут привести к опрокидыванию. При обеспечении мореходности судна на встречном волнении наиболее важным является проектирование формы корпуса, так как существенное изменение распределения по длине судна проектной весовой нагрузки выполнить сложнее.

Проблема проектирования оптимальной формы корпуса является чрезвычайно сложной и до сих пор не полностью исследованной. Часто оптимизация формы выполняется только из условий ходкости на тихой воде. В этом случае судно во время шторма может оказаться в опасных ситуациях.

Наибольшее воздействие штормовые волны оказывают на корпус судна выше ватерлинии, поэтому при проектировании судовых обводов можно подводную часть корпуса оптимизировать из условий ходкости на тихой воде, а надводную – из условий штормового плавания.

При выборе обводов судов из условий мореходности и прочности существуют две основных концепции [19]: 1) обеспечение «разбивания волн»; 2) обеспечение «прорезания волн».

В первом случае судно делается с нависающим над водой форштевнем, развалом бортов в носу, высоким баком или седловатостью. Это позволяет обеспечить хорошую всхожесть на волну и уменьшить заливание палубы на встречных волнах. Вместе с тем, принимая на корпус энергию волн, судно испытывает большое дополнительное сопротивление движению, слеминг и, как правило, значительную продольную качку с большими величинами волнового изгибающего момента и вертикальных ускорений в оконечностях.

Во втором случае предусматривается малый момент инерции ватерлиний за счёт заострения оконечностей, исключение развала бортов в носу, – вместо этого применяется борт с завалом в носу и иногда и по всей длине. В результате судно испытывает меньшее сопротивление встречным волнам, разрезая их. Уменьшается килевая качка и днищевой слеминг, исключается бортовой слеминг, уменьшается волновой изгибающий момент. Вместе с тем для такого судна увеличивается заливание палубы.

На рис. 3.32 – 3.33 представлен пример влияния формы носовой оконечности на ходкость судна на волнении [24].

Рассмотрим примеры моделирования продольной качки судов с разной формой обводов (рис. 3.34). У моделей принято равномерное распределение весовой нагрузки по объёму судна. Для сопоставления выбраны корпуса с одинаковыми главными размерениями ($B = 14$ м; $H = 9,7$ м; $L = 80$ м):

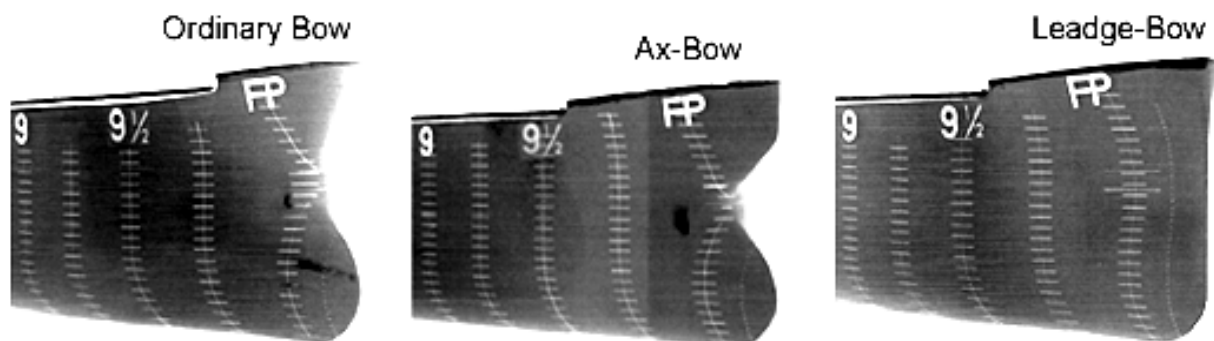


Рисунок 3.32 – Варианты формы носа навалочного судна

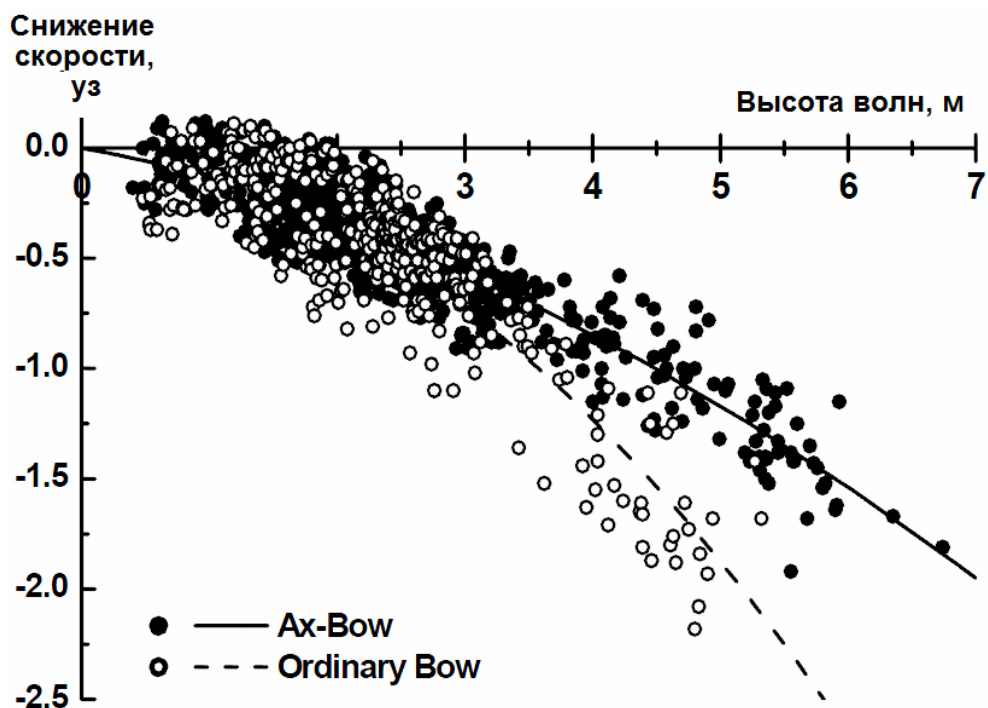


Рисунок 3.33 – Потеря скорости навалочного судна на волнении

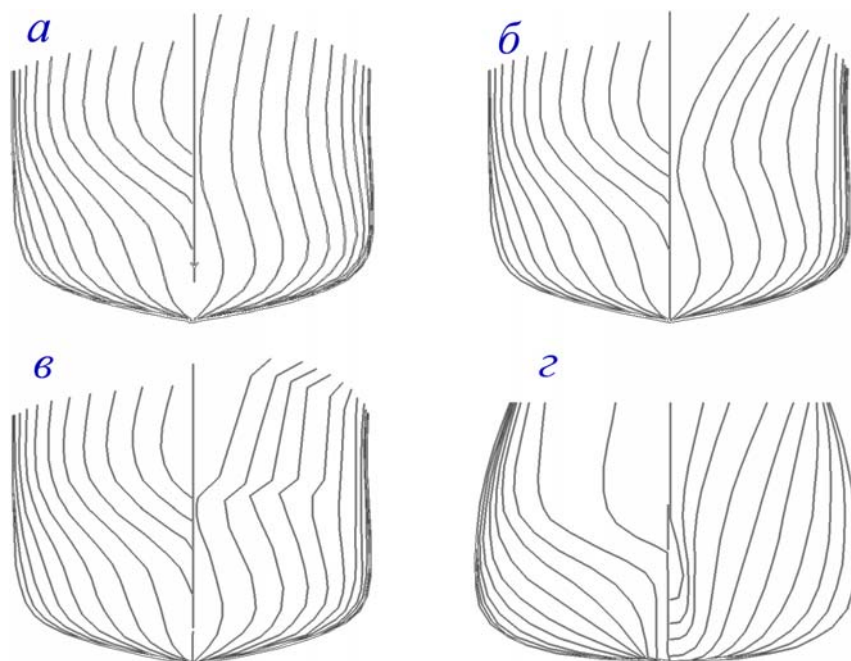


Рис. 3.34 – Варианты формы корпуса судна: а – исходный корпус;
 б – с увеличенным развалом борта в носу;
 в – со сломом выше ВЛ [14];
 г – судно с заострёнными ватерлиниями в носу
 и завалом борта в средней части [19]

- а) исходный корпус морского судна;
- б) корпус с увеличенным развалом борта в надводной части носа;
- в) вариант, аналогичный предыдущему, но в котором существенный развал борта уменьшен за счёт сломов, что позволяет уменьшить нагрузку от бортового слеминга [14];
- г) корпус судна с заострёнными носовыми ватерлиниями, завалом борта и без седловатости [19].

На рисунках 3.35 – 3.39 приведены результаты моделирования продольной качки судна, движущегося со средней скоростью 6 уз на встречных регулярных волнах длиной 100 м и высотой 6 м.

Анализ результатов позволяет сделать некоторые выводы:

- у более полной оконечности растут не только силы поддержания на волне, но также силы веса и инерции, поэтому в волну зарывается больше как раз оконечность с более полными обводами. При этом противоположная оконечность больше оголяется на подошве волны (сравните рисунки 3.35 и 3.39);

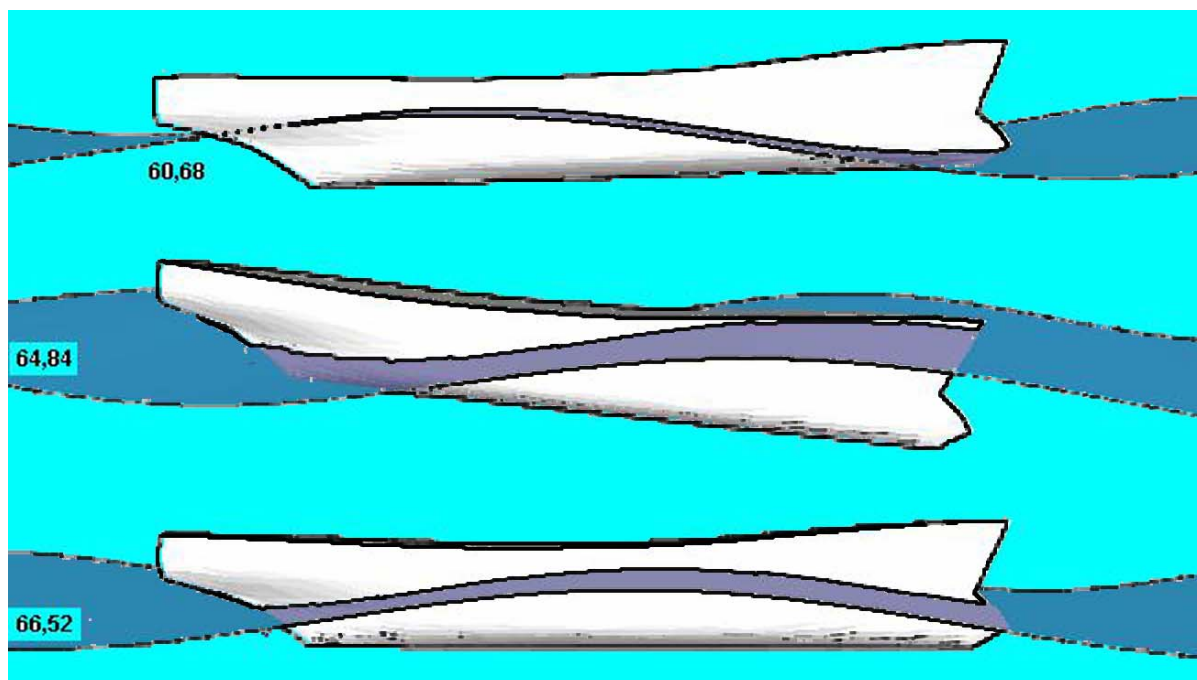


Рисунок 3.35 – Движение морского судна с исходным корпусом (рисунок 3.34, а) с осадкой 6 м

- увеличение развала борта в носу не приводит к заметному уменьшению заливания палубы. Скорее возможно даже наоборот – так как при этом растёт амплитуда килевой качки (сравните рисунки 3.35 и 3.37 – при том, что надводный борт у судна с развалом борта в носу выше);

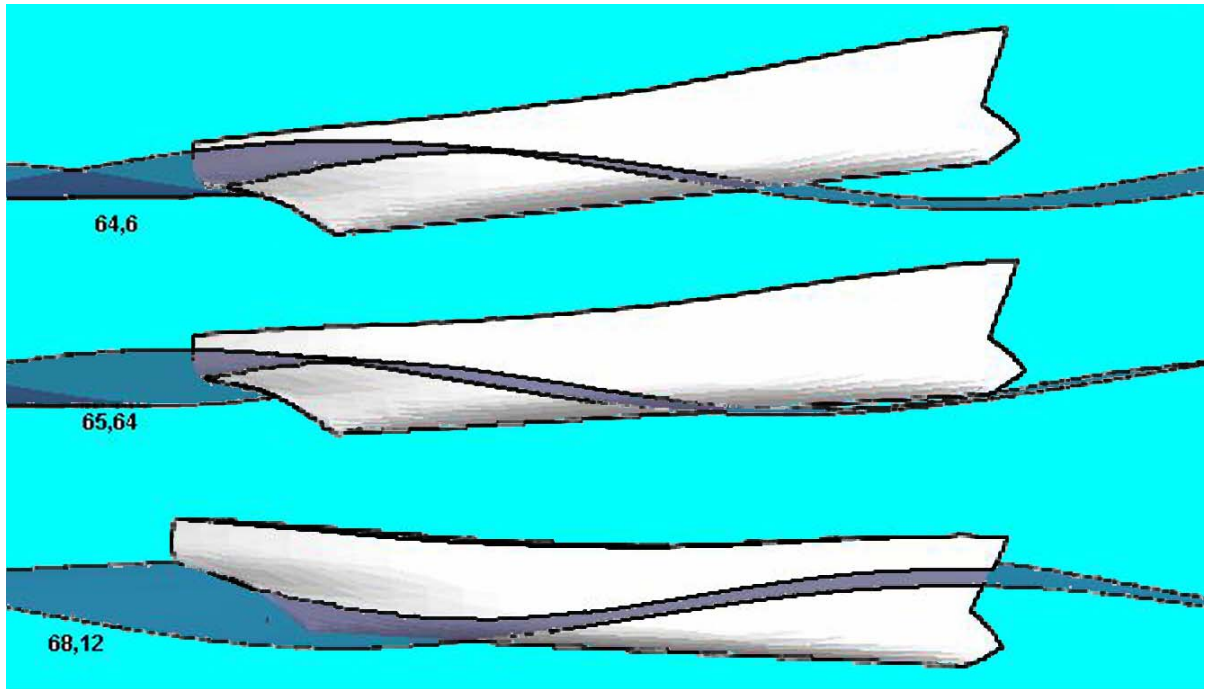


Рисунок 3.36 – Движение морского судна с исходным корпусом (рисунок 3.34, а) с осадкой 4 м

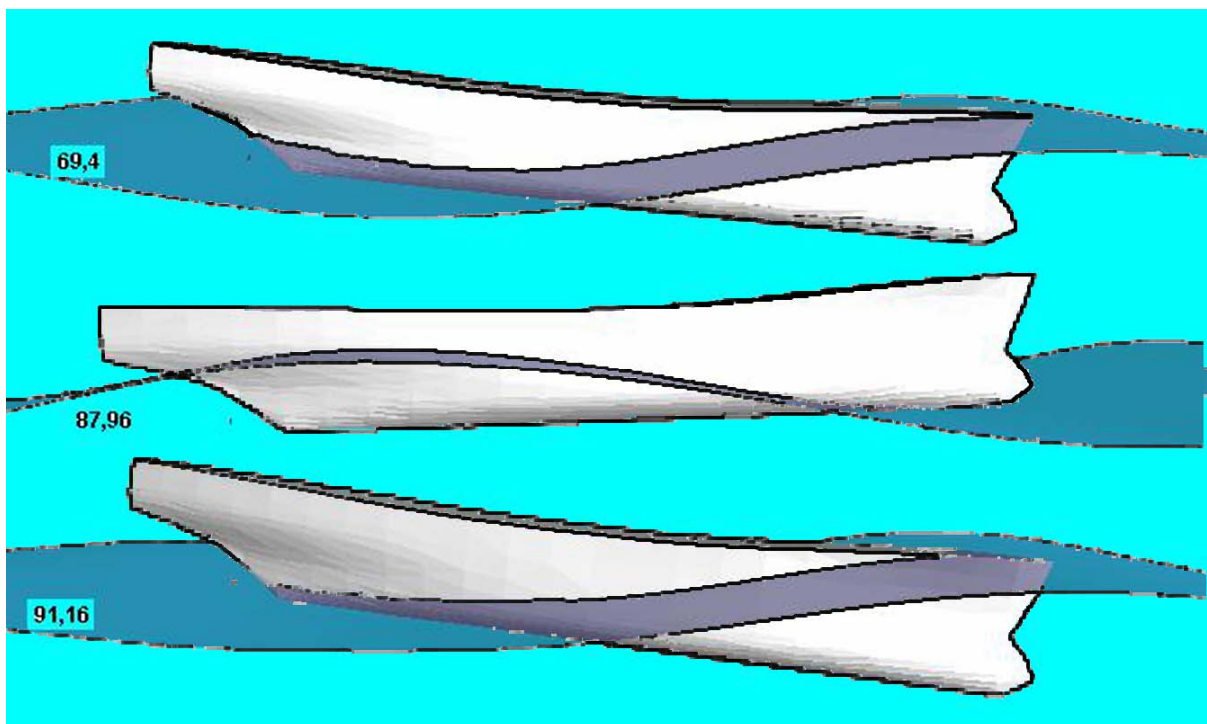


Рисунок 3.37 – Движение судна с увеличенным развалом борта в надводной части носа (рисунок 3.34, б) с осадкой 5 м

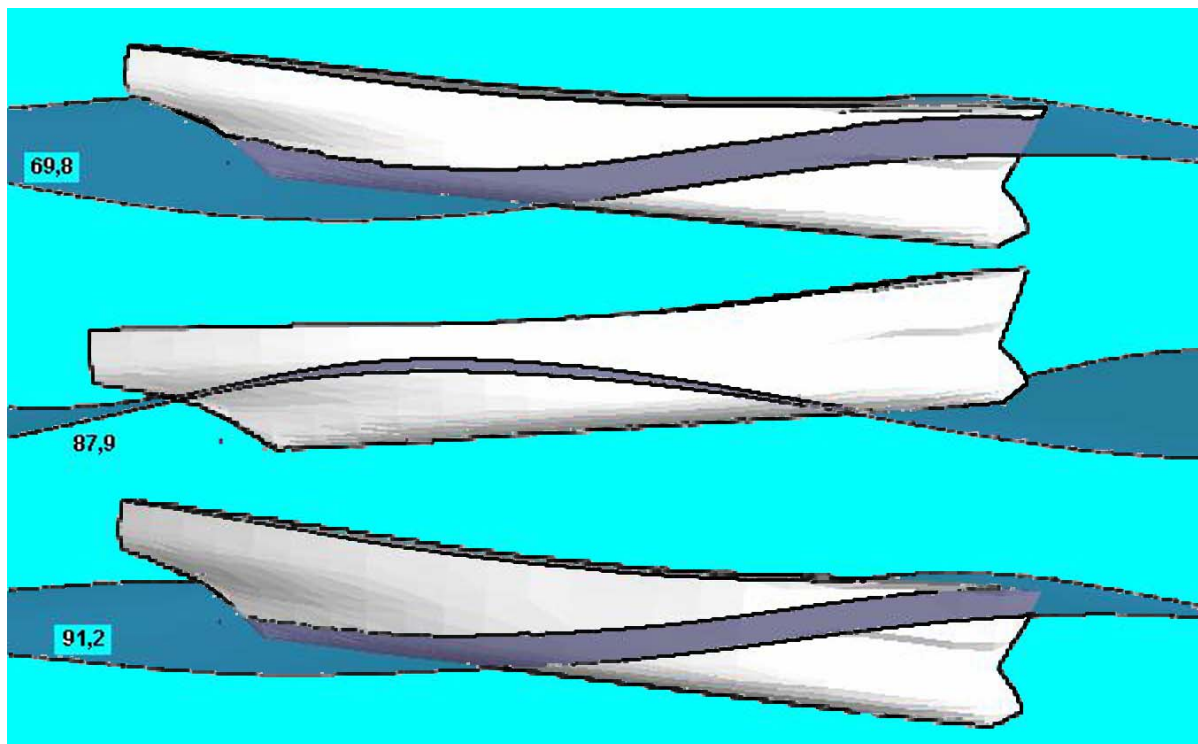


Рисунок 3.38 – Движение судна со сломами борта выше ватерлинии (рисунок 3.34, в) с осадкой 5 м

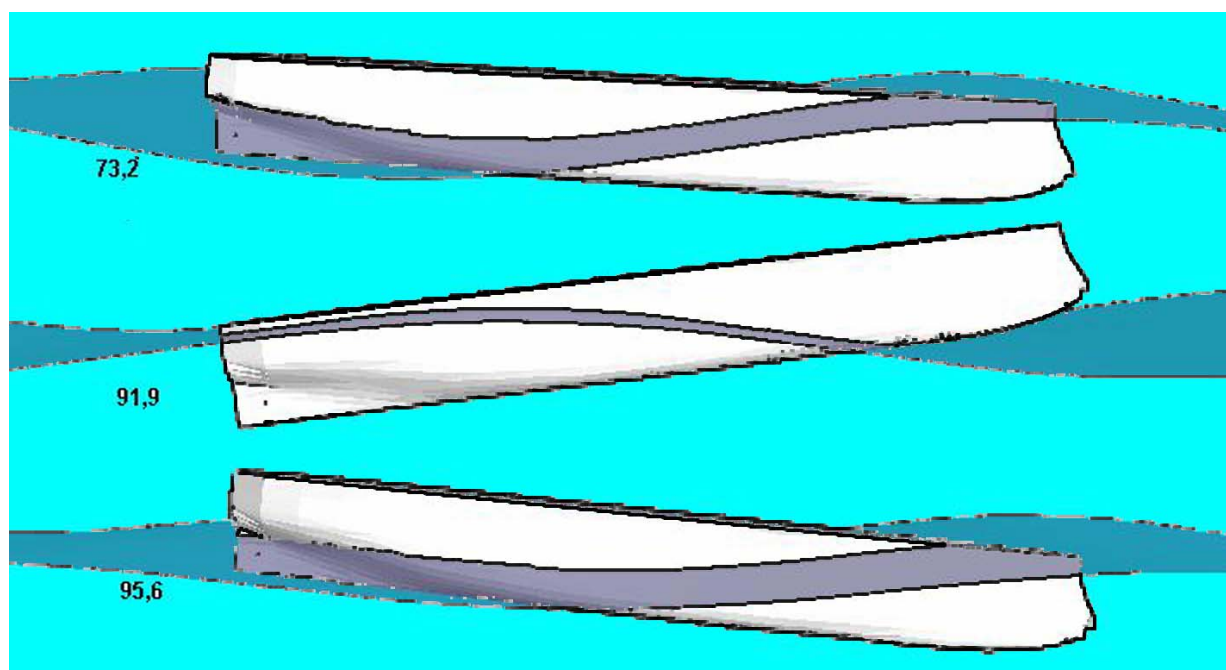


Рисунок 3.39 – Движение судна с заострёнными ватерлиниями в носу и завалом борта в средней части (рисунок 3.34, г) с осадкой 6 м

- при изменении формы носа (рисунок 3.34, б) путём выполнения сломов выше ватерлинии (рисунок 3.34, в), обеспечивающих уменьшение нагрузок от бортового слеминга, параметры качки изменяются незначительно. При этом местное увеличение развала борта близко к палубе («отбортовка») позволяет уменьшить её заливаемость и отбросить струи воды в стороны от судна, а слом выше ватерлинии позволяет сместить максимум ударных давлений с верхней части борта к месту слома, где скорость входа в воду меньше;

- с увеличением скорости судна килевая качка уменьшается. Однако увеличению скорости на встречном волнении препятствуют: при наличии существенного развала шпангоутов в носу - бортовой слеминг; при наличии широкого носового бульба и увеличении полноты носовой оконечности – днищевой слеминг. Судно же с малым МИВ (без развала носовых шпангоутов и с заострённой носовой оконечностью) способно уменьшить килевую качку путём увеличения скорости.

- у судна с более полной кормой (рисунок 3.34, г), чем у исходного судна, наблюдается больший дифферент на корму и оголение носовой оконечности. Однако это не должно приводить к большим слеминговым нагрузкам вследствие более острых носовых обводов без существенного развала шпангоутов;

- для того, чтобы судно с заострёнными ватерлиниями в носу действительно не испытывало существенной килевой качки, необходимо, чтобы ватерлинии были заострены также в корме, - при этом малый момент инерции должен обеспечиваться не только для ватерлинии на тихой воде, но и для надводных ватерлиний;

- несмотря на то, что у судна на рисунке 3.34, г нет седловатости и возвышения борта в носу, заливание палубы у него примерно такое же, как и у базового судна.

3.2.2. Параметрическая качка

Продольная качка судна на встречном волнении может привести к возбуждению бортовой качки и даже к опрокидыванию судна. Такое явление называют параметрическим или субгармоническим резонансом. Оно возможно при двух основных условиях: 1) собственный период бортовой качки τ_4 кратен периоду продольной качки τ

$$\tau_4 = n \tau, \quad n = 2, 3, \dots, \quad \tau = \frac{\lambda}{c + v} \quad (3.11)$$

(как правило: $\tau_4 = 2\tau$); 2) существенный развал бортов в носовой оконечности.

Из формул (3.11) и (2.46) можно вывести приближённое выражение для относительной скорости судна, соответствующей резонансам [13]:

$$Fr = \sqrt{\frac{\lambda}{L}} \left(\frac{n}{k_{\theta} \sqrt{g}} \sqrt{\frac{\lambda L h}{L B^2}} - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \right). \quad (3.12)$$

Субгармоническая бортовая качка происходит следующим образом. При входе носовой оконечности во встречную волну возникает вертикальная гидродинамическая реакция (бортовой слеминг). Если при этом судно имеет небольшой крен или угол к волнению, обусловленный рысканием, удар волны в носовой развал борта несимметричен и вызывает кренящий момент и бортовую качку. При входе носом в следующую волну, если $\tau_4 = 2\tau$, в результате бортовой качки судно будет иметь крен на противоположный борт. Произойдет новый удар в развал носа с другого борта. Если частота нагрузки от переменного воздействия волн в разные борта носовой оконечности совпадает с собственной частотой бортовой качки, наблюдается параметрический резонанс. Росту бортовой качки способствует также периодическое уменьшение поперечной метацентрической высоты и восстанавливающего момента при выходе судна на вершину волны (рис. 3.40, 3.41).

На рисунке 3.42 представлены результаты моделирования динамики контейнеровоза длиной 150 м на встречных волнах длиной 225 м и высотой 9 м ($Fr = 0,2$). Рост бортовой качки приводит к опрокидыванию судна при углах крена, превышающих 60° .

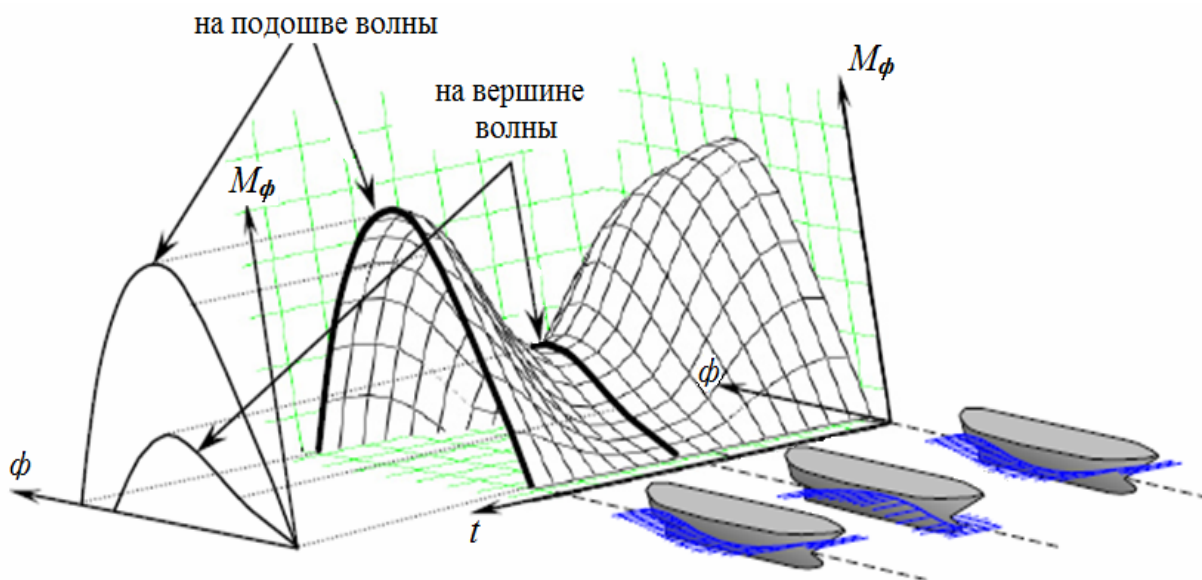


Рисунок 3.40 – Изменение диаграммы статической остойчивости судна на волнении

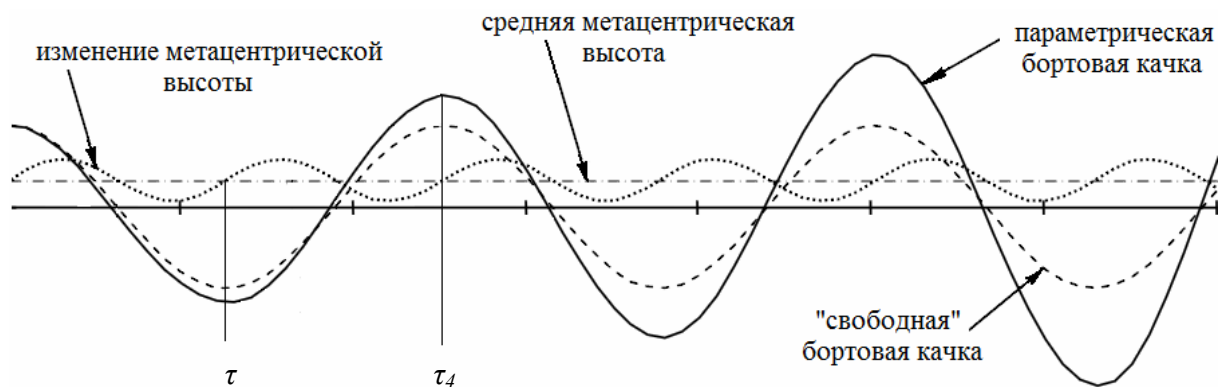


Рисунок 3.41 – Развитие параметрической качки

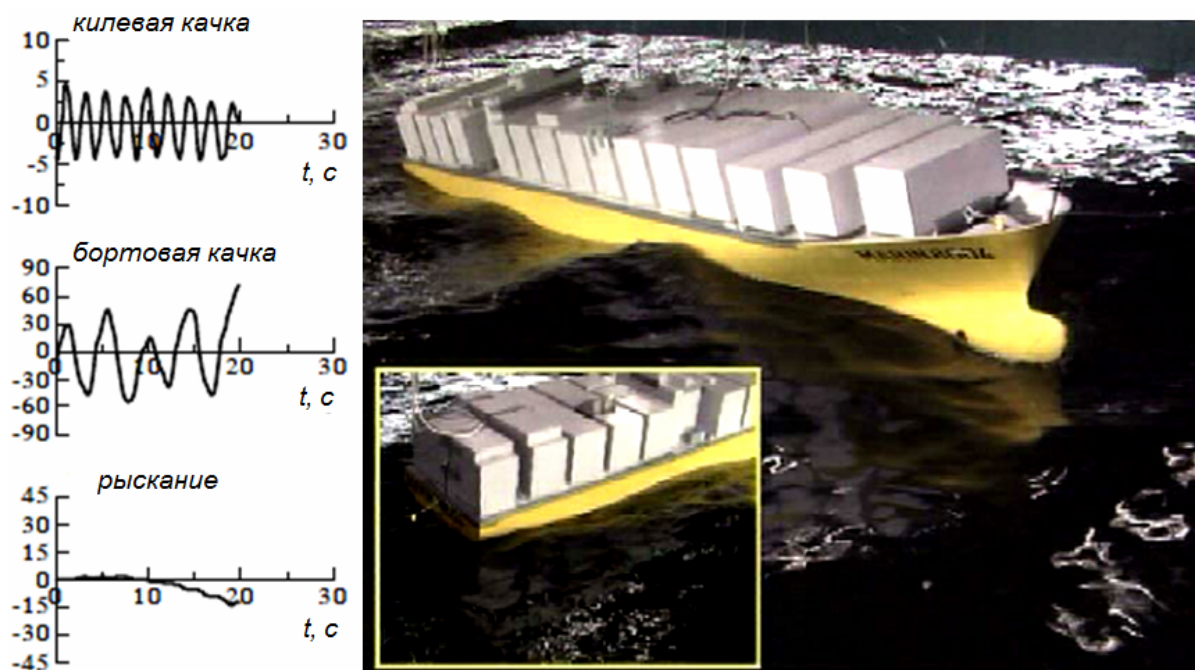


Рисунок 3.42 – Моделирование параметрической качки [28]

3.2.3. Слеминг и волновая вибрация

Слемингом называется явление ударов волн в корпус судна. В зависимости от характера ударов выделяются разные виды слеминга (рис. 3.43).

Днищевой слеминг возникает в процессе продольной качки при оголении носовой оконечности и последующем хлопании о воду (рис. 3.36). Обычно это явление наблюдается при балластных переходах судов, когда

осадка носом относительно небольшая. Днищевой слеминг чаще наблюдается у судов с полными обводами и плоским участком днища в носовой оконечности. Вот как описывает удар при слеминге один из моряков: «удар волны был как о подводную скалу, корпус прогнулся настолько, что лопнули натянутые на мачты антенны, вибрация продолжалась около полминуты».

Особенности днищевого слеминга как физического явления определяются в основном совместным выполнением двух условий: 1) оголением днища; 2) входом днища в воду с вертикальной скоростью относительно воды, большей некоторого «порогового» значения. Величина «пороговой» скорости имеет большой разброс, обусловленный случайным характером волнения и качки судна, особенностями формы носовой оконечности, размерами судна, параметрами качки и пр. Ориентировочно она составляет 2 – 4 м/с.

Условие оголения днища в поперечном сечении x судна приближённо можно оценить по формуле:

$$T(x) + \zeta_0(t) + x \cdot \psi(t) - \zeta_w(x, t) < 0,$$

где $T(x)$ – осадка судна, $\zeta_0(t)$, $\psi(t)$ – перемещения при вертикальной и килевой качке соответственно, $\zeta_w(x, t)$ – аппликата волновой поверхности.

Длительность удара составляет доли секунды (обычно менее 0,2 с). Давление неравномерно по площади удара. При известной скорости v входа днища в воду наибольшее давление можно оценить по формуле

$$P_{\max} = \frac{1}{2} c_p \rho v^2.$$

Коэффициент давления c_p можно определить по графику на рис. 3.44 в зависимости от угла килеватости днища β в районе удара. Следует только отметить, что в реальных условиях угол входа днища в воду отличается от угла килеватости – в результате качки судна и неровной волновой поверхности. Поэтому наибольшее давление имеет случайный характер с большой дисперсией. По результатам натурных замеров оно может достигать нескольких мегапаскалей.

При проектировании судна снизить наибольшие давления можно уменьшением площади плоского участка днища в носу, однако этот способ практически реализовать не всегда возможно, так как форма носовой оконечности определяется и другими важными критериями (ходкости, грузовместимости и пр.) В работе [18] предложен способ уменьшения днищевого слеминга, основанный на применении вогнутого или гофрированного днища в носовой части.

Ударные нагрузки могут привести к серьезным повреждениям конструкций днища, а в условиях шторма – и к дальнейшим разрушениям (рис. 3.45). Известны случаи перелома корпусов судов, оказавшихся в

штормовом море при неблагоприятных условиях загрузки, в результате тяжелых ударов о волны.

После удара корпус судна испытывает затухающую вибрацию, обычно с частотой первого тона свободных упругих колебаний (рис. 3.46).

Вероятность опасных ударов при слеминге тем больше, чем больше высота волн и скорость судна. Наблюдаются они на встречном волнении в широком диапазоне курсовых углов. Поэтому отклонение по курсу от чисто встречного движения не всегда является эффективным средством избежать опасности слеминга. Избежать опасные удары волн легче снижением скорости или увеличением осадки судна носом.

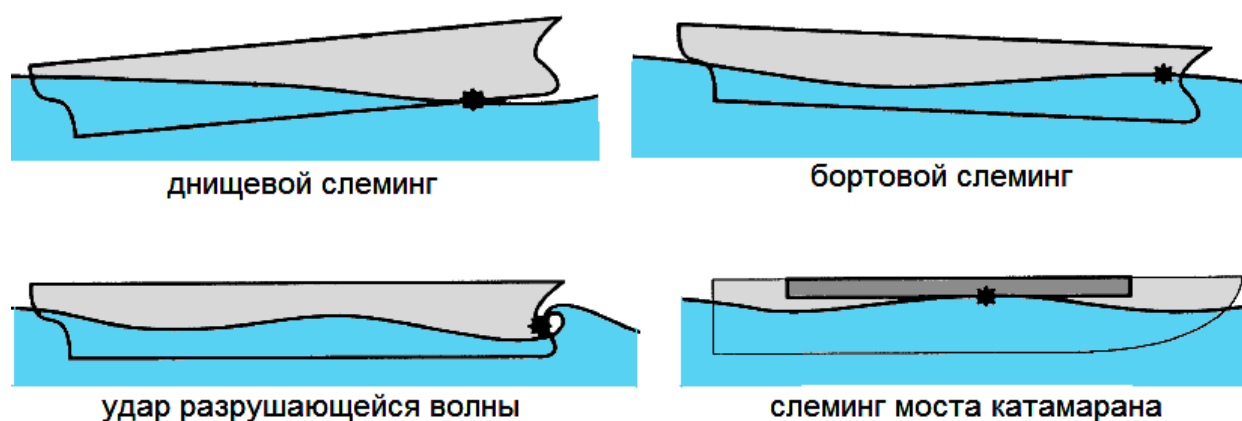


Рисунок 3.43 – Виды слеминга

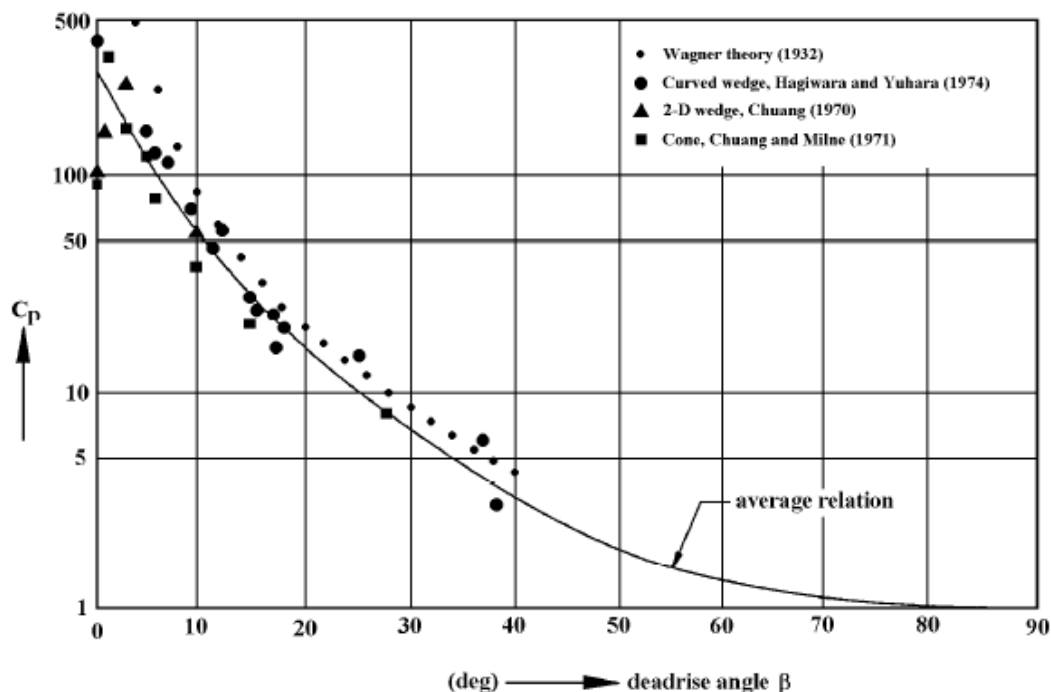


Рисунок 3.44 – Коэффициент наибольшего давления при слеминге



Рисунок 3.45 – Пример разрушений от удара волны

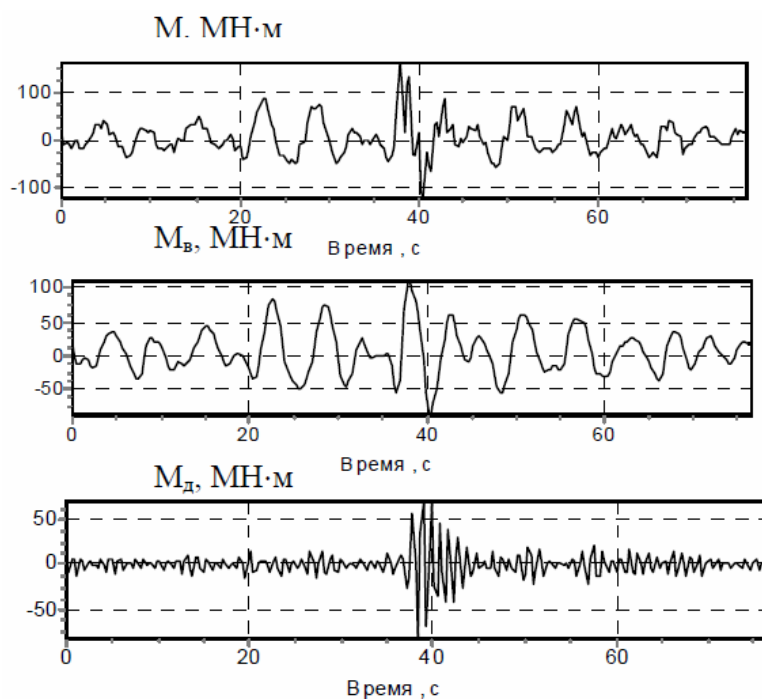


Рисунок 3.46 – Пример записи изгибающего момента в корпусе судна на волнении (а) и разложение момента на составляющие: волновой (б) и вибрационный (в). Удар о воду произошёл в момент $t = 38$ с

Бортовой слеминг (или випинг) представляет собой удар о волну наклонными участками борта в носовой оконечности. Он характерен для быстроходных судов с малой полнотой и существенным развалом борта в носовой оконечности. Продолжительность действия нарастающих динамических нагрузок существенно больше, чем при ударе днищем и составляет около 1 с. Наибольшие давления при бортовом слеминге могут достигать 500 кПа и более.

Бортовой слеминг, в отличие от днищевого, в меньшей степени ощущается на ходовом мостике. Если при резких и громких ударах от днищевого слеминга судоводитель всегда старается уменьшить силу ударов снижением скорости судна, то при бортовом слеминге, сочетающемся с интенсивной килевой качкой, вахтенный старается в первую очередь снизить амплитуду резонансной качки. При наличии запаса мощности этого обычно проще добиться не снижением, а увеличением скорости судна. В результате растут нагрузки от бортового слеминга. Кроме того, випинг на косых курсах часто сочетается с несимметричными относительно ДП ударами разрушающихся волн в носовой развал борта.

Випинг может привести к вмятинам и повреждениям набора в верхней части обшивки носа. Иногда он сопровождается заливанием и повреждением палубных конструкций. Время нарастания нагрузки при випинге часто имеет один порядок с полупериодом собственных упругих колебаний корпуса судна. Тем самым весь корпус судна при бортовом слеминге испытывает существенные дополнительные динамические напряжения от общего изгиба. Они действуют одновременно с напряжениями, вызванными линейными волновыми нагрузками, нагрузками на тихой воде и суммируются с ними. Это приводит к увеличению общей напряженности корпуса. Значительный прогибающий динамический момент и может быть причиной серьезных повреждений корпуса, связанных с потерей устойчивости палубных конструкций в средней части судна. Кроме того, в районе четверти длины корпуса в носовой части в бортах судна возникают дополнительные динамические касательные напряжения, которые могут приводить к опасным трещинам в углах люков и в районе окончания надстройки бака.

При проектировании судна снизить давления и силы удара от бортового слеминга можно путём рационального выбора формы надводной части носовой оконечности, главным образом за счёт уменьшения развала бортов в носу.

Для судов, перевозящих палубный груз, обычно стараются увеличить площадь палубы за счёт большого развала шпангоутов и наклона форштевня. За счёт этого улучшается всхожесть судна на волну и несколько уменьшается накат воды на палубу. Зато существенно возрастает бортовой слеминг, килевая качка становится более резкой, растут ускорения и инерционные нагрузки от палубного груза.

На крупных пассажирских судах, в целях расширения зоны модульной организации жилых помещений, иногда верхнюю часть корпуса в носу приполняют. При этом в нижней надводной части увеличивается развал борта. Это может привести к росту ускорений и нагрузок от бортового слеминга при килевой качке.

При моделировании слеминга центральное место занимает задача о падении тела на воду. Процесс взаимодействия падающего тела с жидкостью можно представить двумя предельно различными физическими моделями. В первой модели тело имеет практически плоское днище и движение происходит по нормали к днищу и невозмущённой свободной поверхности (плоский удар). Вторая модель соответствует случаю падения тела с килеватым днищем или наклонными бортами, когда контакт тела со свободной поверхностью жидкости происходит под углом.

При плоском ударе до момента контакта тела с жидкостью образуется воздушный поток, оказывающий давление на поверхность жидкости, деформирующий её и вызывающий её начальное движение. В момент касания телом поверхности жидкости образуется замкнутая воздушная каверна, которая далее погружается вместе с телом. В момент контакта тела со свободной поверхностью жидкости давления резко растут по всей поверхности днища. Таким образом, происходит удар, сопровождающийся упругими деформациями конструкции, воды и воздуха, образованием водо-воздушной эмульсии.

При наличии угла между поверхностями тела и жидкости более $3 - 10^\circ$ влияние воздушного потока и сжимаемости воды на ударные нагрузки практически не проявляется. Реакция жидкости распределяется по времени плавней, чем в первом случае. Продолжительность взаимодействия гораздо больше, т. е. происходит динамическое погружение тела в жидкость. При этом свободная поверхность существенно деформируется, особенно в районе мгновенной ватерлинии, где она поднимается, образуя брызговую струю.

Моделирование явления удара судна днищем о поверхность воды осложняется следующими обстоятельствами:

1. Поверхность моря, кроме основных волн (которые еще можно смоделировать с более или менее приемлемой точностью), покрыта вторичными волнами, имеющими острые гребни и пологие впадины. Распределение этих волн имеет нерегулярный и случайный характер. В результате того, что высота каверны, образующейся от деформации воды потоком воздуха, имеет один порядок с высотой вторичных волн, ее форму практически невозможно достоверно определить.

2. Поверхностный слой воды при шторме (при сильном ветре, разрушающем гребни волн с образованием «барашков») содержит большое

количество воздушных пузырьков. Это приводит к увеличению сжимаемости поверхностного слоя воды.

3. При погружении тела в воду в присутствии воздуха изменение давлений и скорости погружения носит пульсирующий характер. Дело в том, что передача энергии от судна жидкости происходит через упругую воздушную прослойку и упругий, насыщенный воздухом, поверхностный слой. Упругая каверна и упругий поверхностный слой жидкости, сжимаясь, передают энергию жидкости, которая рассеивается в виде ударной волны, а также расходуется на деформацию свободной поверхности. После отхода ударной волны вглубь жидкости давление в каверне снижается (или даже сменяется разряжением). Это приводит к увеличению скорости погружения и новому всплеску давления (но уже меньшей амплитуды).

Несмотря на сложность описанного процесса, существуют закономерности, позволяющие построить его математические модели:

- наибольший перепад скорости и давлений происходит при первом сжатии воздуха в каверне;
- сжимаемость жидкости наиболее проявляется при ударах о воду плоским днищем. С увеличением угла килеватости влияние сжимаемости жидкости резко уменьшается;
- влияние на процесс воздушной прослойки также наиболее проявляется при плоских ударах;
- воздушная прослойка более существенно уменьшает ударные давления, чем сжатие жидкости. Если при этом учесть, что параметры воздушной каверны случайным образом и существенно изменяются, то очевидно, на фоне этих отклонений можно учитывать сжимаемость жидкости приближённо, например, в виде поправочных коэффициентов.

Слеминг является одним из проявлений качки судна, поэтому наиболее общая модель этого явления может быть рассмотрена в рамках модели качки. Однако сложность заключается в том, что ударные нагрузки при слеминге физически существенно различаются для различных типов судов, их скорости, осадки, характера волнения и пр.

Приближённо моделирование динамики судна при слеминге можно разделить на отдельные этапы: 1) расчёт качки; 2) расчёт гидродинамического удара (погружения); 3) расчёт упругих колебаний корпуса; 4) уточнение параметров качки с учётом слеминга (випинга).

Кроме затухающих упругих колебаний корпуса судна, вызванных днищевым или бортовым слемингом, у некоторых судов может существенно проявляться вынужденная незатухающая вибрация корпуса в результате действия относительно коротких волн. Это явление, называемое спрингингом, характерно для судов, имеющих малую изгибную жёсткость, например, речных и смешанного плавания (с большим относительным удлинением L/H). Спрингинг особенно проявляется, когда частота встречи с волнами

попадает в резонанс с собственной частотой изгибных колебаний корпуса. Волновые нагрузки, вызывающие спрингинг, увеличиваются, если в носовой части выше ватерлинии имеется существенный наклон бортов.

Волновая вибрация ухудшает условия обитания на борту судна и может привести к быстрому развитию усталостных трещин в корпусе судна.

3.2.4. Заливание палубы

При качке судна на встречном штормовом волнении заливание палубы может происходить при недостаточной высоте надводного борта в носовой части. Оно может приводить к повреждению бака, палубного оборудования, комингсов и конструкций люковых закрытий, палубного груза и пр. Большие массы воды, обрушивающиеся на палубу, кроме разрушений надпалубных сооружений и самой палубы могут создавать большой перегибающий момент, который в сумме с волновым моментом того же знака может достигать опасного уровня.

Удары волн по палубе могут привести к вскрытию люков, разрушению вентиляционных труб и попаданию внутрь корпуса большого количества воды. Тем самым заливаемость усиливается и может вызвать затопление судна. Отрицательное влияние на остойчивость судна оказывают срыв с креплений и подмочка палубного груза, обледенение, а для малых судов – задержка больших масс воды на палубе, в особенности, когда фальшборт или палубный груз затрудняют сток воды за борт.

Пример кинематики входа носовой оконечности судна в волну при продольной качке показан на рис. 3.47. Однако при взаимодействии с носом судна (особенно при наличии развала бортов в носу) фронт волны обычно существенно искажается (рис. 3.48).

Существуют расчётные методики оценки заливаемости судна, основанные на применении линейной теории качки [17]. Однако они не учитывают зависимость процесса продольной качки от формы надводной части судна, которая может внести существенную поправку, особенно при большом развале бортов носовой оконечности.

При оценке заливаемости относительная аппликата волнового профиля r в поперечном сечении судна в носу определяется разностью между абсолютной аппликатой z_w и вертикальным перемещением сечения судна ζ :

$$r = z_w - \zeta = z_w - \eta_3 + x\psi .$$

Возвышение волны над палубой:

$$h = r - H_{нб} ,$$

где $H_{нб}$ – высота надводного борта судна. В результате динамических эффектов взаимодействия носа с волной возвышение волны перед ним изменяется в зависимости от формы носа и может быть определено в виде (рис. 3.49)

$$h_{\max} = k_0 h.$$

Коэффициент k_0 может быть определён на основе экспериментов. Приближённое его значение для судов с $0,6 < \delta < 0,8$ [17]:

$$k_0 = 1 + \frac{\delta - 0,45}{3} \left(\omega \sqrt{\frac{L}{g}} + Fr \cdot \omega^2 \frac{L}{g} \right).$$

После образования «водной стены» перед палубой носа высотой h_{\max} , происходит её обрушение на палубу. Примерная последовательность этого процесса представлена на рис. 3.50.

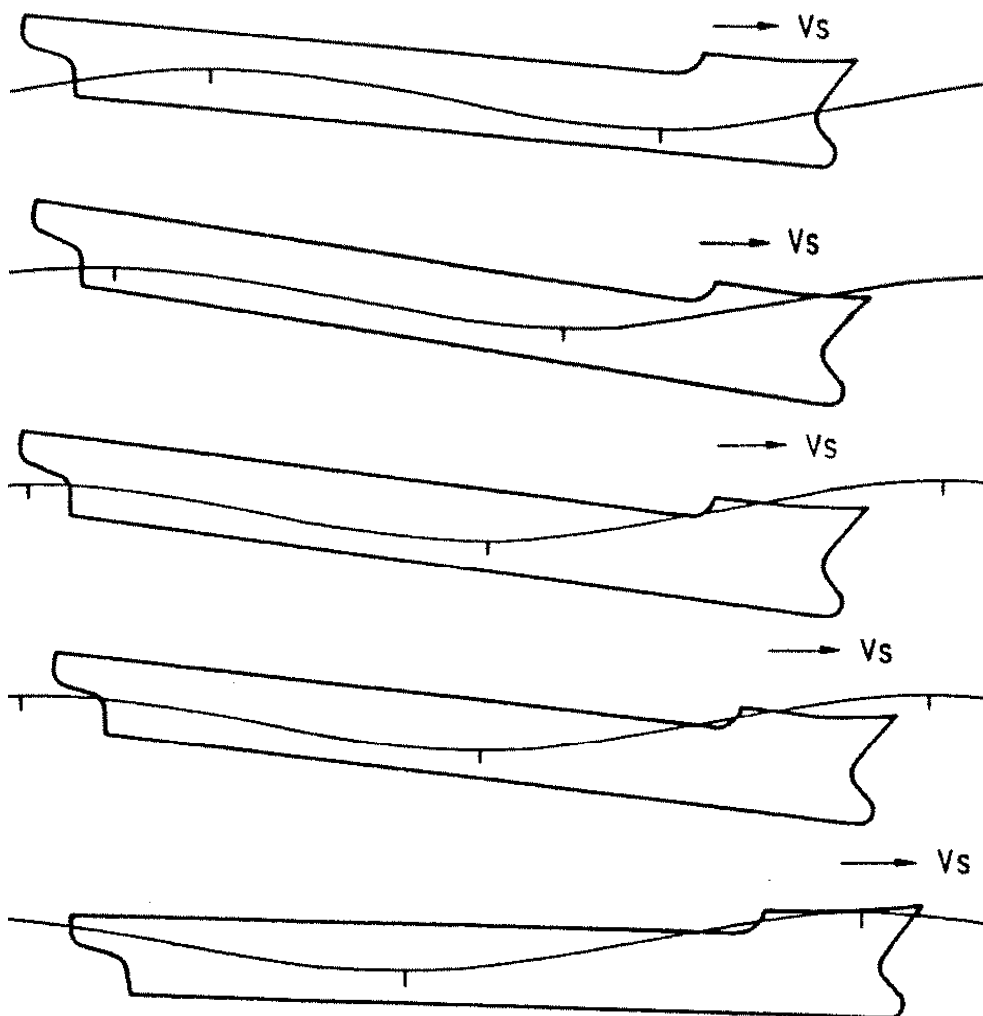


Рисунок 3.47. Продольная качка судна с заливанием палубы



Рисунок 3.48. Встреча носовой оконечности судна с волной

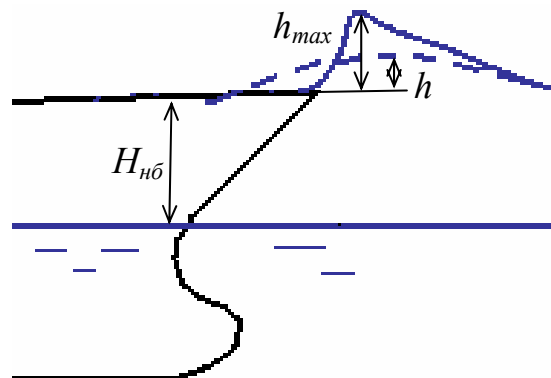


Рисунок 3.49. Параметры волны при заливании палубы

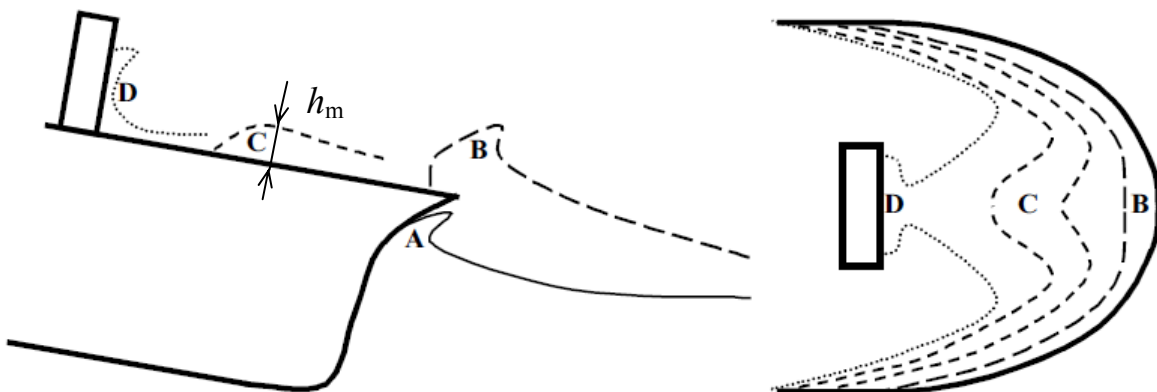


Рисунок 3.50. Основные фазы процесса заливания палубы

Высота проходящей по палубе волны и её давление на палубу можно определить по формулам

$$h(x) = k_h(x)h_{\max} = k_0 k_h h, \quad p(x) = k_p(x)h_{\max}^2.$$

На рис. 3.51 показано сравнение динамики заливания палубы для носовой оконечности навалочного судна, имеющей эллиптические ватерлинии и постоянный развал борта в каждой точке надводной ватерлинии величиной 10, 30 и 50°. На этом же рисунке приведены коэффициенты высоты волны k_h и давления k_p на носовом перпендикуляре.

Следует отметить, что представленные на рис. 3.50 и 3.51 результаты характерны для движения на волнении судов с интенсивной килевой качкой. При росте скорости и уменьшении килевой качки нос судна может «зарываться» в волну (рис. 3.52) или «пронизывать» её. При этом физическая картина процесса и его параметры существенно изменяются.

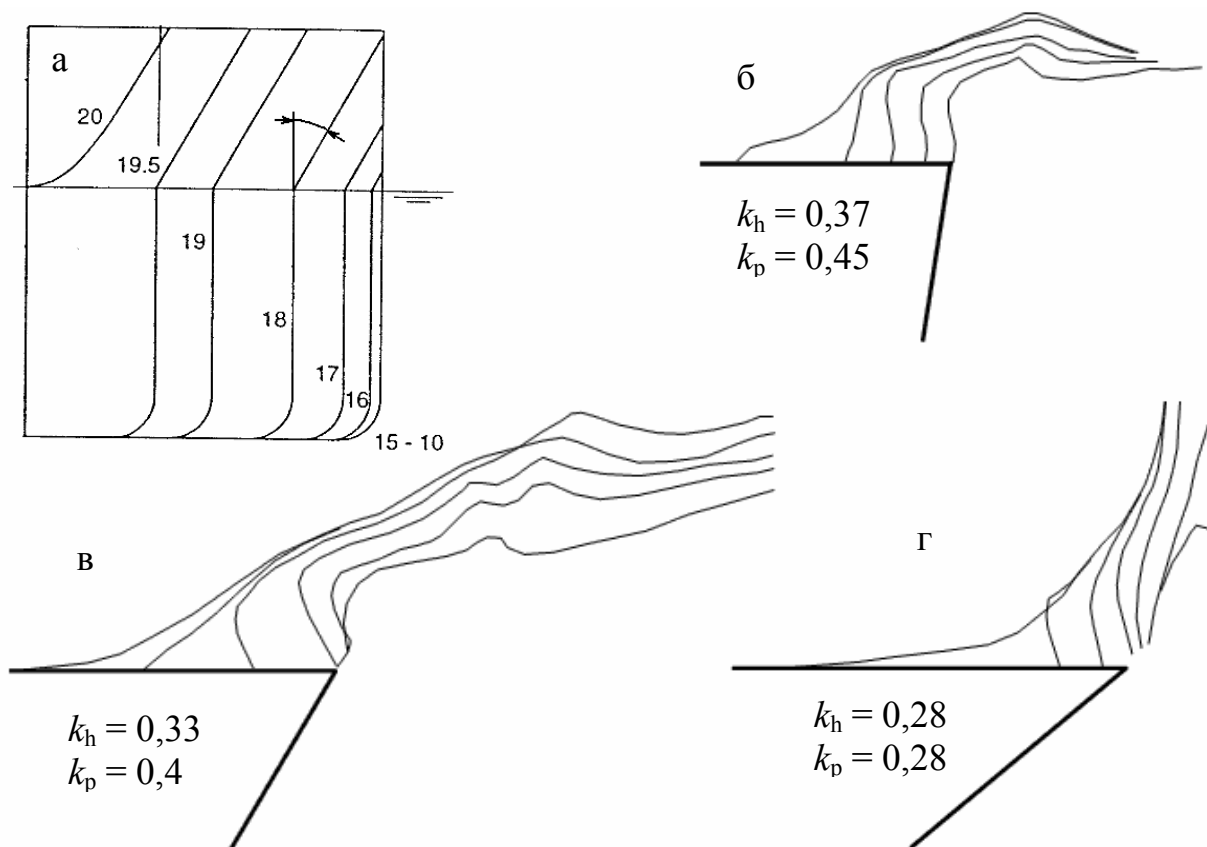


Рисунок 3.51. Влияние развала борта в носу на динамику заливания палубы: а) носовая часть проекции корпус; б) – г) профили в ДП волны, падающей на палубу при развале борта соответственно 10, 30 и 50° (линии показаны с шагом по времени 0,3 с) [23]



Рисунок 3.52. Зарывание судна носом в волну

При проектировании судна снизить заливание палубы можно рациональным выбором формы надводной части носовой оконечности, главным образом за счёт увеличения высоты борта в носу с применением седловатости палубы или обустройства надстройки бака достаточной высоты и длины. Вместо бака борт может быть дополнен прочным фальшбортом, однако в нём должны быть предусмотрены шпигаты достаточных размеров для быстрого стекания попавшей на палубу воды.

Определение минимальной высоты и длины возвышения борта в носовой оконечности может быть сравнительно просто и наглядно выполнено с применением эксперимента. Для этого модель судна следует выполнить с настолько завышенной высотой борта, которая обеспечит отсутствие заливания при наибольшем возможном волнении. По результатам анализа качки на волнах заданной обеспеченности можно определить огибающую всех профилей волн по борту модели (кривую заливаемости), а по ней – необходимую длину и высоту бака либо седловатость.

3.3. Поведение на попутном волнении

3.3.1. Остойчивость судна на попутном волнении

При курсе по направлению бега волн возможно опасное понижение устойчивости и управляемости судна (особенно небольшого тоннажа). Увеличивается рыскливость, судно хуже слушается руля.

При положении судна на вершине волны уменьшается его момент инерции площади ватерлинии (рис. 3.53), а следовательно и устойчивость

формы. На рис. 3.54 показан пример диаграмм остойчивости судна при разной начальной метацентрической высоте на тихой воде. Видно, что на вершине волны остойчивость судна может стать отрицательной. При качке на встречном волнении вследствие малого периода качки судно не успевает приобрести опасный для остойчивости крен. Однако на попутном волнении, при близких скоростях судна и волн, судно находится на вершине волны длительный отрезок времени, в течение которого оно может опасно накрениться и опрокинуться.

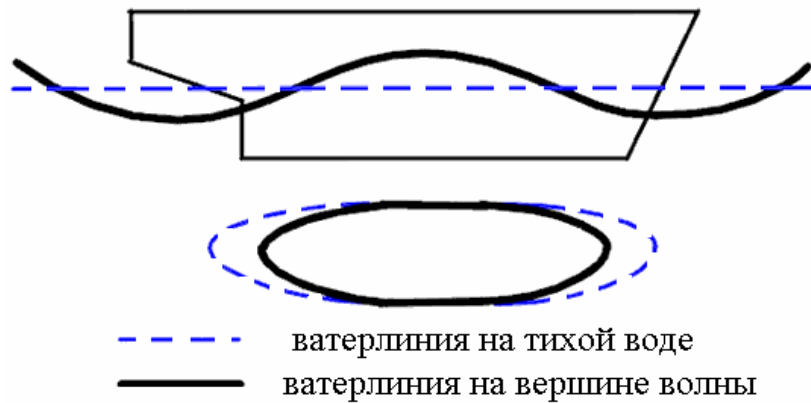


Рисунок 3.53. Ватерлиния судна

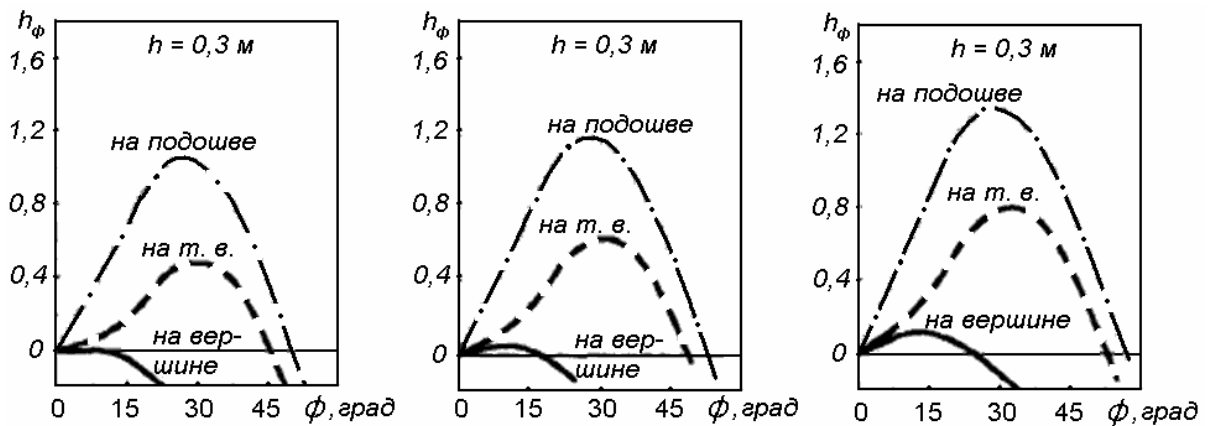


Рисунок 3.54. Примеры диаграммы статической остойчивости судна

Курсовой угол волн, при котором уменьшается остойчивость, находится в пределах $180-135^\circ$, а опасной является волна с длиной $60-120\%$ длины судна. В этом случае возможно опрокидывание судна. Пример потери остойчивости накатного судна на вершине попутной волны показан на рис. 3.55.

При длине волны меньше длины судна возможна значительная килевая качка с оголением гребных винтов, особенно, если скорость судна меньше скорости движения волны.

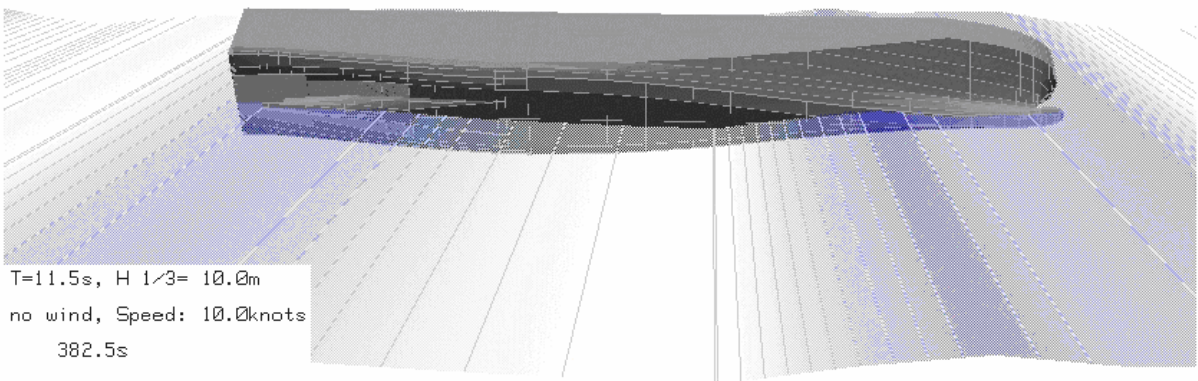
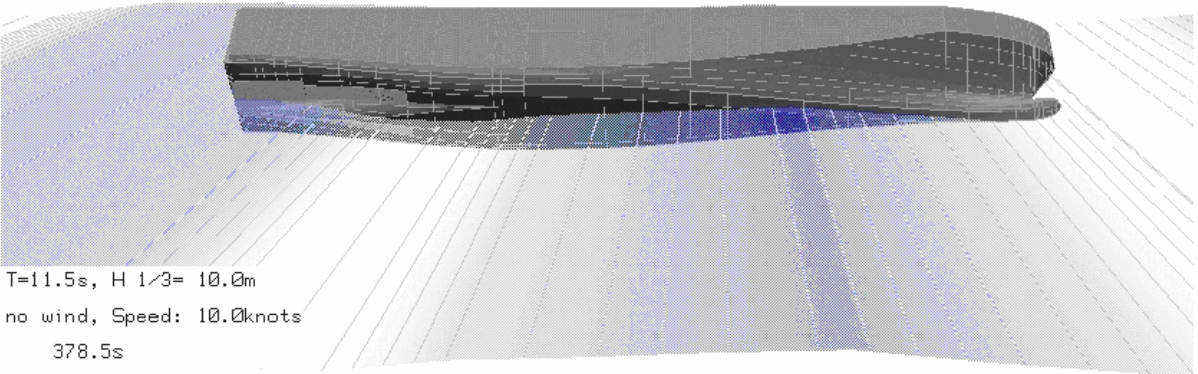
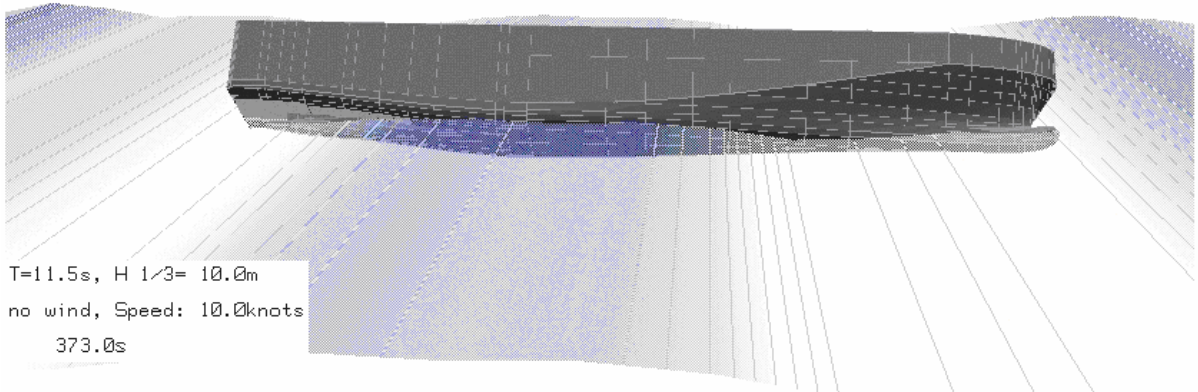
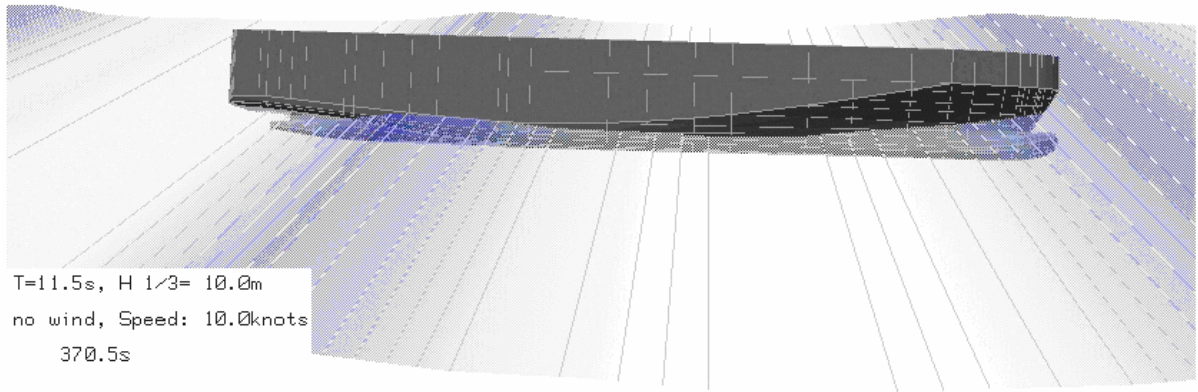


Рисунок 3.55. Потеря устойчивости и опрокидывание судна типа «ро-ро» на попутном волнении

Если судно не находится в статическом положении относительно волн, то возможна его потеря устойчивости вследствие возбуждения бортовой качки и основного или параметрического резонанса. Резонансная скорость может быть получена из условия (3.11) с учетом того, что $\tau = \lambda/(c - v)$:

$$Fr = \sqrt{\frac{\lambda}{L} \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} - \frac{n}{k_{\theta} \sqrt{g}} \sqrt{\frac{\lambda L h}{LB^2}} \right)}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Пример параметрического резонанса на попутном волнении приведен на рис. 3.56.

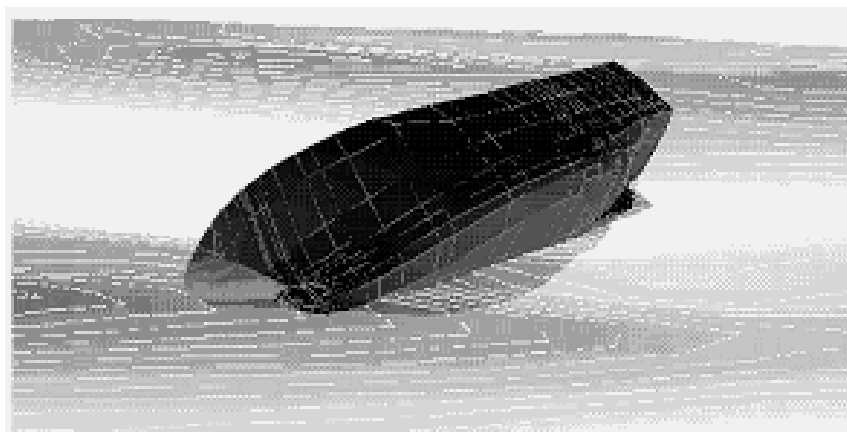
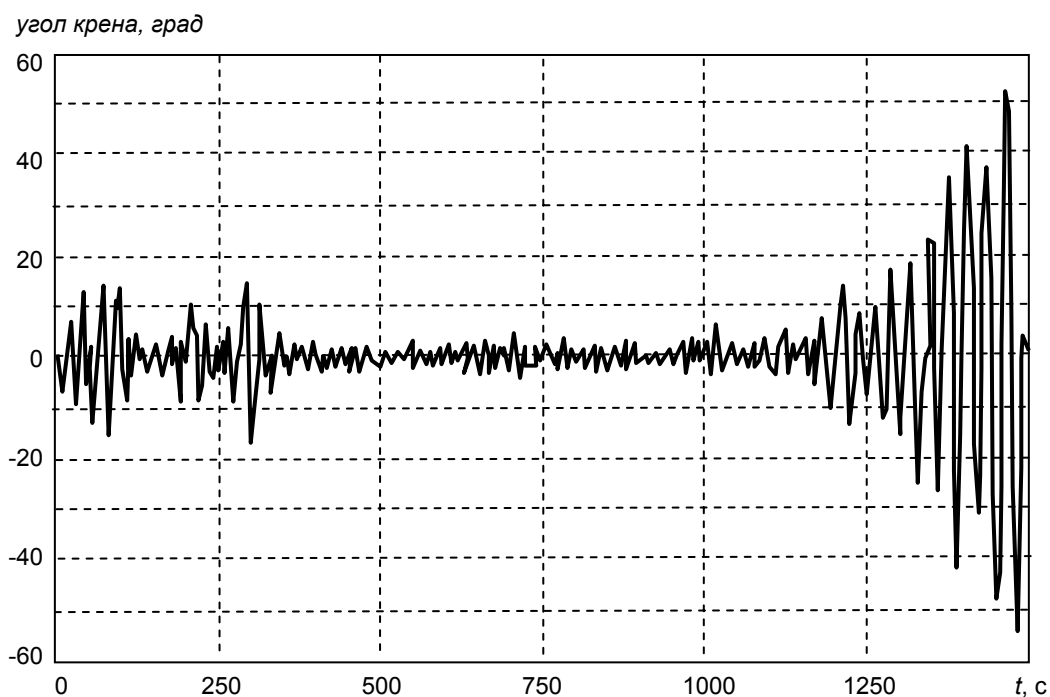


Рисунок 3.56. Потеря устойчивости судна в результате параметрической бортовой качки на волнах с кормовых курсовых углов

3.3.2. Брочинг

Попутная волна может быть опасна не только из-за непосредственного снижения остойчивости на гребне волны, но и вследствие ухудшения управляемости. С недостаточной плавучестью носа большой навал волны на транец может поднять корму, при этом нос зарывается в воду. Происходит захват судна волной, потеря управляемости и самопроизвольный разворот судна лагом к волне. Такое явление называется брочинг.

Брочинг имеет две основные фазы: 1) захват судна волной; 2) разворот судна, потерявшего устойчивость на курсе, лагом к волнению. К брочингу часто склонны малые суда, имеющие длину менее 50 м и широкий транец.

Наиболее опасным является захват на переднем склоне попутных волн, имеющих длину больше 0,6 – 0,8 длины судна. При этом обычно скорость волны больше скорости судна и поэтому судно не слушается руля. Это вызвано тем, что при равенстве скоростей движения судна и волны прекращается обтекание пера руля потоком воды, а попутный поток вызывает на руле момент, стремящийся развернуть судно. В таком состоянии судно, находясь на границе устойчивости движения, получает случайное возмущение и резко разворачивается лагом к волне. Это может привести к опрокидыванию.

Если на длинных волнах (больше 0,6 – 0,8 длины судна) скорость судна больше скорости волн, то оно захватывается задним склоном волны. Этот захват проявляется в том, что судно не может преодолеть волну даже на повышенных оборотах двигателя. При этом судно устойчиво держится на курсе.

Выход судна из захваченного состояния возможен либо после разворота его лагом к волнам (этот вариант опасен, так как может привести к опрокидыванию судна), либо снижением скорости (иногда для выхода из этого состояния приходится давать задний ход).

Разворот судна, имеющего малую скорость, лагом к волнению возможен и без захвата его волной. На рисунках 3.57 – 3.58 показано, что силы поддержания на подошве волны вызывают сильное рыскание против часовой стрелки, а на вершине волны - слабое рыскание по часовой стрелке. Таким образом, при прохождении нескольких волн судно постепенно разворачивается к положению лагом к волнам.

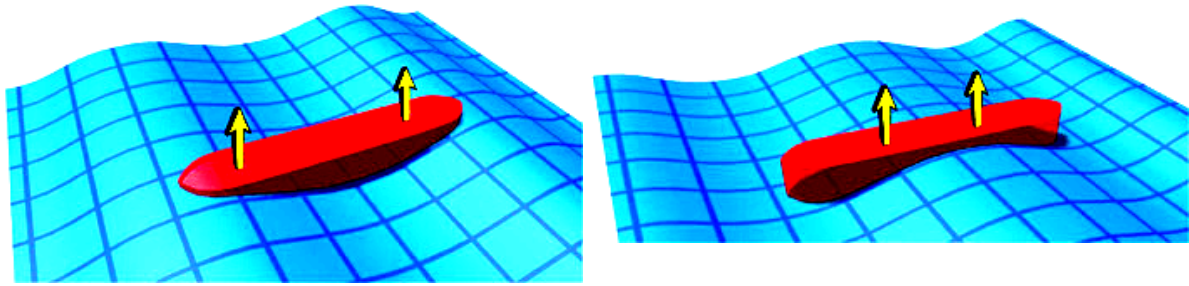


Рисунок 3.57. Силы поддержания на подошве и на вершине волны при продольной качке судна

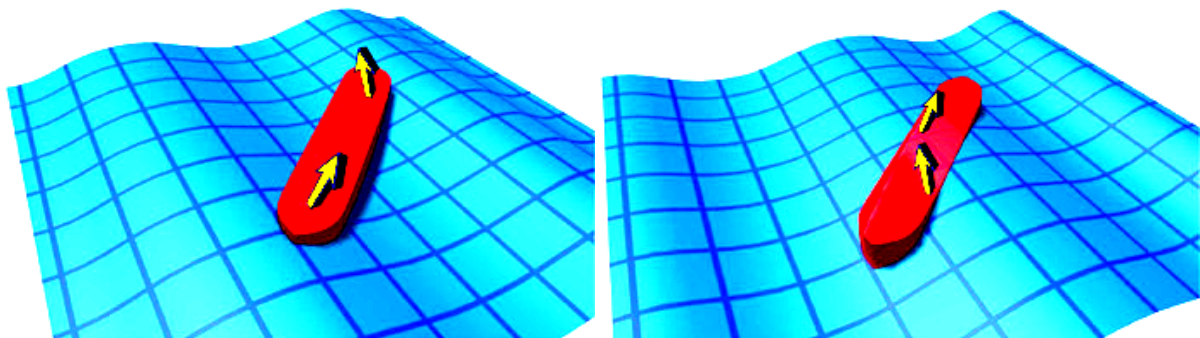


Рисунок 3.58. Силы поддержания и рыскания на подошве и на вершине волны при качке судна под углом 45 град к волнам

Наибольший брочинг характерен для прямоугольного понтона. Более узкие нос и корма уменьшают гидростатический момент волнового рыскания (рис. 3.59). Экспериментально установлено [13], что наиболее опасен брочинг на волнах длиной 1,0 – 1,3 от длины судна. Условиям возникновения этого явления способствуют дифферент судна на нос и малая осадка (порожнее судно).

На рисунках 3.60 и 3.61 приведены примеры брочинга на стадиях захвата и разворота судна с опрокидыванием.

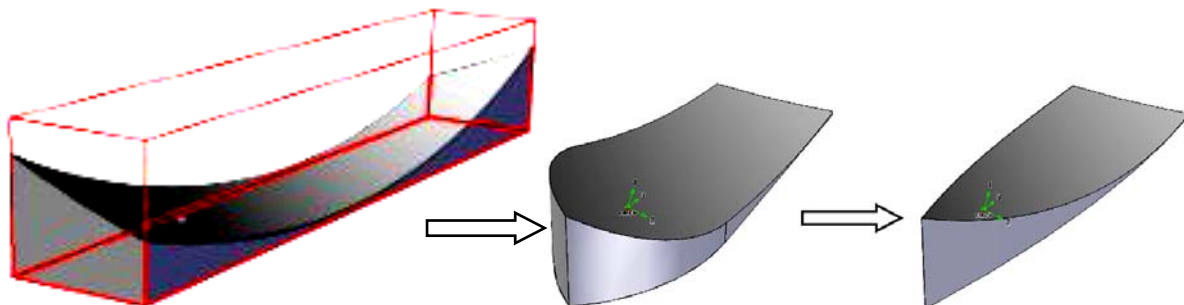


Рисунок 3.59. Влияние полноты корпуса судна на момент, вызывающий рыскание (цветом залито водоизмещение судна на подошве волны в положении под углом к волнам)



Рисунок 3.60. Захват судна волной



Рисунок 3.61. Опрокидывание модели судна при брочинге

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данном учебном пособии кратко рассмотрены только некоторые, большей частью элементарные сведения о динамике судов на волнении.

Автор надеется, что данное пособие позволит Вам получить базовые знания и интерес к дальнейшему изучению гидродинамических явлений, сопровождающих качку судна на волнении, в том числе с применением компьютерных и модельных экспериментов.

Познание – процесс бесконечный. Главное, чтобы для Вас этот процесс представлялся не бесконечно трудным, а бесконечно интересным. Повышайте свою подготовку, изучая литературу по теории корабля. Рекомендуемый список приведен ниже.

Все вопросы, замечания и предложения можно присылать по адресам электронной почты: kks@knastu.ru, chizhium@rambler.ru.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аксютин Л.Р. Борьба с авариями морских судов от потери остойчивости. – Л.: Судостроение, 1986. – 160 с.
2. Благовещенский С.Н., Холодилин А.Н. Справочник по статике и динамике корабля. Том 2. - Л.: Судостроение, 1975.
3. Бородай И.К., Нецветаев Ю.А. Мореходность судов. – Л.: Судостроение, 1982. – 288 с.
4. Бреббия К., Теллес Ж., Вроубел Л. Методы граничных элементов: Пер. с англ. - М.: Мир, 1987. – 524 с.
5. Ван-Дайк М. Альбом течений жидкости и газа / М. Ван-Дайк. - М.: Мир, 1986. – 184 с.
6. Гундобин А.А., Чашков М.Т. Судовые бортовые були. – Л.: Судостроение, 1986. – 88 с.
7. Короткин А.И. Присоединённые массы судна: Справочник. - Л.: Судостроение, 1986. – 312 с.
8. Короткин Я.И., Рабинович О.Н., Ростовцев Д.М. Волновые нагрузки корпуса судна. – Л.: Судостроение, 1987.
9. Короткин Я.И., Ростовцев Д.М., Сиверс Н.Л. Прочность корабля. Л.: Судостроение, 1974. – 432 с.
10. Липис В. Б., Ремез Ю. В. Безопасные режимы штормового плавания судов. Справочно-практическое пособие. – М.: Транспорт, 1982. – 117 с.
11. Маков Ю.Л. Качка судов: учеб. Пособие / Ю.Л. Маков. - Калининград: Изд-во ФГОУ ВПО «КГТУ», 2007. – 321 с.
12. Нечаев Ю.И. Моделирование остойчивости на волнении. Современные тенденции. – Л.: Судостроение, 1989. – 240 с.

13. Нечаев Ю.И. Остойчивость судов на попутном волнении. – Л.: Судостроение, 1978. – 272 с.
14. Постнов В.А., Тарануха Н.А., Чижиумов С.Д. Проектирование формы носовой оконечности судна с учётом нагрузок при слеминге // Судостроение, №5, 2001, с. 9 - 13.
15. Прикладные задачи динамики судов на волнении / И.К. Бородай, В.А. Мореншильдт, Г.В. Виленский и др. – Л.: Судостроение, 1989. – 264 с.
16. Ремез Ю.В. Качка корабля. - Л.: Судостроение, 1983. – 328 с.
17. Справочник по теории корабля. Том 2. Статика судов. Качка судов. / Под ред. Я.И. Войткунского. - Л.: Судостроение, 1985. – 440 с.
18. Тарануха Н.А., Чижиумов С.Д. Численное моделирование падения на воду тела с гофрированным днищем // Прикладная механика и техническая физика. 2001. Т. 42, № 4. С. 112-118.
19. Храмушин В.Н. Поисковые исследования штормовой мореходности корабля. Владивосток: Дальнаука, 2003.-172 с.
20. Храмушин В.Н. История штормовой мореходности (от древности до наших дней) / В.Н. Храмушин, С.В. Антоненко, А.А. Комарицын, П.Ф. Бровко, А.С. Втюрина, М.Л. Красный, А.Е. Малашенко, Ю.И. Недорез, А.Е. Солдатенков, О.Э. Суров, А.В. Файн, В.А. Шустин. – Южно-Сахалинск: Сахалинское книжное издательство, 2004. – 288 с.
21. Чижиумов С.Д. Численные модели в задачах динамики судна. – Владивосток: Изд-во Дальневост. ун-та, 1999. – 182 с.
22. Шлыгин И.А. Популярная гидрометеорология и судовождение. М.: Транспорт, 1987. – 192 с.
23. BUCHNER B. Green Water on Ship-type Offshore Structures. Grafisch Bedrijf Ponsen & Looijen bv: Wageningen, The Netherlands, 2002. – 280 p.
24. Hirota K., Matsumoto K., Takagishi K., Yamasaki K., Orihara H., Yoshida H. Development of bow shape to reduce the added resistance due to waves and verification of full scale measurement // Proceeding of International Conference on Marine Research and Transportation, 2005. – pp 63-70.
25. Kawazoe T., Nishikido S., Wada Y. Effect of Fin Area and Control Methods on Reduction of Roll Motion with Fin Stabilizers // Bulletin of the MESJ, Vol. 22, No.1, p. 25-32.
26. Rawson K.J., Tupper E.C. Basic ship theory. Vol. 2, Butterworth – Heinemann, 2001. – 731 p.
27. Tanizawa K. The State of Art on Numerical Wave Tank // Proc. 4th Osaka Colloquium on Seakeeping Performance of Ships, Osaka, Japan, 2000. pp. 95 – 113.
28. The Specialist Committee on Prediction of Extreme Ship Motions and Capsizing / Proceedings of the 23rd ITTC – Vol. II, 2002.