



А.Ш. ГОТМАН

**Теоретические и экспериментальные основы
гидродинамики водоизмещающих судов**



*Посвящается тем молодым людям,
которые могли бы стать великими
учёными, но отдали свою жизнь в войне
с фашизмом в 1941 -1945 годы*

А.Ш. Готман

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ
ОСНОВЫ ГИДРОДИНАМИКИ
ВОДОИЗМЕЩАЮЩИХ СУДОВ

новосибирск
2018

УДК 629.5.015.2; 532.5.01
Г 738

Рецензенты

Ткаченко И.В., д-р. техн. наук, профессор,
Ботвинков В.М., д-р. техн. наук, профессор

Готман А.Ш.

Г738 Теоретические и экспериментальные основы гидродинамики водоизмещающих судов: монография : /А.Ш. Готман. - Новосибирск. Изд-во СГУВТ, 2018 – 613 с..

ISBN 978-5-8119-0794-6

Монография посвящена основам теоретической и экспериментальной гидродинамики водоизмещающих судов, практическому определению сопротивления воды их движению и выбору формы обводов корпуса с наименьшим сопротивлением.

Показано, что остаточное сопротивление водоизмещающего судна образуется в результате взаимодействия подпорных волн с носовой кельвиновской волновой системой, существования кормовой волновой системы и подповерхностного пограничного слоя всего волнового поля. Для расчёта остаточного сопротивления используется интеграл Мичелла, в который вводятся две поправки: поправка сдвига и поправка, учитывающая подповерхностный пограничный слой волнового поля. Тот факт, что расчётные кривые совпали с экспериментальными кривыми остаточного сопротивления для серий моделей Вейнблума и Виглея, 60-ой серии моделей Годда и для моделей реальных судов в диапазоне эксплуатационных чисел Фруда, доказывает, что гидродинамика потока, создаваемого движущимся судном, понята правильно.

Преимущество расчёта остаточного сопротивления судна состоит в том, что его можно сравнивать с результатами традиционных буксировочных испытаний без измерений типа «волнового анализа» или замеров вязкостного сопротивления по методу Тулина – Бетца.

Впервые получен метод расчёта остаточного сопротивления судна по его теоретическому чертежу. В монографии дан способ описания произвольных обводов корпуса водоизмещающих судов с помощью аналитической сетки, что равносильно заданию уравнения поверхности корпуса судна $y = f(x, z)$ и важно для расчётов ходкости.

В монографии каждому рассматриваемому вопросу предшествует расширенный обзор иностранных работ, практически недоступных отечественным специалистам.

История науки о сопротивлении воды движению судна уникальна и интересна, поэтому ей посвящён специальный раздел монографии.

Книга рассчитана на научных работников и инженеров - проектировщиков, преподавателей и аспирантов, занимающихся гидродинамикой и проектированием обводов корпуса водоизмещающего судна.

УДК 629.5.015.2; 532.5.01(09)

ISBN 978-5-8119-0794-6

© Готман А.Ш., 2018

© Сибирский государственный университет
водного транспорта, 2018

Очарование, сопровождающее науку,
может победить свойственное людям
отвращение к напряжению ума
Гаспар Монж
Наука никогда не решает проблемы,
не создавая десятков новых.
Бернард Шоу

Введение

Великий философ XX-го века Карл Раймунд Поппер писал: «Я полагаю, что путь в науку, да и в философию, только один: встретить проблему, увидеть, как она красива, и влюбиться в неё; обвенчаться с нею и жить счастливо, пока смерть не разлучит вас – если только вам не суждено будет увлечься другой более красивой проблемой, или отыскать решение первой. Но и такое решение, будучи найденным, может породить, к вашему же удовольствию, целое семейство очаровательных, хотя вполне вероятно и непростых новых проблем».

Проблема расчёта сопротивления воды движению корабля обладает всеми качествами, позволяющими влюбиться в неё. Она безусловно красива, и то, что она до сих пор не решена и вызывает трудности при проектировании формы обводов корпуса любого нового судна, придаёт ей привлекательность, необходимую для того, чтобы заниматься ею всю жизнь.

Цель любого исследования в области гидродинамики корабля, теоретического, экспериментального или расчётного, всегда состоит в том, чтобы ответить на вопрос, какая форма обводов корпуса обеспечит необходимую остойчивость и мореходность при наименьшем сопротивлении воды движению корабля.

Люди плавают по морям и океанам много тысяч лет, и, конечно, бесконечно ценным является опыт, накопленный ещё древними. К сожалению, древние кораблестроители ничего не рассчитывали, тем более, на компьютерах. Не было у них и искусственных двигателей для создания энергии. В их распоряжении были только ветер для парусов и мускульная сила гребцов. Но они оставили бесценные формы корпуса, обладающие наименьшим сопротивлением и хорошими мореходными качествами..

Цель данной работы заключается в том, чтобы конструктор при проектировании обводов корпуса водоизмещающего судна хорошо представлял себе структуру создаваемого судном потока воды и имел достоверный и доступный метод расчёта силы сопротивления в зависимости от формы обводов корпуса ещё до проведения проверочного модельного эксперимента в опытовом бассейне. Только в этом случае можно выбрать оптимальную форму обводов.

В монографии не рассматриваются используемые в настоящее время численные методы CFD, LES и т.п., потому что пользователю, как правило, неизвестна гидродинамика, заложенная в основу этих расчётов. Однако, все необходимые программы для получения аналитической сетки корпуса судна и расчёта остаточного и волнового сопротивления приводятся на языке ФОРТРАН, на котором автор работает с начала 60-х годов.

В книге описан *впервые полученный метод расчёта остаточного сопротивления судна. При этом расчёт выполняется по теоретическому чертежу*, а не по параметрам корпуса или строевой по шпангоутам. Полученный метод имеет целый ряд преимуществ.

Во-первых, расчёт по ординатам теоретического чертежа позволяет выявлять влияние всех особенностей формы корпуса на расчётное сопротивление точнее, чем по параметрам формы. Во-вторых, расчёт остаточного сопротивления проще всех других составляющих сопротивления сравнивать с остаточным сопротивлением, полученным из буксировочных испытаний в опытовом бассейне. Безусловно, такой подход проще и точнее любого метода «волнового анализа». Точнее он и метода Тулина-Бетца определения вязкостного сопротивления, потому что, во-первых, экспериментальное определение вязкостного сопротивления достаточно громоздко, и, во-вторых, волновую составляющую трудно определять экспериментально.

Получив метод расчёта остаточного сопротивления движущегося судна в зависимости от обводов корпуса, можно было бы ограничиться статьёй в научном журнале, подобном “Journal of Ship Research”, и не писать эту объёмную книгу. Так можно было бы поступить, если бы решению этой задачи не предшествовала огромная экспериментальная и теоретическая работа десятков замечательных исследователей и специалистов в области прикладной гидромеханики и математической физики.

Путь к решению задачи о сопротивлении воды движению судов оказался извилистым и трудным, но энергию движению по этому пути дали четверо замечательных учёных. Начало положил Исаак Ньютон (1686 год), когда связал касательные напряжения в жидкости с динамическим коэффициентом вязкости и градиентом скорости, и сформулировал квадратичный закон сопротивления тел, движущихся в жидкости. Вторым был Уильям Фруд (1872 год), создавший опытовый буксировочный бассейн и разработавший методику пересчёта сопротивления модели на натурное судно. Третьей была теоретическая работа Джона Генри Мичелла (1898 год), в которой было получено решение в виде интеграла, дающего волновое сопротивление водоизмещающего судна в зависимости от формы корпуса. Четвёртым был Людвиг Прандтль (1904 год), разработавший теорию пограничного слоя корпуса судна, давшую возможность практически достаточно точно рассчитывать сопротивление трения судов.

В 20-40-е годы двадцатого столетия Г.Вейнблум в Германии и В.Виглей в Англии провели буксировочные испытания серий моделей с аналитическими обводами. Аналитические обводы моделей были необходимы для расчёта интеграла Мичелла без применения численных методов. Их эксперименты показали, что расчётная кривая Мичелла проходит близко к экспериментальной кривой остаточного сопротивления для моделей разных судов. Однако на расчётных кривых волнового сопротивления Мичелла на малых числах Фруда всегда есть горбы и впадины, которые никогда не наблюдаются на экспериментальных кривых остаточного сопротивления.

Ясно, что горбы и впадины на кривой Мичелла получаются в результате интерференции носовой и кормовой систем корабельных волн. В реальности эти горбы и впадины гасятся вязкостью жидкости. Следовательно, *вязкость жидкости в основном влияет на интерференцию* носовой и кормовой систем корабельных волн и *меньше влияет* на главную часть интеграла Мичелла, иначе не было бы соответствия главной части интеграла Мичелла кривой остаточного сопротивления. Именно *вопрос о влиянии вязкости на волновое сопротивление стал главной проблемой* для всех экспериментальных и теоретических работ в области корабельной гидромеханики в 20-ом столетии.

Дж.Мичелл получил своё решение путём введения следующих допущений: 1) *судно считается узким (с малым отношением ширины к длине)*, 2) *вызванные судном волны считаются малыми (малое отношение высоты волн к их длине)*, 3) *жидкость считается идеальной, т.е. лишённой вязких свойств*.

Первое из допущений позволило Мичеллу линеаризовать граничные условия на поверхности корпуса судна. Это условие выполняется почти на всей поверхности корпуса обычных водоизмещающих судов, за исключением близких к днищу её скуловых частей. Второе допущение позволило Мичеллу линеаризовать граничные условия на свободной поверхности жидкости. Третье допущение позволило считать поток потенциальным и, в конечном счёте, получить строгое математическое решение краевой задачи.

В 1952 году Г.Вейнблум, Дж.Кендрик и М.Тодд экспериментально проверяли роль первого допущения Мичелла. Они сделали очень узкую аналитическую модель с отношением длины к ширине равным 37,67 и с большой осадкой. Сравнение полученных экспериментальных значений остаточного сопротивления с кривой Мичелла дало хорошее совпадение, начиная с числа Фруда 0,16, причём на экспериментальной кривой на малых скоростях оказались такие же горбы и впадины, как в расчёте Мичелла. Такой же эксперимент с моделью, отношение длины к ширине которой равнялось 20, выполнил С.Шарма. Его эксперимент показал также хорошее совпадение интеграла Мичелла с

экспериментальной кривой, но горбы и впадины совпали с экспериментом, начиная с числа Фруда, равного 0,20.

Эти эксперименты подтвердили корректность постановки задачи и правильность полученного Мичеллом решения. С другой стороны, совпадение расчётных кривых с экспериментом могло быть только в случае, *если выполнены все три допущения* Мичелла. Это значит, что выполняются не только первое, но второе и третье допущения Мичелла, и получается, что реальная жидкость в этих экспериментах ведёт себя *как идеальная*.

После тщательных исследований решения Мичелла в 20-50-е годы в 1963 году в Анн Арборе штата Мичиган в США был организован семинар по теоретическому волновому сопротивлению, на котором была составлена программа дальнейших теоретических и экспериментальных исследований для получения метода расчёта волнового сопротивления. Следует отметить, что вряд ли найдётся хотя бы одна теоретическая или прикладная задача, за решение которой одновременно и организовано взялись бы заинтересованные в ней учёные *всего мира*.

На этом же семинаре было решено разработать для сравнения с решением Мичелла экспериментальные методы определения волнового сопротивления, потому что до этого расчетные кривые волнового сопротивления сравнивались только с кривой остаточного сопротивления. В связи с этим начались интенсивные разработки методов «волнового анализа». Однако «волновой анализ» даёт кривую волнового сопротивления, как правило, не совпадающую с расчётной кривой Мичелла.

После этого семинара было разработано несколько методов решения задачи о расчёте волнового сопротивления с учётом высших порядков вызванных скоростей на поверхности корпуса или на волновой поверхности, или на той и другой. Эти решения представляют большой интерес как решения задач математической физики, но ничего не дали для практического определения сопротивления воды движению судна. Именно такой вывод был сделан после тринадцати лет упорных исследований учёных теоретиков, прикладников и экспериментаторов всего мира на семинаре в Токио в 1976 году, когда подводились итоги этой совместной работы.

В 1969 году Е.Баба впервые обратил внимание на вихри, идущие от носа судна. Он замерил создаваемое вихрями сопротивление, определяя вязкостное сопротивление по методу Тулина. В результате он получил величину вихревого сопротивления слишком большой, чтобы ею пренебрегать, как это делалось раньше. Но значение работы Е.Баба значительно больше, потому что она явилась стимулом для поиска источника вихревого сопротивления. Так Х.Мията исследовал волны в окрестности носа (это те волны, которые в отечественной литературе называются *подпорными*) и обратил внимание на их ударную природу. Он назвал их «ударными волнами на свободной поверхности». Х.Мията тщательно измерил поле скоростей, описал турбулентность, которая им присуща, и даже обратил внимание на то, что они сдвигают кельвиновскую носовую систему волн «вбок» (это произошло в 1977 году, то есть, ровно через сто лет после того, как Фруд рекомендовал выбирать длину судна и расчётную скорость так, чтобы носовая и кормовая волновые системы гасили друг друга)

Основная часть книги посвящена собственным решениям и исследованиям автора. Эти исследования могут служить иллюстрацией к высказыванию Биркгофа: «*Разъяснение парадоксов позволяет понять смысл многих гидродинамических теорий и вскрывает важные физические особенности описываемых движений*».

Основными парадоксами, которые возникли при решении задачи о сопротивлении воды движению судна, являются *парадокс Д'Аламбера* и *парадокс Дюбуа*. Парадокс Д'Аламбера связан с идеей идеальной жидкости, так как движущееся в идеальной жидкости тело не должно испытывать никакого сопротивления.

Парадокс Дюбуа заключается в том, что сопротивление палки, которую удерживают неподвижно в потоке, имеющем скорость v , обычно меньше, чем сопротивление этой же палки, которую тянут с той же скоростью в стоячей воде. Во всех теоретических

исследованиях и разработанных методах расчётов сопротивления тел в жидкости применяется метод обращения движения и не учитывается та часть силы сопротивления, которая выводит жидкость из состояния покоя, преодолевая её инерцию.

Поиски объяснений *парадоксального поведения жидкости в экспериментах с длинными узкими моделями как идеальной* в опытах Г.Вейнблюма и др. и С.Шарма привели к новому взгляду на поток жидкости вокруг носа движущегося судна и новому объяснению парадокса Дюбуа. Поиски объяснения этого парадокса привели к гипотезе существования ударного воздействия *форштевня (импульсного давления)* на поток вокруг корпуса судна и образования подпорных волн.

Отсутствие на экспериментальной кривой остаточного сопротивления горбов и впадин расчётной кривой можно объяснить только влиянием вязкости реальной жидкости. Естественное гашение высот волн может происходить только за счёт подповерхностного пограничного слоя, образующегося при искривлении свободной поверхности из-за наличия градиента скорости под ней. Если ввести в интерференционную часть интеграла Мичелла поправку, учитывающую турбулентность подповерхностного пограничного слоя вызванных судном волн, то расчётная кривая Мичелла приобретает вид экспериментальной кривой остаточного сопротивления (без горбов и впадин на малых числах Фруда).

После введения поправки в интерференционную часть интеграла Мичелла, оказалось, что полученная кривая у разных моделей проходит в зависимости от формы носовой оконечности *либо выше, либо ниже кривой остаточного сопротивления, либо совпадает с ней*. Это обстоятельство является *парадоксом* с точки зрения бытующего взгляда на остаточное сопротивление как на сумму волнового и вихревого. Каким образом экспериментальная кривая остаточного сопротивления (считается, что она равна сумме вихревого и волнового сопротивления) может проходить ниже кривой волнового сопротивления, рассчитанного в идеальной жидкости?

Объяснение этого парадокса привело к новому взгляду на природу остаточного сопротивления. Оказалось, что остаточное сопротивление является результатом *взаимодействия* подпорных турбулентных волн и кельвиновской носовой системы потенциальных волн, *а не их суммой*. Это взаимодействие заключается в том, что *подпорные волны имеют турбулентную природу и поэтому сдвигают вершину носовой кельвиновской системы волн в направлении кормы*. Этот сдвиг легко объяснить известным из теории поля положением, что вихревое и потенциальное поля не могут существовать в одном общем пространстве. Образующаяся турбулентная (вихревая) зона в окрестности носа движущегося судна естественным образом сдвигает по поверхности корпуса потенциальную волновую систему. Именно учёт этого сдвига позволил получить расчёт остаточного сопротивления как результата взаимодействия носового турбулентного поля подпорных волн с носовой кельвиновской волновой системой.

Учёт сдвига в расчёте интеграла Мичелла привёл к совпадению расчётной кривой остаточного сопротивления для шестнадцати разных аналитических моделей В.Виглея и Г.Вейнблюма, для моделей 60-ой серии Тодда и моделей двух речных судов с экспериментальной кривой остаточного сопротивления.

Итак, в процессе исследований были получены объяснения следующих парадоксов: парадокса Дюбуа, парадокса поведения жидкости как идеальной в экспериментах с удлинёнными моделями и парадокса, связанного с положением расчётной кривой Мичелла выше экспериментальной кривой остаточного сопротивления.

В результате исследований получен *метод расчёта остаточного сопротивления судна* в зависимости от обводов корпуса. Расчётная кривая остаточного сопротивления для заданной формы корпуса получена путём введения в преобразованную форму интеграла Мичелла *двух поправок*. Первая поправка учитывает образование *турбулентного пограничного слоя* под свободной поверхностью корабельных волн. Эта поправка вводится в интерференционную часть интеграла Мичелла в виде экспоненциального множителя и приводит форму расчётной кривой Мичелла к форме экспериментальной кривой остаточного сопротивления. Вторая

поправка названа нами *поправкой сдвига* и вводится в виде множителя в расчёт главной части интеграла Мичелла. Эта поправка смещает расчётную кривую до совпадения с экспериментальной кривой остаточного сопротивления. Следует отметить, что поправки получены путём сравнения расчёта с экспериментальными кривыми остаточного сопротивления. Но, если первая поправка меняется в очень малых пределах и может быть принята постоянной почти для всех форм обводов, то поправка сдвига зависит от нескольких параметров формы корпуса, и может быть получена только эмпирическим путём для каждого типа судна.

В заключение можно сказать, что влияние вязкости на волновую систему судна сводится к образованию подповерхностного пограничного слоя свободной взволнованной поверхности и сдвигу турбулентной зоной подпорных волн носовой кельвиновской волновой системы.

В монографии дан способ описания обводов корпуса реальных водоизмещающих судов с помощью аналитической сетки, что равносильно заданию уравнения поверхности корпуса судна $y = f(x, z)$ и важно для точных и быстрых расчётов ходкости. Приводятся программы этих расчётов на языке ФОРТРАН.

В монографии собраны результаты тех экспериментальных и теоретических исследований в области сопротивления воды движению судов, которые удалось найти в наших научных библиотеках, в Интернете и получить у зарубежных авторов. В своё время Джон Вехаузен прислал все выпуски журнала “Journal of Ship Research” (с 1956 года-года основания этого журнала-вплоть до 1996 года, когда он отошёл от научной работы). Это помогло не только составить список необходимой литературы, но узнать имена тех, кто занимается этой проблемой, и связаться с ними по почте.

За много лет работы над проблемой определения сопротивления воды движению водоизмещающих судов автору встретилось много специалистов, которые так или иначе содействовали этой научной работе. Большую моральную поддержку оказали специалисты ЛКИ (СПбГМТУ) д.т.н., проф. В.Б.Амфилохийев и д.т.н., проф. В.В.Васильева. Особую благодарность выражаю д.т.н., проф. А.И.Гайковичу и д.т.н., проф. Н.В.Никитину за искреннюю заинтересованность в моей работе, а также д.т.н., проф. РГУ (ЮФУ) Э.Н.Потетюнко и сотрудникам института гидродинамики Новосибирского Академгородка И.В. Стуровой и А.А.Коробкину

Я благодарна тем зарубежным авторам, которые по первой просьбе присылали мне свои статьи и книги. Но особую благодарность я выражаю профессору университета в Беркли Джону Вехаузену, который перевёл главу из моей книги 1995 года по волновому сопротивлению и разослал этот перевод всем специалистам. С этого момента началась наша переписка, которая была не только плодотворной, но и очень интересной. Такой же плодотворной была переписка с доктором Клаусом Эггерсом из Гамбурга, которому я тоже выражаю глубокую признательность. И, наконец, я очень благодарна доктору Еичи Баба из опытового бассейна г.Нагасаки за обсуждения научных результатов.

ГЛАВА I. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СОПРОТИВЛЕНИЯ ВОДЫ ДВИЖЕНИЮ СУДОВ

Введение

Определение сопротивления является одной из основных задач, которую приходится решать проектанту в процессе создания обводов корпуса судна. Прежде, чем начали разрабатывать расчётные методы, основным был экспериментальный метод определения сопротивления, разработанный в семидесятые годы девятнадцатого столетия У.Фрудом. Для этого потребовалось специальное оборудование, которое постепенно совершенствуется с развитием измерительной аппаратуры, компьютеров, лазерной техники и т.п. Даже при развитии вычислительной техники эксперимент не потерял своего значения. Появились новые, отличные от метода У.Фруда, способы определения составляющих сопротивления. Так в 1951 году М.Тулин разработал основы экспериментального метода, в котором полное сопротивление разделяется на вязкостное и волновое, а не на трение и остаточное, как это сделал У.Фруд. Этот метод получил развитие и был рекомендован на семинаре в Анн Арборе в 1963 году наряду с методом У.Фруда. Именно метод, предложенный М.Тулиным, помог Е.Баба в 1969 году обнаружить разрушающиеся волны и указать на их роль в величине полного сопротивления воды движению судна. Этому вопросу посвящена вторая часть этой главы. В части I.2 описан предложенный М.Тулиным метод определения полного сопротивления модели в виде суммы вязкостной и волновой составляющих.

В данной главе 6 частей. Первая часть посвящена истории развития экспериментальных методов определения сопротивления воды движению судов.

Изучению сдвигового слоя и вихреобразования в потоке вокруг движущегося судна посвящена часть I.3.

Наряду с разработкой способов определения вязкостной составляющей сопротивления, естественно, появилась необходимость экспериментального определения волнового сопротивления. Это потребовало разработки «метода волнового анализа». Было разработано несколько методов волнового анализа. Основными стали методы поперечных и продольных сечений и X-Y метод. Каждый из таких методов потребовал теоретических обоснований. Описанию этих методов посвящена I.4 часть и приложение к этой главе.

При экспериментальном изучении происхождения разрушающихся волн Х,Мията обнаружил в окрестности носовой оконечности «ударные волны на свободной поверхности». Описанию этих ударных волн посвящена часть I 5.

При пересчёте результатов модельных испытаний на полномасштабное судно всегда отмечалось расхождение, которое получило название масштабного эффекта. Причину масштабного эффекта нашли тогда, когда начали изучать действие поверхностного натяжения, которое не сказывается на полном сопротивлении натуральных судов, но оказывает сильное влияние на картину обтекания моделей полных судов на малых относительных скоростях. Удаление поверхностного натяжения в процессе модельных испытаний с помощью поверхностного активатора позволило привести в соответствие сопротивление модели и натуре. Этому вопросу посвящена часть I 6.

Описание аппаратуры и методики измерений в опытовых бассейнах не входит в задачу данной книги. Этому посвящены другие не так давно опубликованные работы, например, книга Ю.С.Базилевского [2] и книга Борусевича В.О., Русецкого А.А, и Соловьёва И.А.[3], в которых можно найти библиографию по этому вопросу.

1.1. История развития экспериментальных способов определения сопротивления судна

Полное сопротивление движущегося судна складывается из разных действующих на него сил. Самым естественным подходом к изучению этих сил является разделение на составляющие по характеру их приложения к поверхности корпуса судна (рис.1.1.). Равнодействующую сил R , действующих на площадку поверхности корпуса судна dS со стороны жидкости, можно разложить на касательные силы T и нормальные силы давления P .

Можно посмотреть не на силы, действующие на поверхность корпуса судна, а на те процессы, которые происходят в окружающем судно потоке и создают силы на корпусе. В

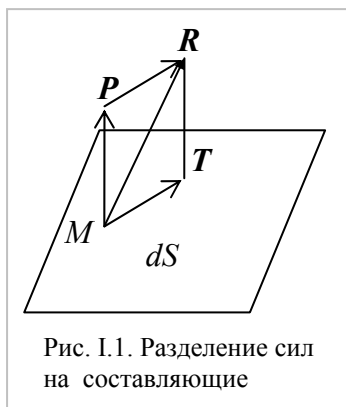


Рис. 1.1. Разделение сил на составляющие

этом случае, в первую очередь, рассматривается пограничный слой, связанный с касательными напряжениями, вызванными прилипанием частиц жидкости к корпусу судна. Затем рассматриваются волновые движения на свободной поверхности и под ней, вызванные движущимся судном. При этом возникают: 1) перед носом движущегося судна подпорные волны (по своим свойствам относящиеся к ударным волнам на свободной поверхности[5]) и 2) две кельвиновские системы потенциальных волн в носу и в корме. И, наконец, две системы вихрей: 3) вихри, отходящие от форштевня, и 4) вихри попутного потока.

Можно подойти к вопросу о разделении действующих на судно сил, исходя из свойств жидкости – весомости и вязкости.

И.Ньютон рассматривал ещё силы инерции. Выбор того или другого подхода зависит от поставленной задачи и от способа её решения.

С точки зрения наблюдений между происходящими в жидкости процессами есть принципиальная разница: пограничный слой и касательные напряжения в нём можно обнаружить только с помощью измерительных приборов, а волны и вихри видны невооружённым глазом. Юмор ситуации состоит в том, что связанное с пограничным слоем и касательными напряжениями силы мы умеем считать с высокой степенью точности, а остаточное сопротивление, связанное с хорошо наблюдаемыми волнами и вихрями, до сих пор точно считать не умеем, хотя сторонники численных методов CFD готовы утверждать обратное, несмотря на то, что при этом физическая картина потока вокруг судна не ясна.

Для того чтобы понять, как развивалась наука о сопротивлении тел, движущихся в воздухе и воде, следует проследить историю этого вопроса. В институте истории науки Макса Планка в Берлине Хорст Новаки [14] выполнил очень интересную работу на эту тему. Он пишет: «Сопротивление, испытываемое телом, перемещающимся в жидкости - древний вопрос человечества. Аристотель [16] уже поставил этот вопрос в контексте падающих масс в баллистике и даже для парусных судов, хотя он не предложил правильного решения. В нашу эру¹ интерес был восстановлен Галилеем² и, согласно этому, в приложениях к баллистике (сопротивление снарядов в воздухе), в гидравлических машинах и механизмах (подобно ветряным мельницам и насосам), возрос практический интерес к сопротивлению корабля и парусных яхт. В 1700 годы эти проблемы были развиты и стали престижным предметом для дальнейшей науки, по существу, продвигаемой практическим интересом и материальной поддержкой».

¹ Новаки имеет в виду 1500 – 1800 годы.

² Галилео Галилей (1564 – 1642).

«Научные корни современной гидродинамики сопротивления корабля могут быть найдены³ ещё в 17-ом столетии. Христиан Гюйгенс и Эдм Мариотт, оба члены Парижской Академии наук⁴ и коллеги по этой теме в течение некоторого времени, заслуживают приоритетного внимания. Для преодоления долгого схоластического безвыходного положения они прибегли к экспериментальным наблюдениям за связью скорости и сопротивления тела в потоке жидкости. Х.Гюйгенс впервые проводил модельные испытания с кораблем с простыми обводами в 1669 в маленьком буксировочном бассейне, использующем падающий груз (рис. I.2), установил экспериментально, что сопротивление пропорционально квадрату скорости: $R \sim v^2$. Его результаты не были широко

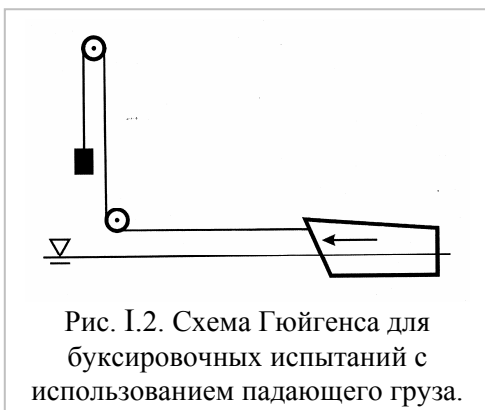
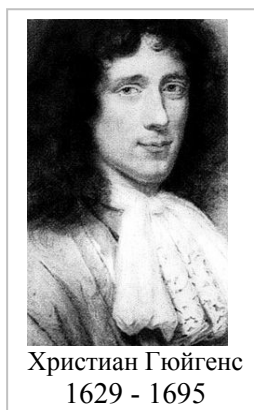


Рис. I.2. Схема Гюйгенса для буксировочных испытаний с использованием падающего груза.

распространены и были изданы только посмертно в 1698 [10] году.

Э. Мариотт, наоборот, изучал сопротивление покоящегося тела, погруженного в перемещающуюся жидкость. Например, помещая плоскую пластину параллельно натекающему течению реки (рис. I.3), он измерял сопротивление аппаратурой равновесия. Он пришел к тем же самым



Христиан Гюйгенс
1629 - 1695

выводам, как Гюйгенс, то есть, к квадратичному закону скорости. Но, кроме того, он делал эксперименты в воздухе и получил, что сопротивление формы пропорционально плотности ρ среды: $R \sim \rho v^2$. Э.Мариотт [12] завершил свои замеры к 1684 году; но они были также изданы посмертно в 1686 году.

Х.Гюйгенс и Э.Мариотт предложили объяснения квадратичному закону скорости, основанные на механике твёрдого тела. «Если, например, вы удваиваете скорость, то расход, связанный с телом, удвоен, и передаваемое воздействие на единицу массы также удвоено, следовательно, сила учетверяется».

Существенные результаты Х.Гюйгенса и Э.Мариотта доньютоновского периода механики жидкости имели значение в течение длительного времени и легли в основу для дальнейших исследований сопротивления.

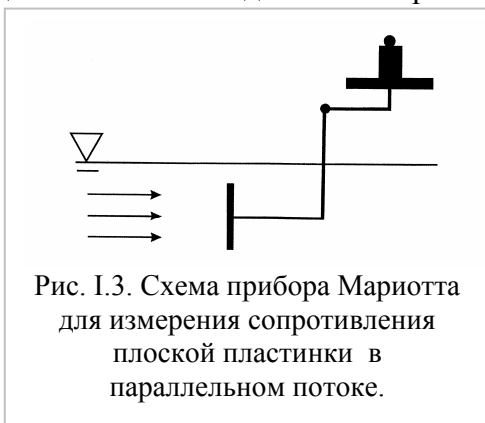
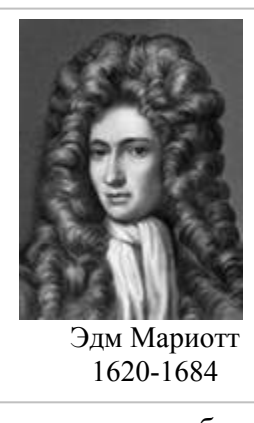


Рис. I.3. Схема прибора Мариотта для измерения сопротивления плоской пластинки в параллельном потоке.

Вопросу о влиянии формы тела на характеристики потока и, следовательно, на сопротивление остался открытым. И.Ньютон [4] возможно, не знал результатов Х.Гюйгенса и Э.Мариотта, изданных только после того, как его работа над первым изданием «Начал...» в 1687 году была завершена, хотя он должен был знать их, когда он писал свои более поздние издания. Но он выводил подобное



Эдм Мариотт
1620-1684

закончение на его собственных основаниях и в полном согласии с ними. Таким образом, к тому времени твердое основание было положено для исследования сопротивления корабля в следующем столетии».

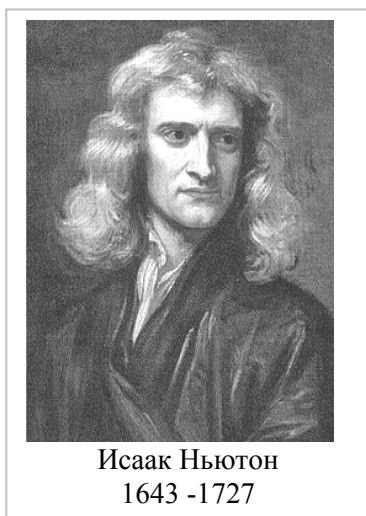
³ Эдм Мариотт (1620 – 1684) – аббат, французский физик (родился в Бургундии).

⁴ Парижская Королевская Академия наук была организована в 1666 году, её фактическим руководителем был Христиан Гюйгенс.

Итак, Исаак Ньютон практически был первым, кто поставил вопрос о влиянии формы и свойств жидкости на сопротивление, испытываемое движущимся в жидкости телом, и пытался решить его аналитически. Ньютон считал, что существуют силы, происходящие от инерции жидкости и от вязкости. Учитывает он также действие силы тяжести на жидкость.

И.Ньютон сформулировал условия *динамического подобия* потоков жидкости: «Если две системы (жидкости) геометрически подобны, и если соответствующие частицы в соответствующих положениях и с пропорциональными размерами, и если они начинают движение подобно и на пропорциональном пути, и если силы ускорения, действующие между частицами, пропорциональны квадрату скорости и обратно пропорциональное диаметру частицы и т.д., тогда две системы будут двигаться подобным путём и продолжать быть подобными». *То есть, при условии геометрического подобия и динамическое подобие будет сохраняться.*

Таким образом, теорема представляет формулировку динамического подобия для жидкостей, подвергающихся воздействию *инерции*, которая является исходной точкой Ньютона для более поздних выводов его знаменитого закона динамического подобия.



Исаак Ньютон
1643 -1727

Далее Ньютон продолжает: “При тех же самых предпосылках подобные твердые тела в подобных жидких системах испытают сопротивление, пропорциональное плотности жидкости ρ , квадрату скорости v^2 и квадрату некоторой характеристики типа диаметра D^2 ”.

Таким образом, сопротивление тела (корпуса судна), возникающее в *инерционной* жидкости, двигающееся в такой жидкости, может быть описано как $R \sim \rho v^2 D^2$ или $R = C_D v^2 A$, где A равно некоторой области системы, обычно принимаемой как поперечное сечение тела (корпуса), проектируемого на плоскость, нормальную к направлению скорости. C_D равно коэффициенту сопротивления данной формы в данном потоке.

Определение коэффициента C_D может быть выполнено путём экспериментального измерения или аналитически в соответствии с дальнейшими предположениями о свойствах и поведении жидкости. Ньютон проверил оба метода, но на аналитическом пути, принимая во внимание сложность общего случая потока жидкости, ему пришлось ограничить себя частным случаем с дальнейшим грубым предположением для упрощения. Для этой цели он изобрёл “*разрежённую среду*”, то есть, концептуальную жидкую среду с некоторыми гипотетическими свойствами, которые делают задачу сопротивления, поддающейся решению, несмотря на его корпускулярную и инерционную силовую модель.

Следует заметить, что «разрежённая среда» Ньютона не соответствует современному понятию идеальной жидкости, хотя в его рассуждениях она должна была играть подобную роль.

“Разрежённая среда” представлена как корпускулярная среда, чьи частицы равной массы и размера перемещаются в потоке на маленькие, но конечные расстояния. Предполагается, что частицы не взаимодействуют между собой. Жидкость рассматривается как упругая среда (подобно воздуху), то есть, когда частицы ударяются о поверхность предмета, отражаются и отскакивают обратно, как при *упругом ударе*. И.Ньютон исследовал примеры сопротивления сферы и цилиндра в параллельном натекающем потоке разреженной среды. Этими результатами он заложил основы для того, что его последователями позже сформулируют как “теорию удара”. Он принимал, что в этой разрежённой среде частицы жидкости в потоке сначала достигнут предмета и с *не уменьшенной скоростью* ударяют во фронтальную часть поверхности предмета, потом упруго отразятся снова без взаимодействия с другими частицами. Задняя сторона предмета в этом отношении и любые параллельные стороны, как в цилиндре, не страдают от удара частиц и, следовательно, не дают вклад в сопротивление.

Из трудов И.Ньютона видно, что он подразумевал, что такие жидкости находятся также под воздействием *вязкости* и *силы тяжести*.

Х.Новаки пишет: «Более поздние достижения в механике подобия ясно продемонстрировали, что, если движение жидкости вызвано или находилось под действием инерции или силы тяжести, или вязких эффектов (две категории воздействия), то коэффициент C_D больше не может быть постоянным, но должен зависеть от одного параметра подобия (числа Рейнольдса или числа Фруда). Кроме того, если все три класса сил действуют в жидкости одновременно, то одночленного закона сопротивления C_D с переменными коэффициентами недостаточно, и для случая двухпараметрического закона подобия требуется либо многочленный закон, либо выражение с большим количеством свободных коэффициентов (например, подобно гипотезе Фруда). Это всё очевидно теперь, но не было ясно современникам Ньютона и последователям его в 18-ом столетии.

Разрушение “теории удара” и других одночленных теорий, теории сопротивления с постоянными коэффициентами и экспериментальные оценки в 18-ом столетии. не могут быть обвинением Ньютону, который ясно сказал, что “реальные жидкости” подобные воде - не “разрезанные среды”».

Первое разделение гидродинамического сопротивления на составляющие выполнил *Пьер Дюбуа*. Он впервые разделил гидродинамическое сопротивление на сопротивление *формы* и сопротивление *трения* в его трехтомном труде “Принципы гидравлики” (1779, 1786 и 1806 годы). Так что У.Фруд не был первым в этом вопросе.

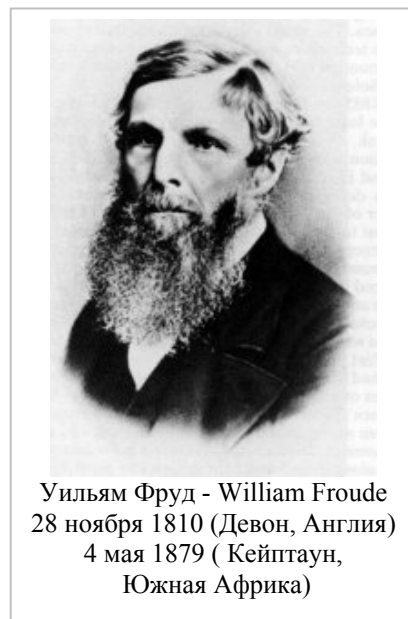
Деление полного сопротивления модели на сопротивление трения и остаточное дало возможность отделить те составляющие сопротивления судна, которые моделируются по числу Рейнольдса, от тех, которые моделируются по числу Фруда. Это же дало способ пересчёта результатов модельных испытаний на натурное судно.

Доподлинно известно со времён У.Фруда, что сопротивление формы моделируется по числу Фруда, как и волновое. Это легко понять, если учесть, что и волны и вихри образуются на свободной поверхности, на которой силы тяжести превалируют над силами вязкостной природы.

Уильяму Фруду кораблестроители обязаны получением метода изучения сопротивления судна в опытовом буксировочном бассейне. Основная идея У.Фруда состояла в том, что он разделил полное сопротивление воды движению судна на сопротивление *трения* и *остаточное*. Он придумал способ экспериментального и даже расчётного способа определения сопротивления трения. Это легло в основу пересчёта результатов модельных испытаний на натурное судно. Формула Фруда для определения сопротивления трения имеет вид $R_f = \zeta_{tr} \cdot S \cdot v^{1,825}$, где

$\zeta_{tr} = 0,1392 + 0,258 / (2,68 \cdot DL)$ является функцией длины тела, температуры и удельного веса жидкости, S - смоченная поверхность судна, v - скорость движения судна.. Численная проверка показала, что эта формула даёт такое же значение сопротивления трения как современные экстраполяторы трения, несмотря на отсутствие в формуле Фруда числа Рейнольдса. Все данные для вычисления трения по Фруду можно найти в книге М.Я. Алферьева [1]

Деление полного сопротивления модели на сопротивление трения и остаточное дало возможность отделить те составляющие сопротивления судна, которые моделируются по числу Рейнольдса, от тех, которые моделируются по числу Фруда. Таким путём был получен способ пересчёта результатов модельных испытаний на натурное судно.



Уильям Фруд - William Froude
28 ноября 1810 (Девон, Англия)
4 мая 1879 (Кейптаун,
Южная Африка)

Море и корабли всегда привлекали У.Фруда и обладали для него особым обаянием, поэтому он начал проводить эксперименты по определению сопротивления на малых моделях судов на реке Дарт. С 1859 года он проводил эксперименты с моделями кораблей у себя дома. Сначала в Пейгнтоне, а потом в опытовом бассейне в Торквее. В 1861 году У.Фруд отправил в Институт Военно-Морских архитекторов статью, которая оказала большое влияние на проектирование кораблей.

Начиная с 1867, У.Фруд буксировал модели попарно так, чтобы один корпус был расположен напротив другого. У.Фруд считал, что сопротивление трения и волновое сопротивление следуют различным законам, поэтому он начал буксировать полностью погруженные доски с различной шероховатостью поверхности. Это дало ему возможность установить формулу, которая предсказывает сопротивление трения корпуса с достаточной точностью, и сформулировал закон, известный как закон подобия Фруда. Этот закон гласит, что остаточное сопротивление, в которое входит волновое, подобно для моделей, у которых размерения меняются как куб их размеров, если их скорости меняются как квадратный корень этих размеров. С этими двумя аналитическими результатами У.Фруд нашел надёжный способ оценки мощности по результатам модельных испытаний, требующейся для того, чтобы корпус двигался с заданной скоростью.

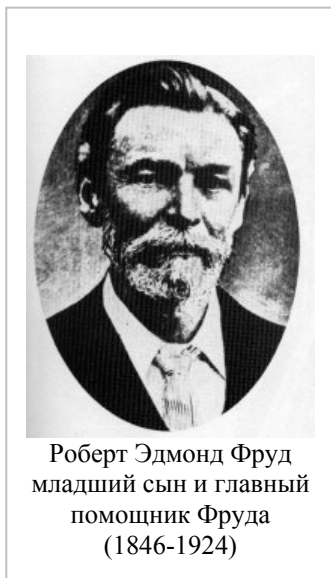
После смерти своего отца, У.Фруд переехал в Пайгнтон, и там начал свои исследования по сопротивлению твердых тел при движении в жидкости.

Первоначально корпуса судов буксировались проводами, перекинутыми через крышу дома, с присоединённым падающим грузом, но потом работа стала более сложной и проводилась на водоемах и на открытой воде ближнего к Дортмуту ручья. У.Фруд опубликовал работу по циркуляции кораблей во втором томе трудов Института Военно-морских Архитекторов и, благодаря этому, познакомился с Сэром Эдвардом Ридом, автором диаграммы остойчивости, известной как диаграмма Рида. У.Фруд также проводил эксперименты на моделях и теоретическую работу по остойчивости кораблей. Его общие выводы сохраняются при стандартном описании бортовой качки и осцилляции кораблей.

После службы в 1868 в комитете по изучению военно-морских проектов У.Фруд предложил Британскому Адмиралтейству ряд экспериментов с использованием моделей для определения физических законов, управляющих полноразмерными кораблями. Вскоре У.Фруд загорелся идеей построить свой собственный испытательный бассейн, где он мог бы работать без помех и

замечаний зрителей. Его предложения были приняты в 1870, и в месте, близком к Торквею, опытовый бассейн был построен. Это произошло следующим образом. Как-то в 1860-е годы У.Фруд приобрел землю в Торквее и построил себе дом, известный как Челстон Кросс. Тогда же он привлёк внимание Рида к своей работе с моделями и при его поддержке получил субсидию Адмиралтейства в 2000 фунтов стерлингов, чтобы покрыть стоимость здания испытательного бассейна, примыкающего к Челстон Кросс (см. фотографию I.2), издержки повседневной эксплуатации бассейна и дать маленькое жалование своему сыну и главному помощнику Роберту Эдмонду Фруду. Сам У.Фруд отказался от жалованья. Гибель в августе 1871 году большого двухвинтового броненосца «Капитан», способствовала ускорению работы по постройке бассейна. «Капитан» опрокинулся в Заливе Бислау с потерей почти всего экипажа в 500 человек. Эта большая трагедия утвердила У.Фруда в его решении выполнить работу по определению постоянных ошибок проектов и конструкций кораблей.

С незапамятных времен разработка корпуса английских кораблей была в значительной степени основана на эмпирических правилах, полученных в результате накопленного опыта мастерами кораблестроения и судоремонта.



Роберт Эдмонд Фруд
младший сын и главный
помощник Фруда
(1846-1924)

Ещё раньше в эпоху Просвещения⁵ любители - экспериментаторы делали попытки найти научные способы для обоснования этих правил, подобно Уильяму Фруду. Такими были, например, Джон Франклин, Шарль Боссю, и Марк Бьюфой, который основал Общество усовершенствования военно-морской архитектуры ещё в 1791 году.

Самые первые из экспериментов были проведены У.Фрудом на масштабных моделях винтовых канонерок «Сван» длиной 1,758м и «Равен» 1,761м (фотография I.1). Он использовал их при буксировочных испытаниях для определения сопротивления и разработки закона пересчёта. Для этих экспериментов У.Фруд изобрёл более точное записывающее устройство, сооружённое из олова с помощью паяльника. Всё это хранятся сейчас в Научном музее Кенсингтона.

Модель «Равен» имела заострённые ватерлинии, которые были выполнены, следуя Джону Скотту Расселу. Но модель «Сван» имела тупые ватерлинии, в предположении, что это приведёт к уменьшению сопротивления. Именно в результате этих экспериментов У.Фруд обнаружил, что главные составляющие сопротивления движению – это трение корпуса и образование волн.

Впервые в мире был проведен эксперимент на модели с использованием метода У.Фруда в 1871. Это была миниатюрная версия корабля Greyhound вооружённых сил Великобритании. Его морские испытания происходили годом позже в Соленте.

Сформулированный У.Фрудом закон подобия для плавающих в жидкости тел позволил военно-морским инженерам предсказывать по испытаниям малых моделей сопротивление движению кораблей и мощность, необходимую для их движения с заданной скоростью.

Работа в бассейне привела У.Фруда к необходимости создания механизма для обработки поверхности моделей, динамометров и оборудования в виде записывающего устройства во



Фотография I.1. «Сван» (вверху) и «Равен», испытанные Фрудом в бассейне

время движения модели. Работа У.Фруда, а позже его сына Роберта, была потрясающей и охватила много проблем в области проектирования корабля, включая двигатель, движитель, рулевое устройство, качку, поворотливость и устойчивость. Шесть лет У.Фруд был экспертом по новому разделу гидродинамики, служил во многих национальных комитетах и общался с коллегами во всем мире. В результате всей этой работы У.Фруд получил практический метод проектирования кораблей, позволивший устранять дефекты, приводящие к тяжёлым и бесполезным потерям жизней на море.

После смерти Уильяма Фруда (4 мая 1879г.) уже 27-ого мая Адмиралтейство написало Роберту Фруду на смерть отца такое письмо: «Мои Лорды желают принести Вам и всем членам Вашего семейства очень искреннее сочувствие во время непоправимой потери, которую Вы понесли - потери, которая не может рассматриваться иначе, чем национальная. Они чувствуют, что господин Фруд сослужил большую службу флоту и стране, отдав свои выдающиеся способности, знания и наблюдательность для усовершенствования проектов кораблей, и нельзя оставить его заслуги без такой награды, как благодарность, написанная на стене Адмиралтейства».

К 1885 году бассейн в Торквее истощил свои возможности, и арендный договор на землю с бассейном также истёк. Срочно требовался новый и намного больший участок для

⁵ Начало эпохи Просвещения относят к середине 17 столетия.

расширения работ. После смерти отца Роберт Фруд в 1886 году успешно контролировал перенос экспериментальных работ Адмиралтейства в Хаслар, рядом со смежным каналом в Докъярде. Он сам выбрал участок в Хасларе, предпочтя его трём другим. Это объяснялось, возможно, относительной изоляцией Хаслара. Хаслар расположен далеко, и до наших дней остался мало доступным, несмотря на современный транспорт и автострады. Заинтересованные люди, желающие использовать бассейн длиной 145 м, шириной 6,1 м и ~2,75 м глубиной имели изначальную цель моделировать Гавань Портсмута (фотография I.2.).



Фотография I.2. Опытный бассейн, построенный У.Фрудом в Торквее в 1871 году

Переезд в Хаслар совпал с огромным увеличением Военно-морской программы судостроения. К 1918 приблизительно 500 моделей различных военных кораблей были субъектами испытаний строго по программе. В это число входят знаменитый «Дредноут», установленный в Портсмутской Верфи в 1906, 33 линейных корабля, 46 крейсеров, 61 миноносец, 14 подлодок и 20 разнообразных судов.

Для проведения модельных испытаний У.Фруду необходимо было, кроме чаши бассейна и моделей, придумать соответствующее оборудование. Аппаратура, впервые изобретенная Уильямом Фрудом и его сыном Робертом больше столетия назад, изменилась в принципе очень немного. Каретка движется по перилам по сторонам бассейна, которые тщательно выравниваются, чтобы учесть кривизну поверхности земли. Эта передвижная каретка оборудована динамометром, под которым установлена масштабная модель. Цель этого изобретения Фруда состоит в том, чтобы записать скорость, характеристику и сопротивление модели корабля в неподвижной воде так же, как и при его движении на волнении, которое может быть искусственно создано волнопродуктором. Модели в течение десятилетий изготавливались из парафина, хотя в настоящее время все более и более используется фиброглас (стекловолокно) и дерево, которое обрабатывается по компьютерной программе. Так готовят модели в опытном бассейне в Гамбурге. Гамбургский опытному бассейн – один из самых современных бассейнов в мире (см. фотографию I.3). Каждая модель Р.Фруда имела длину примерно 6 м и ширину 0,6 м. Такие размеры моделей практически сохранились до наших дней, как оптимальные. В 1885 году Роберт Фруд объяснил, каким способом можно достичь гладкости поверхности корпуса.

Во всех бассейнах существует одна проблема, которую впервые пришлось решать Роберту Фруду: вода в бассейне становилась мутной из-за роста морских водорослей. Роберт Фруд решил эту задачу, поселив угрей из озера Гилькикер, и эти создания с удовольствием жевали водоросли, уменьшая их рост. Роберт Фруд оставил Хаслар в 1919 году с полной программой испытаний, начавшейся ещё в 1886.

Имелся ещё один важный результат работы У.Фруда. Кроме модельного исследовательского бассейна У.Фруд изобрёл в 1877 году водный тормоз - тип гидравлического динамометра, который использовался, чтобы измерить мощность двигателей внутреннего сгорания.



Фотография 1.3. Самый современный опытовый бассейн (Гамбург, Германия)

Морское историческое наследие и превосходство Англии, как морской державы в течение всего Викторианского периода⁶, явились уплатой долга пионерской работе Фрудов. Однако немногие, кроме тех, кто интересуется военно-морской архитектурой, когда-либо слышали о Фрудах или имеют хоть какое-то представление о значении их работы. Тем не менее, статьи отца и сына У.Фруда используются до наших дней военно-морскими архитекторами, поскольку в них даются фундаментальные решения основных задач исследования модели корабля. У.Фруд дал научный подход к разработке корпуса и винта. Научно же разработанный корпус приводит к более надежному и более рентабельному флоту. Используя закон Фруда, Британский флот был способен буксировать свои корабли из одного места до другого более эффективно.

Картина, полученная У.Фрудом для носовых волн и опубликованная в его статье о влиянии длины цилиндрической вставки на горбы и впадины на кривой волнового сопротивления, показывает, что У.Фруд уже тогда хорошо понимал большое значение наблюдений за волнообразованием, которым вплотную начали заниматься в Японии только через сто лет после У.Фруда, хотя картина волнообразования, данная У.Фрудом, показывает характеристики волн не хуже, чем самые современные японские фотосъёмки.

Признание Уильяма Фруда как инженера - новатора произошло уже во время его жизни. После его смерти Роберт Эдмонд Фруд получал со всего мира просьбы о советах по созданию бассейнов. Италия и Россия первыми построили опытовые бассейны для испытаний моделей судов. Первый российский опытовый бассейн был построен в Санкт-Петербурге на острове Новая Голландия в 1894 году. В его создании и работе принимали активное участие академики Алексей Николаевич Крылов и Дмитрий Иванович Менделеев.

⁶ Викторианская эпоха 1837 – 1901 период правления Виктории – королевы Великобритании и Ирландии, императрицы Индии.

Длина Менделеевского бассейна - 122 м, ширина - 6.5 м, глубина - 3 м. Ныне Менделеевский опытовый бассейн разрушен (к позору кораблестроителей России, которые не смогли защитить его от сноса, хотя бы как научный музей), и на его месте построен развлекательный центр.

Методика проведения буксировочных испытаний и пересчёта результатов с модели на натуру настолько отработана и так тщательно описана в справочной и учебной литературе, что повторять всё это здесь не имеет смысла. В настоящее время в каждой стране, строящей свой флот, имеется опытовый бассейн, подобный бассейну У.Фруда, как правило, большего размера с современной измерительной аппаратурой (фотография I.3.).

Литература к части I.1.

1. Алферьев М.Я. Ходкость и управляемость судов. Сопротивление воды движению судов /М.Я. Алферьев.- М.: Транспорт, 1967. – 344 с.
2. Базилевский.С. Исследование пропульсивных характеристик судов в опытовом бассейне /С. Базилевский. - Санкт-Петербург: ПОЛИТЕХНИКА, 2008. -330 с.
3. Борусевич В.О. , Русецкий А.А, и Соловьёв И.А. Современные гидродинамические лаборатории /В.О.Борусевич, А.А.Русецкий, И.А.Соловьёв.- Санкт-Петербург: изд. ЦН-ИИ им. ак. А.Н.Крылова, 2008.- 336 с.
4. Ньютон И (Исаак). Математические начала натуральной философии /И Ньютон; пер. с лат. -.М.: URSS, 2014. – 704 с. Изд. стереотип.
5. Седов Л.И. Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики /Л.И. Седов . – М.: остехиздат. - 1950. - 444 с.
6. Aristotle or Pseudo-Aristotle: *Mechanica Problemata*, ed. Fr. Sylburg, *Opera*, Tom. III.2 (*Varia Opuscula*). - Frankfurt a. Main. – 1587. - PP. 43 – 75.
7. Dagan, G. Two-dimensional free-surface gravity flow past blunt bodies /G.Dagan, M.Tulin// *J. of Fluid Mechanics*.- 1972, 51.- P.529 – 543.
8. Eckert,E. Bugwjlste for Iangsame vollige Schiffe /E.Eckert, S.D.Sharma// *Jahrbuch der Schiffbautechnischen Gessellschaft*.- 1970, 64.-P. 129 – 171.
9. Honji H. Observation of a Vortex in Front of a Half-Submerged Circular Cylinder /H.Honji// *J.of the Physical Society*,- 1976,.40.-№ 5.-P. 1475-1478.
10. Huygens, Christiaan: Personal notes taken by Huygens on his experiments performed in 1669 /Christiaan: Huygens// edited and posthumously published by Jean-Baptiste du Hamel, *Regiae Scientiarum Academiae Historia Parisiis*, 1698/ Also reproduced in Huygens' (2.Euvres Complètes, vol.XIX, Dutch Society of Sciences, 1937)
11. Kayo Y. Observation of Free Surface Shear Flow and its Relation to Bow Wave-Breaking on Full Forms /Y.Kayo, K.Takekuma, K.Eggers, and S.D.Sharma// *Inst. Schiffbau, Univ. Hamburg, Rept. 420*.- 1982.
12. Mariotte Edmé: *Traité du mouvement des eaux et des autres corps fluids* /Edmé Mariotte// posthumously edited and published by Phillippe de la Hire, Estrenne Michallet, Paris, 1686.
13. Mori, K. Necklace Vortex and Bow Wave Around Blunt Bodies /K.Mori// *Proc. 15th ONR Symposium on Naval Hydrodynamics*, Humburg, Germany, Sept. 1984
14. Nowacki H. Developments in fluid mechanics theory and ship design before Trafalgar /H.Nowacki // *Max Plank Institute for the History of Science. Preprint 308. Bibl 307*, 2003.-5p.
15. Patel V.C. Free Surface Boundary Layer and Origin of Bow Vortices /V.C.Patel, L.Landweber, C.J.Tang // *Proc. 2nd Intern. Symposium on Ship Viscous Resistance*.- SSPA, Goteborg, Sweden.- 1985.
16. Shahshahan A. A Study of a Free Surface Flow Near a Ship Bow /A.Shahshahan// MS thesis, *Inst. Of Hydraulic Research. The University of Iowa* .-Iowa City. Iowa.-1981.
17. Suzuki, K. On the drag of Two Dimensional Bodies Semisubmerged in a Free Surface Flow /K.Suzuki// *Journ. of Society of Naval Arch. Japan*.-1975, 137.-P. 22-35.

1.2. Метод М.Тулина измерения вязкостного сопротивления и открытие Е.Баба разрушающихся волн

В 1963 году на Анн - Арборском семинаре было принято решение делить полное сопротивление не на трение и остаточное, как это сделал У.Фруд, а на вязкостное и волновое.

В 1951 году М.Тулин [17] показал возможность разделения полного сопротивления на волновое и вязкостное с помощью измерения попутного потока. Вот что пишет М.Тулин об этом: «Это было предложение альтернативы к процедуре Фруда, включающую отдельное определение вязкостного и волнового сопротивления путём прямого измерения количества движения жидкости в попутном потоке. Это был, так называемый, «метод измерения попутного потока», широко используемый в аэродинамике и теоретически обоснованный А. Бетцем в Геттингене и Г.И.Тейлором в Англии. Когда я, неопытный, предложил это в DTMB (David Taylor Model Basin), мне сказали, что это невозможно из-за присутствия поверхностных волн. Я не поверил этому и в течение нескольких недель приготовил для DTMB рапорт (772, 1951 г.), в котором продолжил и модифицировал подход А.Бетца для случая корабля и его волн. Позже Л.Ландвебер написал много статей, продолжавших эту работу и экспериментальные наблюдения. Наиболее заметное в этих работах было сделано Джин Ву, которая в аспирантуре пришла в Гидродинамику, где мы продуктивно работали вместе над очень многими вещами, но главным образом над полимерами для сокращения сопротивления и ветровых волн, где Джин Ву стала ведущим экспертом.

Фактически потеря импульса в попутном потоке включает не только потери из-за трения на корпусе, но также из-за разрушения обтекаемого потока возле корпуса на его фронте. Картина потери из-за каждого из этих явлений различна. Я никогда не думал о разрушении в то время, но десятилетием позже Е.Баба в Хиросиме очень успешно использовал теорию количества движения для измерения сопротивления разрушения на тяжёлом танкере и впервые показал значительную долю сопротивления разрушения в остаточном сопротивлении у таких судов, а также роль бульба в уменьшении сопротивления».



Рис. 1.4. Контрольные поверхности вокруг движущегося судна

Идея М.Тулина состоит в следующем. Сопротивление тела при установившемся движении всегда может быть найдено путём рассмотрения условий на границе поверхности некоторого пространства, так называемой, контрольной поверхности, полностью

содержащей тело. Тело, которое создаёт поверхностные явления, для решения окружено прямоугольным боксом, стационарным относительно тела, как на рис. I.4. Граница A бокса взята на бесконечности перед телом, а граница A' взята на некотором близком расстоянии позади тела. Стороны и дно бокса также взяты на бесконечном расстоянии от тела; верх необходимо брать полностью выше поверхности жидкости.

Вывод формул не требует детального знания поверхностных явлений, но предполагается, что рассмотрение удалённого потока *за телом* даёт учёт поверхностных явлений, включающих весь вихревой поток. Таким образом, внутри и на поверхности бокса (область E) поток безвихревой всюду, за исключением конечной области T , которая состоит из попутного потока трения. Эта область пересекает конец бокса A' в плоскости G . Внутреннее поле потока может быть рассмотрено как состоящее из суммы потенциального поля потока $B(E)$ и вихревого поля $R(E)$. Потенциальное поле внутри области T является продолжением потенциального поля $E - T$, которое согласуется с условиями на поверхности в области T ; при этом нужно учесть, что оно не может быть без дивергенции.

Сила на теле в x - направлении может быть найдена путём добавления ряда сил, «действующих» на контрольной поверхности на x -компоненту сети импульсов, проходящих через контрольную поверхность.

Пусть: индекс 1 относится к условиям на стороне бокса A ; индекс 2 относится к условиям на стороне бокса A' для реального потока; индекс 3 относится к условиям на конце бокса A' для синтезированного потока. p и обозначает часть статического давления, возникающего вне гидростатических сил. u, v, w - составляющие скорости в x, y, z направлениях соответственно, ρ означает постоянную плотность потока, u_0 - скорость потока на бесконечности перед телом; причём, предполагается, что тело находится в покое в движущемся потоке.

Уравнение Бернулли относится ко всем частям потока, в которых составляющие частицы не проходят через вихревую область,

$$c g z + p + \frac{1}{2} c (u^2 + v^2 + w^2) = k + c g z, \quad (I.1)$$

где константа k может быть написана как полный напор и g - ускорение силы тяжести. Все z -товые координаты, конечно, относятся к определённой общей начальной плоскости.

Выражение для сопротивления D составлено для случая, в котором рассматривается реальный поверхностный поток

$$D = \iint_A (p_1 + \rho g z + \rho u_1^2) dS - \iint_{A'} (p_2 + \rho g z + \rho u_2^2) dS + I = D_{viscous} + D_{wave}, \quad (I.2)$$

где S представляет собой площадь поверхности и I - это перенос импульса через боковые стороны и дно поверхностей. Этот перенос может существовать, только благодаря влияниям потенциальных поверхностей. Замечено, что нет необходимости давать это точно. Различные интегралы выражения (I.2) должны быть взяты по бесконечным площадям и не позволяют разделить на составляющие сопротивления. Дальнейшая разработка зависит от способа разделения этих составляющих и получения интеграла для вязкостного сопротивления, который должен браться по конечной области.

Вывод выполняется путём использования идеи экстраполяции Бэтца для рассмотрения сопротивления синтетического потока, вызванного не реальным телом, а фиктивным волновым источником и фиктивным источником попутного потока. Принятый волновой источник создаёт часть поля потенциального потока $B(E)$ без дивергенции, описанного предварительно. Поле потока, соответствующее $B(E)$, должно обязательно соответствовать реальному полю скорости в области $E - T$. Подразумевается, что поле скорости в части без дивергенции $B(E)$ в области T , благодаря требованию неразрывности, может быть принято идентичным реальному полю скорости в T . Польза конечного результата зависит от степени справедливости этого допущения и допущения о существовании источника попутного

потока. Но эти допущения должны быть действительны для поверхностных потоков так же, как для погруженных потоков. Полезность результатов погруженных потоков была продемонстрирована в работе Сильверштейна [11]. Внутри T избыток статического давления относится к реальному потоку и существует благодаря инвариантности полного напора в потоке волнового источника. Для того чтобы устранить избыток статического давления, используется определённое распределение источников. Предполагается, что существует такое распределение источников попутного потока, при котором картина поверхностных волн и потенциальный поток в области $E-T$ не затронуты, но в области T возрастают компоненты скорости вдоль потока, и только эти компоненты получают как раз достаточными, чтобы удалить избыточное статическое давление. Поток в области A' тогда имеет свойства

$$k_3 = k_1; \quad p_3 = p_2; \quad v_3 = v_2; \quad w_3 = w_2; \quad u_3 > u_2. \quad (I.3)$$

Соппротивление синтетического потока является суммой сопротивления волнового источника, который идентичен D_{wave} , и сопротивления фиктивного источника попутного потока. Источник попутного потока по необходимости имеет напряжение

$$Q = \rho \iint_G (u_3 - u_2) dS \quad (I.4)$$

и, согласно теореме Лагалли, источник попутного потока тогда имеет сопротивление

$$D_{wake\ source} = -\rho Q u_o. \quad (I.5)$$

Пока получены результаты

$$D_{wave} + D_{wake\ source} = \iint_A (p_1 + \rho g z + \rho u_1^2) dS - \iint_{A'} (p_3 + \rho g z + \rho u_3^2) dS + I \quad (I.6)$$

$$D_{wake\ source} = -\rho u_o \iint_G (u_3 - u_2) dS \quad (I.7)$$

Используя эти результаты и результаты, легко полученные из (I.1) и (I.3), имеем

$$\rho(u_3^2 - u_2^2) = 2(k_1 - k_2) \quad (I.8)$$

и получен желаемый результат

$$D_{viscous} = 2 \iint_G (k_1 - k_2) dS - \rho u_o \iint_G (u_3 - u_2) dS \quad (I.9)$$

Бэтц получил для погруженных потоков в несколько другой манере такой результат:

$$D_{viscous} = \iint_G (k_1 - k_2) dS - \frac{\rho}{2} \iint_G (u_3 - u_2)(2u_o - u_3 - u_2) dS \quad (I.10)$$

Уравнения (I.9) и (I.10), однако, идентичны, поскольку

$$\frac{\rho}{2} \iint_G (u_3 - u_2)(u_3 + u_2) dS = \frac{\rho}{2} \iint_G (u_3^2 - u_2^2) dS = \iint_G (k_1 - k_2) dS \quad (I.11)$$

Теперь остаётся выразить уравнение (I.9) в зависимости от измеренных величин. Простейшее выражение будет получено, если предположить, что

$$\rho g z + p_2 + \rho \frac{u_2^2}{2} = k_2 + \rho g z, \quad (I.12)$$

и что компоненты скорости по линиям потока позади тела намного больше, чем другие составляющие.

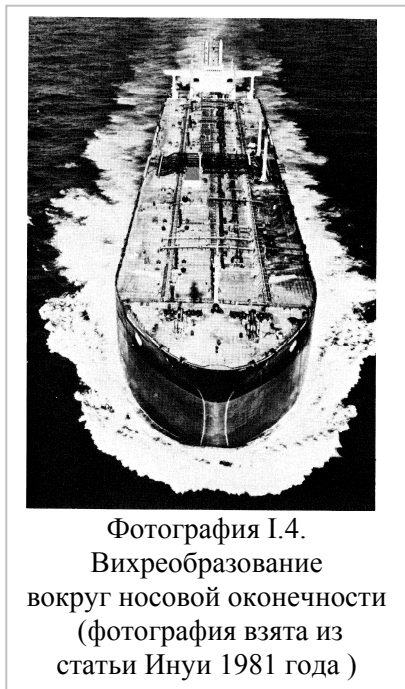
$$D_{viscous} = \iint_G \{2(H_o - H) + (2\rho u_o^2 [H - P]^{1/2} - (2\rho u_o^2 [H_o - P])^{1/2})\} dS. \quad (I.13)$$

М.Тулин таким путём продемонстрировал теоретические возможности разделения вязкостного и волнового сопротивлений для поверхностных потоков с помощью обследования попутного потока. Использование метода зависит от решения задач практической природы, которые будут возникать в приложениях.

М.Тулин предположил, что разделение вязкостного и волнового сопротивлений в модельных испытаниях может дать возможность улучшения техники предсказания

сопротивления путём замены метода Фруда, в котором вязкостное сопротивление не измеряется, но оценивается расчётом.

Л.Ландвебер и Дж.Ву [8] были первыми, кто начал изучать предложение М.Тулина замерять отдельно вязкостное и волновое сопротивление. Они получили выражение для определения вязкостного сопротивления по экспериментальным замерам скорости и давления в попутном потоке.



Фотография I.4.
Вихреобразование
вокруг носовой оконечности
(фотография взята из
статьи Инуи 1981 года)

В своей работе они вывели «точную» формулу для вязкостного сопротивления погруженного тела вращения и судовых форм, а также получили и применили формулу для оценки ошибки в формуле Бетца - Тулина и двух новых альтернативных приближений. Выяснилось, что все три формулы дают адекватную точность на расстоянии по крайней мере 2,5 толщины попутного потока позади тела, и что формула Бетца -Тулина средняя по точности среди трёх формул вязкостного сопротивления. Их вывод приводится здесь.

Ещё в 1962 году Дж.Ву нашла, что формула Тулина, которую он опубликовал в 1951 году, даёт устойчивый результат на разных сечениях попутного потока, но при этом отметила, что необходимы дальнейшие исследования. В этой работе не определялась зависимость вязкостного сопротивления от скорости. Проверялась только устойчивость экспериментальных данных, полученных в разных сечениях попутного потока с помощью гребёнок с трубками Пито (см. фотографию I.4).

Естественно сразу же возник вопрос о том, какому закону подобия подчиняется вязкостное сопротивление, которое состоит из вихревого, которое моделируется по числу Фруда, и трения, которое моделируется по числу Рейнольдса. На этот вопрос дали ответ исследования Л.Ландвебера и Дж.Ву, основанные на теории, разработанной М.Тулиным. Оказалось, что вязкостное сопротивление, полученное в виде потери импульса, подчиняется закону подобия Фруда.

Вывод расчётной формулы основан на теореме количества движения

$$D = - \int_S [pl + \rho u(lu + mv + nw)] dS, \quad (I.14)$$

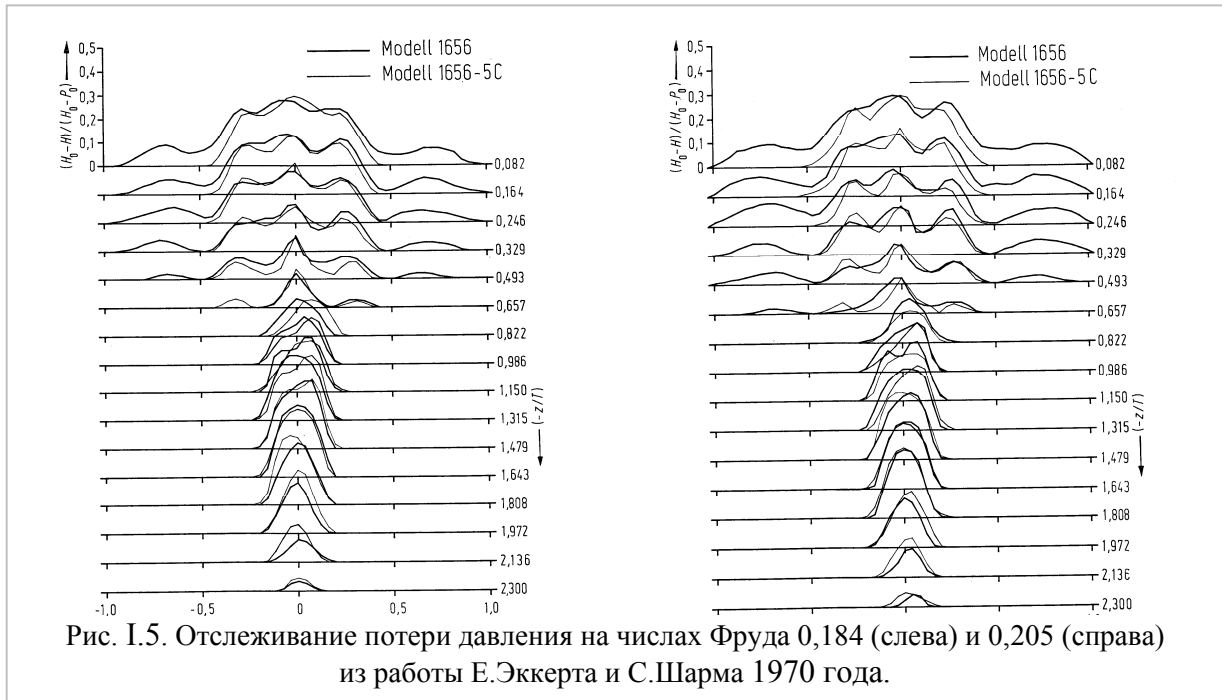
где D - сопротивление тела, движущегося в установившемся потоке. l, m, n - направляющие косинусы нормали, направленной вне; u, v, w - компоненты скорости в точке x, y, z контрольной поверхности; ρ - массовая плотность; p - давление.

Эта теорема применена к случаю покоящейся модели в потоке, движущемуся со скоростью U в отрицательном направлении оси x . Без потери общности предполагается, что модель находится в центре прямоугольного канала шириной $2b$ и глубиной h . Границами являются контрольная поверхность, которую составляют два поперечных сечения AB далеко впереди модели и CD на некотором расстоянии позади неё, площадь свободной поверхности, дно и стенки канала, ограничивающие эти сечения (рис. I.5.).

Замечая, что здесь нет потока количества движения через свободную поверхность, дно и стенки канала, и что интеграл давления также исчезает на этих поверхностях или компоненты сил от этого давления равны нулю, из (1.13) получают выражение

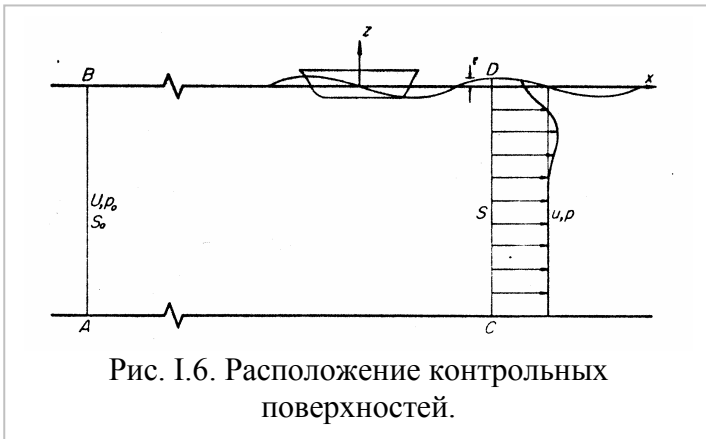
$$D = - \int_{S_0} (p_0 + \rho U^2) dS_0 - (p + \rho u^2) dS, \quad (I.15)$$

где S_0 - плоскость и p_0 - давление относятся к сечению AB , а величины без индексов относятся к сечению CD , в котором значения p_0 и p взяты в конгруэнтных точках соответствующих сечений.



Пусть $z = f(x, y)$ даёт уравнение свободной поверхности, когда z измеряется по вертикали вверх от невозмущённой свободной поверхности. Тогда, при учёте $p_o = -\gamma z$ получается

$$\int_{S_o} p_o dS_o = \int_S p_o dS + \gamma \int_{S-S_o} z dy dz = \int_S p_o dS + \frac{1}{2} \gamma \int_{-b}^b \zeta^2 dy.$$



Мы также имеем из условия неразрывности (рис. 1.6)

$$\int_{S_o} U dS_o = \int_S u dS$$

и тогда (1.14) становится

$$D = - \int_S [p_o - p + \rho u(U - u)] dS + \frac{1}{2} \gamma \int_{-b}^b \zeta^2 dy, \quad (1.16)$$

которому соответствует результат для погруженного тела, получается формула для погруженного тела

$$D = - \int_S [p_o - p + \rho u(U - u)] dS, \quad \text{которая}$$

является специальным случаем. Следуя М.Тулину, получается

$$D = D_w + D_v, \quad (1.17)$$

где D_w - волновое сопротивление и D_v - вязкостное сопротивление, в предположении, что они разделимы. Также предполагается, что поток безвихревой вне попутного потока⁷. Пусть u_1, v_1, w_1 и p_1 обозначают скорость в безвихревом поле и давление внутри попутного потока аналитического продолжения внешнего потенциального потока. Это может быть выполнено путём удобного распределения источников и стоков внутри тела и попутного потока. Затем уравнение Бернулли даёт

⁷ Это допущение сделано ещё до того, как Е.Баба обнаружил потерю количества движения вне попутного потока и выяснил, что причиной являются вихревые потоки, идущие от форштевня.

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho(u_1^2 + v_1^2 + w_1^2) = p_o + \frac{1}{2}\rho U^2. \quad (I.18)$$

Увеличение потока жидкости при протекании через нижнее по течению сечение CD из-за замены u на u_1 , может быть связано с источниками внутри тела и попутного потока на верхней стороне CD полного напряжения

$$\frac{1}{4\pi} \int_S (u_1 - u) dS.$$

Согласно теореме Лагалли эти источники подвергаются воздействию силы D_s , которая даётся в виде

$$D_s = -\rho \int_{\omega} U(u_1 - u) dS, \quad (I.19)$$

имеющей положительное направление вниз по течению. Также для полной силы на теле вместе с этими источниками на верхней стороне сечения CD из теоремы количества движения имеется

$$D_w + D_s = \int_{S_o} (p_o + \rho U^2) dS_o - (p_1 + \rho u_1^2) dS. \quad (I.20)$$

Исключение D_w и D_s из (3.2), (3.4), (3.6) и (3.7) даёт

$$D_V = \int_{\omega} [p_1 - p + \rho(u_1^2 - u^2 - Uu_1 + Uu)] dS, \quad (I.21)$$

в котором индекс ω в обоих интегралах (I.19) и (I.21) означает, что подынтегральное выражение исчезает вне попутного потока, так что интегрирование необходимо выполнять только по району попутного потока. Окончательно, исключая p_1 из (I.21) с помощью (I.18), получают для вязкостного сопротивления выражение

$$D_1 = \int_{\omega} \left\{ p_o - p + \rho u(U - u) + \frac{1}{2}\rho [(U - u_1)^2 - v_1^2 - w_1^2] \right\} dS, \quad (I.22)$$

которое по форме идентично полученному для подводного тела вращения.

Выражение для D_w может быть теперь получено из (I.22) и (I.15). Исключение D_v даёт, при $p_1 \equiv p$ и $u_1 \equiv u$ вне попутного потока выражение

$$D_w = \int_{S-\omega} \left\{ p_o - p + \rho u(U - u) dS - \frac{1}{2}\rho \int_{\omega} [(U - u_1)^2 - v_1^2 - w_1^2] \right\} dS + \frac{\gamma}{2} \int_{-b}^b \zeta^2 dy$$

или, исключая p_1 с помощью (I.18), получаем

$$D_w = \int_{S-\omega} \left\{ v_1^2 + w_1^2 - (U - u_1)^2 \right\} dS + \frac{\gamma}{2} \int_{-b}^b \zeta^2 dy. \quad (I.23)$$

Теперь рассматривается аппроксимация величины D_V в (I.22), так как u_1, v_1, w_1 неизвестны. Мы вводим три приближения

$$D_1 = \int_{S-\omega} \{ p_o - p + \rho u(U - u) \} dS, \quad (I.24)$$

$$D_2 = \int_{S-\omega} \left\{ p_o - p + \rho u(U - u) + \frac{1}{2}\rho (U - u_1)^2 \right\} dS, \quad (I.25)$$

$$D_B = \int_{S-\omega} \left[p_o - p + \rho u(U - u) + \frac{1}{2}\rho (U - u_2)^2 \right] dS, \quad (I.26)$$

где

$$p + \frac{1}{2}\rho u_2^2 = p_o + \frac{1}{2}\rho U^2. \quad (I.27)$$

Здесь (I.26) и (I.27) даётся приближение Бетца - Тулина. В (I.25) скорость u_1 должна быть получена интерполяцией значений u в попутном потоке и вне попутного потока. Выражение для ошибок имеет вид

$$D - D_1 = \frac{1}{2} \rho \int_{\omega} \{(U - u_1)^2 - v_1^2 - w_1^2\} dS, \quad (I.28)$$

$$D_2 - D = \frac{1}{2} \rho \int_{\omega} \{v_1^2 + w_1^2\} dS, \quad (I.29)$$

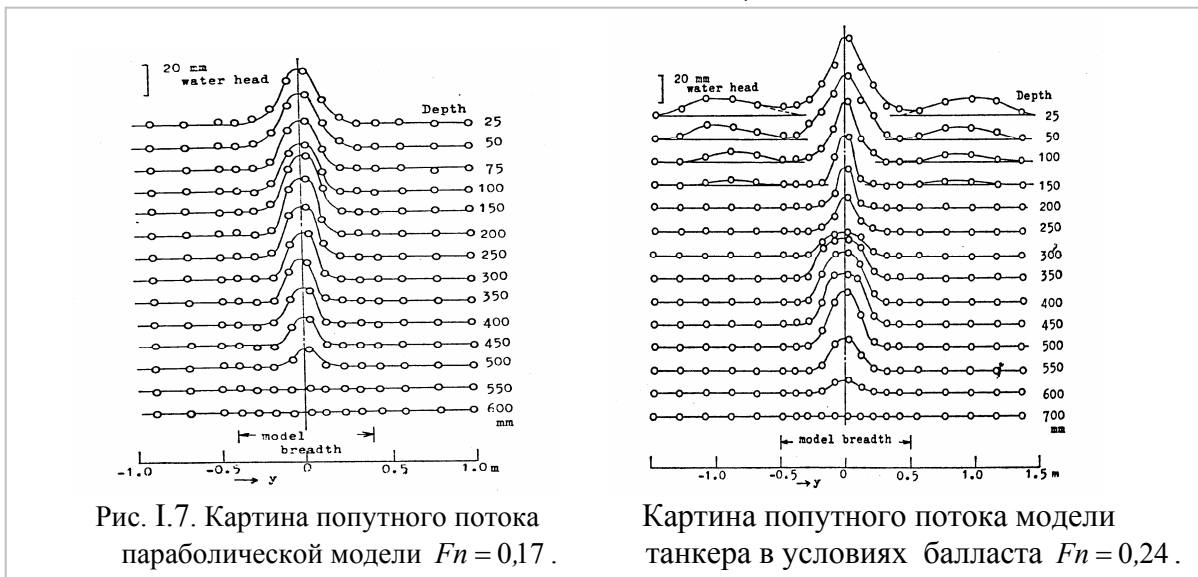
$$D_{\beta} - D = \frac{1}{2} \rho \int_{\omega} \{(U - u_2)^2 - (U - u_1)^2 + v_1^2 + w_1^2\} dS, \quad (I.30)$$

что означает, что $D_2 > D > D_1$. Знак ошибки в D_{β} не очевиден, и будет, возможно, не одинаковый при разных обстоятельствах.

Окончательно представляется разумным применить к настоящему случаю заключение, которое было выведено для погруженного тела вращения относительно значения ошибки. При суммировании получается, что в сечении на расстоянии позади тела по крайней мере на 2,5 толщины попутного потока ошибка из-за D_1, D_2, D_{β} принимается малой, она быстро исчезает вниз по течению и имеет следующий порядок:

$$D - D_1 > |D_{\beta} - D| > D_2 - D \quad .. \quad (I.31)$$

Подтверждение первого из неравенства (I.31) должно быть получено расчётом D_1 из данных Дж.Бу [18] для сечения в 2-х футах позади модели судна. В этой работе получено, что ошибка имеет порядок $D - D_1 = 0,010$ фунтов, $D - D_{\beta} = 0,004$ фунтов.



Итак, практически для определения сопротивления судна по результатам модельных испытаний в опытовом бассейне к настоящему времени имеются два метода: отработанный десятилетиями метод определения остаточного сопротивления и сопротивления трения и метод определения вязкостного сопротивления по потере количества движения и волнового сопротивления с помощью метода волнового анализа.

В 1962 году К.Эггерс [6] выполнил теоретическое исследование метода расчёта волнового сопротивления из замеров волнообразования. Вслед за этим несколько исследователей пытались получить более определённую технику замеров в попутном потоке и волновом поле. Л.Ландвебер и др. [8] разработали технику измерения попутного потока и показали зависимость вязкостного сопротивления от числа Фруда.

Однако было дано только несколько примеров, в которых волновое и вязкостное сопротивление использовались для определения полного сопротивления [10], [14]. В опытовом бассейне Мицубиси были проведены интенсивные исследования разных судовых форм, включая математическую модель Виглея и обводы танкера, для измерения

составляющих отдельно. Е.Баба разработал метод теоретического анализа, основанный на линейной аппроксимации поля скоростей, а также разработал метод для разделения сопротивления на составляющие, приведший к асимптотической формуле для каждой компоненты. Сумма вязкостного и волнового сопротивления проанализирована по этой теории, и получилась в хорошем согласии с экспериментальными данными, полученными динамометром. Следует заметить, что впервые на идущие от носа вихри (фотография I.4), как создающие сопротивление, обратил внимание Е.Баба [1], [2], когда обнаружил, что в корме в плоскости, перпендикулярной к ДП, вне ширины попутного потока наблюдаются значительные потери количества движения (рис. I.7). Вихревой поток, идущий вне корпуса и попутного потока он назвал «разрушающимися волнами». Впоследствии Танеда назвал их «ожерельем вихрей».

Экспериментальное изучение вязкостного сопротивления путём измерения попутного потока и обычных буксировочных испытаний для выяснения влияния параметров формы, а также выдвинутого бульба, в частности, были выполнены С.Танедой [12], Е.Эккертом и С.Шарма [5] и К.Танигучи и др[15].

К.Цой и Л.Ландвебер [16] также разработали технику измерения попутного потока и изучили изменение вязкостного сопротивления в зависимости от числа Фруда. Вопрос зависимости от числа Фруда, а не Рейнольдса, очень важен в данном случае. Известно, что сопротивление трения, посчитанное по экстраполяторам, подчиняется закону Рейнольдса, и,

казалось бы, суммарное вязкостное сопротивление, в которое входит и трение и вихреобразование, должно зависеть больше от числа Рейнольдса, чем от числа Фруда. Но оказалось, что вязкостное сопротивление, полученное путём измерения потери количества движения за кормой судна, зависит и моделируется по числу Фруда. Именно поэтому столько авторов проверяли эту зависимость. Зависимость от числа Фруда можно объяснить только тем, что все потоки в жидкости – безвихревые и вихревые – зависят от гравитации значительно больше, чем от напряжений сдвига.

Е.Баба измерил потерю количества движения за счёт разрушающихся волн на модели танкера. Оказалось,

что эти потери достигают значительной доли полного сопротивления (до 15%). Позже Е.Баба [3] выполнил анализ потока вокруг плоского судна (с отношением $B/T \approx 6$) и обнаружил, что вихревая компонента составляет ещё большую величину. Была испытана серия моделей длиной 7м, шириной 1м и с осадкой 0.1667м., отличающихся коэффициентами полноты.

На рисунке I.8 представлены доли полного сопротивления: сопротивления трения, волнового сопротивления и вихревого, которое выделено штриховкой на числах Фруда от 0,4 до 0,8. Из эпюры видно как у плоского судна на числах Фруда больше 0,4 резко увеличивается доля вихревого сопротивления. Одновременно в опытовом бассейне Гамбурга и в бассейнах Японии проводилось много исследований потока вокруг носа водоизмещающих судов, где начинаются разрушающиеся волны. Как правило, наряду с обычными обводами в подобных работах рассматривается носовой бульб. Список основных работ в этой области приводится в работах Т.Инуи [7] и Х.Мията и Т.Инуи [9].

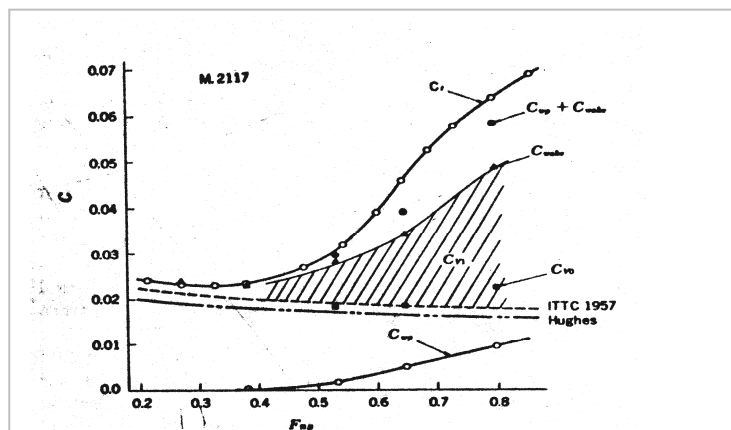


Рис. I.8. Компоненты полного сопротивления модели M2117. На оси абсцисс отложены числа Фруда по ширине, поэтому следует учесть, что соответствующие числа Фруда по длине для 0,2 равно 0,0756, для 0,8 - 0,3024. Заштрихована вихревая доля сопротивления.

Несмотря на обилие экспериментальных работ, посвящённых изучению потока в окрестности носа движущегося судна, практического способа расчёта вихревой составляющей сопротивления в зависимости от заданной формы корпуса пока нет.

Теоретические методы. Для того, чтобы посчитать составляющую сопротивления вследствие потери напора, Е.Баба прибавил такую же зону вязкого потока в виде второй части (рис. I.9). Одна из зон обозначена ω_o , а другая имеет такое же обозначение ω_1 и проявляется вне обычной зоны попутного потока. Е.Баба ввёл следующее асимптотическое выражение вязкостного сопротивления: $R_V = \rho g \int_{\omega} (H_o - H) ds$, где ρ - массовая плотность жидкости, g - ускорение гравитации.

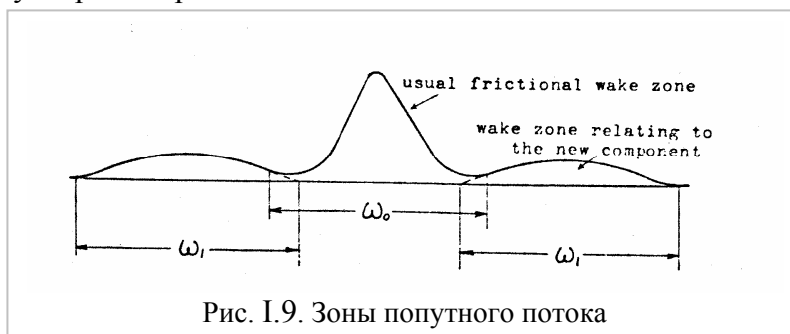


Рис. I.9. Зоны попутного потока

Разделение площади области вязкого попутного потока ω на ω_o и ω_1 показано на рис. I.9. Выражение вихревого сопротивления становится равным $R_V = R_{V_o} + R_{V_1}$, где R_{V_o} выражает компоненту, которая соответствует обычному попутному потоку $R_{V_o} = \rho g \int_{\omega_o} (H_o - H) ds$ и R_{V_1} является компонентой, соответствующей другой зоне потери напора $R_{V_o} = \rho g \int_{\omega_1} (H_o - H) ds$, по которой экспериментально определяется новая компонента вязкостного сопротивления

Е.Кумбербач определил действие вязкости на систему волн вниз по потоку, вызванную возмущением на поверхности [5]. Он получил решение путём разложения по обратным степеням числа Рейнольдса и нашёл коэффициенты затухания в виде экспоненциального множителя. Получилось, что расходящиеся волны затухают быстрее, чем поперечные (рис. I.10.) . Волны, вызванные движением тела с постоянной скоростью по свободной поверхности жидкости, преимущественно описываются с помощью невязкой теории. Уравнения движения и граничные условия линеаризованы, и можно иногда получить решение для распределения давлений, представляющего тело, из



Рис. I.10. Видно, что расходящиеся волны распадаются раньше поперечных

решений движущейся точки давления. Цель этой статьи состоит в том, чтобы ввести вязкость в решение последней задачи, в частности, в действие волн далеко от точки давления.

Некоторые методы оценки волнового сопротивления судов и других поверхностных тел основаны на измерении профиля прогрессивных волн, производимом на моделях в бассейне. Взвешивания включают требование уменьшения ошибок насколько возможно. Результаты Е.Кумбербача сделали возможным сравнение волнового профиля с учётом вязкости, а также сделать такие приспособления, которые основаны на невязкой модели.

Методы включают трансформации Фурье, и решения найдены в виде разложений близко и далеко от тела на низких числах Рейнольдса. Выражения для трёхмерного случая требуют двойного интеграла Фурье. Распространение решения на другие ограниченные случаи становятся сложным из-за алгебраических значений функций и ошибок в решениях. При этом решение получено только для случая профиля волн на большом расстоянии за телом и высоких числах Рейнольдса. Здесь есть частный интерес для приложений, отмеченных выше.

Система трёхмерных волн, вызванных движущейся точкой давления в невязкой жидкости, была изучена Лордом Кельвином – Томсоном в 1891 году. Е.Кумбербач продолжил изучение от этой последней схемы для линеаризованных движений, которые включают вязкие члены. Формальные разложения по обратным числам Рейнольдса получены вместе с оценкой ошибки последних членов. Эти выражения имеют разную форму внутри и на критической линии (где множитель затухания изменяется). Однако, получен вязкий множитель затухания, который оценивает поперечные и расходящиеся волны выше критической линии и включая её.

Решение получено в виде интеграла Фурье. Декартовы координаты приняты фиксированными на теле с жидкостью, имеющей скорость U в направлении оси x на большом расстоянии.. Ось z направлена вертикально вверх. Линеаризованное уравнение движения Озеена, где u, v, w - компоненты скорости \mathbf{q} ,

$$\nabla \mathbf{q} = 0, \quad (I.32)$$

$$U \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \nabla(p + \rho g z) - \nu U^2 \cdot \mathbf{q} = 0 \quad (I.33)$$

где

$$U \mathbf{i} + \mathbf{q} = (U + u, v, w) \quad (I.34)$$

является полной скоростью, ρ - плотность, ν - кинематический коэффициент вязкости. Эти уравнения позволяют представить скорость в форме

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2, \quad (I.35)$$

где

$$\text{rot } \mathbf{q}_1 = 0, \quad \text{div } \mathbf{q}_2 = 0, \quad (I.36)$$

так что

$$U \frac{\partial \mathbf{q}_1}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \nabla(p + \rho g z) = 0, \quad (I.37)$$

$$U \frac{\partial \mathbf{q}_2}{\partial x} - \nu \nabla^2 \mathbf{q}_2 = 0. \quad (I.38)$$

Из (I.37) следует, что

$$\mathbf{q}_1 = \nabla \varphi \text{ с } \nabla^2 \varphi = 0. \quad (I.39)$$

Также из (I.37)

$$\frac{p}{\rho} = -U \frac{\partial \varphi}{\partial x} - g z. \quad (I.40)$$

Граничные условия такие

$$\frac{P}{\rho} - 2\nu \frac{\partial w}{\partial z} = -U \frac{\partial \varphi}{\partial x} - g \eta - 2\nu \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial w_2}{\partial z} \right) = -\frac{1}{\rho} G, \quad (I.41)$$

$$v \left(\frac{\partial u_2}{\partial z} + 2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial z} + \frac{\partial w_2}{\partial x} \right) = \frac{1}{\rho} H, \quad (I.42)$$

$$v \left(\frac{\partial v_2}{\partial z} + 2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y \partial z} + \frac{\partial w_2}{\partial y} \right) = \frac{1}{\rho} K, \quad (I.43)$$

и

$$U \frac{\partial \eta}{\partial x} = - \frac{\partial \varphi}{\partial z} + w_2 \quad (I.44)$$

Граничные условия наложены, как обычно, на $z = 0$, где

$$z = \eta(x, y) \quad (I.45)$$

уравнение свободной поверхности. Поверхностное натяжение считается пренебрежимо малым. В (I.41), (I.42) и (I.43) множители G, H и K представляют распределения напряжений, действующие на свободной поверхности, G - нормальные, а H и K - компоненты сдвиговых напряжений соответственно направлениям x и y . Так как поверхностное натяжение считается равным нулю, то $H = K = 0$.

По направлениям x и y преобразование Фурье $f(x, y, z)$ обозначаются как $f(\alpha, \beta, z)$, тогда уравнения (I.38) и (I.39) дают

$$\varphi = A(\alpha, \beta) \exp\{(\alpha^2 + \beta^2)^{1/2} z\} \quad (I.46)$$

$$\tilde{u}_2 = B(\alpha, \beta) \exp\{(\alpha^2 + \beta^2 + i\alpha U/v)^{1/2} z\}, \quad (I.47)$$

и подобные выражения для (I.38) для \tilde{v} и \tilde{w}_2 . Квадратные корни в (I.46), (I.47) должны иметь положительную действительную часть α, β , чтобы была уверенность в исчезновении возмущённого решения, когда $z \rightarrow -\infty$

Подстановка (I.46), (I.47) и выражений для v_2 и w_2 в граничные условия (I.41) - (I.44) вместе с (I.36) позволяет найти A, B и т.д. в членах G, H и K . Результат для $\tilde{\eta}$ в случае $H = K = 0$ получается в виде

$$\tilde{\eta} = \frac{\tilde{G}}{\rho} \{g - (\alpha^2 + \beta^2)^{1/2} [U\alpha(\alpha^2 + \beta^2)^{-1/2} - 2vi(\alpha^2 + \beta^2)^{1/2}]^2 - 4v^2(\alpha^2 + \beta^2)(\alpha^2 + \beta^2 + i\alpha U/v)^{1/2}\}^{-1} \quad (I.48)$$

и высота свободной поверхности получена как обратная трансформация Фурье (I.48).

Здесь берётся случай нормальных напряжений формы дельта-функции в начале координат. Это даёт $G = G_0, const$. Решение для распределения давлений может быть получено дальнейшим интегрированием. Удобно ввести безразмерные переменные

$$\bar{x} = x/l, \quad \bar{y} = y/l, \quad \bar{\alpha} = \alpha l, \quad \bar{\beta} = \beta l, \quad (I.49)$$

где

$$l = U^2 / g. \quad (I.50)$$

Число Рейнольдса

$$R = Ul/v = U^3 / vg \quad (I.51)$$

определено. Волновой профиль $z = \eta(x, y)$ теперь даётся двойным интегралом Фурье

$$\eta = (4\pi^2 l^2 \rho g)^{-1} G_0 l = (4\pi^2 l^2 \rho g)^{-1} G_0 \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} e^{i(\alpha\bar{x} + \beta\bar{y})} D^{-1} d\alpha d\beta, \quad (I.52)$$

где

$$D = (a^2 + \beta^2)^{1/2} [a(a^2 + \beta^2)^{-1/2} - 2i(a^2 + \beta^2)^{1/2} / R]^2 - 4R^{-2} (a^2 + \beta^2)(a^2 + \beta^2 + iR\alpha)^{1/2} \quad (I.53)$$

Разложение (I.52) для больших $(x^2 + y^2)^{1/2}$ и для больших R оцениваются дальше. Действительное выражение получено для больших x , и это требует дополнительного анализа, чтобы сделать результат действительным для больших $(x^2 + y^2)^{1/2}$. Поскольку

только область, где $y < \frac{1}{4}x\sqrt{2}$ интересна, то остальные подробности Е.Кумбербач не рассматривает.

Расширение решения По существу, метод для асимптотических разложений интегралов Фурье включает расчёты α -интегрирования с помощью метода вычетов и β -интегрирование - с постоянной фазой. Полнос подынтегрального выражения даёт вклад, представляющий установившийся волновой профиль далеко вниз. Влияние от включения вязкости сдвигает полюсы на реальных осях; получено подавление вязкостью. Также метод стационарной фазы, использующийся для стационарных точек на реальной оси, заменяется анализом наискорейшего спуска. Видно, что уравнение, дающее полюсы, не может быть решено точно, и может быть получено только приближённое положение полюсов. Анализ выполнен, чтобы дать приближённое решение в зависимости от разложения на большом расстоянии и больших числах Рейнольдса. Это становится важно для оценки точности приближения и для определения области его действительности.

Вклад в α -интегрирование в (I.52) происходит от особенности в D . Функция $D(\alpha)$ имеет точки на ветви

$$\alpha = \pm i|\beta| \text{ и на } \alpha = \frac{1}{2}i[-R \pm (R^2 + 4\beta^2)^{1/2}] \quad (\text{I.54})$$

и ветви сечения взяты от

$$\alpha = i|\beta| \text{ до } \alpha = \frac{1}{2}i[(R^2 + 4\beta^2)^{1/2} - R]$$

на положительной части мнимой оси $\text{Im}(\alpha)$, и

$$\text{от } \alpha = -i|\beta| \text{ до } \alpha = -\frac{1}{2}i[(R^2 + 4\beta^2)^{1/2} + R]$$

на отрицательной части оси $\text{Im}(\alpha)$. Анализ природы D исследован далее помощью замены

$$\alpha = s \cos \psi, \quad \beta = s \sin \psi, \quad (\text{I.55})$$

дающей

$$D = 1 - s(\cos \psi - 2is/R)^2 - 4s^2R^{-2}(s^2 + isR \cos \psi)^{1/2}. \quad (\text{I.56})$$

Замечено, что D имеет такую же аналитическую форму, как его двумерный контур, который был сделан Дж.Ву. Техника, использованная здесь, может быть повторена для D с двумя простыми нулями. Для больших R эти нули найдены на

$$\begin{aligned} \alpha &= \alpha_1^* = A + iB/R + O(r^{-3/2}), \\ \alpha &= \alpha_2^* = -A + iB/R + O(r^{-3/2}), \end{aligned} \quad (\text{I.57})$$

где

$$A = \frac{1}{\sqrt{2}} \{1 + (1 + 4\beta^2)^{1/2}\}^{1/2}, \quad (\text{I.58})$$

$$B = 4A^6(2A^2 - 1)^{-1}. \quad (\text{I.59})$$

Невязкий случай даёт нули на $\alpha = \pm A$. Положение нулей α_1^*, α_2^* в верхней полуплоскости узаконивает то, что здесь нет вклада волн на $x < 0$. (Реальная ось интегрирования заменяется полукруговым контуром большого радиуса в нижней полуплоскости.) Невязкий случай требует других аргументов для достижения этого результата.

Для $x > 0$ путь α -интегрирования в (I.52) заменяется большим полукруглым контуром в верхней полуплоскости α , и необходимо рассмотреть вклад от особенностей D . Для вклада ветви с точками особенностей интегралы берутся вдоль сечений на верхней полуплоскости α обозначены в (I.54). С целью оценки порядка значений этих интегралов ограниченные величины на $R \rightarrow \infty$ могут быть взяты в первом приближении. Интеграл в форме

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{i\beta y} \left\{ \int_0^{i|\beta|} e^{i\alpha x} [1 - \alpha(\alpha^2 + \beta^2)^{-1/2}]^{-1} d\alpha \right\} d\beta,$$

тогда, очевидно, и не трудно показать, что они имеют порядок x^{-3} (Ф.Урселл 1960 г.).

Нули D дают доминантные члены во вкладах нулей D в разложении на большом расстоянии. Для количества движения берутся два первых члена справа в (I.57) $\alpha = A + iB/R$, чтобы дать положение нуля. Приближение в процедуре обсуждается позже. Только вклад нуля в $\alpha = \alpha_1$ рассмотрен до точки, на которой физический результат записан ниже. Этот нуль даёт вклад

$$I_1 = 2\pi i \int_{-\infty}^{\infty} \exp\{r f(\beta)\} [(\partial D / \partial \alpha)_{\alpha_1}]^{-1} d\beta,$$

в котором

$$f(\beta) = i\{\beta \sin \theta + \cos \theta (A(\beta) + iB(\beta)/R)\} \text{ и} \\ x = r \cos \theta, y = r \sin \theta,$$

должны быть подставлены.

Теперь посчитано приближение наискорейшего спуска для больших r . Столбцы в β -плоскости определяются из уравнения

$$\sin \theta + (A' + iB'/R) \cos \theta = 0, \quad (I.60)$$

где штрих означает дифференцирование по β . В невязком случае это уравнение сводится к

$$A' = -\tan \theta. \quad (I.61)$$

Это может быть интегрировано геометрически, а (I.62) удовлетворяется точками на кривой

$$\alpha = A(\beta), \quad (I.62)$$

на которой нормаль к кривой параллельна вектору $\mathbf{r} = (r \cos \theta, r \sin \theta)$. Как результат, геометрическая информация о картине волн может быть получена из природы кривых, данных равенством (I.62). Решения (I.61) возможны только для $|\theta| \leq \theta_c$, где $\tan \theta_c = \sqrt{2}/4$.

Критические точки, обозначенные индексом c , являются точками перегиба, $\beta_c^2 = 3/4$, где $A''(\beta_c) = 0$. Уравнение (I.61) имеет два решения для каждого θ , рождающего две волновых системы: поперечную систему для $\beta_c^2 < 3/4$ и расходящиеся системы для $\beta_c^2 > 3/4$. Законы разного радиального распада сохраняются в силе для волновых систем в областях, близких и вне линий $\theta = \pm \theta_c$

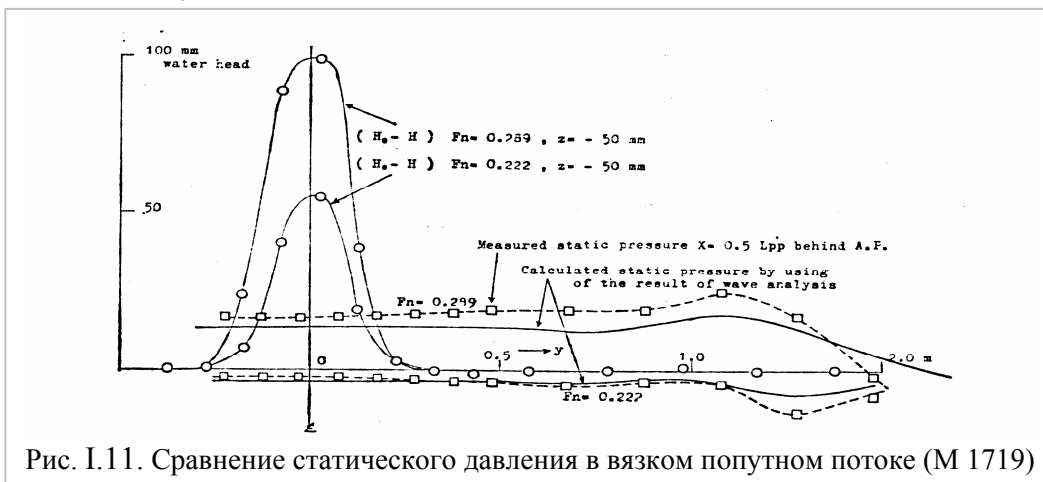


Рис. I.11. Сравнение статического давления в вязком попутном потоке (M 1719)

Скорость вязкого распада. Экспоненциальный множитель $\exp(-rR^{-1}B_0 \cos \theta)$ был найден как основное влияние вязкости на кормовую волновую систему. Уровень вязкого распада на $\theta = 0$ согласуется с двумерными результатами. Затухание длины L , которое определяется

как $L = R(B_o \cos \theta)^{-1}$ даёт множитель распада e^{-1} для каждого возрастающего L на расстоянии в потоке за кормой.

Поскольку потенциал скорости φ может быть получен из измерений волновой картины, была сделана попытка числовой проверки, чтобы посмотреть, даёт ли давление, измеренное трубками Пито на контрольной поверхности на расстоянии $0,5L_{pp}$ позади кормового перпендикуляра судна, хорошее совпадение со статическим давлением, рассчитанным из измерения волновой картины. Рис. I.11 показывает сравнение статического давления. Расчёты статического давления дают довольно хорошее приближение к статическому давлению, измеренному трубками Пито. Наблюдается, что допущение линейности успешно устанавливается на контрольной поверхности.

В обычной практике наблюдения попутного потока для поперечного оборудования типа гребёнки используется 20 статично-напорных трубок и 20 полно-напорных трубок. Площадь траверза 3 метра в ширину и 1 метр в глубину [14].

Исследования проводились на серии моделей, параметры которых приведены в таблице I.1. М.1870 – это модель грузового лайнера с $C_b = 0,73$ с 4,2 метра в длину. Эта модель была испытана также на условия шероховатости поверхности после того, как испытания с гладкой поверхностью были закончены, для того, чтобы получить количественную информацию о члене взаимодействия вязкостного и волнового сопротивления. М. 1862, М.1715А и М.1483 геометрически подобны танкеру с $C_b = 0,80$ и 4,2 и 7 и 10 метров длины соответственно. Измерение волн на 10-ти метровой модели не производились.

В опытовом бассейне Мицубиси были проведены интенсивные исследования разных судовых форм, включая математическую модель Виглея и обводы танкера, для измерения отдельно каждой составляющей. Заодно Е.Баба разработал новый метод теоретического анализа, основанный на линейной аппроксимации поля скоростей, для разделения сопротивления на составляющие, приведший к асимптотической формуле для каждой компоненты. Сумма вязкостного и волнового сопротивления проанализирована по этой теории, и получилось хорошее совпадение с динамометрическими данными.

Таблица I.1. Параметры использованных моделей

| | М.1719 | М.1720 | М.1870 | М.1870 | М.1870 | М.1870 |
|--------------------------|----------------|-----------|------------------------------------|-------------------|--------------------|-------------------|
| Условия погружения | проектное | проектное | полное | половина дедвейта | полное | половина дедвейта |
| L_{pp} м | 8,000 | 5,000 | 4,200 | 4,200 | Шероховатая модель | |
| L_{wl} м | 7,984 | 4,990 | 4,305 | 4,152 | | |
| B мм | 800,00 | 500,00 | 586,00 | 586,00 | | |
| d мм | 500,00 | 312,00 | 257,54 | 178,52 | | |
| ∇ м ³ | 1 422,22 | 347,22 | 465,25 | 306,76 | | |
| S м ² | 9,408 | 3,675 | 3,655 | 2,964 | | |
| C_b | 0,4444 | 0,4444 | 0,7329 | 0,6971 | | |
| C_p | 0,6667 | 0,6667 | 0,7432 | 0,7113 | | |
| C_m | 0,6667 | 0,6667 | 0,9861 | 0,9779 | | |
| Дифферент | 0 | 0 | 0 | 1% в корму | | |
| Температура воды в корме | 13,0°C | 15,3°C | 22,6°C | 27,2°C | | |
| Форма корпуса | Модель Виглея | | Модель грузового линейного корабля | | | |
| Форма корпуса | Модель танкера | | | | | |

| | M.1862 | M.1862 | M.1715A | M.1715A | M.1483 | M.1483 |
|--------------------------|------------------------------|------------|---------|---------|---------|---------|
| Условия погружения | полное | балласт | полное | балласт | полное | балласт |
| L_{pp} м | 4,200 | 4,200 | 7,000 | 7,000 | 10,000 | 10,000 |
| L_{wl} м | 4,285 | 4,195 | 7,147 | 6,891 | 10,203 | 9,845 |
| B мм | 602,70 | 602,70 | 1004,52 | 1004,52 | 1435,02 | 1435,02 |
| d мм | 233,82 | 115,51 | 373,03 | 192,51 | 532,91 | 275,02 |
| ∇ м ³ | 452,52 | 224,39 | 2095,0 | 1038,9 | 6107,91 | 3028,72 |
| S м ² | 3,739 | 2,787 | 10,381 | 7,743 | 21,186 | 15,802 |
| C_b | 0,7984 | 0,7670 | | | | |
| C_p | 0,8050 | 0,7793 | | | | |
| C_m | 0,9918 | 0,9842 | | | | |
| Дифферент | 0 | 2% в корму | | | | |
| Температура воды в корме | 27,8°C | 27,9°C | 15,0°C | 19,2°C | 24,6°C | 24,3°C |
| Форма судна | Теоретический чертёж танкера | | | | | |

Результаты испытаний Е.Баба. Результаты экспериментов даны в безразмерных коэффициентах, которые введены как

$$C_t = \frac{R_t}{\frac{1}{2} \rho U^2 \nabla^{2/3}}, \quad C_v = \frac{R_v}{\frac{1}{2} \rho U^2 \nabla^{2/3}}, \quad C_w = \frac{R_w}{\frac{1}{2} \rho U^2 \nabla^{2/3}}, \quad Fn = \frac{v}{\sqrt{g L_{WL}}}$$

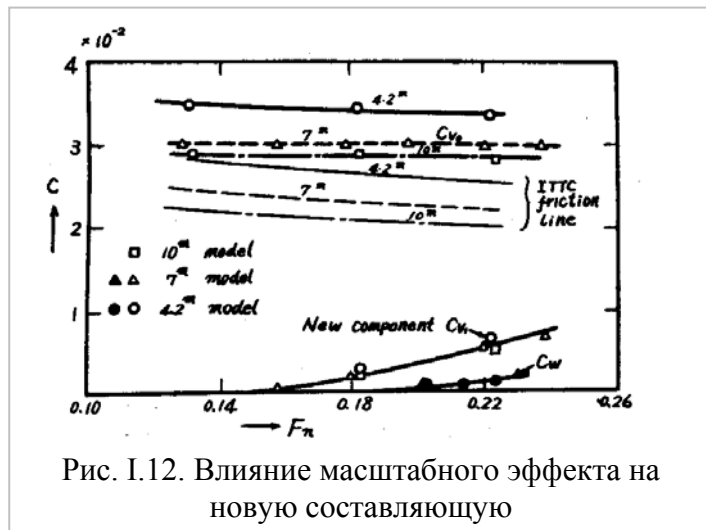


Рис. I.12. Влияние масштабного эффекта на новую составляющую

где ∇ - объёмное водоизмещение модели и L_{WL} - длина ватерлинии.

Температурная коррекция сделана для полного сопротивления, измеренного динамометром путём использования *И.Т.С.*1957 линии трения так, чтобы сравнить с суммой вязкостного и волнового сопротивления при этой же температуре.

Поскольку измерение попутного потока моделей с длиной меньше 5 метров проводилось в малом бассейне 120 метров длины и 6,1 метров ширины, а моделей больше 7 метров были испытаны в большом бассейне длиной 165 метров и шириной 12,5 метров, то корректировка коэффициентов полноты была сделана для обоих коэффициентов C_v и C_w [13]. Однако

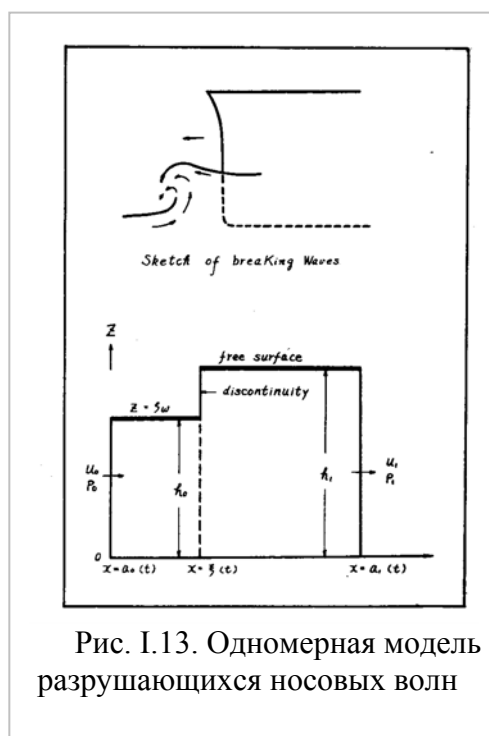


Рис. I.13. Одномерная модель разрушающихся носовых волн

корректировка C_w не делалась, так как все испытания волнового коэффициента проводились в большом бассейне. (Измеренная волновая картина показана сплошными линиями, а посчитанная – штриховыми). Штриховая волновая картина параболической модели Виглея М.1720 даёт хорошее приближение к измерениям. В первой волновой картине 4-х метровой модели грузового судна М.1870 посчитанная волновая картина не даёт хорошего приближения с измеренной. Прерывистая линия этой же волновой картины показывает расчётное волновое поле распределения диполей не только на килевой линии, но и на двух линиях днища. Исправление расчёта и некоторое изменение амплитудной функции было рассмотрено.

Волновая картина модели танкера М.1862 была измерена на 3-х метровом расстоянии от диаметральной линии модели и проанализирована тремя линиями распределения диполей, как в случае модели грузового лайнера М.1870.

Сравнение картины вязкого попутного потока показано на рис. I.13. Полная потеря напора параболической модели Виглея М.1719 показывает форму обычного колокола. С другой стороны, полная потеря напора модели грузового лайнера М.1870 показывает слегка другую форму возле свободной поверхности. Вязкостное сопротивление получено путём интегрирования потери полного напора планиметром (см. таблицы I.2 ÷ I.10)

Рис. I.14 – I.22 показывают сравнение между составляющими сопротивления. Коэффициент полного сопротивления C_t измеряется динамометром сопротивления, полученным настоящим методом, как показано чёрным кругом. Из сравнения видно, что сумма вязкостного и волнового сопротивления хорошо согласуется с полным сопротивлением, измеренным динамометром не только для хорошо обтекаемой модели (рис. I.12), но также и для моделей с полными обводами (рис. I.14).

На рис. I.11 показаны три примера сравнения измеренной волновой картины, которые были аппроксимированы рядом

$$\zeta_p(x, y) = \sum_{i=0}^N M_i(x_i, 0, -d) F(x, y; x_i, 0, -d),$$

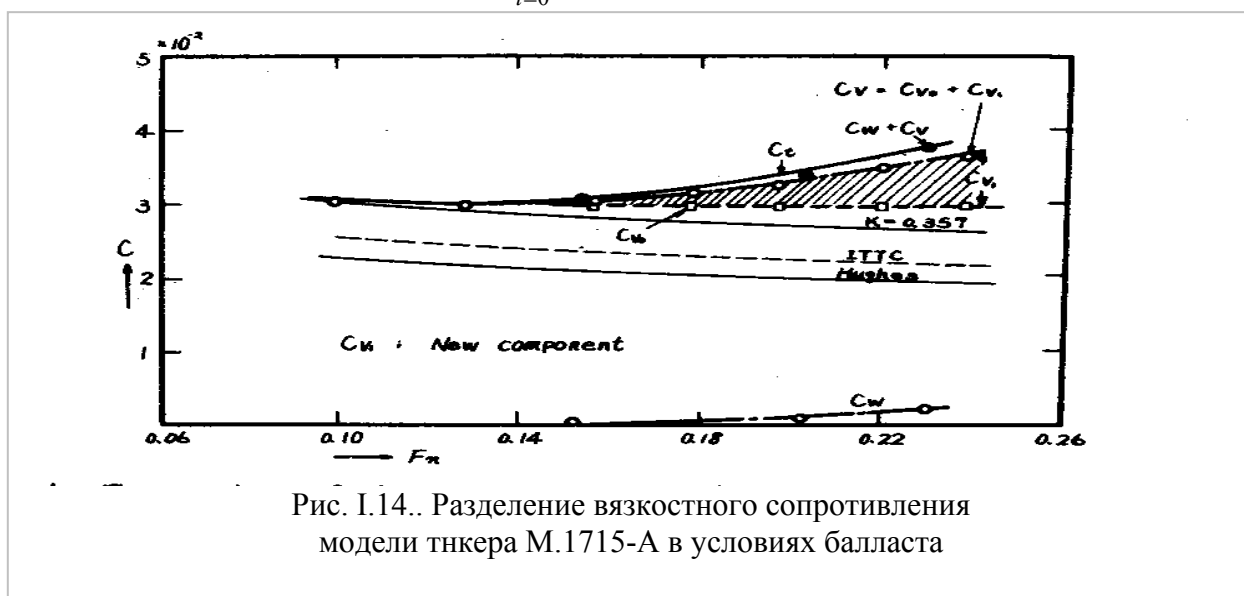


Рис. I.14.. Разделение вязкостного сопротивления модели танкера М.1715-А в условиях балласта

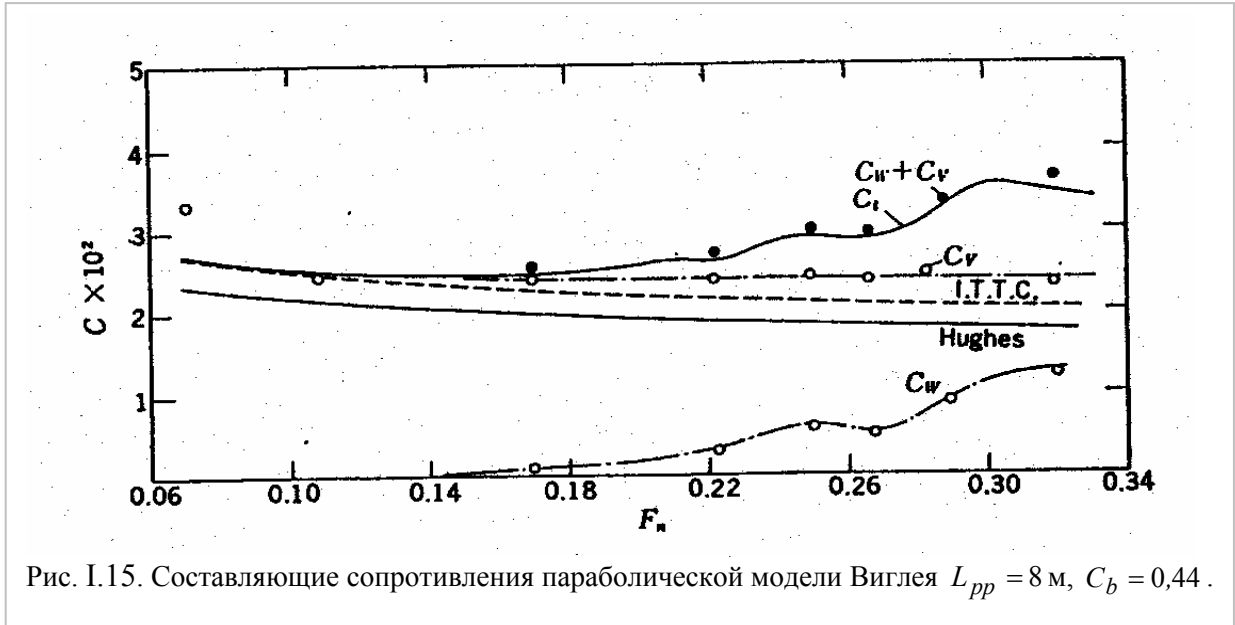
где

$$F(x, y; x_i, y_i, z_i) = -\frac{2}{\pi U} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\theta \int_0^{\infty} \frac{n^2 (n \cos nz_i + k_0 \sec^2 \theta \sin nx_i) e^{-n|z|}}{n^2 + k_0^2 \sec^4 \theta} dn -$$

$$-\frac{4k_0^2}{U} \int_{\alpha_i}^{\pi/2} \sec^4 \theta e^{k_0 z_i \sec^2 \theta} \sin(k_0 \varpi \sec^2 \theta) d\theta,$$

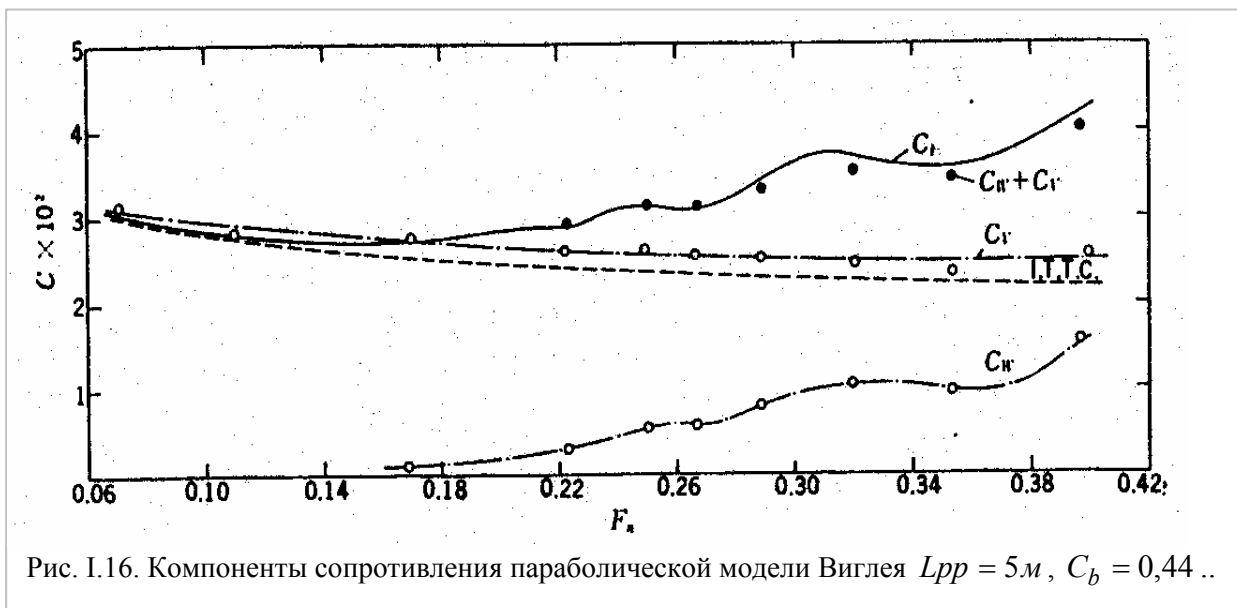
$C_f \neq C_v$ для судов с малым отношением ширины к длине.

Вязкостное сопротивление получено путём интегрирования потери полного напора планиметром. Поскольку функция F может быть рассчитана предварительно, напряжения диполей $M_i (i=1,2,3,\dots,N)$ могут быть определены из измерения волновой картины методом наименьших квадратов. Эти экспериментальные результаты хорошо получаются из теоретического анализа для модели Виглея с $C_b = 0,44$ и $L/B = 10$.



Коэффициент вязкостного сопротивления C_v хорошо аппроксимируется вязкостным сопротивлением, определённым по трёхмерному экстраполятору (рис. I.14 и I.15), экспериментальные результаты поддерживают справедливость теоретических результатов

С другой стороны, кривая коэффициента вязкостного сопротивления полной модели (рис. I.19 или I.21) имеет тенденцию к возрастанию в соответствии с возрастанием волнового сопротивления, особенно в случае модели танкера в условиях балласта C_v начинает возрастать на низких числах Фруда (рис. I.20).



Таблицы I.2 ÷ I.10. Результаты замеров попутного потока и волнового анализа

Таблица I.2. М.1719 результаты замеров попутного потока и волнового анализа

| F_n | C_v | F_n | C_w |
|-------|---------|-------|---------|
| 0,070 | 0,03307 | | |
| 0,108 | 0,02448 | | |
| 0,169 | 0,02447 | 0,170 | 0,00139 |
| 0,222 | 0,02400 | 0,223 | 0,00311 |
| 0,249 | 0,02412 | 0,250 | 0,00683 |
| 0,267 | 0,02391 | 0,267 | 0,00607 |
| 0,288 | 0,02459 | 0,289 | 0,00902 |
| 0,319 | 0,02354 | 0,320 | 0,01240 |

Таблица I.4. М.1870 результаты замеров попутного потока и волнового анализа

| F_n | C_v | F_n | C_w | C_w |
|-------|---------|-------|---------|--------------------|
| 0,077 | 0,02940 | | | шероховатая модель |
| 0,108 | 0,02961 | | | |
| 0,160 | 0,02751 | 0,200 | 0,00056 | 0,000 |
| 0,200 | 0,02660 | 0,223 | 0,00170 | 0,001 |
| 0,223 | 0,02682 | 0,249 | 0,00388 | 0,003 |
| 0,249 | 0,03001 | 0,266 | 0,00736 | 0,006 |
| 0,267 | 0,03232 | 0,274 | 0,00925 | 0,008 |
| 0,290 | 0,03597 | 0,289 | 0,01944 | 0,016 |

Таблица I.3. М.1720 результаты замеров попутного потока и волнового анализа

| F_n | C_v | F_n | C_w |
|-------|---------|-------|---------|
| 0,071 | 0,03165 | | |
| 0,110 | 0,02838 | | |
| 0,170 | 0,02770 | 0,170 | 0,00102 |
| 0,222 | 0,02608 | 0,223 | 0,00309 |
| 0,249 | 0,02422 | 0,256 | 0,00560 |
| 0,266 | 0,02535 | 0,267 | 0,00580 |
| 0,289 | 0,02501 | 0,289 | 0,00812 |
| 0,321 | 0,02464 | 0,320 | 0,01043 |
| 0,354 | 0,02338 | 0,354 | 0,00989 |
| 0,400 | 0,02340 | 0,397 | 0,01538 |

Таблица I.5. М.1870 результаты замеров попутного потока и волнового анализа. 1/2 DW

| F_n | C_v | F_n | C_w | C_w |
|-------|---------|-------|---------|--------------------|
| 0,079 | 0,03357 | | | шероховатая модель |
| 0,110 | 0,03164 | | | |
| 0,162 | 0,02618 | 0,170 | | |
| 0,204 | 0,02424 | 0,204 | 0,00106 | 0,0075 |
| 0,227 | 0,02519 | 0,228 | 0,00192 | 0,00166 |
| 0,253 | 0,02653 | 0,255 | 0,00401 | 0,00328 |
| 0,271 | 0,02416 | 0,272 | 0,00751 | 0,00634 |
| 0,295 | 0,00154 | 0,280 | 0,01037 | 0,00924 |
| | | 0,295 | 0,01569 | 0,01626 |

Таблица I.6. М.1862 результаты замеров попутного потока и волнового анализа. В полном грузу

| F_n | C_v | F_n | C_w |
|-------|---------|-------|---------|
| 0,130 | 0,02748 | 0,150 | 0,00017 |
| 0,179 | 0,02675 | 0,173 | 0,00036 |
| 0,200 | 0,02832 | 0,180 | 0,00038 |
| 0,220 | 0,02955 | 0,200 | 0,00066 |
| | | 0,210 | 0,00174 |
| | | 0,220 | 0,00357 |

Таблица I.9. М.1715А результаты замеров попутного потока и волнового анализа. Балласт

| F_n | C_v | F_n | C_w |
|-------|---------|-------|---------|
| 0,099 | 0,03024 | 0,102 | 0,00003 |
| 0,129 | 0,02969 | | |
| 0,157 | 0,03030 | 0,133 | 0,00009 |
| 0,179 | 0,03137 | | |
| 0,198 | 0,03229 | 0,203 | 0,00061 |
| 0,220 | 0,03489 | 0,230 | 0,00186 |
| 0,238 | 0,03631 | | |

Таблица I.7. М.1862 результаты замеров попутного потока и волнового анализа. Балласт

| F_n | C_v | F_n | C_w |
|-------|---------|-------|---------|
| 0,131 | 0,03302 | 0,183 | 0,00051 |
| 0,182 | 0,03568 | 0,203 | 0,00052 |
| 0,223 | 0,03843 | 0,214 | 0,00061 |
| | | 0,224 | 0,00093 |

Таблица I.10. М.1483 результаты замеров попутного потока

| F_n | C_v | F_n | C_w |
|-------|---------|-------|---------|
| 0,130 | 0,02152 | 0,132 | 0,02825 |
| 0,180 | 0,02235 | 0,182 | 0,03049 |
| 0,201 | 0,02321 | 0,224 | 0,03280 |

Таблица I.8. М.1715А результаты замеров попутного потока и волнового анализа. Балласт

| F_n | C_v | F_n | C_w |
|-------|---------|-------|--------|
| 0,100 | 0,02671 | | |
| 0,131 | 0,02654 | | |
| 0,157 | 0,02665 | 0,155 | 0,0037 |
| 0,184 | 0,02567 | 0,180 | 0,0032 |
| 0,202 | 0,02734 | 0,200 | 0,0077 |
| 0,212 | 0,02825 | 0,210 | 0,0159 |
| 0,222 | 0,02904 | 0,220 | 0,0351 |

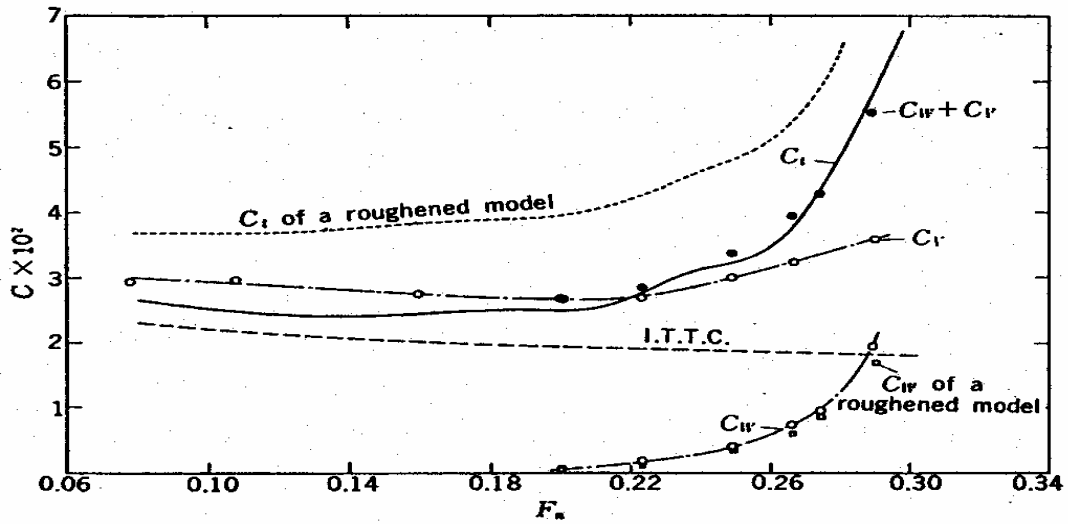


Рис. I.17. Составляющие сопротивления модели грузового судна в полном грузу $L_{pp} = 4,2$ м, $C_b = 0,73$.

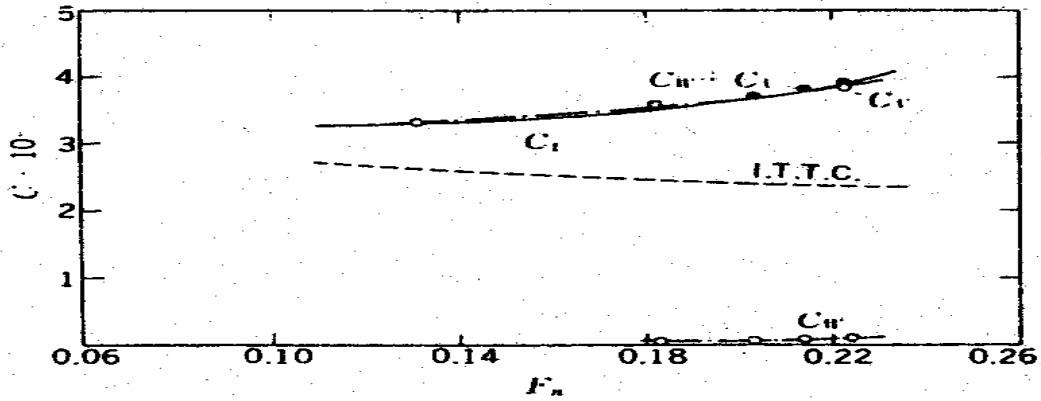


Рис. I.18. Компоненты сопротивления модели танкера в балласте $L_{pp} = 4,2$ м, $C_b = 0,77$.

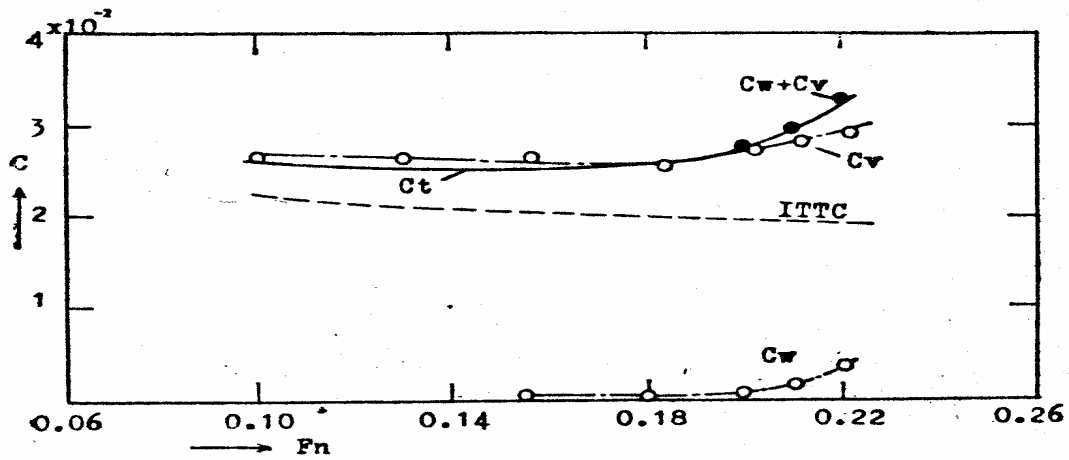
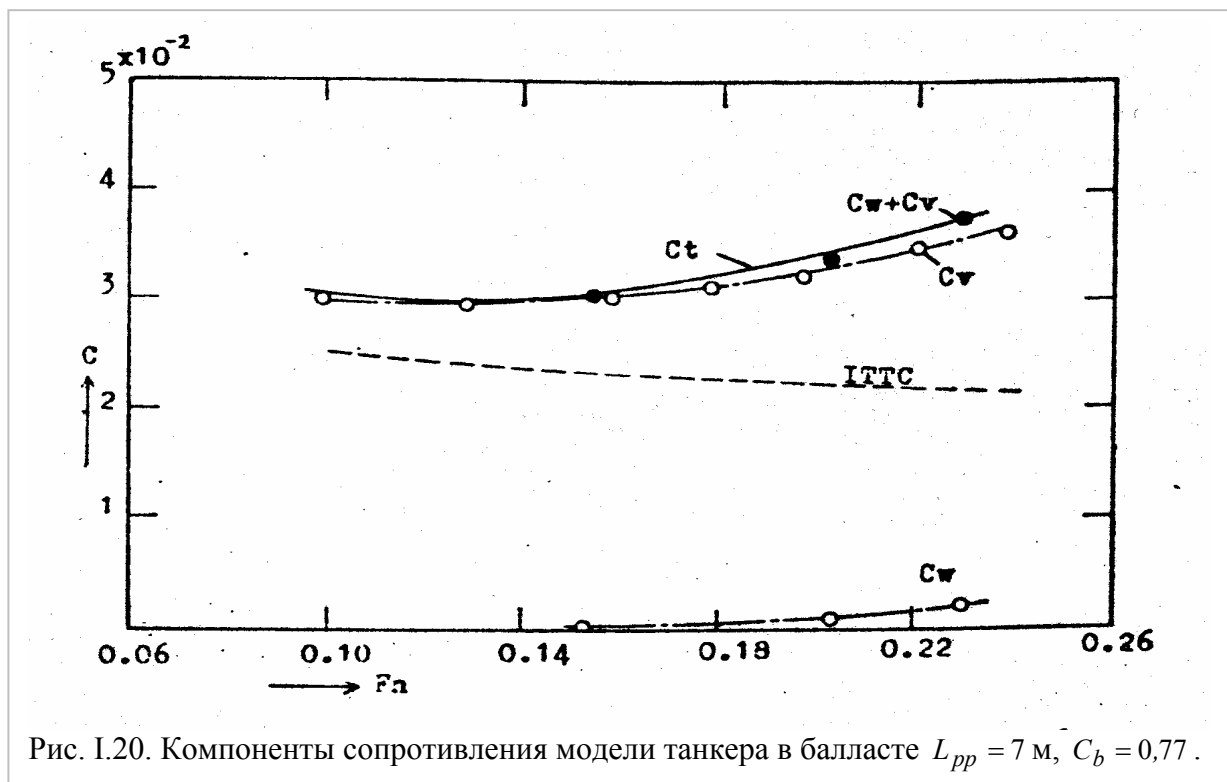
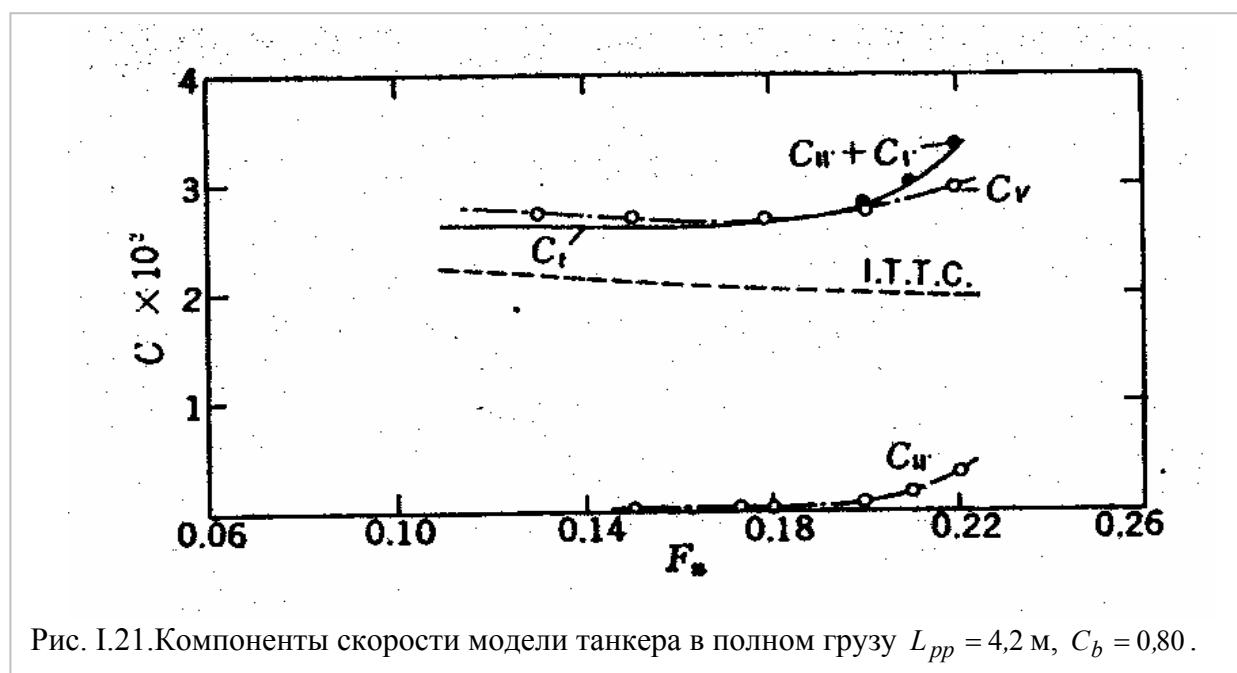


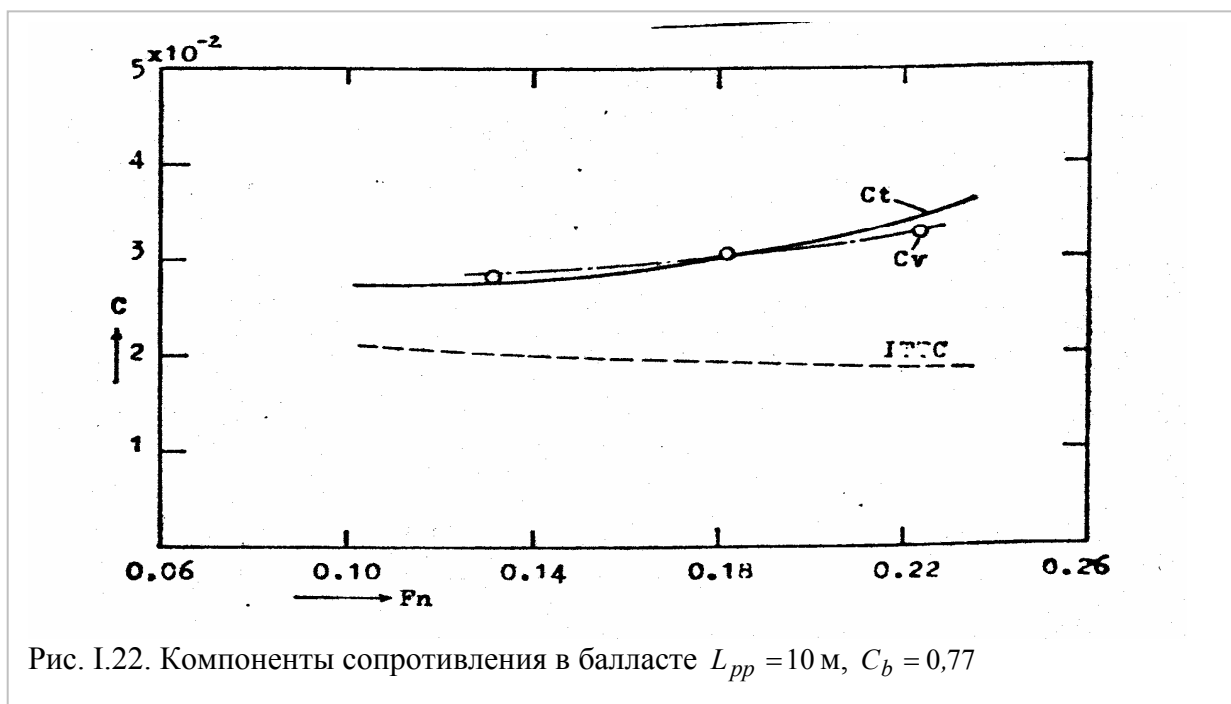
Рис. I.19. Компоненты сопротивления модели танкера в полном грузу $L_{pp} = 7$ м, $C_b = 0,80$



Чтобы выяснить источник новой составляющей, были проведены испытания поперечного потока с помощью пятидырочных трубок Пито вдоль борта 7-метровой модели танкера в условиях балласта (фотография I.5). Три контрольных поверхности перпендикулярны к натекающему потоку, на входной части (квадратная плоскость на 8,5 шпангоуте⁸), в передней скуловой части (на 7 шпангоуте) и в кормовой скуловой части (на 4 шпангоуте) соответственно.

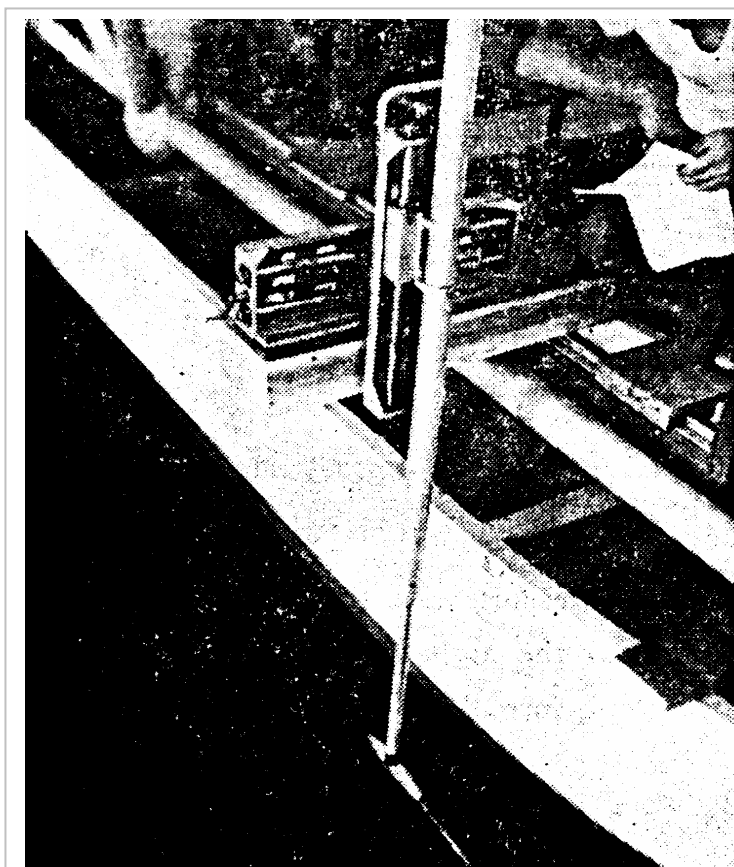


⁸ Десять теоретических шпангоутов отсчитываются от кормового перпендикуляра.



С использованием оборудования, показанном на фотографии I.2, было измерено поле потока в 7 точках по ширине и в трёх точках по глубине. Диапазон траверза 0,6 метров в ширину и 0,1 метр по глубине. Измерение

потери напора возле свободной поверхности на каждой контрольной поверхности показано на рис. I.13. Можно видеть, что потеря напора, происходящая на входной части, приводится к одной, которая проявляется вне обычной полосы попутного потока на контрольной поверхности на $0,5 L_{pp}$ позади кормового перпендикуляра модели. Измеренная потеря напора исчезает сразу же с увеличением глубины. Именно этим обстоятельством объясняется зависимость вязкостного сопротивления от числа Фруда, потому что возле свободной поверхности силы гравитации значительно больше сил вязкости.



Фотография I.5. Оборудование пятидырочными трубками Пито на траверзе

Заключение

Из экспериментального изучения и теоретического подхода Е.Баба сделал следующее заключение о новой составляющей вязкостного сопротивления.

- (1) Новая составляющая генерируется передачей энергии турбулентности из-за разрушения волн на входе (особенно в носу) судна.
- (2) Составляющая может быть определена посредством наблюдения за попутным потоком, то есть, интегрированием потери напора, которая появляется возле свободной поверхности и вне обычного пояса попутного потока трения.
- (3) Е.Баба считает, что применяя теорию гидравлического скачка на мелкой воде, можно приближённо оценить диссипацию энергии. Эта теория означает, что новая составляющая следует закону подобия Фруда волнового сопротивления.
- (4) В условиях балласта эта составляющая у полных судов занимает большую часть, так называемого, волнового сопротивления, определённого по методу Хьюза. С другой стороны, волновое сопротивление, полученное из измерения волновой картины, является совсем малым.

Литература к части I.2.

1. Baba E. Study on separation of ship resistance components /E. Baba // Journal of Society Nav. Arch. Japan.- 1969. - № 125.- P. 9 – 22.
2. Baba, E. A new component of viscous resistance of ships /E.Baba// J. Soc. Nav. Arch., Japan.- 1969, 125.-P. 23-34.
3. Baba, E. Analysis of surface flow near the bow of flat ships /E.Baba// Japan Shipbuilding and Marine Eng.-1975, 9 (2.2).- P. 5-19.
4. Birkhoff, G. Jets, wakes and cavitation /G.Birkhoff, E.H. Zarantonello// Academic Press, INC.- 1957.
5. Eckert, E. Bugwülste für langsame, vöilige Schiffe /E.Eckert, S.D.Sharma// Jahrb. Schiffbatechn.- 1970, 64.- P..129 -171.
6. Eggers, K. Über die Ermittlung des Wellenwiderstandes eines schiffsmodells durch analyse seines wellensystems /K. Eggers// Schiffstechnik, 1962, 10 .-№ 46.- 3.79 – 84.
7. Inui, T. From Bulbous Bow to Free-Surface Shock Wave – Trends of 20 Years' Research on Ship Waves at the Tokyo University Tank /T.Inui// J.Ship Res. 1981, 25.-№ 3.- P.147-180.
8. Landweber, L. The Determination of the Viscous Drag of Submerged and Floating Bodies by Wake Surveys /L.Landweber, J.Wu// J. Ship Research.-1963, 7.-№ 1.- P.1 – 6.
9. Miyata, H. Nonlinear ship waves. Advances in Applied Mechanics /Miyata, H. & Inui, T.// 1984, 24.- P.215 - 228.
10. Sharma, S.D. Zür Problematik der Aufteilung des Schiffswiderstandes in Zähigkeits und Wellenbedingte Anteile /S.D.Sharma // J.S.G.-1965, 59.
11. Silverstein A. Wake Characteristics and Determination of Profile by the momentum Method.- Proc. of the Fifth International Congress of Applied Mechanics /A.Silverstein// Cambridge, Massachusetts, John Wiley and Sons, Inc..- 1939.- P. 403 - 409
12. Taneda, S. Necklace Vortex around Bow/ Bulletin of the Research Institute on Applied Mechanics /S.Taneda, H. Amamoto// Kyushu University, Japan.- 1969, 31.
13. Tanigachi K. On the blockage effect. Experimental Tank (Nagasaki) /K.Tanigachi, Tamura K. Technical Report .- 1958.-No 307.
14. Taniguchi, K., Fulita, T., Baba E. Study on the Separation of the Resistance Components /K.Taniguchi, T. Fulita, E. Baba // 11th ITTC.-Mechanics. Kyushu University, Japan, 1966, 31.
15. Tanigachi K., Tamura K., Baba E. Reduction of Wave-Breaking Resistance 'MHI-Bow' /K.Tanigachi, K.Tamura, E.Baba// Mitsubishi Juko Giho.- 1971, 8.- № 1.-P.146-152. (Japanese, or Mitsubishi

Technical Review.- 1972, 9.-№ 1 .-P.. 62-69, English.)

16. Tsou K.T.S., Landweber, L. Determination of the Viscous Drag of a Ship Model /K.T.S.Tsou, L.Landweber// IIHR Report .-1967 .-№. 101.
17. Tulin M.P. The Separation of Viscous Drag and Wave Drag By Means of the Wake Survey /M.P.Tulin// .
DTMB Report 772.- 1951.
18. Wu, J. The separation of viscous from wave- making drag of ship forms /J. Wu, // J. Ship Research.-
1962, 6.-№ 1.-P.21 – 39.

1.3. Изучение сдвигового слоя и вихреобразования в потоке движущегося судна

После того, как Е.Баба оценил величину сопротивления разрушающихся волн, начались систематические исследования потока в окрестности носовой оконечности, где возникают эти волны. Легко видеть, что перед движущимся судном перемещаются с такой же скоростью подпорные волны, переходящие в вихревое движение. Вихревое движение, наблюдаемое впереди погруженного объекта, буксируемого в гидродинамическом бассейне, известно как носовые вихри. Район носовых вихрей отделяется от главного потенциального потока резкой границей, определяемой как разделяющей точкой на свободной поверхности (ударные волны на свободной поверхности), когда поток двумерный. Феномен наблюдается также в гидродинамических лотках. Понимание этого явления прямо связано с разрушением носовых волн, которое ответственно за составляющую сопротивления корабля. Вихри проявляют себя в форме белой воды в носу, продолжаются вокруг всей грузовой ватерлинии и называются «ожерельем вихрей».

Несколько авторов изучали носовые вихри перед двумерным и трёхмерным контуром: Е.Эккерт и С.Шарма [7], К.Сузуки [30], Х.Хондзи [13], А.Шахшахан [29], Е.Каё, К.Такекума, К.Эггерс, С.Шарма [16] и К.Мори [26].

Г.Даган и М.Тулин [5] изучали гравитационный поток за тупым носом, используя два разложения возмущений. На малых числах Фруда решение было получено для потока под свободной поверхностью до второго порядка, в то время как на высоких числах Фруда решение было получено, основываясь на модели струи, отделяющейся от носа и не возвращающейся в поток. Разрушение волны было отнесено к Тейлоровой неустойчивости из-за крутизны линий тока. Критическое число Фруда по осадке F_d было получено для характеристики наступления разрушения волн. Было также посчитано соответствующее сопротивление из-за разрушения волн и было найдено, что оно вдвое больше по сравнению с полученным Е.Баба экспериментально.

К.Мори [26] приписал явление генерирования белой воды к *сдвиговой неустойчивости* потока и *последующему разрушению потока* в носу и изучал это явление как теоретически, так и экспериментально более подробно. Кривизна свободной поверхности была включена как один из источников *сдвига потока под свободной поверхностью*. Анализ устойчивости, теория растяжения вихрей и теория пограничного слоя поверхности были включены для объяснения результатов эксперимента, например, скоростей, рейнольдсовых напряжений и высот носовых волн.

В.Пател, Л.Ландвебер и С.Танг [27] пытались объяснить генерирование носовых вихрей на основе существования *пограничного слоя под свободной поверхностью*, который является *слоем концентрации вихрей* вследствие кривизны свободной поверхности в потоке реальной жидкости. Авторы использовали то, что свободная поверхность должна двигаться медленнее, чем слой под ней, и эта разница должна приводить к точке раздела свободной поверхности впереди тела и вследствие этого к носовым вихрям. Далее, предполагая, что на свободной поверхности поверхностное натяжение сбалансировано силами нормальных вязких напряжений, выражение для точки разделения свободной поверхности было получено путём прямого интегрирования граничного условия с использованием уравнения неразрывности. Положение этой точки было получено в зависимости от склона свободной поверхности.

Р.Юнг и П.Анантакришнан [36] исследовали поток реальной жидкости за двумерным носом с целью проверить возможность наблюдать носовые вихри в лабораторных условиях. Авторы заключили, что появление носовых вихрей в лаборатории возможно благодаря присутствию поверхностно-активных веществ, которые аккумулируются возле тела и обеспечивают поведение, подобное твёрдой стенке возле свободной поверхности, приводя к отделению (отрыву) пограничного слоя и впоследствии вихрей. Уравнения Навье-Стокса, объединённые с уравнением концентрации поверхностно-активных веществ, были решены

методом пошагового изменения дробных частиц и использования условия прилипания на свободной поверхности. Было показано появление вихрей. Авторы исследовали также случай свободного скольжения и точные граничные условия на свободной поверхности и пришли к заключению, что вихреобразование, генерируемое благодаря кривизне свободной поверхности, не достаточно интенсивно, чтобы привести к отделению.

Р.Донг, Дж.Кац и Т.Хуанг [6] разработали метод с использованием PIV визуализации носового потока и измерения скорости потока возле носовой волны вверх и вниз по потоку. Слой лазера визуализирует с разной ориентацией впереди носа и на разных положениях вниз по потоку от носа.

У.Кайо, К.Такекума, К.Эггерс и С.Шарма [16] разработали более фундаментальный путь для изучения влияния сдвигового слоя на вихреобразование и возможное влияние вихрей на разрушение носовых волн. Использованные в этом эксперименте модели представляли собой полупогруженные круговые цилиндры. Вертикальный цилиндр был выбран, как одна из простейших полных форм судна. Дополнительные наблюдения были сделаны на горизонтальном цилиндре, как экстремальном случае полного тела, у которого ожидается местный двумерный поток на фронте носа.

В результате наблюдения поля потока на фронте горизонтального цилиндра было обнаружено, что

- 1) в принципе здесь существует вид сдвигового слоя на фронте движущегося тела;
- 2) этот сдвиговый слой под свободной поверхностью может создавать вихри вокруг передней части тела;
- 3) интенсивность этих вихрей растёт с возрастанием буксировочной скорости;

4) образование, так называемых, разрушающихся носовых волн полных форм может быть отнесено к интенсивности отмеченных выше вихрей.

Вихри сверху потока в случае полупогруженного горизонтального цилиндра были описаны Х.Хондзи [12]. [13]. Он объяснил в своей статье, что движение вперёд свободной поверхности кажется причиной образования вихрей вверх по потоку. Он сказал также, что свободная поверхность жидкости ведёт себя как тонкая мембрана, вдоль которой может формироваться пограничный слой. Его оригинальный эксперимент был выполнен с маленьким цилиндром 10 см в диаметре на скорости 0,11 м/с в маленьком буксировочном бассейне шестиметровой длины. Настоящее изучение было выполнено для подтверждения его результатов на большой модели в большом бассейне с большим диапазоном скоростей.

С введением цветной жидкости наблюдался сдвиговый слой под свободной поверхностью. Поверхность воды непосредственно перед фронтом цилиндра двигалась с такой же скоростью, как сама модель, вплоть до определённой поперечной линии,

которую можно легко наблюдать и чьё расстояние от переднего конца цилиндра оказалось зависящим от скорости. Когда краситель, введённый далеко перед цилиндром, плыл к этой линии, самый верхний слой красителя вёл себя так, как если бы он был твёрдой пластиной на свободной поверхности.

Положение линии стагнации представляется как точка, когда рассматривается вид сбоку, и кажется вообще стабильным на любом индивидуальном пробеге, за исключением малых пульсаций на высоких скоростях. Рис. I.23 показывает наблюдаемое расстояние на переднем

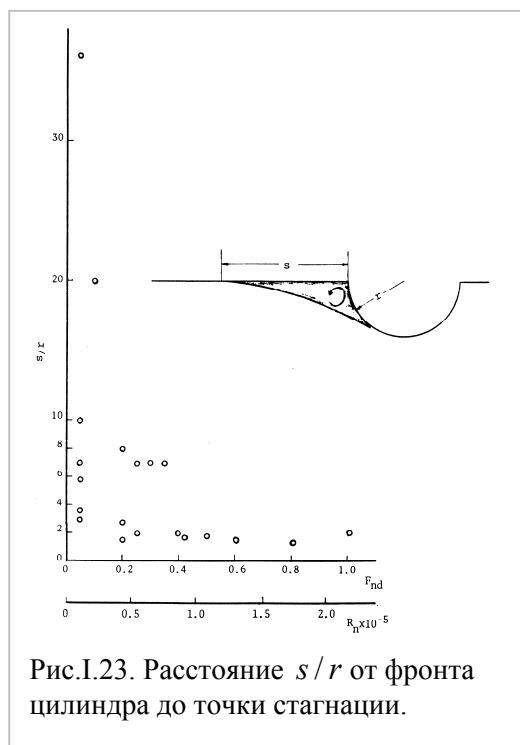
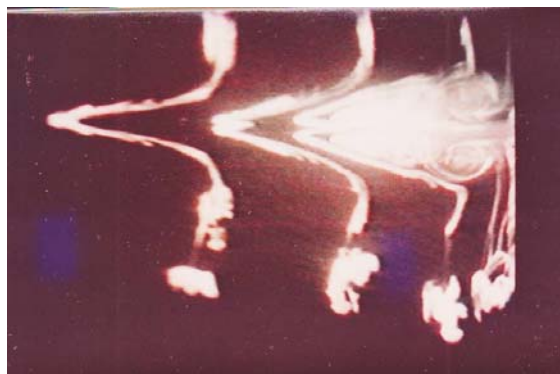


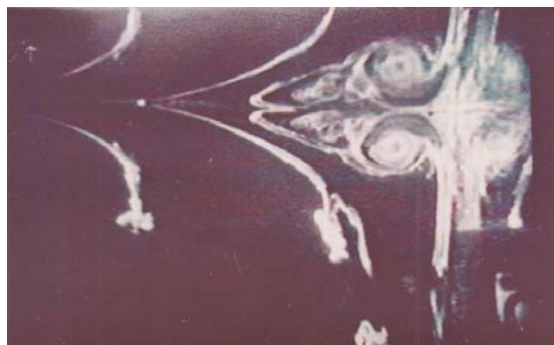
Рис. I.23. Расстояние s/r от фронта цилиндра до точки стагнации.

конце цилиндра до линии стагнации. У этих расстояний большой разброс, особенно на малых скоростях.

Наиболее высокое значение, замеренное на скорости 0,05 м/с, было получено на первом пробеге в день, когда вода была спокойной. С другой стороны, наименьшие расстояния, из



Фотография. I.6. Поток перед вертикальным круговым цилиндром, движущимся со скоростью 0,106 м/с. (осадка равна диаметру цилиндра)



Фотография I.7. Поток перед вертикальным круговым цилиндром, движущимся со скоростью 0,053 м/с. (осадка равна четверти диаметра цилиндра)

меренные на этой же скорости, были, когда каретка двигалась назад к начальной точке, после каждого пробега. Кажется, что эта длина может быть искажена остаточным течением в бассейне на очень малой скорости. Однако расстояние до линии стагнации длиннее на малой скорости и убывает с возрастанием буксировочной скорости до достижения постоянного значения около $s/r = 2,0$, где s - измеренное расстояние, r - радиус цилиндра. Эта тенденция сильно отличается от полученного Х.Хондзи. Длина бассейна может также иметь некоторое влияние на расстояние до этой линии стагнации (рис. 1.24).

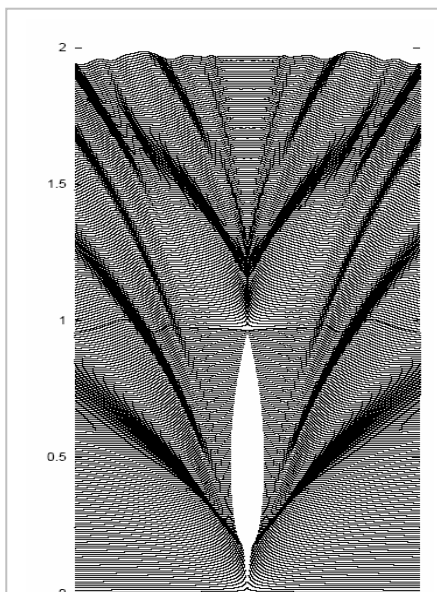


Рис. 1.24. Расчётная картина волн вокруг модели Виглея ($B/L = 0,1$; $D/L = 0,1$; $Fr = 0,1$)

Интересной чертой картины потока на фронте цилиндра является образование области *мёртвой воды со многими вихрями*. Эти вихри также наблюдаются и имеют сходство с потоком вокруг кругового цилиндра в неограниченной жидкости с тонкой разделительной пластиной, присоединённой к нему.

Свободная поверхность как граница между водой и воздухом на фронте движущегося тела является источником завихрённости, и вид пограничного слоя может развиваться под свободной поверхностью. Однако для дальнейшего обсуждения и рациональной конструкции математической модели необходимы точные измерения поля скоростей в близости к свободной поверхности.

О высоте волны. Безразмерная высота волны на продольной центральной линии на каждой осадке мало влияет на скорость, за исключением области возле цилиндра, где образуется плато. Однако следует заметить, что в близости к цилиндру вода имеет подъём до высоты давления стагнации и в некоторых случаях даже повышается на 10%, что, по-видимому, нарушает уравнение Бернулли. Этот феномен также требует дальнейших исследований.

Картина течения на продольной центральной линии на фронте вертикального цилиндра похожа на область фронта горизонтального цилиндра, за исключением того, что здесь нет определённой стагнации в области свободной поверхности на фронте цилиндра. В случае

трёхмерного потока поверхность жидкости движется непрерывно навстречу цилиндру, как это может проходить вокруг обеих сторон цилиндра.

Сдвиговый слой существует на фронте движущегося цилиндра. Нить окрашенной воды далеко вверху отмечена впереди, как видно на фотографиях I.6 и I.7. Самые верхние частицы окрашенной воды находятся впереди перед цилиндром, благодаря непрерывному движению свободной поверхности, в то время как нижний слой удерживается вихрями. Вихри подобны тем, которые известны как горизонтальные подковы вокруг основания цилиндра на плоскости.

Следует заметить, что ожерелье вихрей есть на любой скорости, и вихри существуют даже на экстремально малой скорости, где наблюдается разрушение волн.

О влиянии на вихри поступательной скорости. Диаметр ближайших вихрей и глубина киля области клиновидной формы были измерены на видео для анализа влияния буксировочной скорости на картину потока на фронте вертикального цилиндра.

На меньших скоростях диаметр вихрей меняется значительно даже на однократных пробегах. Наименьший диаметр был получен на кормовом конце пробега. Вихри могут подвергаться действию стенки бассейна.

Зависимость от величины осадки довольно стабильна, а диаметр ближайших вихрей зависит от скорости буксировки. Диаметр вихрей довольно большой на наименьшей скорости и убывает с возрастанием скорости до определённой точки, где появляется наблюдаемое разрушение волн. Затем вихри сильно растут снова на высокой скорости с сильным разрушением волн.

Настоящее наблюдение даёт соотношение между интенсивностью вихрей и образованием разрушения носовых волн у полных форм. Однако потребовалось провести более детальные эксперименты при хорошем контроле, чтобы получить окончательное понимание феномена разрушения.

Влияние на вихри осадки цилиндра. Вообще наблюдалось, что на моделях судов полных форм сильнее разрушение волн при малой осадке по сравнению с условиями полного погружения. Хотя результаты меняются на низкой скорости, экспериментальные наблюдения поля потока на двух разных осадках показали тенденцию к тому, что вихри на малой осадке цилиндра больше, чем на глубокой. Это можно рассматривать как возможный случай разницы между разрушением носовых волн в условиях разной осадки.

Влияние искусственно усиленного сдвигового слоя. Испытания были сделаны для того, чтобы наблюдать усиление сдвигового слоя на фронте модели при интенсивном вихревом движении. Тонкой фольге было позволено плавать на поверхности воды на фронте вертикального цилиндра и двигаться с такой же скоростью как модель. Вихревое движение увеличилось, когда эта фольга была на свободной поверхности, как уже наблюдалось прежде на фронте модели.

Влияние на вихри поверхностного натяжения. Х.Хондзи писал, что вихри вверху по потоку были меньше, когда было уменьшено поверхностное натяжение. В эксперименте Е.Каё и др. поверхность воды была обработана так, чтобы уменьшить поверхностное натяжение и сделать поверхность чистой в определённой окрестности. Поверхностное натяжение было значительно сокращено. Результаты эксперимента показали, что моющее средство сильно повлияло на интенсивность вихрей на малой скорости. А именно, клиновидная область простирается далеко вверх, вихри растут значительно больше и становятся неустойчивыми, по сравнению с результатами, полученными в воде с естественно чистой свободной поверхностью. С другой стороны, влияние моющего средства становится меньше на высокой скорости.

Известно (из работы о капиллярных волнах и из Ламба), что даже совершенно малые загрязнения такие, как масло, образуют поверхностную плёнку на воде, что создаёт значительное подавление волн из-за сопротивления сжатию. В данном эксперименте капли моющего средства делают тонкую плёнку на поверхности с высоким сопротивлением сжатию, так что свободная поверхность может двигаться более сильно.

Эти результаты сильно отличаются от результатов Хондзи о влиянии поверхностного натяжения на образование вихрей вверх по течению. Эксперимент Хондзи был сделан на двумерном потоке, в то время как этот был сделан в трёхмерном потоке.

Так как поверхностное натяжение не было измерено, определённое заключение не может быть получено из единственного наблюдения. Нужны дальнейшие исследования.

Авторы сделали следующие заключения и замечания:

- 1) в принципе существует вид сдвигового слоя на фронте движущегося тела;
- 2) этот сдвиговый слой под свободной поверхностью может создавать вихри вокруг передней части тела;
- 3) интенсивность этих вихрей растёт с возрастанием буксировочной скорости;
- 4) образование, так называемых, разрушающихся носовых волн полных форм может быть отнесено к интенсивности отмеченных выше вихрей;
- 5) дальнейшие исследования как экспериментального, так и теоретического характера представляются необходимыми и стоящими.

Подъём воды после разрушения изучался методом, разработанным Дж.Монаганом и его коллегами [24]. В этом случае было рассмотрено уравнение Эйлера для слабо сжимаемой жидкости. Дальнейшие разработки привели к коду, названному SPasH, применённому к задачам изменения свободной поверхности и представленному в работе М.Тулина и М.Ландрини [36] и др.. Подробное описание алгоритма дано в работе М.Ландрини и др.[19]

М.Ландрини, А.Колагросси, М.Тулин изучали разрушающиеся носовые и кормовые волны: численными методами. [20]. Они писали, что генерируемые судном волны всегда играли ключевую роль в гидродинамике поверхностных судов с точки зрения сопротивления корпуса, генерирования шума и распространения очень длинного узкого попутного потока, видимого на расстоянии. Некоторые эти феномены проявляются вокруг корабля в виде разрушающихся и расходящихся волн в носу и в корме, формируя попутный поток.

В статье суммированы и продолжены исследования авторов с целью понять сложную динамику жидкости, включая распространение носовых и кормовых волн и их разрушение. Анализ был ограничен практически удлинёнными судами с острым форштевнем (рис. I.24), для которых понимание может быть достигнуто с помощью аппроксимации квазитрёхмерной модели, основанной на идее, что продольные градиенты возникающего потока количественно малы по сравнению с вертикальными и поперечными градиентами. Возможность использовать теорию удлинённых судов для корабельной гидродинамики, была изучена Х.Маруо [22], М.Тулиным и Дж.Ву [34], Е.Фонейном и М.Тулиным [10].

В рамках этой работы были разработаны два метода. Один основан на модели потенциального потока, где поле скоростей получается из уравнения Лапласа, решаемого методом конечных элементов, и развитие по времени получается путём интегрирования граничного условия на свободной поверхности. Специфические подробности последнего кода описаны в работе М.Ландрини и А.Колагросси [18]. Метод имеет преимущество в высокой разрешимости, достаточной, чтобы получить данные при разрушении и описании опрокидывания до удара об прилегающую свободную поверхность.

Следующая важная работа была выполнена У.Кайо и К.Такекума [15], [31], в которой они описали влияние сдвигового слоя на разрушающиеся носовые волны. Они заметили, что существует сдвиговый слой под свободной поверхностью на фронте движущейся модели полного судна и что этот сдвиговый слой даёт, так называемое, ожерелье вихрей. Они также показали важную роль этого сдвигового слоя в разрушении носовых волн путём изменения интенсивности сдвигового слоя. Разрушение носовых волн усиливалось или уменьшалось в соответствии с тем, как сдвиговый слой был искусственно усилен или ослаблен соответственно.

Очень интересную работу по изучению подпорных волн выполнил Л.Рахедзя [28]. Он рассматривал вихревое движение, наблюдаемое впереди погруженного объекта, буксируемого в гидродинамическом бассейне, как носовые вихри. Он сделал важное наблюдение: «район носовых вихрей отделяется от главного потенциального потока резкой границей», определяемой как разделяющая точка на свободной поверхности, когда поток двумерный. Феномен наблюдался также в гидродинамических лотках. Понимание этого феномена прямо связано с разрушением носовых волн, которое ответственно за субстанциальную составляющую сопротивления корабля. Л.Рахедзя писал, что несколько авторов наблюдали носовые вихри перед двумерным и трёхмерным контуром, Е.Эккерт и С.Шарма [7], К.Сузуки [30], Х.Хондзи [13], А.Шахшахан [29], Е.Каё, К.Такекума, К.Эггерс, С.Шарма [16] и К.Мори [26].

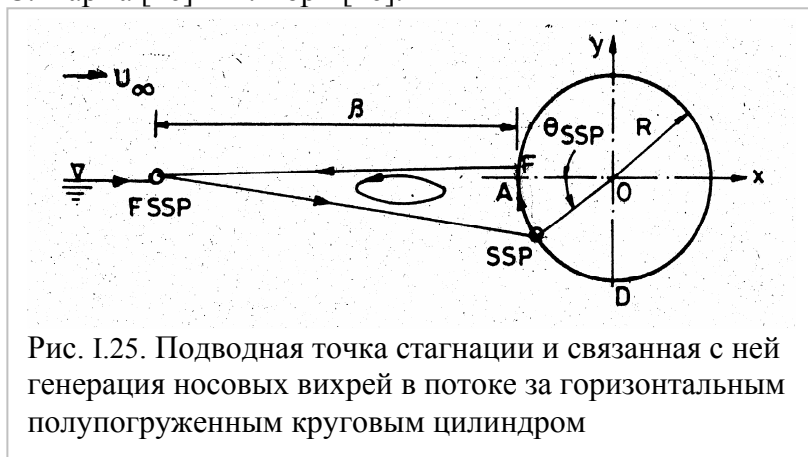


Рис. 1.25. Подводная точка стагнации и связанная с ней генерация носовых вихрей в потоке за горизонтальным полупогруженным круговым цилиндром

Л.Рахедзя, как и Х.Хондзи, изучал поведение воды на горизонтальном цилиндре. Он писал: «Поток, который отходит от подводной точки стагнации в направлении свободной поверхности возвращается и нейтрализует импульс натекающего потока, превращаясь в точку стагнации на свободной поверхности. Начальное положение подводной точки стагнации и в

дальнейшем (в результате) точки стагнации на свободной поверхности посчитано для случая полупогруженного горизонтального цилиндра и сделано сравнение с результатами эксперимента. Получено хорошее согласование. *Генерирование носовых вихрей понимается как баланс между инерционными и гравитационными воздействиями.* Потеря давления в носу и, как следствие, сопротивление, благодаря феномену носовых вихрей, посчитаны и найдено хорошее согласие с экспериментом. Представлена методология для проектирования эффективного контура носа в двумерном случае, где подводная точка стагнации использована для обработки. Теория применена также к нерегулярным формам, подобным вертикальному форштевню и бульбовому носу. Результаты сравниваются с полученными расчётами потока и найдены разумными. В конце выдвинуто предположение, объясняющее генерацию носовых вихрей в трёхмерном пространстве, то есть ожерелье вихрей вокруг грузовой ватерлинии судна на том же основании».

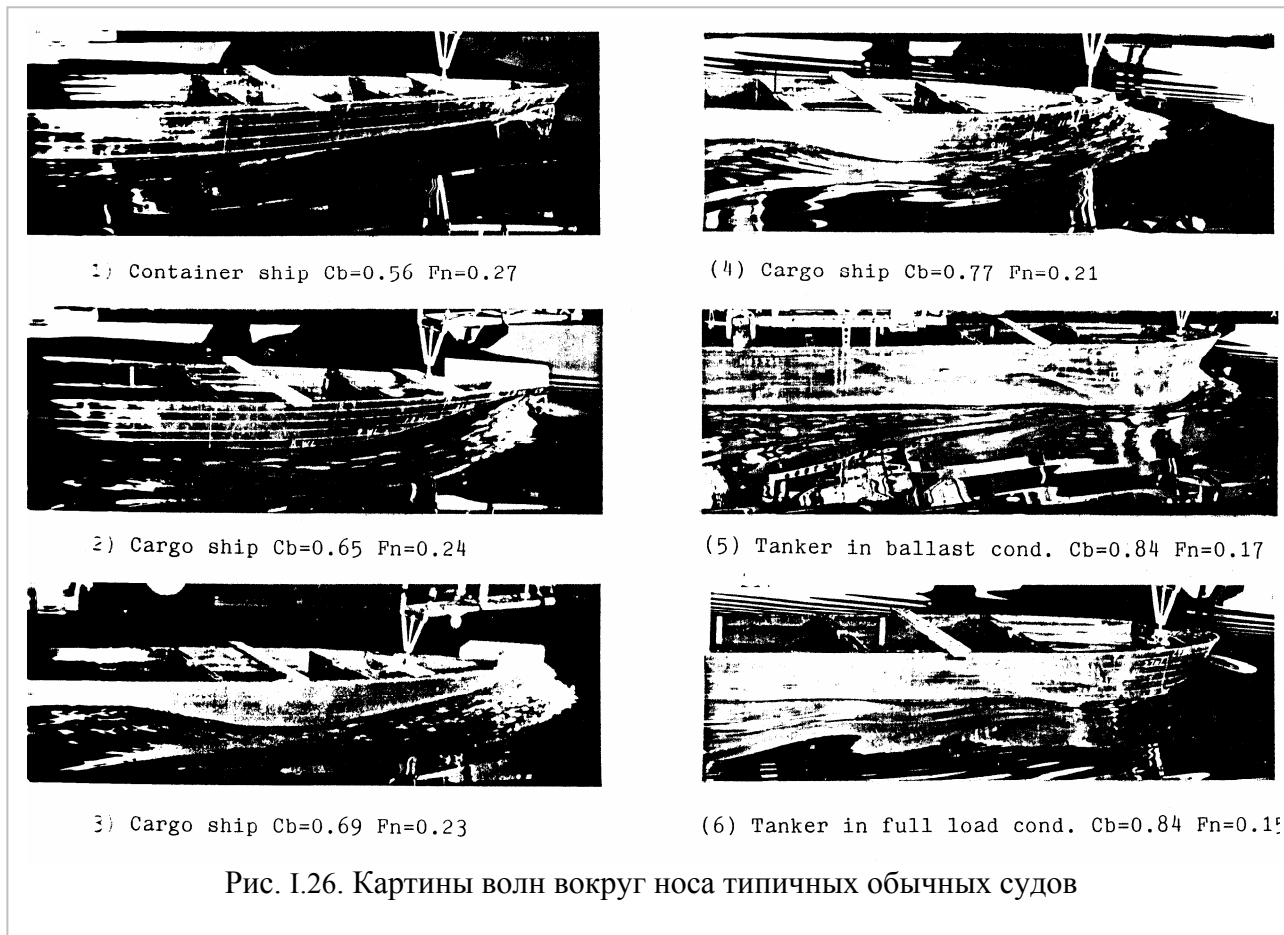
Л.Рахедзя сделал следующие выводы о проблеме генерации носовых вихрей в лабораторных условиях по результатам экспериментов с горизонтальным (рис.1.25) полупогруженным круговым цилиндром:

1. показано, что существует точка стагнации под свободной поверхностью, то есть подводная точка стагнации, которая отвечает за существование ветви главного течения вверх навстречу свободной поверхности и таким способом производит реверсивный поток, который обращается в носовые вихри, и возникает точка раздела свободной поверхности.

2. Точка стагнации является функцией числа Фруда по осадке F_d и распределения давления дублированного тела. Она появляется тогда, когда давление распределено по дублированной модели вдоль осадки и, следовательно, максимум появляется в полном давлении ниже свободной поверхности. Положение точки стагнации представляет баланс между действием инерции и гравитации. Точка стагнации двигается к свободной поверхности, когда F_d возрастает, и только для $F_d = \infty$ (то есть, когда нет гравитации, а только одна инерция) эта точка лежит на свободной поверхности, совпадая с точкой потока дублированной модели.

3. Величина ударных волн на свободной поверхности, рассчитанная на базе этой теории для потока за горизонтальным полупогруженным круговым цилиндром, объясняет экспериментальный результат Е.Каё и др. качественно и количественно в разумных пределах.

4. Носовое сопротивление получено как функция числа Фруда по осадке. Величина носового сопротивления на $F_d = 1.7$ для случая кругового цилиндра хорошо согласуется с величиной, полученной Е.Баба в экспериментах с танкером, и найденным двумерным эквивалентом.



5. Подтверждено, что носовые вихри в трёхмерном пространстве, то есть ожерелье вихрей судна, также продуцируются такими же условиями. Если осадка конечна, то существуют компоненты скорости в направлении глубины потока дублированной модели судна, которая ведёт к убыванию давления в потоке дублированного тела от носового перпендикуляра к килю на носу и от ватерлинии к сечению на скуле. Это приводит к точке стагнации в носу и в сечении ниже свободной поверхности. Поток от точки стагнации навстречу к свободной поверхности превращается в струю на свободной поверхности, которая увлекает воздух и образует пузыри, делающие воду белой или появление подобное пене.

Влияние обводов носа на сдвиговый поток свободной поверхности изучали К.Эггерс и К.Такекума [9]. Они писали, что в процессе модельных испытаний, как и полномасштабных, отмеченное возмущение поверхности может наблюдаться вокруг носов, как показано на рис. 1.26. В процессе изучения разделения сопротивления судна на составляющие Е.Баба смог получить качественное доказательство существования компоненты сопротивления, аозникающего благодаря разрушению волн вокруг носа, путём измерения потери напора *методом измерения попутного потока*. Он сумел даже проследить эту потерю на пути от носа, где она генерируется, до плоскости попутного потока (рис. 1.27). Для корпусов полных форм этот вклад даёт значительную часть полного сопротивления, и Е.Баба попытался

уменьшить его путём улучшения формы корпуса. Исследования гидродинамического механизма разрушения волн вокруг носа были выполнены многими исследователями.

Авторы писали, что все исследования могут быть классифицированы по трём следующим областям:

(1) Самые ранние эксперименты с обследованием попутного потока и измерения сопротивления для определения влияния параметров формы корпуса с помощью выдвинутого бульба, в частности, выполнили С.Танеда и др. [30], Е.Эккерта и С.Шарма [7], К.Танигучи и др [33].

(2) Аналитические изучения математических моделей потока вокруг носа и связанных с ними деформаций свободной поверхности выполнены Г.Даганом и М.Тулиным [4], Е.Баба и К.Такекума [1], Т.Инуи [14], К.Эггерсом [8], Х.Маруо и М.Фукасава [21] и Мори [25].

(3) Численное исследование путём решения краевой задачи полностью невязкого потока (то есть, без допущений малости для составляющих) или для потенциального потока (Гедд [11] выполнены методом источников Рэнкина, Р.Чен и Ф.Чен [3], или с моделью, включающей вихревой поток (Мията [23]).

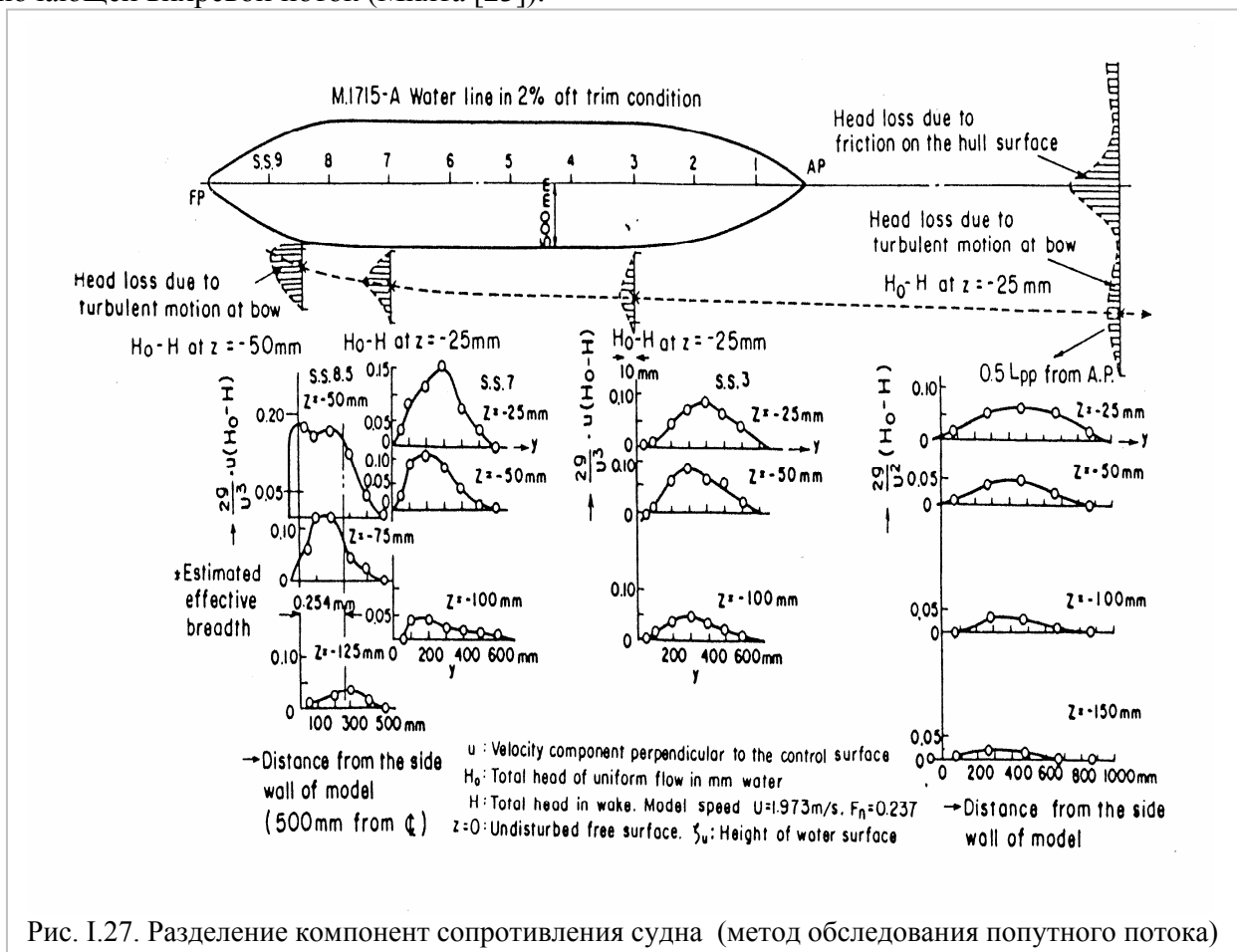


Рис. 1.27. Разделение компонент сопротивления судна (метод обследования попутного потока)

После описанных выше предварительных исследований, главным образом, в своих организациях, К.Такекума с целью обеспечить материал для конструктивной математической модели, чтобы описать этот феномен в качестве обычного инструмента для проектирования судна, произвёл серию измерений потока вокруг носа модели полного судна путём использования пятидырочных трубок Пито. Сравнение результатов с расчётами по потенциальной теории показало, что

(1) за исключением тонкого слоя ниже свободной поверхности, компоненты скорости, полученные путём измерений, совпали с результатами численных расчётов, основанных на допущении дублированной модели потока,

(2) в этом тонком слое компоненты скорости изменяются резко в вертикальном направлении (рис. 1.28 - 1.29).

Эти исследования предсказывают важность детального изучения этого феномена внутри тонкого слоя возле свободной поверхности.

В процессе проектирования формы корабля очень важно приложить усилия, чтобы уменьшить сопротивление разрушающихся волн для улучшения пропульсивных качеств. Итак, была сделана попытка объяснить влияние некоторых типичных параметров формы на феномен свободной поверхности вокруг носа теорией вторичных потоков. Было выяснено, что некоторые параметры судовой формы значительно влияют на феномен разрушения волн вокруг носа и соответственно на сопротивление разрушающихся волн. Ими являются осадка, угол входа, подводный выдвинутый бульб и кривизна ватерлинии плечевой части. Проверялось влияние этих параметров на поведение сдвигового слоя свободной поверхности и на распределение вихрей, с помощью техники визуализации потока и расчётов по теории вторичных потоков, как объясняется более подробно в Приложении II, чтобы понять механизм. В этой части описаны результаты проверки вместе со знаниями, полученными в предыдущих исследованиях.

Поток ниже свободной поверхности вокруг нескольких моделей судов и полупогруженных круговых цилиндров был визуально изучен с помощью металлической стружки и краски для окраски воды (Я.Кауо и др. [15], [16], [17]). Сдвиговый слой под свободной поверхностью, соответствующий грубому изменению профиля скорости, был осмотрен, как показано на рис. I.29 и I.30. Было замечено, что интенсивность сдвигового слоя и завихрённость возрастает с поступательной скоростью. В частности, искусственное увеличение сдвигового слоя вызывает разрушение волн уже на значительно меньшей скорости, чем без таких манипуляций, как показано на рис. I.32. Ни аналитические исследования, ни чисто численные, отмеченные в пунктах (2) и (3), не привели к моделям сдвигового слоя и наблюдаемому генерированию вихрей.

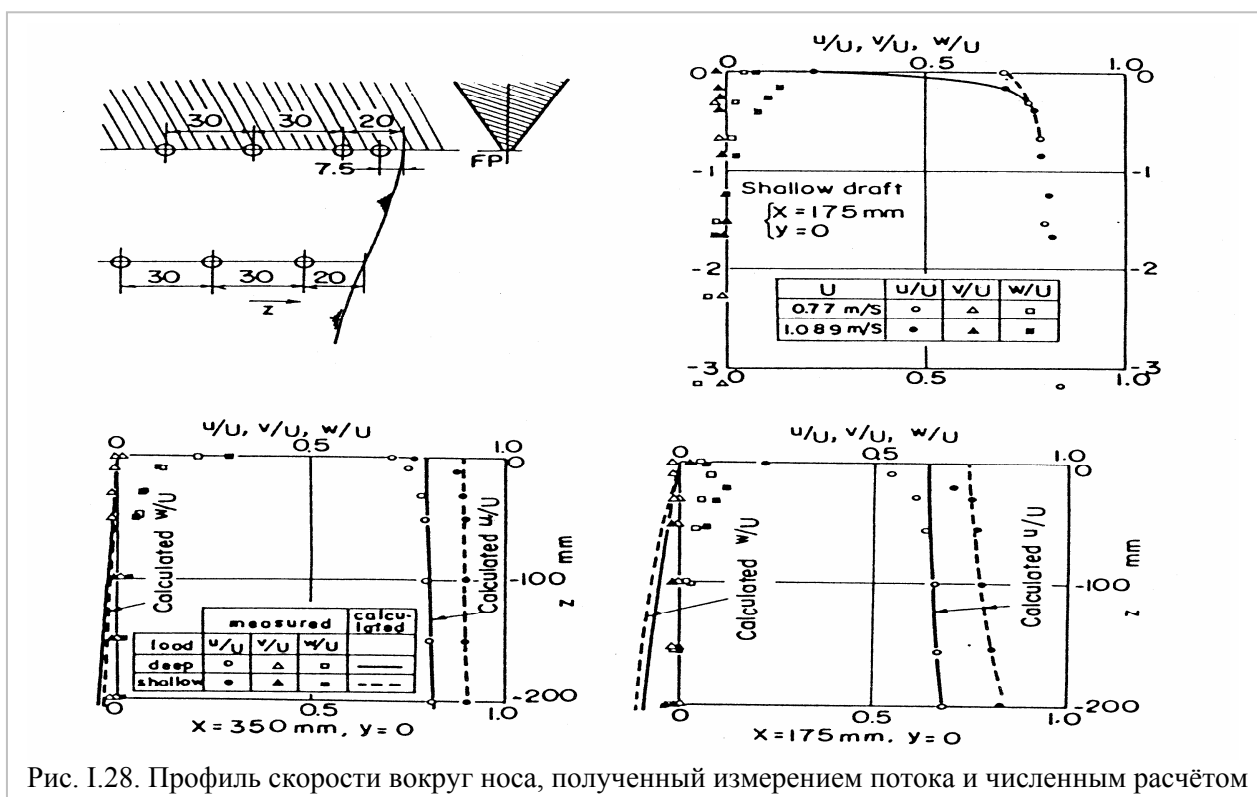


Рис. I.28. Профиль скорости вокруг носа, полученный измерением потока и численным расчётом

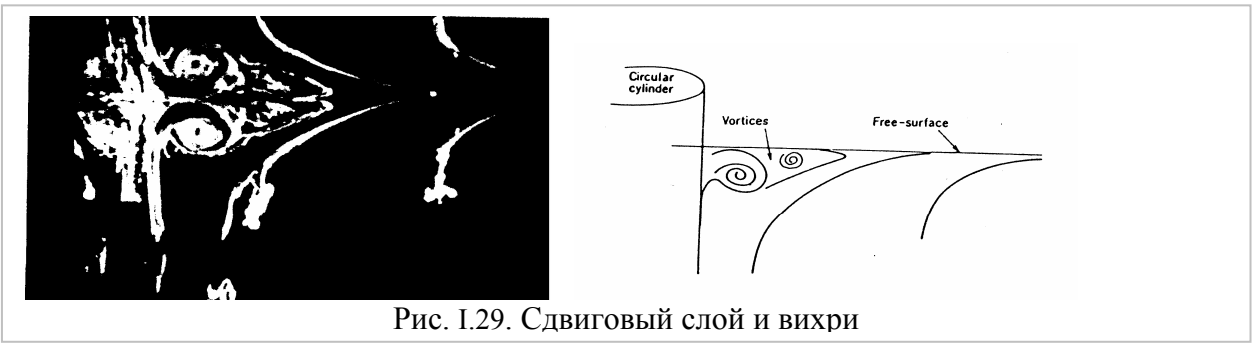


Рис. 1.29. Сдвиговый слой и вихри

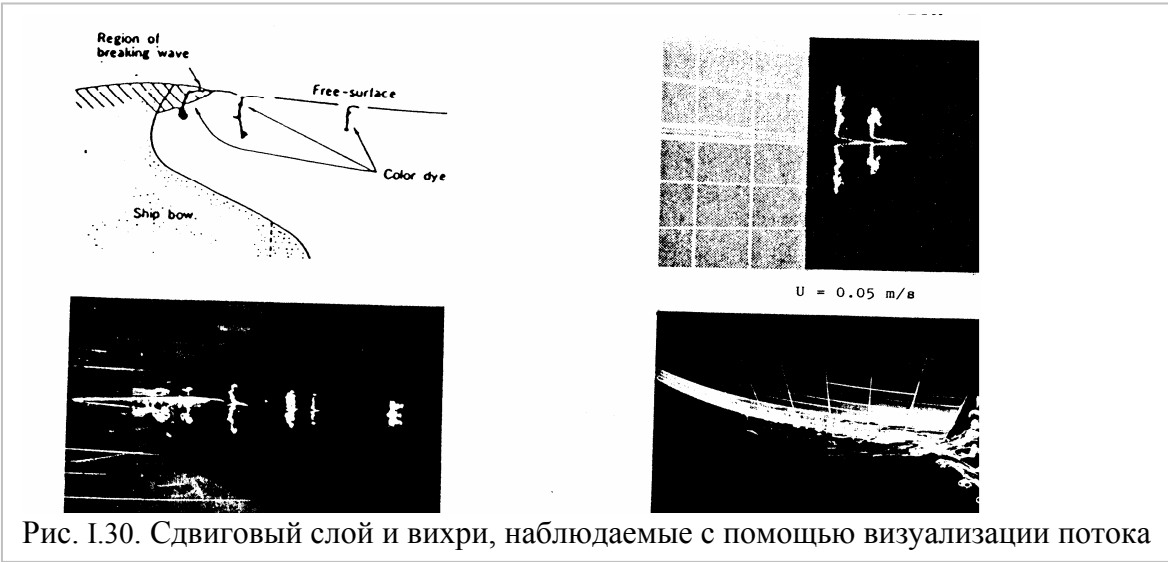


Рис. 1.30. Сдвиговый слой и вихри, наблюдаемые с помощью визуализации потока

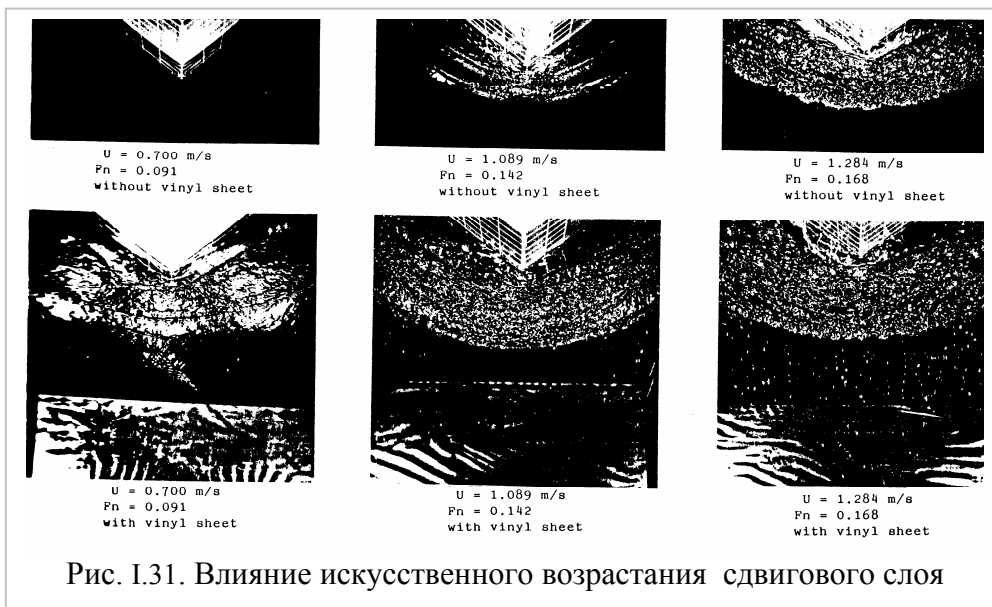
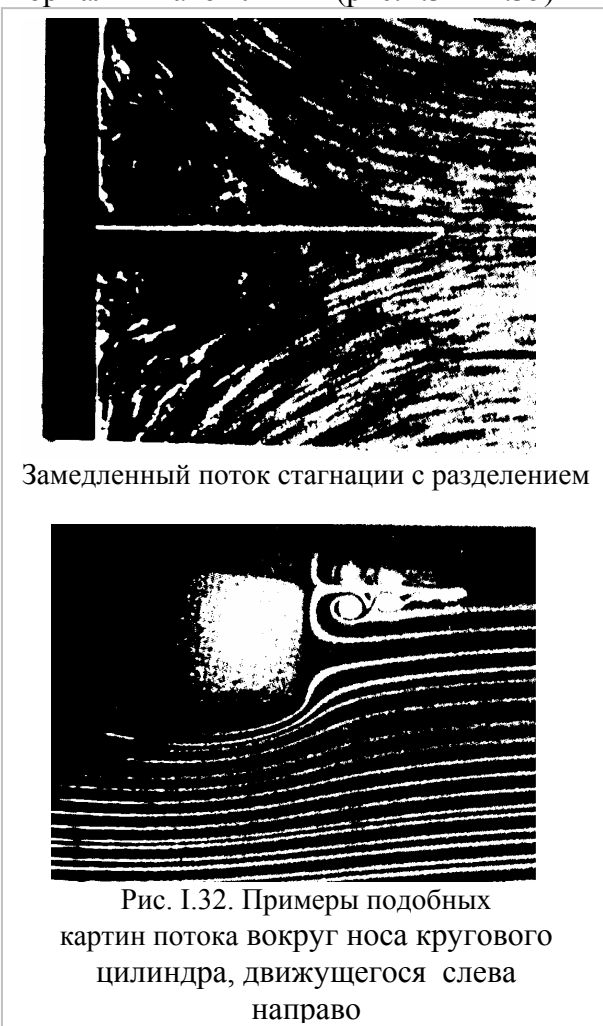


Рис. 1.31. Влияние искусственного возрастания сдвигового слоя

Влияние осадки. Хорошо известно, что феномен разрушения волн перед носом полного судна сильнее в условиях балласта (при малой осадке), чем в условиях полного груза (при большой осадке), в то время как он же вокруг скуловой части более значителен в условиях полного груза, чем в балластных условиях. В этой же работе [9] была сделана попытка проверить влияние осадки на разрушение носовых волн путём использования вертикального кругового цилиндра (рис. 1.32), как простой модели полных судов (рис.1.33). Расчёты вторичной относительной завихрённости

$\bar{\xi} = \xi / (dU / dz)$ и $\bar{\eta} = \eta / (dU / dz)$ были предприняты вдоль определённой линии тока вертикального кругового цилиндра, принимая за основу потенциальный поток вокруг дублированной модели, U - это скорость далеко впереди в горизонтальном направлении, dU / dz означает её изменение по осадке вниз. Из-за того, что нет необходимости в спецификации в пределах качественного подхода, здесь $\bar{\xi}$ устанавливается для компоненты вторичной завихренности вдоль линии тока основного потока, в то время, как $\bar{\eta}$ компонента завихренности ориентирована горизонтально по направлению нормали к такой линии (рис. I.34 и I.35)



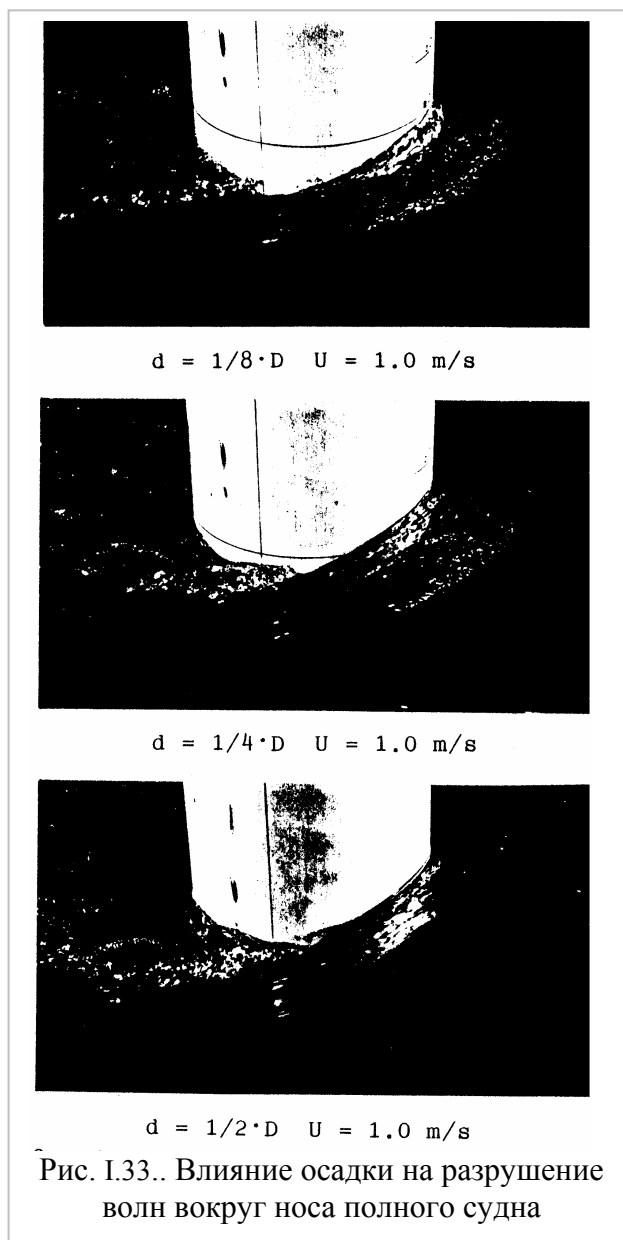
Этот результат показал, что:

(1) вокруг вертикального кругового цилиндра $\bar{\xi}$ и $\bar{\eta}$ выше при малой осадке, чем на большой,

(2) почти такая же тенденция, как выше, найдена в относительной вторичной завихренности вокруг носа полных судов,

(3) нет существенной разницы в относительной вторичной завихренности вокруг скуловых частей, как следует из изучения влияния изменения осадки.

Визуализация потока под свободной поверхностью впереди носа кругового цилиндра показала, что интенсивность вихревого движения выше на малой осадке, чем на глубокой (рис. I.35). Итак, можно сказать, что тенденция разрушения волн и сдвиговой поток, экспериментально наблюдаемый впереди носа, совпадает со значениями $\bar{\xi}$ и $\bar{\eta}$, рассчитанными по теории вторичных потоков. Однако, изучение вокруг скуловых частей по



теории вторичных потоков даёт малую информацию, в то время, как здесь наблюдаются существенные черты этого феномена.

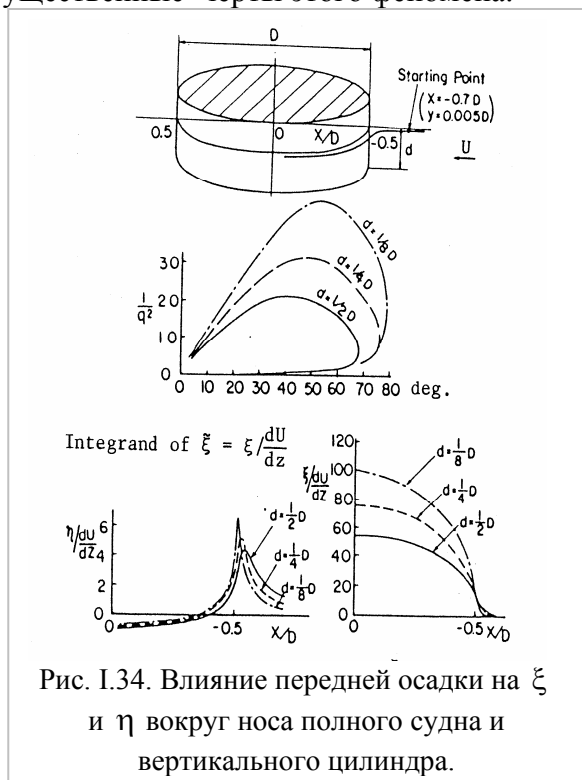


Рис. 1.34. Влияние передней осадки на ξ и η вокруг носа полного судна и вертикального цилиндра.

Влияние подводного выдвинутого бульба на сопротивление судна. Около 1969 года было обнаружено, что сопротивление полных судов в балластных условиях может быть уменьшено путём установки бульбового носа. Было показано уменьшение сопротивления из-за уменьшения феномена разрушения волн вокруг носа с помощью установки бульба, как показано на рис. 1.36. В настоящем исследовании изучение было продолжено, чтобы выяснить влияние подводного выдвинутого бульба на сдвиговый поток и вихревое движение под свободной поверхностью путём наблюдения и расчёта коэффициента усиления возмущённой завихрённости на базе теории вторичного потока следующим образом. Поток под свободной поверхностью вокруг вертикального кругового цилиндра с и без подводного выдвинутого бульба наблюдался и показан на рис. 1.37 и рис. 1.38. Найдено, что вертикальное движение под свободной поверхностью было исключено, и картина потока была значительно улучшена подводным выдвинутым бульбом.

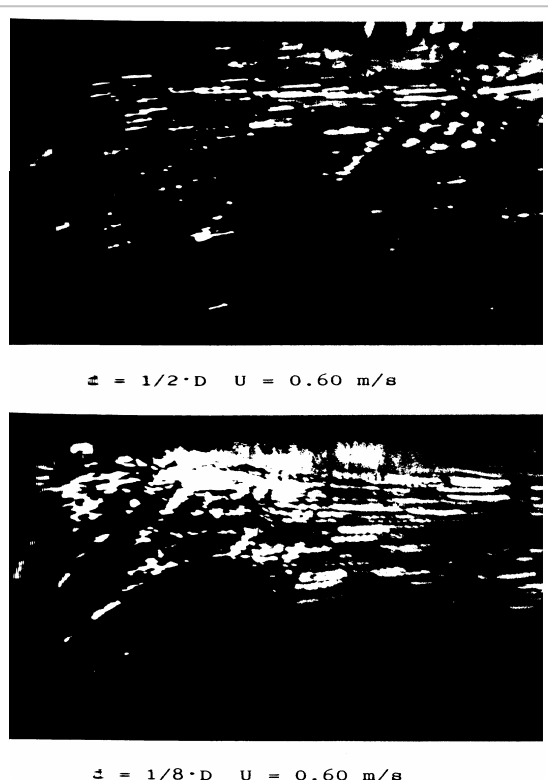


Рис. 1.35. Влияние осадки на поведение сдвигового слоя свободной поверхности и вихревого движения в нём.

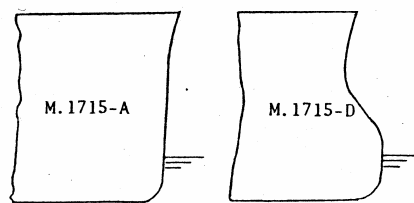
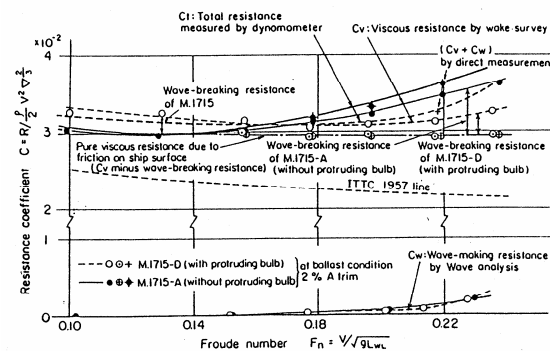
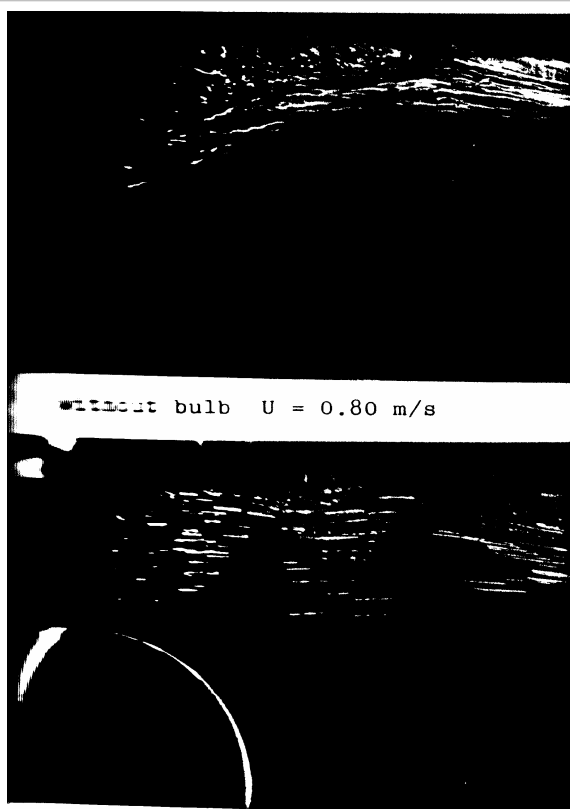
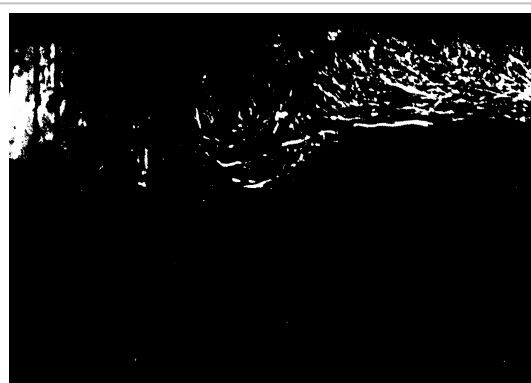


Рис. 1.36. Влияние выдвинутого бульба на уменьшение сопротивления разрушающихся волн.

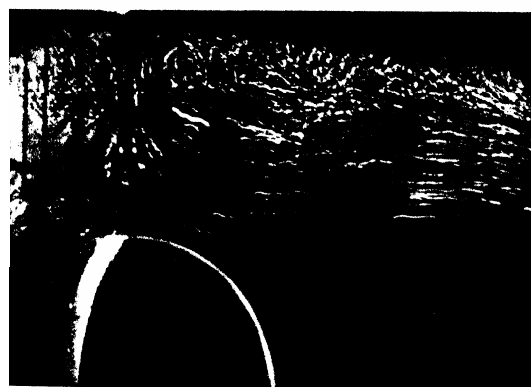


with bulb $U = 0.80$ m/s

Рис. I.37. Поток под свободной поверхностью вокруг кругового цилиндра с и без выдвинутого подводного бульба.



without bulb $U = 1.00$ m/s



with bulb $U = 1.00$ m/s

Рис. I.38. Поток под свободной поверхностью вокруг кругового цилиндра с и без подводного выдвинутого бульба.

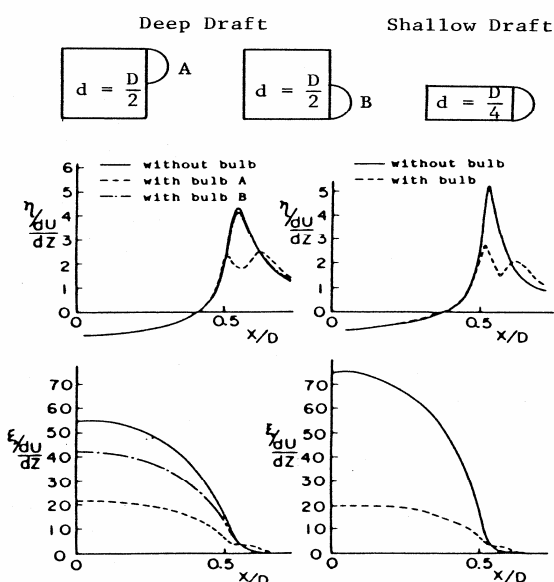


Рис. I.39. Влияние подводного выдвинутого бульба на возмущённую скорость вокруг кругового цилиндра, рассчитанную по теории вторичных потоков.

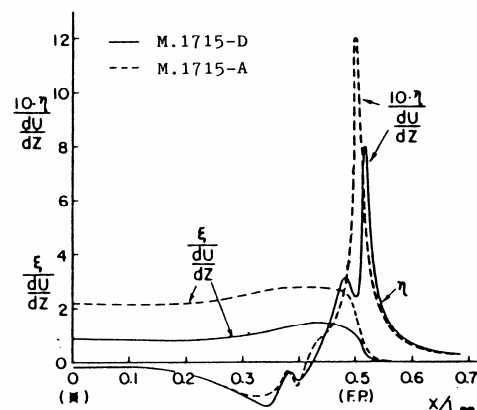


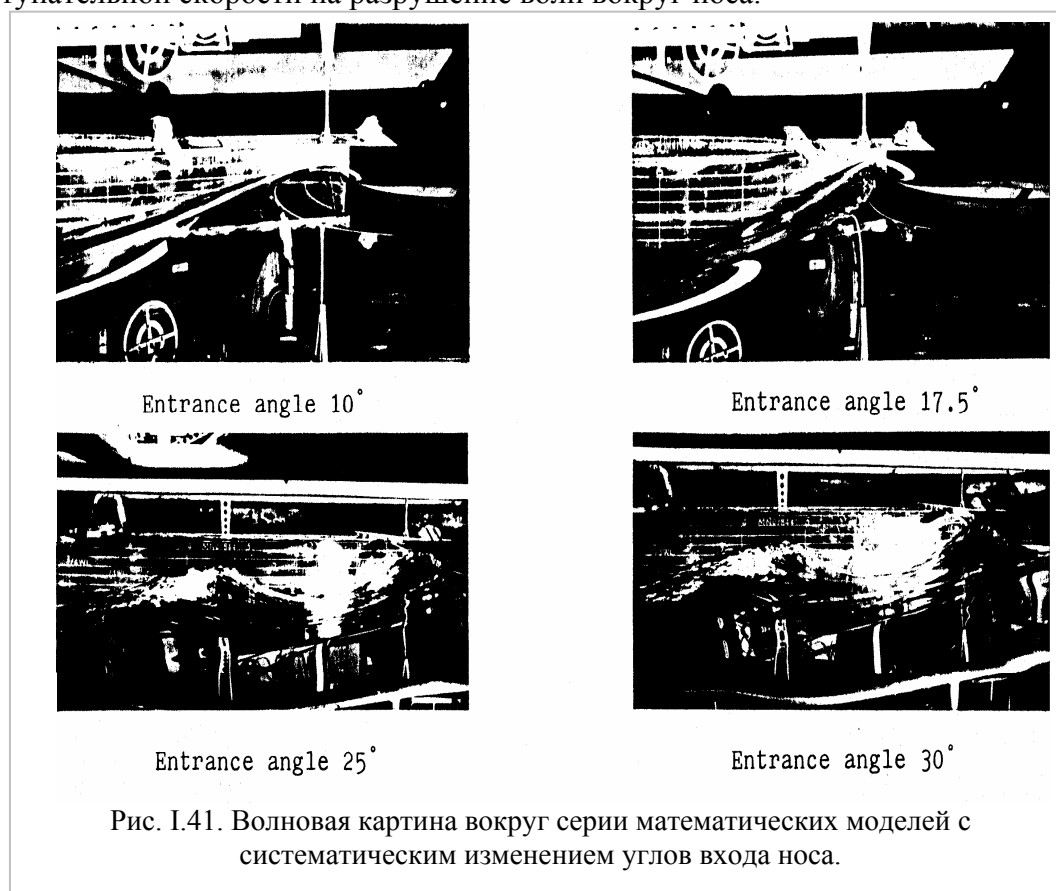
Рис. I. 40. Влияние выдвинутого бульба на возмущённую скорость вокруг носа полного судна.

Коэффициент усиления возмущённых вихрей $\bar{\xi}$ и $\bar{\eta}$ вокруг вертикального цилиндра с и без бульба был посчитан по теории вторичного потока, как показано на рис. I.39. В результате значения $\bar{\xi}$ и $\bar{\eta}$

были найдены значительно меньшими при выпячивании цилиндра. Далее, почти такая же тенденция, как выше, обнаружена в значениях $\bar{\xi}$ и $\bar{\eta}$, рассчитанных вокруг носа полного судна, как показано на рис. I.40. Соответственно показано, что поток под свободной поверхностью вокруг носа полных судов значительно улучшается установкой подводного выдвинутого бульба, и теория вторичного потока обеспечивает вспомогательную информацию при проектировании бульбов.

Влияние угла входа в носу. Угол входа носа также значительно влияет на характеристики потока. Наблюдения и измерения волновой картины, сделанные на серии математических моделей с систематическим изменением угла входа носа показали, что угол входа сильно влияет на геометрию потока, как показано на рис. I.41. Для более полного изучения поток вокруг вертикального кругового цилиндра и цилиндрического клина фронтовой части (рис. I.42) проверен путём визуализации. Компоненты относительной вторичной завихренности были посчитаны вдоль определённой линии тока. Результаты показаны на рис. I.43 и рис. I.44. Интенсивность наблюдаемого сдвигового потока и вихревого движения под свободной поверхностью возрастает с углом входа носа; эта тенденция подтверждается расчётом интенсивности вторичной завихренности.

Далее, измерения возмущённой завихренности вокруг носов с систематическим изменением угла входа были сделаны и показаны на рис. I.45. Результат показал тенденцию, соответствующую поведению волновой картины, наблюдаемой вокруг носа (рис. I.42). Феномен разрушения волн с относительно малым углом входа, такой же, как у грузовых судов, характеризуется протяжённостью разрушающейся волны перед носом при возрастании поступательной скорости (рис. I.46). Но такое изменение в геометрии потока с поступательной скоростью не может быть воспроизведено численным подходом. Авторы пишут, что необходимо дальнейшее изучение, чтобы прояснить отмеченное влияние поступательной скорости на разрушение волн вокруг носа.



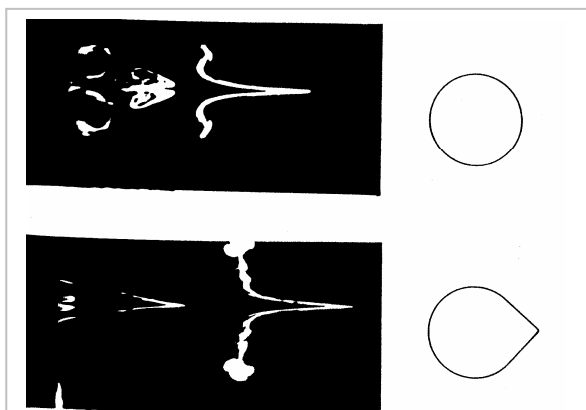


Рис. I.42. Сдвиговый слой свободной поверхности и вихревое движение впереди вертикального цилиндра с и без клина на фронтальной части ($d = D/4$).

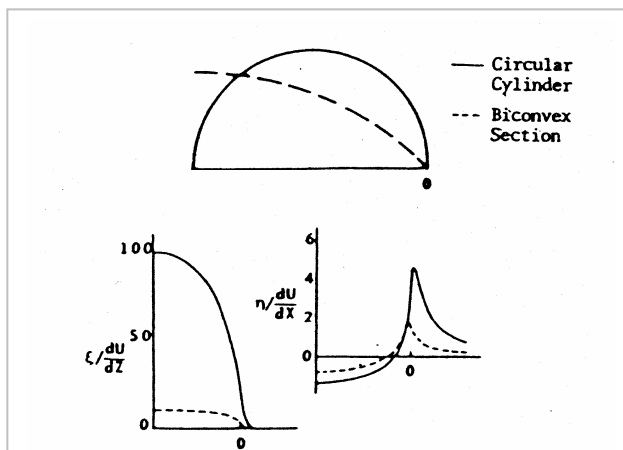


Рис. I.43. Возмущённые вихри вокруг вертикального цилиндра и двояковыпуклого сектора, рассчитанного по теории вторичных вихрей

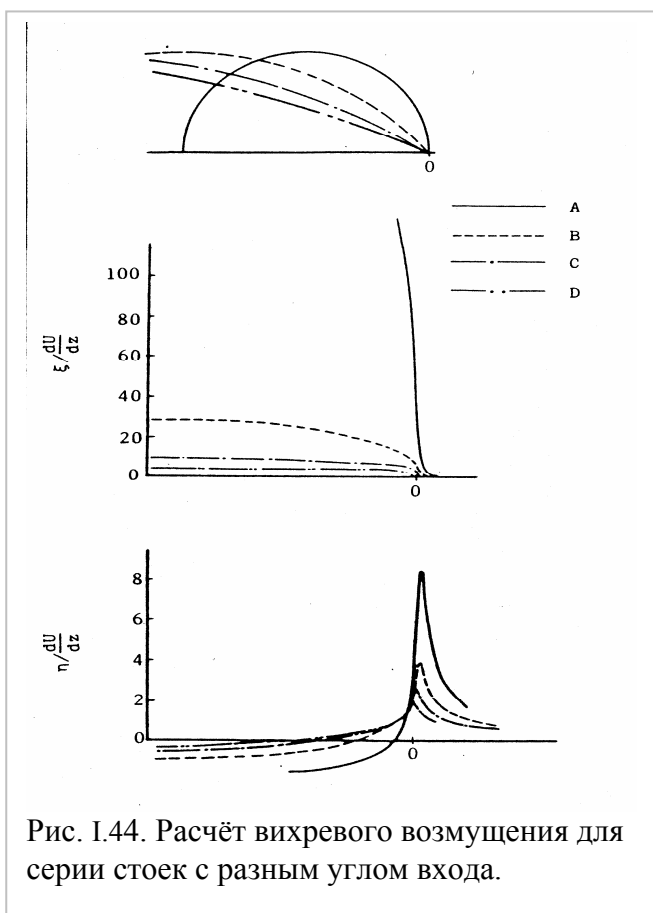


Рис. I.44. Расчёт вихревого возмущения для серии стоек с разным углом входа.

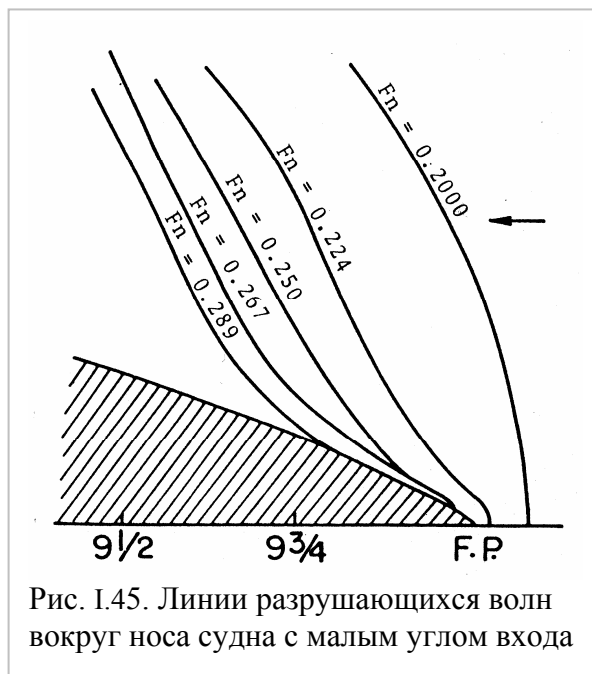


Рис. I.45. Линии разрушающихся волн вокруг носа судна с малым углом входа

Влияние формы ватерлинии. К.Эггерс и К. Такекума считают, что форма ватерлинии также влияет на разрушение волн вокруг носа (рис. I.45, I.46), что это влияние характеризуется разрушением волн вокруг скуловых частей и что влияние кривизны скуловых частей на разрушение волн скорее связано с разницей в конфигурации вязкого

пограничного слоя. Е.Баба [2] смог показать, что искусственная шероховатость поверхности корпуса может значительно изменить феномен свободной поверхности вокруг скуловой части, как показано на рис. 1.47.

Количественные измерения потока вокруг полупогруженного кругового цилиндра. Как описано в предыдущих секциях, характер феномена свободной поверхности вокруг носа судов стал ясен. Следующий шаг должен быть сделан для количественных измерений потока под свободной поверхностью. Итак, была сделана попытка измерить поток вокруг

полупогруженного кругового вертикального цилиндра с и без подводного выдвинутого бульба. На базе полученных результатов количественно проверены свойства потока под свободной поверхностью, а именно, компоненты скорости, возмущённая завихрённость и т.п.

Изучение потока путём визуализации. Поскольку феномен свободной поверхности чувствителен к влиянию нестационарности под свободной поверхностью, измерения потока должны быть сделаны без каких-нибудь возмущений в потоке, например, лазерным скоростемером Доплера. В предварительных исследованиях, как альтернативный подход, была применена техника видеозаписи или фотографирования картины потока для получения визуализации потока. Они были квантифицированы путём слежения за частицами и зарисовкой на определённом интервале, как показано на рис. I.48 (слева). Компоненты скорости вдоль линий потока ближе к центральной линии поля потока были получены путём измерения расстояния частиц, движущихся на данном интервале, как показано на рис. I.49 (слева).

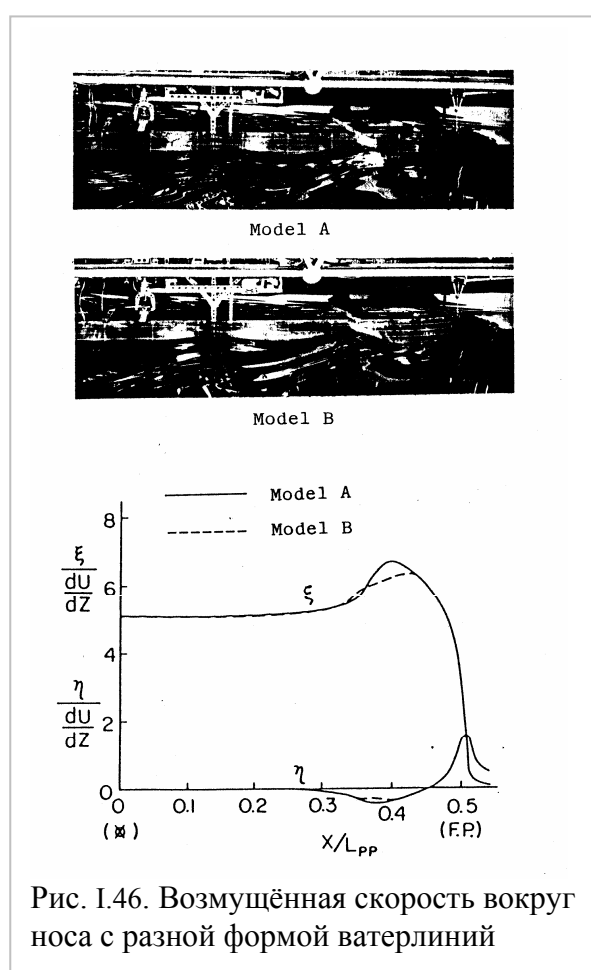


Рис. I.46. Возмущённая скорость вокруг носа с разной формой ватерлиний

Влияние подводного выдвинутого бульба. Главный интерес был сконцентрирован на определении конфигурации свободной поверхности, компоненты потока и завихрённость были рассчитаны отсюда дифференцированием.

Поле потока впереди вертикального цилиндра с выдвинутым бульбом было проанализировано такой же процедурой, как выше, и показано на рис. I.48 и рис. I.49 (справа). Найдено, что продольные компоненты скорости убывают сильно ниже свободной поверхности и вертикальное движение исключается, в то время, как можно распознать вихревое движение малого размера возле кругового цилиндра около соединения выдвинутого бульба с круговым цилиндром, как показано на рис. I. 50.

Итак, можно заключить, что подводный выдвинутый бульб сильно влияет на возрастание компонент скорости под свободной поверхностью, и это влияние обеспечивает улучшение потока и уменьшает разрушение волн вокруг носа полных судов.

Интенсивность вихрей. Ожидалось, что количественные измерения потока под свободной поверхностью вокруг вертикального

кругового цилиндра помогут получить материал для лучшего понимания гидродинамического механизма поверхностных явлений вокруг носа судов. Для этого информация должна быть получена о компонентах скорости и горизонтальной толщине и протяжённости сдвигового потока и его интенсивности.

Например, профиль скорости при некотором положении впереди вертикального кругового цилиндра и значения циркуляции, которая отражает интенсивность вихревого движения под свободной поверхностью, были проанализированы на базе результатов измерения потока вокруг вертикального цилиндра с и без подводного выдвинутого бульба (рис. I.50). Результаты показали некоторое уменьшение изменений профиля скорости и

отсюда значений циркуляции, благодаря вихревому движению под свободной поверхностью путём установки подводного выдвинутого бульба.

Однако результаты, полученные также в IfS в Гамбурге и в МНИ в Нагасаки не могут быть расположены между результатами, полученными разными методами, которые должны быть решением. Проект исследований с целью измерения компонент скорости путём использования лазерного скоростемера Доплера был предложен в IfS. Дальнейшие исследования необходимы для количественной оценки возмущений свободной поверхности вокруг носов с целью обеспечить материал для более рациональной математической модели.

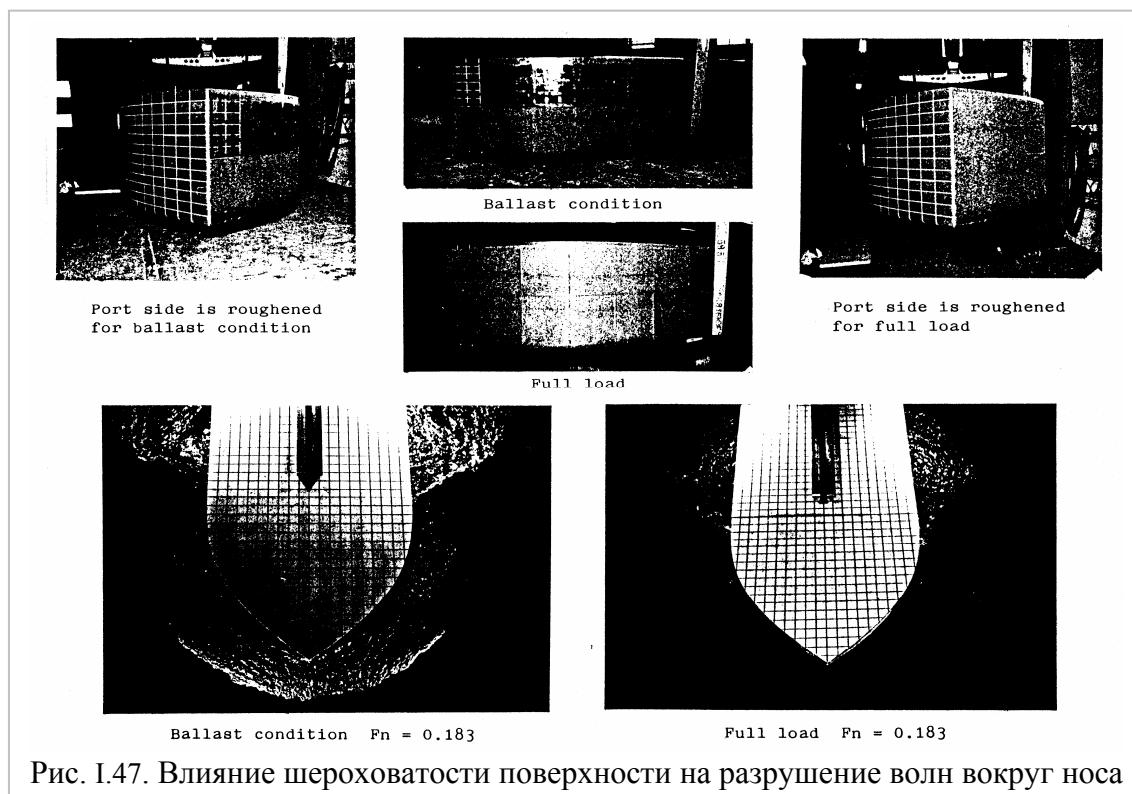


Рис. I.47. Влияние шероховатости поверхности на разрушение волн вокруг носа

В заключение этой работы авторы пишут, что для лучшего понимания гидродинамического механизма явлений на свободной поверхности вокруг носа судов исследовалось поведение сдвигового слоя и завихрённости, индуцированных в натекающем потоке носа. В исследовании для оценки влияния многих параметров формы корабля таких, как осадка, угол входа носа, подводный выдвинутый бульб и форма ватерлинии на сдвиговый поток и завихрённость в нём были выполнены расчёты вихрей на базе теории вторичных потоков, наблюдения и измерения посредством техники изображений на видеозаписи. Результаты суммируются как следующие:

(1) сдвиговый слой свободной поверхности и завихрённость в нём тесно связаны с разрушением волн вокруг носа;

(2) многие параметры формы, осадка носовой оконечности, подводный выдвинутый бульб, углы входа ватерлиний и их форма в носу сильно влияют на сдвиговый слой и завихрённость в нём;

(3) подводный выдвинутый бульб даёт ускорение компонентам скорости под свободной поверхностью и это влияние обеспечивает улучшение потока, так как значительно уменьшает разрушение волн вокруг полных носов судов;

(4) теория вторичного потока нужна для того, чтобы процесс проектирования формы носа судна выполнялся с пониманием гидродинамического механизма сдвигового слоя свободной поверхности и вихрей на ней.

Измерения потока под свободной поверхностью вокруг вертикального кругового цилиндра путём процедуры изображения на видео рекордере дали материал для

количественной оценки сдвигового слоя свободной поверхности и вихревого движения в нём.



Рис. I.48 Картина потока, полученная путём прослеживания частиц (интервал 1/25 сек.)

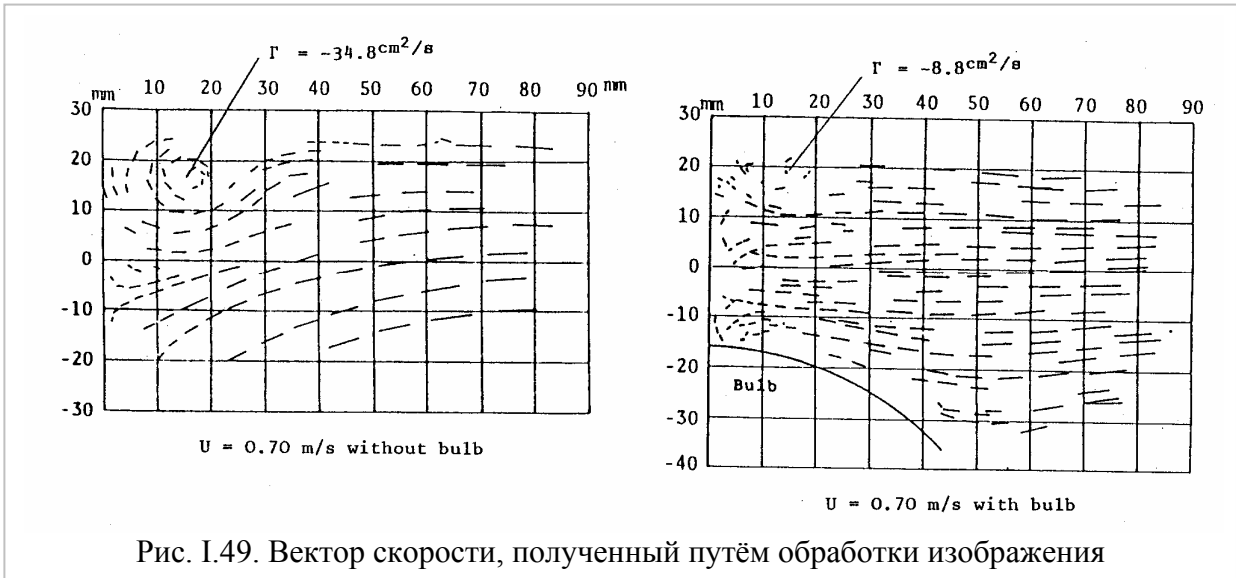


Рис. I.49. Вектор скорости, полученный путём обработки изображения



Рис. I.50. Изменение горизонтальной скорости в вертикальном направлении

Литература к части I.3.

1. Baba, E. A study on free-surface flow of slowly moving full forms /E.Baba, K.Takekuma// J. Soc. Nav. Arch.- 1975, 137.- P. 1-10.
2. Baba, E. Some free-surface phenomena around ships to be challenged by numerical analysis /E. Baba// The third International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics.- Paris, France.- 1981.- P. 9-26.
3. Chan R.K –C. Numerical Solution of Transient and Steady Free Surface flows about a Ship of General Hull Shape /R.K –C. Chan, F.W.-K.Chan // Proc. 13th Symp. Naval Hydrodynamics.- Tokyo.- 1980.- P. 257-280.
4. Dagan, G. Bow waves before blunt ships /G.Dagan, M.Tulin// «HYDRONAUTICS, Incorporated Technical Report 117-14».- 1969.
5. Dagan, G. Two-dimensional free-surface gravity flow past blunt bodies /G.Dagan, M.Tulin// Journal of Fluid Mechanics.- 1972, 51.- P. 529 – 543.
6. Dong R.R. On the structure of bow waves on a ship model /R.R.Dong, J.Katz, T.T.Huang// Journal Fluid Mech. - 1997, 346.- P..77-115.
7. Eckert,E. Bugwjlste for Iangsame vollige Schiffe /E.Eckert, S.D.Sharma// Jahrbuch der Schiffbautechnischen Gesselschaft.-1970, 64.-P. 129 – 171.
8. Eggers K. Non-Kelvin Dispersive Waves around Non-Slender Ships /K.Eggers// - Schiffstechnik.-1981, 28.- P. 223 – 251.
9. Eggers, K.W.H. Effect of bow shape on free surface shear flow /K.W.H.Eggers, K.Takekuma// 15th ONR Symposium on Naval Hydrodynamics.-Hamburg.-Institut für Schiffbau der Universität, № 2342.- 1984.
10. Gadd,G.E. Wave theory applied to practical hull forms /G.E. Gadd// Intern. Seminar on Theor. Wave Resistance, Tokyo, 1976.-P.149 -158.
11. Fonaine E., Tulin M.P. On the prediction of free-surface flows past slender hulls using the 2D+t theory : the evolution of an idea /E.Fonaine M.P.Tulin// Ship Techn. Research.- 2001.
12. Honji H. On the starting vortex beneath the free surface around a circular cylinder /H.Honji // J. of Physical Society of Japan.- 1975, 10.- №.5.
13. Honji H. Observation of a Vortex in Front of a Half-Submerged Circular Cylinder /H.Honji// J. of the Physical Society.-1976.
14. Inui, T. From Bulbous Bow to Free-Surface Shock Wave – Trends of 20 Years' Research on Ship Waves at the Tokyo University Tank /T.Inui// Journal of Ship Research.-1981, 25.-№ 3.- P.147-180.
15. Kayo Y. On the Free Surface Shear Flow Related Bow Wave-Breaking of Full Ship Models /Y.Kayo, K. Takekuma// Journal of the Society of Nav. Arch. of Japan, 1981, 149.- P. 11-20.
16. Kayo Y. Observation of Free Surface Shear Flow and its Relation to Bow Wave-Breaking on Full Forms /Y .Kayo, K.Takekuma, K.Eggers, S.D.Sharma// Inst, Schiffbau, Univ.- Hamburg, Rept. 420.- 1982..
17. Kayo Y., Takekuma K. Shear Layer and Secondary Vortical Flow Beneath Free Surface around Bow of Full Form Ship Model /Y.Kayo, K.Takekuma// Trans. West Japan Soc. Nav. Arch.- 1983.- №. 65.
18. Landrini M., A.Colagrossi A. TwoDPT ; a 2d+t code for hydrodynamics /M.A. Landrini, A.Colagrossi// OEL, Technical Report.- 2001.
19. Landrini M. Gridless simulation of sloshing flow in tank /M. Landrini, A.Colagrossi, M.P. Tulin// OEL, Technical Report.- 2001.
20. Landrini M. Breaking bow and stern waves: numerical simulations /M.Landrini, A.Colagrossi, M.P. Tulin// 16th IWWWFB, Japan.- 2001.-P.89 – 92.
21. Maruo X., Fukazawa M. On the free surface Flow around a Two-Dimensional Body Fixed in a Uniform Stream /X.Maruo, M.Fukazawa // Proc. of the 29th Japan Nat. Congress for Applied Mechanics.- 1979 (University Tokyo Press 1981).

22. Maruo H. Evolution of the theory of slender Ships / H. Maruo// Ship Techn. Research.-1989,36.- P.107 – 133.
23. Miyata, H. Numerical and experimental analysis of nonlinear bow and stern waves of two-dimensional body (first report) /H.Miyata, H. Kajitani, A.Suzuki, C. Matsukawa// J. Soc. Nav. Arch. of Japan.- 1983,154.-P.48 - 55.
24. Monaghan J.J. An Introduction to SPH Comp /J.J. Monaghan// Phys. Comm//- 1988, 48.- P. 89-96.
25. Mori K. Wave Resistance Calculation by Modified Rankine Source Method / K.Mori // Proc. of the Second DTNSRDC Workshop on Ship Wave-Resistance Computations.- 1983.-P. 321 – 340.
26. Mori, K. Necklace Vortex and Bow Wave Around Blunt Bodies /K.Mori// Proc. 15th ONR Symposium on Naval Hydrodynamics.-Humburg, Germany.- 1984.- P. 2-7.
27. Patel V.C., Landweber L., Tang C.J. Free Surface Boundary Layer and Origin of Bow Vortices /V.C.Patel, L.Landweber, C.J.Tang// Proc. 2nd Intern. Symposium on Ship Viscous Resistance, SSPA.- Goteborg, Sweden.- 1985.
28. Raheja L. On submerged Stagnation Points and Bow Vortices Generation /L.Raheja// Indian Institute of Technology, Kharagpur.- India.-(работа прислана К.Эггерсом в мае 2004 года).
29. Shahshahan A. A Study of a Free Surface Flow Near a Ship Bow /A.Shahshahan // MS thesis, Inst. of Hydraulic Research.- The University of Iowa , Iowa City. Iowa.- 1981.
30. Suzuki, K. On the drag of Two Dimensional Bodies Semisubmerged in a Free Surface Flow /K.Suzuki// Journ. of Society of Naval Arch. Japan.-1975, 137.- P. 22-35.
31. Takekuma, K. On the Breaking Bow Waves of Full Ship Models /K.Takekuma, Y.Kayo// Mitsubishi Juko Giho.- 1981, 16.-No 5 (in Japanese).
32. Taneda, S. Necklace Vortex around Bow /S.Taneda, H. Amamoto // Bulletin of the Research Institute on Applied Mechanics.- Kyushu University, Japan.- 1969, 31.
33. Tanigachi K. Reduction of Wave-Breaking Resistance ‘MHI-Bow’ /K.Tanigachi , K. Tamura, E. Baba// Mitsubishi Juko Giho.- 1971, 8.-№ 1.- P.146-152 (Japanese) or Mitsubishi Technical Review.- 1972, 9.- № 1.-, P. 62-69 (English).
34. Tulin M.P. Divergent bow waves /M.P.Tulin, M. Wu// Proc. 21st ONR Symp. on Naval Hydrodynamics. Academy Press.- Wash. D.C. -1996.-P.99-117.
36. Tulin M.P. Breaking waves in the ocean and around ships /M.P.Tulin, M.Landrini// Proc 23rd ONR Symp. on Naval Hydrodynamics.-Val de reuil, France.- 2000.
36. Yeung R.W. Vortical Motion with and without a Surface Piercing Body /R.W.Yeung, P.Ananthakrishnan// Proc. 19th Symposium on Naval Hydrodynamics.- Seoul, Korea.- 1992.

I.4 Волновой анализ

Когда было предложено делить полное сопротивление на вязкостное и волновое, стал актуальным вопрос определения волнового сопротивления. Самым главным способом решения этой задачи стал «метод волнового анализа».

Столько лет, сколько люди занимаются морским транспортом, они изучают волны, вызванные движущимися телами.



Рис. I.51. Волновая картина, изображённая У.Фрудом

Интерес к расчёту мощности путём определения волнообразования судов количественно с помощью оценки геометрии вызванных волн представляется совершенно естественным. Экспериментальное определение волнового сопротивления из замеров волновой картины за моделью во время буксировки при обычных модельных испытаниях занимает внимание проектантов и исследователей со времён У.Фруда. За много лет разработано несколько

перспективных методов волнового анализа. Успешное развитие таких технологий помогает улучшать теории волнового сопротивления и увеличивает эффективность модельных испытаний, как инструмента для исследований и улучшений формы корпуса.

Картина, полученная У.Фрудом для носовых волн (рис. I.51) и опубликованная в его статье о влиянии длины цилиндрической вставки [18] на горбы и впадины на кривой волнового сопротивления, показывает, что У.Фруд хорошо понимал большое значение наблюдений за волнообразованием, которым вплотную начали заниматься в Японии только через восемьдесят лет после У.Фруда.

Однако новый подход к использованию замеров волн [15] принципиально отличается от изучения волновой картины вдоль поверхности корпуса, примером которого служили работы Р.Гиллотона [21], [22], [23], [24]. Фактически самые первые работы в этой области были сделаны ещё Т.Кельвином [38] и У.Фрудом [19]. Д.И. Тейлор [58] тоже имел ввиду волновую картину, когда проводил свои эксперименты, особенно в связи с влиянием цилиндрической вставки

Исследователи пришли к этой проблеме в Германии и во Франции в 1950 году, но пионерской в этой области была работа Т.Инуи (опытовый бассейн Токио), о которой он доложил на 18-ой встрече Американского общества Морской Архитектуры. Его работа стала стимулом для совместной работы опытовых бассейнов в области волнового анализа.

На работу Т. Инуи обратил всеобщее внимание Б.В.Корвин-Круковский в 1960 году. К тому времени изучение волнового сопротивления шло двумя независимыми путями. Одним являлся эмпирический подход, наиболее яркими представителями которого были Х.Фёттингер [17], Е.Тельфер [59] и Е.Хьюз [31]. Другой путь - это линейная теория Дж.Мичелла [45], улучшенная Т.Хавелоком и другими. При этом естественно возникла проблема согласования расчётов с экспериментальными результатами для корабельно-подобных форм. Из-за математических сложностей проектанты игнорировали даже то небольшое количество статей, которые были по этому вопросу. Для выбора размерений судов и проектирования обводов долгое время использовались экспериментальные результаты серии Д.Тейлора, В.М. Штумпфа и т.п. и обычные буксировочные испытания по Фрудом. Ситуация изменилась, когда появились компьютеры. Это позволило обратиться к

теории вместо простого проектирования «красивых» линий. Одновременно накапливался опыт, благодаря появлению новых экспериментальных методов, а также из более методичных исследований на базе рутинной техники, которые показали, что испытания на базе гипотезы Фруда лучше всего решают поставленную задачу.

Т.Инуи [33] применял стереофотографию волнового поля, из которой можно заметить возрастание или уменьшение значений волновой системы. Только до 1955 года никто не пытался использовать эту информацию для количественного измерения волнового спектра или соответствующего волнового сопротивления. Эта техника была названа «волновым обзором», «анализом волновой картины» или просто «волновым анализом».

Огромную роль сыграл в развитии метода волнового анализа Международный семинар по теории волнового сопротивления 1963 года. Этот вопрос был подготовлен теоретическими и экспериментальными достижениями в области методов волнового анализа. В Анн Арборе был намечен план совместных работ в разных направлениях, в том числе в области развития техники и теории волнового анализа. Инициатор Анн Арборского семинара Г.Вейнблум предложил К.Эггерсу, С.Шарма и Л.Варду теоретически и экспериментально проверить методику волнового анализа, а Т. Инуи, изучить этот метод и другие ему подобные.

Через 13 лет после Анн Арборского семинара в Токио в 1976 году К.Эггерс [15] сделал общий доклад о развитии теориях волнового анализа между этими семинарами. Были сделаны за это время четыре фундаментальных теоретических работы в области волнового анализа: 1) К.Эггерсом, С.Шарма, Л.Вардом [12], 2) М. Икехата [37], 3) Дж. Вехаузенном [65] и 4) Г.Гэддом [20]. К.Эггерс остановился в своём докладе на частных аспектах, которые он считал важными в будущем. Он обобщил материал, который ещё нужно доработать и завершить для того, чтобы найти взаимосвязь между волнами и волновым сопротивлением, и показал бреши, которые нуждаются в будущих исследованиях. Он составил библиографическое приложение статей, имеющих отношение к проблеме волнового анализа с 1967 года. Реферирование было дано им в стандартной форме, указаны авторы и годы публикаций, которые использованы в библиографических работах Дж.Вехаузена [66] и в работе К.Эггерса, С.Шарма и Л.Варда [12].

К.Эггерс выделил одну основную особенность всех методов, которая состоит в том, что в них пренебрегают вязкостью, то есть считают, что:

- 1) там, где выполняются замеры, нет вихрей;
- 2) затухание волн судна, благодаря вязкости, исчезает (это следует из исследований А.Никитина [1], Е.Кумбербача [8] и Р.Брара [5]).

Вопросы взаимодействия разных составляющих сопротивления проанализированы Дж.Вехаузенном, в работе Е.Баба [3], в работах Р.Брара [6], Л.Ландвебера [42], С.Шарма [51] и Г.Вейнблума [66]. При этом считалось, что основное взаимодействие происходит между попутным потоком корпуса судна и волнами на свободной поверхности. В дальнейшем на основании многих экспериментальных исследований было показано, что попутный поток корпуса не оказывает сколько либо заметного влияния на волны и волновое сопротивление.

В течение 1965 – 66 годов в Германии К.Эггерс, С.Шарма и Л.Вард провели испытания нескольких моделей и выполнили аналитическое исследование, включая компьютерные оценки волн и волнового сопротивления, для того, чтобы разработать основной подход к проблеме использования волнового анализа для определения волнового сопротивления. Их работа состоит из гидродинамической теории и математической модели, на которой основаны все методы волнового анализа. Там же приведены результаты экспериментов и расчётов и их сравнения. Их исследования представляются справедливыми, легко характеризуются и приспособленными к существующим опытовым бассейнам для каждого рассмотренного метода. Результаты оказались многообещающими.

К.Эггерс и др. очень верно отметили, что до Анн Арборского семинара 1963 года морские инженеры при проектировании необходимой формы корпуса и выборе размерений могли проигнорировать небольшое количество статей по волновому сопротивлению и зависели от

серии Тейлора или обычных буксировочных испытаний по Фрудру. После 1963 года ситуация резко изменилась: в связи с появлением современных компьютеров, и тогда учёные пришли к теории, которая по общему признанию ещё очень ограничена, но становится полезной в предсказании выгодных форм корпуса, которые не могли быть получены проверенными временем способами рисования «красивых» линий.

Оборудование для волнового анализа. В восьмидесятые годы Т.Инуи [35] писал в работе, выполненной в опытовом бассейне Токио за четверть века по разработке метода волнового анализа, о том, что впервые в течение двух десятилетий, начиная с 1960 года, применялась автографическая запись. В то же время начали развивать аналитический подход к изучению волновой картины, который развивался в течение семи лет с 1960 по 1967 год. Кроме двух волновых систем, поперечной и расходящейся, в окрестности форштевня видны крутые линии гребней волн, которые подобны косым ударным волнам, найденным Х.Мията. Около 1953 года Т.Инуи решил скоординировать теорию элементарных волн Т.Хавелока [25] с наблюдением волновой картины модели [32].

Формула определения волнового сопротивления модели и судна по Хавелоку имеет вид:

$$R_w = \frac{\rho}{2} \int_{-\infty}^{\infty} dy \int_{-\infty}^{\infty} \left[\left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 - \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 \right] dz + \frac{\rho g}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \eta^2 dy. \quad (1.63)$$

Естественно возникает мысль, что, если измерить компоненты скоростей $v_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x}$, $v_y = \frac{\partial \varphi}{\partial y}$, $v_z = \frac{\partial \varphi}{\partial z}$, высоты волн η и подставить их квадраты в эту формулу, то

можно получить кривую волнового сопротивления модели с данной формой обводов. Самый

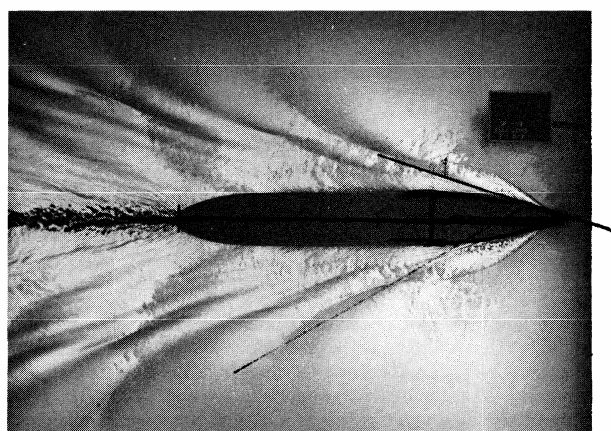
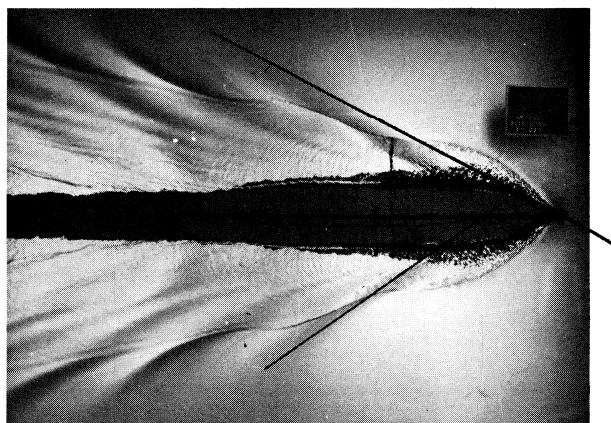


Рис. I.52. Волновая картина моделей грузового лайнера на $Fr = 0,277$, $L = 150$ м SR452 (выше) и SR453 (ниже) (рис. 8 из статьи Т.Инуи)

важный вопрос, который в этом случае стоит перед экспериментаторами, состоит в том, чтобы найти *те точки* в потоке вокруг судна, в которых следует выполнять все эти замеры. Таким образом и возникли методы *поперечных и продольных сечений* в практике волнового анализа.

После семи лет предварительных испытаний первая волновая картина была получена в опытовом бассейне Токио в 1960 году Т.Инуи, Т.Такахеа и Т.Тагори [34]. Для выполнения этой работы было получено финансирование японской организации поддержания науки и техники, было укомплектовано следующее оборудование:

1. дополнительная тележка к тянущей тележке;
2. система контроля скорости тянущей тележки, включая увеличение ранее установленной точности;
3. освещение поверхности воды;
4. стерео - камера;
5. стерео графопостроитель.

6. Для рисования волнового контура компьютерная программа скомбинирована с продольным сечением на расстоянии 50мм (2 фута), кроме

существовавшей подобной карте погоды, которая вызывает меньше трудностей, чем стерео – анализ.

Примеры волновых полей показаны на рис. I.52. Первое впечатление исследователей было следующим:

1. эти две модели показывают неожиданно большие волны, несмотря на то, что модели были тщательно выбраны как лучшие, представляющие наивысший технический уровень проектирования формы корпуса в то время.

2. Разница в волновой картине между двумя моделями очень значительна по сравнению с малой разницей в волновом сопротивлении.

3. Можно предположить, что картина корабельных волн может обеспечить далеко более важную информацию для проектирования корпуса судна, чем волновое сопротивление, которое является средней интегральной величиной.

Т.Инуи был убеждён в том, что аналитический подход к картине волнообразования должен быть *лучшим* и более обещающим путём для полного понимания отношения между формой корпуса и волновым сопротивлением и что *только от разработки этого пути можно ждать улучшений в проектировании формы корпуса*.

На рис. I.52 видны тёмные полосы сразу за носом модели SR452, между свечением алюминиевых стружек, которые распылены по поверхности воды. Двадцать лет Т.Инуи не обращал внимания на причину трещин в алюминиевом фильме. Х.Мията, наоборот, смог увидеть в этих трещинах турбулентность подпорных волн, которые он назвал «ударными волнами на свободной поверхности» в отличие от ударных волн в сплошной среде (в воздухе). Ударные волны на свободной поверхности оказались новой концепцией в проблеме корабельных волн, которая включает феномен разрушения волн, найденный Баба [3], [4] и Такекума [55].

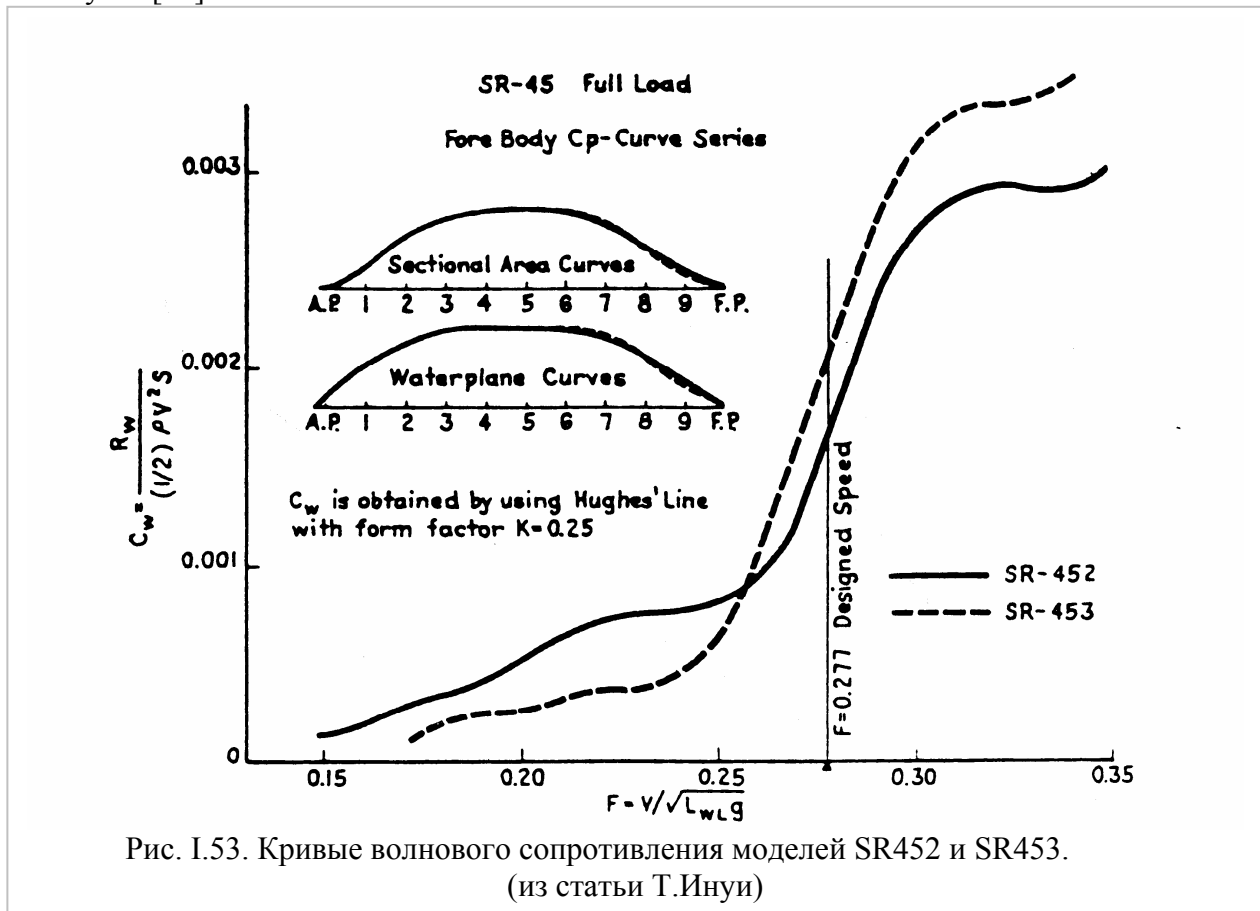


Рис. I.53. Кривые волнового сопротивления моделей SR452 и SR453. (из статьи Т.Инуи)

Рис. I.52 - I.53 - это типовые картины волнообразования и кривых волнового сопротивления испытанных в 1961-1962 годах обычных высокоскоростных японских

линейных моделей: SR452 - исходная модель, имеющая увеличенный угол входа с облегченными скулами, и модель SR453 с малым углом входа и крутыми скулами.

К тому времени увеличился опыт в области экспериментов и методичных исследований на базе рутинной техники, который показал, что испытания на базе оригинальной гипотезы У.Фруда лучше всего, и должны быть закреплены, когда это только возможно, путём дополнительного изучения экспериментального подхода.

Т.Инуи рассуждал так: «Задача заключалась в получении замера действительного вязкого попутного потока, как это делается в авиации, и выделении из измерений полного сопротивления, чтобы прямо получить не «остаточное», а волновое сопротивление (использование метода «измерения попутного потока»). Ещё не ясно, основано ли это на ограниченном объёме экспериментального и теоретического опыта, или это согласуется, или должно согласовываться, с результатами, полученными из техники волнового анализа. Представлялось, что поскольку волновое сопротивление является меньшей частью полного сопротивления, чем сопротивление трения, то прямое измерение волнового сопротивления из картины волн должно дать продвижение в этом вопросе. В дополнение, большинство методик волнового анализа включает определение спектра свободных волн в качестве *дополнительного результата*. Это позволяет получить много других полезных результатов, таких, как оптимизация формы корпуса, а также одновременно само волновое сопротивление.

В то же время можно предварительно попытаться предсказать, какие выгоды могут накопиться при применении методов волнового анализа к корабельным задачам. Можно отметить определённые области, в которых можно ждать важного прогресса. Одно направление состоит в развитии теории, как следствия более точного экспериментального определения, с которым сравнивается информация о природе системы корабельных волн (например, волновой спектр). Другое направление - это немедленное применение информации о влиянии каждого изменения данной формы корпуса на волновое сопротивление без скрытого влияния возможных конкурентных изменений в вязкостном сопротивлении, которые не делают допущения о линеаризации, как в настоящей теории узкого судна. Опытный бассейн играет в этом случае роль, аналогичную компьютеру. Необходим волновой анализ геодезического типа, включая даже полномасштабные суда, в конечном счёте».

В каждом опытовом буксировочном бассейне с той или иной целью выполняется волновой анализ, и опубликовано много работ с подробным описанием техники волнового анализа и использования его результатов. В 1973 году Дж.Вехаузен обобщил подход к методам волнового анализа, подробно рассмотрев теории продольных и поперечных сечений. Любое другое описание не будет яснее и короче, поэтому здесь приводится перевод той части книги Джона Вехаузена, которая относится к данной проблеме.

Основой экспериментальных методов определения сопротивления равномерно движущегося тела служат следующие формулы (во всех статьях Дж.Вехаузена принята левая система координат)

$$R = - \iint_{\Sigma_S} \mu u_z dx dy + \iint_{\Sigma_P} \mu u_z dx dy + \iint_{\Sigma_H} \mu u_y dx dz - \iint_{\Sigma_B} [\rho u(U-u) - p - \rho g y - \rho \overline{u'^2} + 2\mu u_x] dy dz + \frac{1}{2} \rho g \int_{z_P}^{z_S} Y^2(x_B, z) dz \quad (I.64)$$

и

$$R = - \iint_{\Sigma_S} \mu u_z dx dy + \iint_{\Sigma_P} \mu u_z dx dy + \iint_{\Sigma_H} \mu u_y dx dz - \iint_{\Sigma_B} [\rho g(H_o - H) - \rho \overline{u'^2} + 2\mu u_x] dy dz + \iint_{\Sigma_B} (-u^2 + v^2 + w^2) dy dz + \frac{1}{2} \rho g \int_{z_P}^{z_S} Y^2(x_B, z) dz \quad (I.65)$$

Однако, измерения были бы слишком трудоёмкими даже после пренебрежения членами с μ для измерения H , u, v, w по всей плоскости Σ_B . Если предположить поток безвихревым и записать сопротивление в виде

$$R = \frac{1}{2} \iint_{\Sigma_B} (-u^2 + v^2 + w^2) dydz + \frac{1}{2} \rho g \int_{z_P}^{z_S} Y^2(x_B, z) dz, \quad (I.66)$$

как показал К.Эггерс [9], [10], то можно посчитать R только из замеров волнового профиля.

Есть две версии этого метода. Одна состоит в измерении поперечных профилей, и R получается из формулы (I.66), а другая – из продольного профиля, и R рассчитывается из (I.67)

$$R = \iint_{\Sigma_S} \rho u w dx dy - \iint_{\Sigma_P} \rho u w dx dy - \iint_{\Sigma_H} \rho u v dx dz. \quad (I.67)$$

Оба метода полагаются на выполнение граничных условий на свободной поверхности и отсюда на измерение профилей достаточно далеко позади или сбоку от судна (или другого движущегося тела), что не вводит серьёзных ошибок в эту аппроксимацию. С другой стороны, это не ограничивает форму судна или причину возмущений, как делается, когда волновое сопротивление рассчитывается аналитически.

Поперечные профили в канале [64]. Рассматривается случай измерения поперечных профилей. Предполагается, что судно движется равномерно в канале. Пусть дном канала будет плоскость $y = -h$, а стенки расположены на плоскостях $z = \pm b$. Невозмущённая свободная поверхность расположена на $y = 0$. Координатная система движется со скоростью U судна. Удобно предположить, что плоскость $y - z$ расположена на миделе. Пусть $x = x_B$ - плоскость, расположенная достаточно далеко позади судна так, что при $x < x_B$ применимы приближённые, а не точные граничные условия на свободной поверхности невозмущённого потока, а именно:

$$U\varphi_x(x, Y, z) + gY(x, z) + \frac{1}{2}(\varphi_x^2 + \varphi_y^2 + \varphi_z^2) = 0, \quad (I.68)$$

$$Y_x(x, z)\varphi_x(x, Y, z) - \varphi_y + Y_z\varphi_z - UY_x = 0,$$

при линеаризации граничных условий

$$\begin{aligned} U\varphi_x(x, 0, z) + gY(x, z) &= 0, \\ \varphi_y(x, 0, z) + UY_x(x, z) &= 0, \end{aligned} \quad (I.69)$$

или после исключения Y

$$\varphi_{xx}(x, 0, z) + K\varphi_y = 0, \quad K = g/U^2. \quad (I.70)$$

В дополнение к уравнению Лапласа φ должно также удовлетворять граничным условиям

$$\begin{aligned} \varphi_z(x, y, \pm b) &= 0, \\ \varphi_y(x, -h, z) &= 0. \end{aligned} \quad (I.71)$$

Полное множество решений уравнений Лапласа, которые удовлетворяют этим граничным условиям, даётся функциями

$$\begin{aligned} \left. \begin{array}{l} \cos k_n x \\ \sin k_n x \end{array} \right\} ch\mu_n(y+h) \cos \frac{n\pi}{2b}(z-b), \quad \mu_n > 0, \quad k_n > 0, \\ \exp k_{np}(y+h) \cos \frac{n\pi}{2b}(z-b), \quad \mu_{np} > 0, \quad k_{np} > 0, \end{aligned} \quad (I.72)$$

где

$$\begin{aligned} k_n^2 &= \mu_n^2 - (n\pi/2b)^2, \\ k_{np}^2 &= \mu_{np}^2 + (n\pi/2b)^2. \end{aligned} \quad (I.73)$$

μ_n должно удовлетворять

$$\frac{U^2}{gh} \left[\mu h - \left(\frac{n\pi h}{2b} \right)^2 \frac{1}{\mu h} \right] = \text{th } \mu h, \quad (I.74)$$

и μ_{np} должно удовлетворять

$$\frac{U^2}{gh} \left[\mu h + \left(\frac{n\pi h}{2b} \right)^2 \frac{1}{\mu h} \right] = \text{tg } \mu h, \quad (I.75)$$

Если $n \geq 1$, здесь есть единственное решение μ_n для каждого значения U^2/gh . Если $n = 0$, здесь есть одно положительное решение для μ_{np} , если $U^2/gh < 1$, но его нет, если $U^2/gh > 1$. Здесь существует бесконечное множество решений для μ_{np} , которые пронумерованы по $p = 0, 1, 2, \dots$ в порядке возрастания значений. Если $n = 0$, здесь нет решения для μ_{00} , если $U^2/gh < 1$, но μ_{00} существует, если $U^2/gh > 1$. Здесь нет установившегося решения, если $U^2/gh = 1$.

Функции $\{\cos(n\pi/2b)(z-b)\}$ образуют ортогональное множество функций. Однако семейства $\{ch\mu_n(y+h), \cos\mu_{np}(y+h), p = 0, 1, 2, \dots\}$ нет, в противоположность поведению таких функций в некоторых подобных ситуациях.

Поскольку эта форма является полным множеством функций φ в области $x < x_B$, можно выразить φ как:

$$\begin{aligned} \varphi(x, y, z) = & \sum_n \frac{g}{Uk_n} \frac{1}{ch \mu_n h} \times (-a_n \cos k_n x + b_n \sin k_n x) ch \mu_n (y+h) \cos \frac{n\pi}{2b} (z-b) + \\ & + \sum_{n,p} \frac{g}{Uk_{np}} \frac{1}{\cos \mu_{np} h} c_{np} \exp k_{np} x \cos \mu_{np} (y+h) \cos \frac{n\pi}{2b} (z-b). \end{aligned} \quad (I.76)$$

Связь свободной поверхности тогда даётся в соответствии в линеаризацией граничного условия с помощью

$$Y(x, z) = \sum_n (a_n \sin k_n x + b_n \cos k_n x) \cos \frac{n\pi}{2b} (z-b) + \sum_{n,p} c_{np} \exp k_{np} x \cos \frac{n\pi}{2b} (z+b). \quad (I.77)$$

Первое суммирование начинается с $n = 0$ или $n = 1$ при $U^2/gh < 1$ или $U^2/gh > 1$ соответственно. Во втором суммировании член, соответствующий $n = p = 0$, отсутствует в первом случае, но присутствует во втором.

Коэффициенты a_n, b_n, c_{np} , как было отмечено, ещё не определены, но они единственным образом определяются φ в области $x \leq x_B$.

Перед подстановкой выражения для φ в (I.66) последнее может быть немного упрощено линеаризацией в двойном интеграле до плоскости $y = 0$ вместо $y = Y(x, z)$. После утомительных, но успешных расчётов можно получить следующее выражение:

$$R = \frac{1}{2} \rho g b \sum_{n=0 \text{ или } 1}^{\infty} \varepsilon_n^{-1} (a_n^2 + b_n^2) \left[1 - \frac{1}{2} \frac{gh}{2U^2} \frac{\text{th } \mu_n h}{\mu_n h} \left(1 + \frac{2\mu_n h}{\text{sh } 2\mu_n h} \right) \right], \quad (I.78)$$

где $\varepsilon_0 = 1/2$, $\varepsilon_n = 1$ для $n \geq 1$.

Следует заметить, что коэффициент c_{np} не входит в определение R поскольку (I.65) должно быть действительным для любой плоскости позади судна, и вклад из второй суммы в выражении для φ должен исчезать, когда $x_n \rightarrow -\infty$. Первое суммирование в φ будет упоминаться как «потенциал свободных волн», а второй – как «местные возмущения».

Теперь остаётся задача определения коэффициентов a_n, b_n в интеграле R . Умножение выражения для $Y(x, z)$ на $b^{-1} \cos(m\pi/2b)(z-b)$ и интегрирование от $-b$ до b приводит к уравнению

$$a_m \sin k_m x + b_m \cos k_m x + \sum_p c_{mp} \exp k_{mp} x = \frac{\varepsilon_m}{b} \int_{-b}^b Y(x, z) \cos \frac{m\pi}{2b} (z-b) dx \equiv Y_m(x). \quad (I.79)$$

Поскольку $x < 0$, ясно, что экспоненциальный член становится пренебрежимо малым, если $|x|$ достаточно большой. Предположим, что профиль измерен в N положениях x_1, \dots, x_n , где это возможно. Тогда получается N уравнений для определения неизвестных коэффициентов a_m, b_m :

$$a_m \sin k_m x_i + b_m \cos k_m x_i = Y_m(x_i), \quad i = 1, \dots, N. \quad (I.80)$$

Любые два из них будут удовлетворяться, если $\sin k_m(x_i - x_j) \neq 0$. Однако, если $N > 2$,

это соответствует использованию метода наименьших квадратов для получения более безопасной оценки a_m и b_m . Необходима такая формула:

$$a_m = -\Delta^{-1} \sum_{i,j} Y_m(x_j) \cos k_m x_i \sin k_m(x_i - x_j),$$

$$b_m = -\Delta^{-1} \sum_{i,j} Y_m(x_j) \sin k_m x_i \sin k_m(x_i - x_j),$$

$$\Delta = \frac{1}{2} \sum_{i,j} \sin^2 k_m(x_i - x_j).$$

(I.81)

При планировании эксперимента выгодно максимизировать Δ для того, чтобы не увеличивать ошибки измерения в $Y(x_i, z)$. При

$$N = 2 \quad \Delta = \frac{1}{2} \sin^2 k_m(x_1 - x_2) \text{ очевидно является}$$

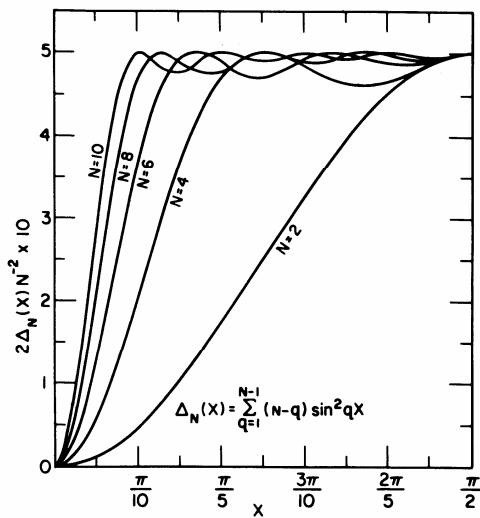


Рис. I.54. График функции, оказывающей влияние пространства и числа сечений на

максимумом для $k_m |x_1 - x_2| = \pi/2$. Однако, поскольку k_m меняется в зависимости от m , оптимальный интервал для одного значения k_m может быть плохим для другого. Поскольку обычно планируют определить все необходимые значения a_m и b_m из одного множества измерений $Y(x_i, z)$ при $i = 1, \dots, N$, недостаточно брать $N = 2$. Эту трудность можно обойти, если взять большое число сечений и использовать первое равенство для функции

$$\Delta_N(k_m, \delta) = \frac{1}{2} \sum_{i,j} \sin^2 k_m(x_i - x_j) = \frac{1}{2} \sum_{q=1}^{N-1} (N-q) \sin^2 q k_m \delta, \quad (I.82)$$

где $\delta = x_{i+1} - x_i$ имеет на всё более и более возрастающей ширине плоской части около $k_m \delta = \pi/2$, когда N возрастает. Рисунок I.54 показывает $2N^{-2} \Delta_N(k_m \delta)$ для $N = 2, 4, 6, 8$ и 10 .

Можно обойти эту трудность с Δ , если возможно измерить наклон $Y_x(x_i, z)$ одновременно с $Y(x_i, z)$. Дублированное измерение на одном профиле удовлетворительно в принципе для определения коэффициентов уравнений

$$\begin{aligned} a_m \sin k_m x + b_m \cos k_m x &= Y_m(x), \\ a_m k_m \cos k_m x - b_m k_m \sin k_m x &= Y_m'(x), \end{aligned} \quad (I.83)$$

с решением

$$a_m = \frac{1}{k_m} [Y_m(x)k_m \sin k_m x + Y_m'(x) \cos k_m x],$$

$$b_m = \frac{1}{k_m} [Y_m(x)k_m \cos k_m x - Y_m'(x) \sin k_m x]$$
(I.84)

Если двойные измерения сделаны в N сечениях x_1, \dots, x_N , пригоден метод наименьших квадратов, чтобы дать просто средние значения, полученные из каждого профиля.

Остаётся вопрос, как далеко позади судна должен быть измерен профиль до того, как мы сможем пренебречь экспоненциальными членами. Поскольку $k_{n,p} < k_{n,p-1}$ и $k_{n,p} < k_{n+1,p}$, достаточно проверить k_{00}, k_{01}, k_{10} . Нетрудно установить, что

$$k_{np} > \pi [(p/h)^2 + (n/2b)^2]^{1/2}. \quad (I.85)$$

для $k_{01} > \pi/h$ и $k_{10} > \pi/2b$. Вспомним, что k_{00} не существует, если скорость докритическая, $U^2/gh < 1$. Предполагаем это для данного момента. Если $x > \frac{3}{2} \max(h, 2b)$, тогда оба $\exp k_{01}x$ и $\exp k_{10}x$ меньше 0,009. Это неудовлетворительный результат, потому что

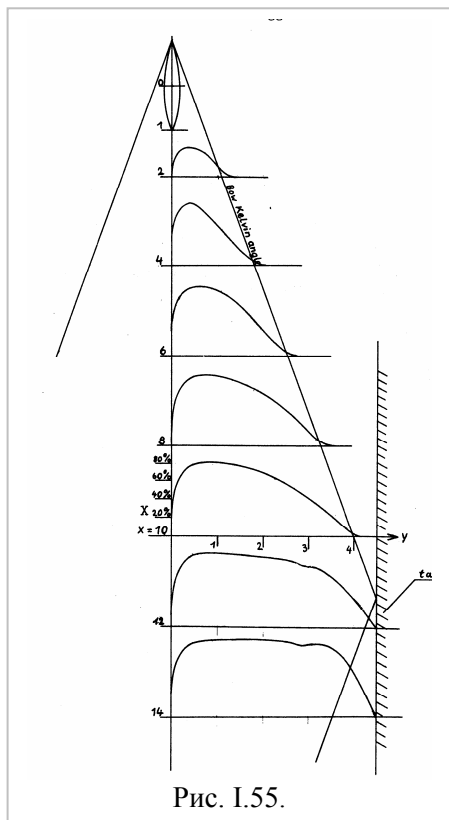


Рис. I.55.

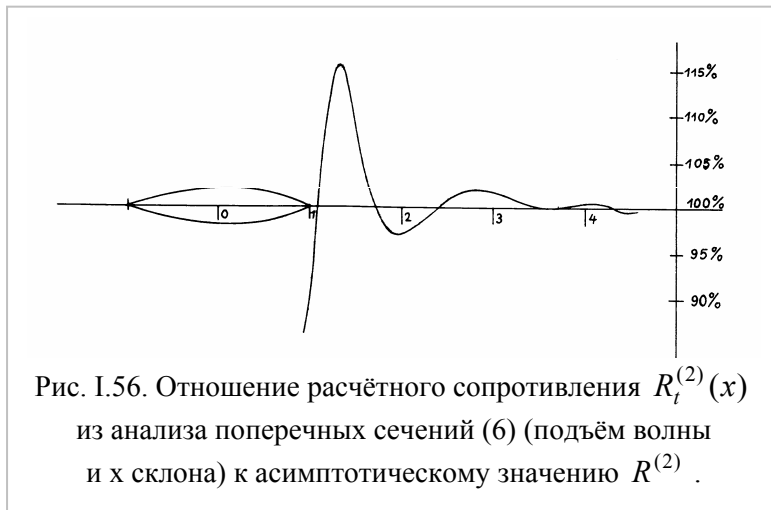


Рис. I.56. Отношение расчётного сопротивления $R_t^{(2)}(x)$ из анализа поперечных сечений (6) (подъём волны и x склона) к асимптотическому значению $R^{(2)}$.

не принимаются в расчёт размеры s_{np} , это более консервативный результат для больших h или b . Более удовлетворительное исследование в виде численного эксперимента было сделано Х.Кобусом [39] и Л.Ландвебером с К.Цоем [41], оба выполнены для канала бесконечной глубины, но конечной ширины. Используя математическую аппроксимацию возмущений, вызванных судном, они смогли оценить влияние местных возмущений по методу К.Эггерса. Результаты Л.Ландвебера и К.Цоя слишком сложные, однако, заключения обеих статей для судноподобных форм состоят в том, что профили, взятые за судном дальше, чем длина судна, в результате дают ошибку в диапазоне практических чисел Фруда около 1%. Эта проблема обсуждена в работе К.Эггерса [11], где расчётная кривая (рис. I.56) отображает для различных расстояний позади судна соотношение волнового сопротивления из волнового анализа поперечных сечений (рис. I.55) при пренебрежении влиянием местных возмущений с истинным сопротивлением. Число Фруда было 0,36. Результаты подходят для таких же экспериментов, как у Л.Ландвебера и К.Цоя.

Если $U^2/gh > 1$, появляется k_{00} . Оно может быть очень мало, если поток сверхкритический, и ограничено сверху $\pi/2h$. Представляется правдоподобным, что

экспоненциальный член может быть принят в расчёт, если измерения сделаны на обычном расстоянии позади модели судна.

Поперечный профиль в неограниченной жидкости (из той же книги Вехаузена).

Подобные описанным выше движения могут быть проанализированы в случае бесконечно глубокого канала, когда движение происходит в горизонтальной неограниченно глубокой жидкости. Дж.Вехаузен выбрал последний случай, который сильно отличается от того, который описан выше. Однако аппроксимация будет разрабатываться таким же путём. Пример записи профилей волн для волнового анализа показан на рис. I.57 (из статьи Е.Баба [2]).

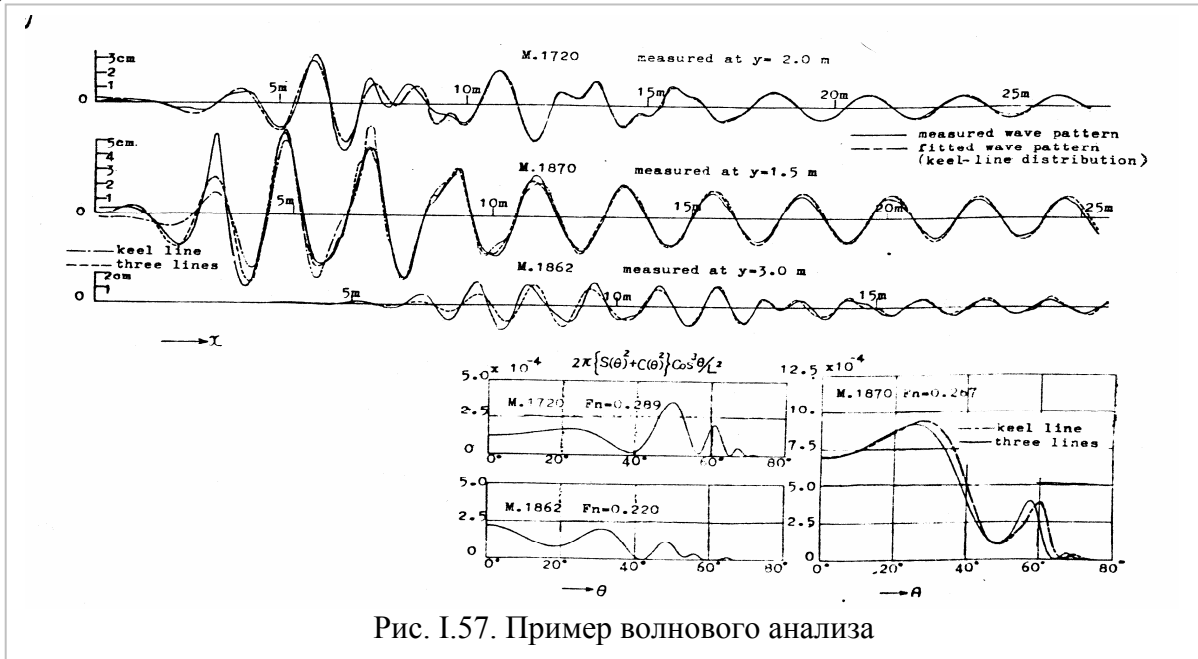


Рис. I.57. Пример волнового анализа

Рассмотрим район $x < x_B$ достаточно далеко позади судна, поэтому может быть использована линейризация граничных условий на свободной поверхности. Пусть

$$\alpha(k) = (K\beta)^{1/2},$$

$$\beta(k) = \frac{1}{2}[K + 4k^2]^{1/2}, \quad \beta^2 = \alpha^2 + k^2. \quad (I.86)$$

Можно показать, что наиболее общая потенциальная функция, удовлетворяющая линейризованным граничным условиям на свободной поверхности, исчезает, когда $y \rightarrow -\infty$, даётся выражением

$$\begin{aligned} \varphi(x, y, z) = & \frac{g}{U} \int_0^\infty dk \frac{1}{\alpha(k)} \exp \beta(k)y \{ [-F_1(k) \cos \alpha x + G_1(k) \sin \alpha x] \cos kz + \\ & + [-F_2(k) \cos \alpha x + G_2(k) \sin \alpha x] \sin kz \} + \\ & + \frac{g}{U} \int_0^\infty d\mu \int_0^\infty dk \frac{(k^2 + \mu^2)^{1/2}}{K\mu} \exp(k^2 + \mu^2)^{1/2} x \times \{ [K\mu \cos \mu y - (k^2 + \mu^2) \sin \mu y] \times \\ & \times [F(k, \mu) \cos kx + G(k, \mu) \sin kz] \}, \quad x < x_B, \end{aligned} \quad (I.87)$$

где $F_1, G_1, F(k, \mu), G(k, \mu)$ общие, но должны удовлетворять определённым условиям, гарантирующие свойства поведения интегралов. Свободная поверхность тогда даётся в виде

$$Y(x, z) = \int_0^{\infty} dk \{ [F_1 \sin \alpha x + G_1 \cos \alpha x] \cos kz + [F_2 \sin \alpha x + G_2 \cos \alpha x] \sin kz \} + \int_0^{\infty} d\mu \int_0^{\infty} dk \exp(k^2 + \mu^2)^{1/2} x [F(k, \mu) \cos kz + G(k, \mu) \sin kz]. \quad (I.88)$$

Формула (I.66) для сопротивления принимает следующую форму:

$$R = \frac{1}{2} \rho \int_{-\infty}^0 dy \int_{-\infty}^{\infty} dz (-\varphi_x^2 + \varphi_y^2 + \varphi_z^2) + \frac{1}{2} \rho g \int_{-\infty}^{\infty} Y^2 dz. \quad (I.89)$$

Подстановка φ в это выражение для любого фиксированного $x \leq x_B$ упрощается тем, что второй двойной интеграл может быть отброшен и путём использования тождества интеграла Фурье. Если

$$f(x) = \int_0^{\infty} [\beta_n(k) \cos kx + \gamma_n(k) \sin kx] dk, \quad n = 1, 2, \quad (I.90)$$

тогда

$$\beta_n(k) + i\gamma_n(k) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f_n(x) e^{ikx} dx, \quad (I.91)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_n f_m dx = \pi \int_0^{\infty} (\beta_n \beta_m + \gamma_n \gamma_m) dk, \quad n, m = 1, 2.$$

После упрощений, в конечном счете, находим

$$R = \frac{1}{2} \pi \rho g \int_0^{\infty} dk \frac{(K^2 + 4k^2)^{1/2}}{K + (K^2 + 4k^2)^{1/2}} [F_1^2(k) + G_1^2(k) + F_2^2(k) + G_2^2(k)]. \quad (I.92)$$

Теперь здесь остаётся задача определения F_i и G_i аналогично a_n и b_n в канале. Возьмём трансформацию Фурье $Y(x, z)$:

$$\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Y(x, z) \cos kz dz = Y_1(x, k) = F_1(k) \sin \alpha(k)x + G_1(k) \cos \alpha(k)x + \int_0^{\infty} d\mu F(k, \mu) \exp(k^2 + \mu^2)^{1/2}, \quad (I.93)$$

$$\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Y(x, z) \sin kz dz = Y_2(x, k) = F_2(k) \sin \alpha(k)x + G_2(k) \cos \alpha(k)x + \int_0^{\infty} d\mu G(k, \mu) \exp(k^2 + \mu^2)^{1/2}$$

.Если измерения профиля $Y(x_i, z)$ сделаны достаточно далеко за кормой при пренебрежении интегрированием по μ , то получают, по-существу, те же формулы, какие были найдены для a_n и b_n в канале

$$F_p(k) = -\Delta^{-1} \sum_{i,j=1}^{\infty} Y_p(x_i, k) \cos \alpha(k)x_i \sin \alpha(k)(x_i - x_j),$$

$$: G_p(k) = \Delta^{-1} \sum_{i,j=1}^{\infty} Y_p(x_i, k) \sin \alpha(k)x_i \sin \alpha(k)(x_i - x_j), \quad (I.94)$$

$$\Delta = \frac{1}{2} \sum_{i,j} \sin^2 \alpha(k)(x_i - x_j), \quad p = 1, 2.$$

Заметки о выборе $|x_{i+1} - x_i|$, сделанные для канала, разработаны здесь без изменения. Если симулировать измерения склона $Y_x(x_i, z)$ с амплитудой $Y(x_i, z)$, тогда, как и раньше, можно оценить F_p и G_p для каждого x_i , и усреднение для большей точности:

$$\begin{aligned}
 F_p(k) &= \frac{1}{\alpha(k)} [Y_p(x, k) \alpha(k) \sin \alpha x + Y_{px} \cos \alpha x], \\
 G_p(k) &= \frac{1}{\alpha(k)} [Y_p(x, k) \alpha(k) \cos \alpha x - Y_{px} \sin \alpha x].
 \end{aligned}
 \tag{I.95}$$

На практике будет, конечно, расчёт F, G для дискретных множеств k , достаточно близких одно к другому, что позволяет рассчитать R с требуемой точностью.

При этих условиях можно пренебречь местными возмущениями. Только численные эксперименты, которые выполнили Х.Кобус [39] и Л.Ландвебер и К.Цой [41] и которые обсуждались ранее, были выполнены для каналов бесконечной глубины. Кажется резонным предположить, что такие же результаты получатся здесь. Фактически, как отмечено С.Шарма [53], численные квадратуры (I.92), в которых берётся $\Delta k = \pi/2b$ и $k_n = n\pi/2b$, даются точно (I.78) с принятым соответствием между a_n, b_n и функциями F_1, G_1, F_2, G_2 . Можно ждать, что обе формулы должны быть действительны при таких же обстоятельствах.

Продольные профили в неограниченной жидкости (из книги Вехаузена).

В 1966 году С.Шарма [53] разработал метод волнового анализа, основанный на измерении волн вдоль продольного сечения. С точки зрения удобства измерения продольный профиль имеет преимущество перед поперечными профилями. Ещё более важно, что волновой шаблон может быть зафиксирован в одном положении, мимо которого судно или модель проходит, и что измерения не должны быть сделаны в попутном потоке судна.

Предполагается, что здесь существуют величины $z_s > 0$ и $z_p < 0$ такие, что, когда $z \geq z_s$ или $z \leq z_p$, можно использовать линеаризацию граничных условий на свободной поверхности. Если $z'_s \geq z_s$ и $z'_p \leq z_p$, тогда из (I.67) получается

$$R = \rho \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^0 dy \varphi_x(x, y, z'_s) \varphi_z - \rho \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^0 dy \varphi_x(x, y, z'_p) \varphi_z = R^{(s)} + R^{(p)}. \tag{I.96}$$

Вклад из закрытой части \sum на, скажем, $x = x_B < 0$ исчезает, когда $x_B \rightarrow -\infty$ в безграничной жидкости, потому что возмущения убывают как $|x|^{-1/2}$, что будет показано позже.

Сначала рассматривается только часть $R^{(s)}$. В районе $z \geq z_s, y \leq 0$ любой потенциал $\varphi^{(s)}(x, y, z)$, удовлетворяющий линеаризованному условию на свободной поверхности и исчезающий, когда $y \rightarrow -\infty$, может быть представлен в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 \varphi^{(s)}(x, y, z) &= \frac{g}{U} \int_0^K dk \exp[-\gamma(k)z] \exp \frac{k^2}{K} y [-f(k) \cos kx + g(k) \sin kx] + \\
 &+ \frac{g}{U} \int_K^\infty dk \exp \frac{k^2}{K} y \{ [-f_1(k) \cos kx + g_1(k) \sin kx] \cos \gamma(k)z + \\
 &+ [-f_2(k) \cos kx + g_2(k) \sin kx] \sin \gamma(k)z \} + \\
 &+ \frac{g}{U} \int_0^\infty d\mu \int_0^\infty dk \exp[-(k^2 + \mu^2)^{1/2} z] [\cos \mu y + \frac{k^2}{K\mu} \sin \mu y] [-f(k, \mu) \cos kx + g(k, \mu) \sin kx],
 \end{aligned}
 \tag{I.97}$$

где

$$\gamma(k) = \frac{k}{K} (k^2 - K^2)^{1/2}, \quad k \geq K,$$

$$\gamma(k) = \frac{k}{K} (K^2 - k^2)^{1/2}, \quad 0 < k < K.$$

Функции, хотя и общие, конечно, дают сходящийся интеграл. Можно, однако, сразу наложить ограничение на функцию, потому что известно из природы задачи, что волны должны отходить от судна. В частности, во втором интеграле только комбинации, подобные

$$\cos[kx + \gamma(k)z], \quad \sin[kx + \gamma(k)z],$$

пригодны для правой стороны. Это требует, чтобы

$$f_2 = -g_1, \quad g_2 = f_1.$$

Свободная поверхность в области $z \geq z_s$ тогда даётся в виде

$$\begin{aligned} Y^{(s)}(x, z) = & \int_0^K dk k \exp[-\gamma(k)z] [f(k) \sin kx + g \cos kx] + \\ & + \int_K^\infty dk k \{ [f_1(k) \sin kx + g_1 \cos kx] \cos \gamma(k)z + [-g_1(k) \sin kx + f_1 \cos kx] \sin \gamma(k)z \} + \\ & + \int_0^\infty d\mu \int_0^\infty dk k \exp[-(k^2 + \mu^2)^{1/2} z] [f(k, \mu) \sin kx + g(k, \mu) \cos kx]. \end{aligned} \quad (I.98)$$

Мы теперь подставим выражение для $\varphi^{(s)}$ в формулу для $R^{(s)}$. Расчёты снова облегчаются использованием теорем и интегралов Фурье, данных в (I.91). После некоторых упрощений получается следующее выражение:

$$R^{(s)} = \frac{1}{2} \pi \rho g K \int_K^\infty dk (k^2 - K^2)^{1/2} [f_1^2 + g_1^2]. \quad (I.99)$$

Аналогичный анализ для $z < z_p$ даёт подобную формулу для $R^{(p)}$. Их комбинация даёт

$$R = \frac{1}{2} \pi \rho g K \int_K^\infty dk (k^2 - K^2)^{1/2} [f_1^{(bi)2} + g_1^{(s)2}]. \quad (I.100)$$

Если судно симметрично относительно диаметральной плоскости, т.е. обычный случай, тогда $f_1^{(p)} = f_1^{(s)}$, $g_1^{(p)} = g_1^{(s)}$, и формула сокращается к

$$R = \pi \rho g K \int_K^\infty dk (k^2 - K^2)^{1/2} [f_1^2 + g], \quad (I.101)$$

где f_1, g_1 могут быть с обеих сторон.

Дж.Ньюман [48] даёт довольно элегантную формулу для R прямо в зависимости от Y для симметричного возмущения. Хотя его вывод применим к специальной форме возмущений, но результат нет. Для фиксированных z он нашёл

$$R = \frac{1}{\pi} \rho g K \int_{-\infty}^\infty dx \int_{-\infty}^\infty d\xi Y(x, z) Y(\xi, z) N[K(x - \xi)]. \quad (I.102)$$

где корень $N(x)$ даётся как

$$\begin{aligned} N(x) = & \int_0^{\pi/2} \sin^2 \theta \sec \theta \cos(x \sec \theta) d\theta = \\ = & -\frac{1}{2} \pi (1 + x^2) Y_0(x) + \frac{1}{2} \pi Y_1(x) + \frac{1}{4} \pi^2 x^2 [Y_0(x) H_1(x) - Y_1(x) H_0(x)], \end{aligned}$$

где Y_0 и Y_1 Бесселевы функции второго рода и H_0 и H_1 - функции Струве. Таблица $N(x)$ предусматривается.

Теперь нужно определить функции $f^{(s)}$ и $g^{(s)}$. Как и прежде, используется трансформация Фурье $Y(x, z)$, но на этот раз в отношении x вместо z . Это даёт следующие уравнения после пренебрежения вкладом от двойного интеграла:

$$\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Y(x, z) \cos kx dx \equiv Y_C(k, z) = \begin{cases} kg(k) \exp(-\gamma(k)z), & 0 < k < K, \\ kg_1(k) \cos \gamma(k)z + kf_1(k) \sin \gamma(k)z, & k > K, \end{cases} \quad (\text{I.103})$$

$$\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Y(x, z) \sin kx dx \equiv Y_S(k, z) = \begin{cases} kf(k) \exp(-\gamma(k)z), & 0 < k < K, \\ kf_1(k) \cos \gamma(k)z - kg_1(k) \sin \gamma(k)z, & k > K. \end{cases}$$

Можно определить функции $f(k)$, $g(k)$ из измерений профиля $Y(x, z_i)$ вдоль сечения $z = z_i$, но они являются функциями f_1 и g_1 , которые представляют особый интерес. Уравнения

$$\begin{aligned} f_1(k) \sin \gamma(k)z_i + g_1(k) \cos \gamma(k)z_i &= \frac{1}{k} Y_C(k, z_i), \\ f_1(k) \cos \gamma(k)z_i - g_1(k) \sin \gamma(k)z_i &= \frac{1}{k} Y_S(k, z_i), \end{aligned} \quad (\text{I.104})$$

для $i = 1, \dots, N$ могут быть использованы таким же путём, как уже знакомые уравнения поперечных волн. Однако в принципе необходимо только одно продольное сечение для фиксированного i , чтобы найти функции

$$\begin{aligned} f_1(k) &= -\frac{1}{k} [Y_C(k, z_i) \sin \gamma(k)z_i + Y_S(k, z_i) \cos \gamma(k)z_i], \\ g_1(k) &= \frac{1}{k} [Y_C(k, z_i) \cos \gamma(k)z_i - Y_S(k, z_i) \sin \gamma(k)z_i], \end{aligned} \quad (\text{I.105})$$

конечно, всегда для $k > K$. Если измеряются кратные сечения, то соответствующее использование данных – это простое осреднение результатов из каждого сечения в одиночку.

Но ещё не исчерпано то, что известно о поведении функции $Y(x, z)$, которая даёт важные последствия для поведения Y_C и Y_S , а отсюда для $f_1(k)$ и $g_1(k)$. Если возмущения, вызывающие волны, должным образом ограничены, то далеко позади возмущения свободная поверхность вдоль любого продольного сечения будет вести себя асимптотически как

$$Y(x, z) = [A \sin Kx + B \cos Kx](-x)^{-1/2}.$$

В книге Вехаузена это показано в описании решения волновой задачи методом Фурье. Как следствие оба Y_C и Y_S будут вести себя подобно $|K - k|^{-1/2}$ для k возле K . С другой стороны, поскольку на практике всегда делают только записи конечной длины, то это поведение не будет отображаться в Y_C и Y_S , посчитанных из записи. Было предложено два пути для компенсации конечной длины записи. В одном, предложенном Дж.Ньюменом [48] и С.Шарма [50], [53] хвост $Y(x, z)$ приближен функцией формы

$$[A \sin Kx + B \cos Kx](C - Kx)^{-1/2},$$

где константы A, B и C определены путём использования этой функции для конечной части функции $Y(x, z)$. Они дали необходимые формулы для использования этой процедуры.

Другой путь обхода трудностей, связанных с длиной записи – это измерение $Y_z(x, z)$ вместо $Y(x, z)$, потому что $Y_z(x, z)$ убывает очень быстро. Формулы, соответствующие уравнению (I.105), легко получаются. Здесь есть некоторое преимущество в решении $\gamma(k)f_1(k)$ и λg_1 , потому что тогда особенность при $k = K$ отодвигается. Для дальнейшего

обсуждения особенности и укорочения формул нужно смотреть работу К.Эггерса и др. [12, стр.123-124] и К.Эггерса и Х.Кадзитани [13].

Поскольку области $x < x_B$ и $z > z_s$ перекрывают октант пространства, здесь должна быть некоторая связь между двумя формами φ , используемыми в поперечных и продольных волновых профилях. Эта связь обеспечивается интегралами в двух выражениях без экспоненциальных членов либо по x , либо по z . Если в первом интеграле в (4.24) делаются изменения так, что α становится независимой переменной, этот интеграл становится

$$\frac{g}{U} \int_K^\infty dx \exp \frac{\alpha^2}{K} y \frac{2\alpha^2 - K^2}{k\alpha(\alpha^2 - K^2)^{1/2}} \{[-F_1(k) \cos \alpha x + G_1(k) \sin \alpha x] \cos k(\alpha)z + [-F_2(k) \cos \alpha x + G_2(k) \sin \alpha x] \sin k(\alpha)z\}. \quad (I.106)$$

Сравнивая со вторым интегралом $\varphi^{(s)}$, можно увидеть, что они становятся идентичными, если один идентичен

$$\frac{2\alpha^2 - K^2}{K\alpha(\alpha^2 - K^2)^{1/2}} (F_1, G_1, F_2, G_2) \text{ с } (f_1, g_1, f_2, g_2). \quad (I.107)$$

Но это должно быть ложно, однако, так как мы видим, что $f_2^{(s)} = -g_1^{(s)}$ и $g_2^{(s)} = f_1^{(s)}$, в то время как (F_1, G_1, F_2, G_2) являются независимыми. Необходимо сравнить

$$\frac{2\alpha^2 - K^2}{K\alpha(\alpha^2 - K^2)^{1/2}} \left[-\frac{1}{2}(F_1 + G_2) \cos(\alpha x + kz) + \frac{1}{2}(G_1 - F_2) \sin(\alpha x + kz) \right] \quad (I.108)$$

с

$$-f_1^{(s)} \cos(kx + \gamma z) + g_2^{(s)} \sin(kx + \gamma z). \quad (I.109)$$

Затем определяется

$$\{f_1^{(s)}(\alpha), g_1^{(s)}\} = \frac{2\alpha^2 - K^2}{K\alpha(\alpha^2 - K^2)^{1/2}} \left\{ \frac{1}{2}(F_1 k(\alpha) + G_2), \frac{1}{2}(G_1 - F_2) \right\}, \quad (I.110)$$

где

$$k(\alpha) = \frac{\alpha}{K} (\alpha^2 - K^2)^{1/2}.$$

Подобным образом находится

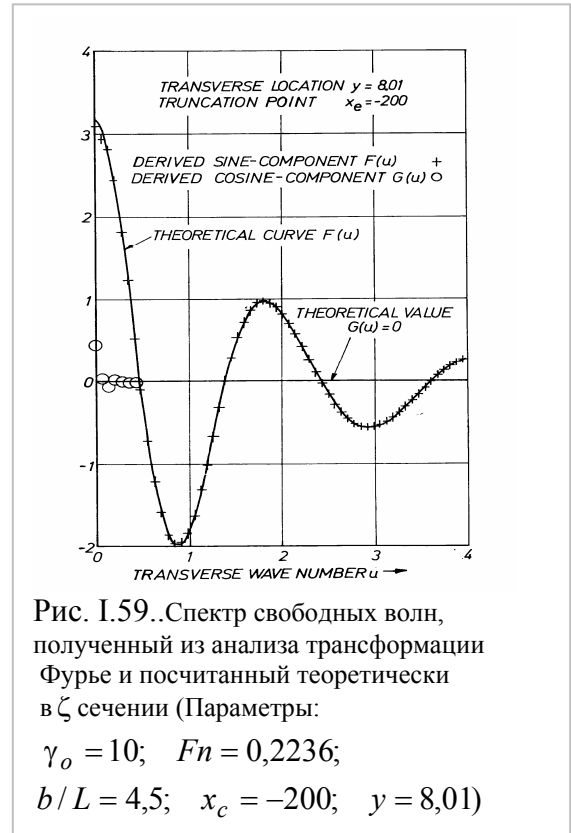
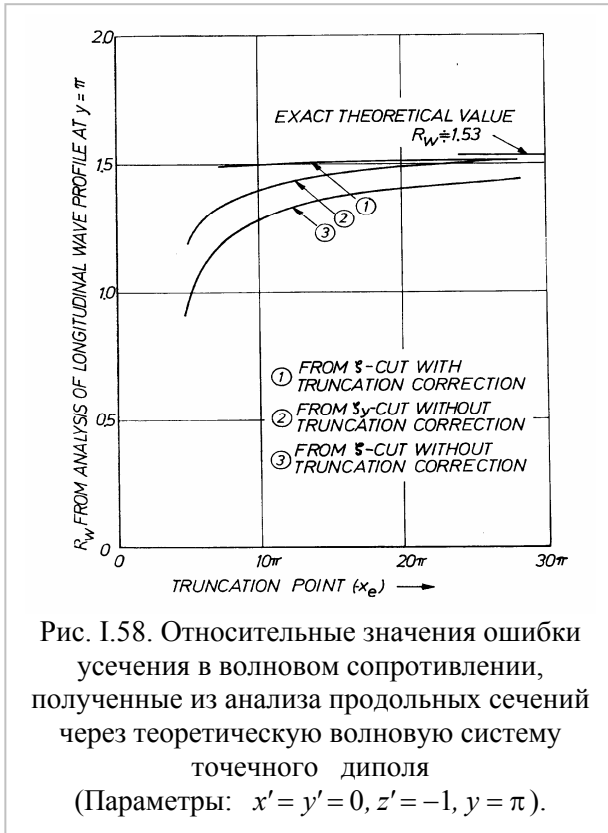
$$\{f_1^{(p)}, g_1^{(p)}\} = \frac{2\alpha^2 - K^2}{K\alpha(\alpha^2 - K^2)^{1/2}} \left\{ \frac{1}{2}(F_1 - G_2), \frac{1}{2}(G_1 + F_2) \right\}. \quad (I.111)$$

Отсюда любое множество функций определяет другое. Если волновое поле симметрично относительно $z = 0$, тогда, $f^{(s)} = f^{(p)}$ и $g^{(s)} = g^{(p)}$, так что $F_2 = G_2 = 0$, можно также вывести прямо. В этом случае функции определяют продольный профиль.

В полученных формулах для $f_1(k)$ и $g_1(k)$ предполагалось, что $z = z_B$ достаточно велико, так что двойным интегралом можно пренебречь. С.Шарма [53] сделал довольно полное изучение этого вопроса так же, как урезание с помощью численного эксперимента (результаты приведены в работе К.Эггерса и др). Короче, он получил возмущения с помощью известного распределения источников и стоков, удовлетворяющего линеаризованным граничным условиям на свободной поверхности, и посчитал значения $Y(x, z)$. от $F_1(k), G_1(k)$ и R . Затем он использовал рассчитанные значения Y по различным формулам, приведенным выше, для того, чтобы испытать влияние различных значений z , используя конечные длины $Y(x, z)$ и, применяя поправку урезания, отметил выше. В случае рассмотрения оптимального значения z около $8U^2/g$. Может показаться странным, что здесь есть оптимум значения z . Предположим, что измерения прекращены на x_e и что $L(z)$

является полезной длиной профиля на z . Тогда из-за природы картины корабельных волн, которая будет обсуждаться позже

$$\frac{x_e - L(z)}{z} \cong \operatorname{tg} 70^\circ 32' = 2,8.$$



Отсюда возрастание z укорачивает $L(z)$, в то время как убывание z увеличивает нежелательное влияние местных возмущений. Рис. I.58 и I.59 из работы С.Шарма показывают влияние укорочения на R , важность поправки укорочения и превосходство измерений Y_z вместо Y , если не сделана корректировка. Рис. 6 из работы [12] показывает результаты других численных экспериментов, где $F(k)$ и $G(k)$ посчитаны прямо и также по теоретическим значениям Y . Это более характерный критерий, чем расчёт R , и согласие лучше.

Продольный профиль в канале. Невозможно для канала повторить все разработки аналогично тем, которые сделаны для неограниченной жидкости. Прежде всего, поскольку вся энергия волн направлена вниз канала, то пара продольных сечений с каждой стороны судна должна быть длиннее настолько, чтобы вклад от замкнутого сечения на $x = x_B < 0$ мог быть пренебрежимым в расчёте R . Поскольку вся энергия, проходящая через продольное сечение, отражается от стенок, то здесь нет чистого потока. Однако, как показал К.Эггерс [9], принципиально возможно оценить коэффициенты a_n и b_n из оценки продольного профиля с помощью следующей формулы:

$$a_m = +2 \sec \frac{m\pi}{2b} (z_s - b) \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{x_0-T}^{x_0} Y(x, z) \sin k_m x dx,$$

$$b_m = 2 \sec \frac{m\pi}{2b} (z_s - b) \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{x_0-T}^{x_0} Y(x, z) \cos k_m x dx,$$

(I.112)

где $z = z_s$ плоскость, на которой профиль измерен. На практике эта процедура не была успешной отчасти, потому что стенки бассейна не полностью отражают, и отчасти потому, что невозможно получить достаточно длинный профиль, чтобы аппроксимировать необходимые пределы. Однако, недавно Д. Моран и Л. Ландвебер [46], [47], используя модифицированную процедуру, сделали численный и физический эксперименты с таким профилем. Численный эксперимент показал теоретические возможности процедуры. Результаты физического эксперимента согласуются с данными, полученными независимо с помощью других средств. Предполагается идеальное отражение.

Существует другой путь использования измерения продольного профиля в буксировочном бассейне. Размеры моделей в буксировочном бассейне ограничены обычными пределами, что исключает необходимость корректировать стенки. Следовательно, если измеренный продольный профиль усечён перед первым отражением волны от стенки бассейна, влияющим на него, сечение профиля должно достаточно хорошо аппроксимировать профиль в неограниченной жидкости. Усечённый хвост должен, однако, быть дополнен теоретическим экстраполятором, как предложили Дж. Ньюмен [48] и С. Шарма [50]. Нужно заметить, что трудности получения надёжной экстраполяции возрастают, когда число Фруда, и, следовательно, длина волны $\cong 2\pi U^2 / g$ возрастают, и когда становится всё меньше и меньше длин волн для базовой экстраполяции. Рис. I.60 показывает два типа записи до первого отражения. Однако, процедура, кажется, работает удовлетворительно на практике, как показано при описании экспериментальных результатов.

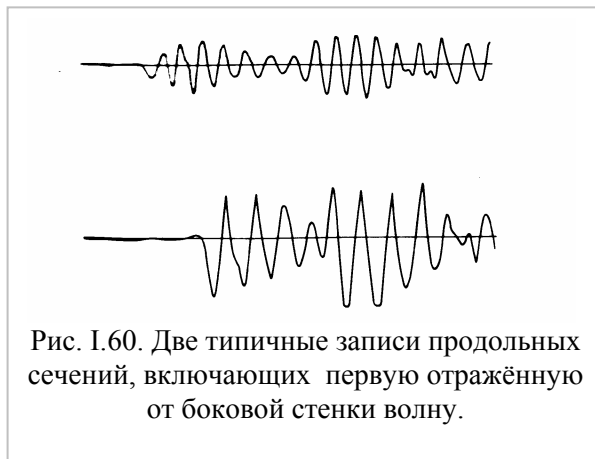


Рис. I.60. Две типичные записи продольных сечений, включающих первую отражённую от боковой стенки волну.

Другие методы прямого измерения. Когда используется метод поперечных сечений для определения a_m и b_m волн в канале, то это приводит к отдельным расчётам для каждого значения m , выполняемых с помощью трансформаций Фурье. Эти расчёты требуют знания $Y(x_i, z_j) \equiv Y_{ij}$ для $i = 1, \dots, P; j = 1, \dots, Q$. Почему не обойти трансформации Фурье и определить все $a_n, b_n, n = 1, \dots, N$ в одном расчёте? Если пренебречь местными возмущениями, каждое измеренное значение Y_{ij} даёт подъём для уравнения, удовлетворяемого с помощью a_n и b_n :

$$\sum_{n=0}^N (a_n \sin k_n x_i + b_n \cos k_n x_i) \cos \frac{n\pi}{2b} (z_j - b) = Y_{ij}, \quad i = 1, \dots, P, \quad j = 1, \dots, Q. \quad (I.113)$$

Если $PQ \geq 2N + 2$, здесь в принципе достаточно измерений для определения желаемых a_n, b_n . Если $PQ > 2N + 2$, можно использовать метод наименьших квадратов, чтобы найти «лучшее» решение. Эта процедура была впервые предложена Н. Хогбеном [27] и потом развита Г. Гедом и Н. Хогбеном [19] и самим Н. Хогбеном [28]. Очевидно, здесь необходимо наложить дальнейшие требования на сетку измеренных точек для приложения метода (например, $P > 2N + 2, Q = 1$ не будет работать). Эти задачи обсуждались в реферируемых докладах.

Другой метод, изобретённый Л. Вардом [60], [61] и названный им «X-Y метод», основан на измерении сил, действующих на длинный вертикальный цилиндр, пристроенный в такое положение, которое может быть удобно для расположения длинного продольного зонда для измерения волнового профиля. Основное предположение, обосновывающее метод, состоит в том, что сила, приложенная к цилиндру плоскими натекающими волнами, пропорциональна

волновой амплитуде, предсказанной линейной теорией дифракции волн в невязкой жидкости. Экспериментальное изучение Л.Варда этого допущения изложено в работе Л.Варда и Дж.Снайдера [63]. Кажется, что это является адекватным обоснованием для использования по назначению. Метод основан на комбинации формул (I.83) и (I.85), компонентов сил на цилиндре, обеспечивающих данные для интеграла вдоль продольного сечения, и отдельного датчика волн, обеспечивающего данные для аппроксимации замкнутых поперечных сечений. Подробности можно найти в цитируемых работах. Модификация идеи Л.Варда была дана Дж.Роем и А.Миллардом [49].

Влияние попутного потока. Основные теории определения волнового сопротивления по измерению профиля требуют, чтобы поток был безвихревым. Когда методы применяются практически, что измеряют? Если здесь есть, в самом деле, пограничный слой плюс попутный поток вокруг области, в которой поток отличается только незначительно от безвихревого, тогда продольный профиль достаточно далеко в стороне, так что попутный поток не пересекается, и может быть определён потенциал скорости ϕ_p с использованием выражения

$$\begin{aligned} R_w = & \frac{1}{2} \rho \int_{z_B} \left[-u_p^2 + v_p^2 + w_p^2 \right] dy dz - \frac{1}{2} \rho \int u_p(x, y, 0) \times \\ & \times \left[w_p(x, y, +0) - w_p(x, y, -0) \right] dx dy + \frac{1}{2} \rho g \int_{z_p}^{z_S} Y_p^2 dz \end{aligned} \quad (I.114)$$

для определения R в невязкой жидкости.

С другой стороны, при определении ϕ_p из множества поперечных профилей, пересекающих попутный поток, который не может быть исключён, можно ждать, что часть данных, используемых для определения ϕ_p , принимается в области, где поток безвихревой. Это может быть объяснением некоторых очевидных противоречий между количеством, выведенным из двух сортов измерений.

Большинство важных попыток изучить влияние попутного потока с помощью численных экспериментов есть в статье Дж.Татинклауса.[57]. Он взял в качестве тела бесконечный длинный вертикальный цилиндр с сечением в виде овала в неограниченной невязкой жидкости. Попутный поток искусственно образован вихрём данной мощности ω в жидкости позади миделя овала. Это эквивалентно заданному значению $H_o - H$, так как уравнения Навье-Стокса при установившемся движении в координатной системе $Oxyz$ могут быть написаны в форме

$$\rho g \nabla(H_o - H) = \omega \times (\mathbf{v} - \mathbf{V}) - \mu \Delta \mathbf{v} + \overline{\rho \mathbf{v}' \cdot \nabla \mathbf{v}'}. \quad (I.115)$$

Пусть L - длина овала и $2b$ его ширина. Тогда Дж.Татинклаус делает следующий специальный выбор для ω : $\omega = \left(0, -\lambda \frac{U}{b_o} \exp\left(-c \frac{x}{L}\right) \sin \frac{\pi y}{b_o}, 0 \right)$ для x кормовой части овала.

Для области между миделевым сечением и за оконечностью x/L удаляется. Для расчётов приняты $\lambda = 0,1$, $c = 0,25$. Затем строится решение уравнений движения для невязкой жидкости с линеаризованными граничными условиями на свободной поверхности. Скорость является градиентом гармонической функции вне попутного потока, к которому должен быть добавлен член $\nabla \times \mathbf{A}$ внутри попутного потока. (Вне этого попутного потока $\nabla \times \mathbf{A}$ вкладывает $\nabla \phi_R$ в скорость). Форма поверхности $Y(x, z)$ затем может быть посчитана. Для

$Fn = 0,25$ и для сечения \sum_B на одной, двух, трёх и четырёх длинах модели позади модели. Дж.Татинклаус посчитал точный волновой профиль, «асимптотический» профиль, в котором пренебрёг местными влияниями вихрей, и профиль, который бы существовал, если бы здесь не было попутного потока и без вихрей, и профиль для случая, если бы здесь не было вовсе

попутного потока. Разница реальная даже после четырёх длин модели. Для сопротивления нет разницы, когда используется точный или «асимптотический профиль».

Сравнение между значениями сопротивления с и без вихрей показало расхождение, которое меняется от 15% до 35%, в зависимости от числа Фруда. Хотя не выполнены отдельные изучения продольных сечений, они бы не показали принципиальной разницы от поперечных сечений, поскольку вихри убывают при $x \rightarrow -\infty$.

Разный тип попыток выяснить влияние попутного потока был сделан С.Калисалем [7]. Для пятифутовой модели, у которой было известно, что отрыв появляется в корме, всасывание было измерено для разных уровней всасывания и на разных числах Фруда от 0,21 до 0,36. Волновое сопротивление осталось приблизительно постоянным до уровня всасывания примерно до 5 галонов в минуту, после которого начинает увеличиваться. С другой стороны, вязкостное сопротивление оценивается как разница между измеренным полным сопротивлением (минус надбавка на всасывание) и волновым сопротивлением, убывающим, когда уровень всасывания возрастает. В заключении этой работы показано, что попутный поток имеет малое влияние на волновое сопротивление, что определено из продольного профиля, по крайней мере в пределах ошибки эксперимента.

Экспериментальные наблюдения

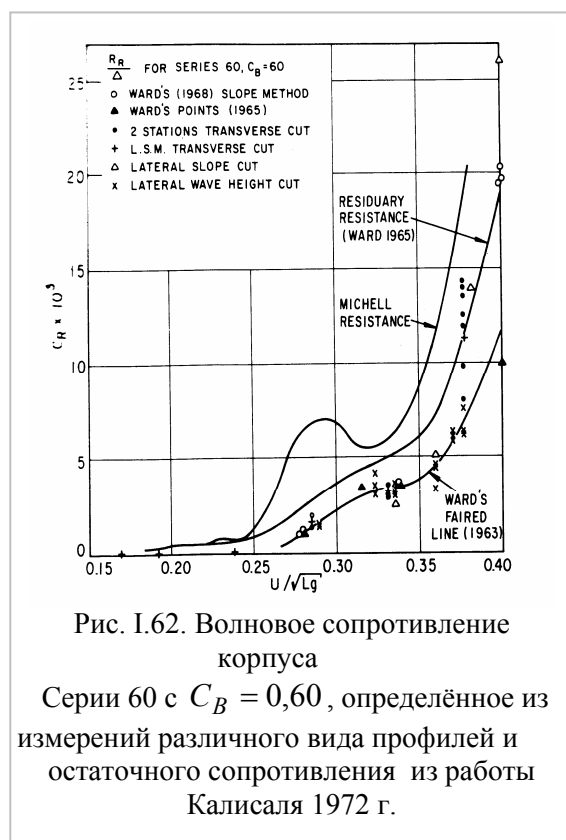
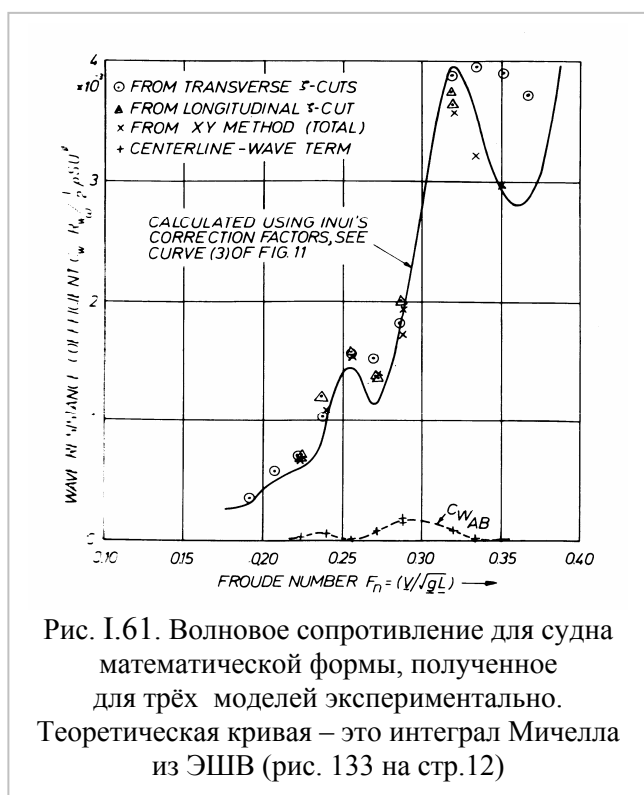
Результаты экспериментов будут приведены здесь в основном путём иллюстраций. В следующей секции, где будет интересно сравнить аналитические предсказания волнового сопротивления с измерениями, будут приводиться примеры. Рис. 8 из [12] показывает $C_w = 2Rw / \rho U^2 S$ для математически определенной формы судна, симметричной относительно носа и кормы, чья точная форма нас здесь не касается. Результаты показаны для трёх методов, обсуждённых выше: поперечный профиль, продольный профиль и $X - Y$ метода Варда. Результаты не противоречат один другому, за исключением окрестности чисел Фруда 0,35, где метод Варда и метод поперечных сечений отличаются существенно. *ESW* предположили, что этот результат отделения потока в корме связан с большим доминированием попутного потока. Рис. 9 из работы [7] показывает компиляцию результатов для стандартного торгового судна «Серия 60, полнота 0,60» (рис. I.61, рис. I.62 и рис. I.63). Некоторые значения были получены Л.Вардом при использовании либо его $X - Y$ метода, либо замерами бокового склона продольных сечений. Другие были получены С.Калисалем из поперечных сечений и из амплитуды или бокового склона продольного сечения. Остаточное сопротивление также включено, теоретическая кривая будет обсуждена в следующей секции. Результаты из двух поперечных сечений включены вместе со значениями, полученными методом наименьших квадратов, для того, чтобы показать скачки в полученных значениях. Снова несколько методов не кажутся противоречивыми, даже хотя на больших числах Фруда расхождение в значениях большое.

В качестве критерия согласованности волновое сопротивление не так чувствительно, как прямое сравнение функций $F_1(k), G_1(k), F_2(k), G_2(k)$ в (I.88). Эти функции или их некоторая модификация образуют то, что часто называют движением «спектра свободных волн». Рис. 10 из [12] показывает $K^2(F_1^2 + G_2^2)^{1/2}$, $K^2(F_2^2 + G_1^2)^{1/2}$ и $K^2(F_1^2 + G_2^2 + F_2^2 + G_1^2)^{1/2}$ по k/K , как определенные по продольным, так и по поперечным сечениям. Хотя согласие, в основном, хорошее, здесь очевиден сдвиг по фазе, когда k/K возрастает.

Хотя измерения для определения волнового сопротивления и профиля спектра свободных волн ещё должны развиваться и улучшаться, есть некоторая уверенность в том, что такой метод успешен. Сравнения расчётов волнового сопротивления с волновым сопротивлением, измеренным по профилю, естественно более справедливо, чем сравнение с остаточным сопротивлением.

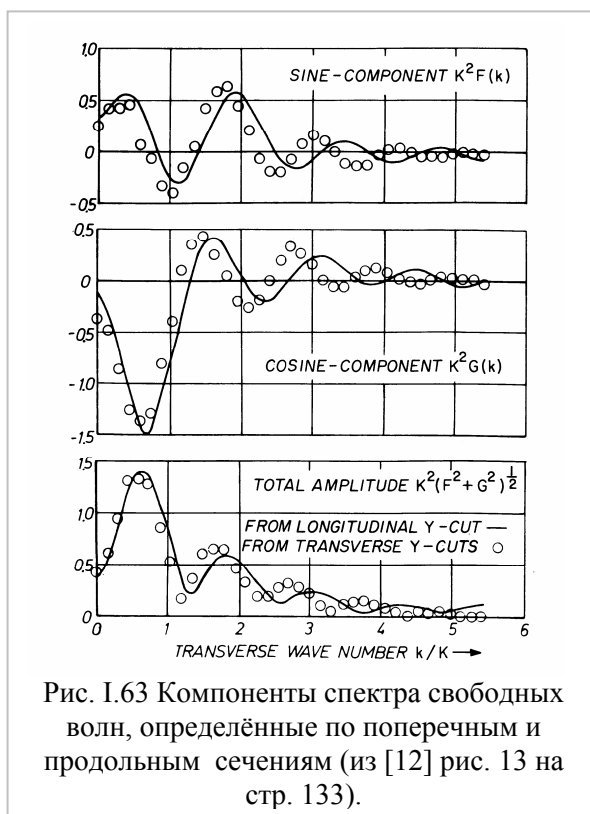
Окончательно должно быть установлено, что эти, возможно, более точные методы определения волнового сопротивления или отделение вязкостного от волнового сопротивления является довольно точным и рациональным путём, и действительны с

некоторой помощью задачи экстраполяции данных модельных испытаний на полномасштабное судно. С другой стороны, повышенная точность определения влияния вязкости по сравнению с волновым сопротивлением данной формы корпуса судна, естественно приводит к более эффективному проектированию корпуса судна.



Поскольку К.Эггерс и др. дали довольно полную библиографию по данному вопросу до 1967 года, Дж.Вегаузен не стал это дублировать. Он приводит только несколько статей, которые появились после, т.е. работы Н.Хогбена [29], [30], М.Икахата [37], М.Икехата и К.Носава [36], Х.Маруо и М.Икехата [44], Х.Танака, Х.Адачи и С.Омата [55], Х.Танака и др.[56].

“X-Y” метод [12]. Так называемый, "X-Y" метод имеет несколько уникальных черт. Это может быть комбинацией поперечного и продольного метода или метод продольных сечений с поперечными членами, что требует измерения двух составляющих поперечных сил X, Y, действующих на длинный вертикальный цилиндр, установленный по оси бассейна на стационарной подставке или на платформе вверху бассейна, как устройство для измерения уровня волновой энергии воображаемого прямоугольного контрольного района вокруг движущейся модели, как показано на рис. 1.64. Подробности этого метода описаны более полно в работе



Л.Варда [62], но, по-существу, сила на цилиндре пропорциональна высоте волны и имеет направленный характер, который требуется теорией, так что результат интегрирования X и Y - сигналов даёт измерение энергии жидкости через линию BC , предполагая амплитуды волн малыми, но не слишком короткими.

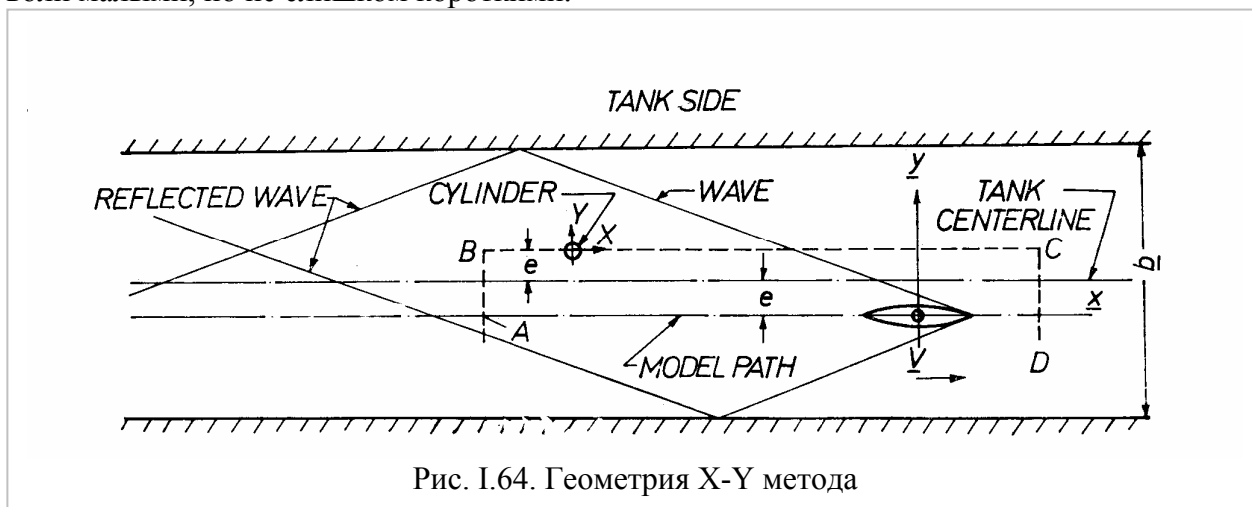


Рис. I.64. Геометрия X-Y метода

В дополнение к измеренным силам на цилиндре необходимо «закрыть» контрольный бокс вдоль линии AB , потому что могут появиться отражения от стенок бассейна. С этой целью обычный зонд высоты волны сдвигается от известного положения по отношению к цилиндру достаточно далеко так, чтобы не быть возмущённым волнами, отражёнными от цилиндра. Предполагается, что система волн в этом районе по существу это единственная компонента плоской волны, перемещающейся в направлении модели. Сравнение записи высоты волны с записью силы X также обеспечивает необходимую калибровку последних членов, эквивалентных высоте волны, или это может быть установлено независимо путём использования регулярных волн принятой частоты и высоты от волнопродуктора бассейна. Элемент калибровки силы Y делается таким же способом после поворота балансировочной рамы на 90° . Контрольный бокс теперь полностью закрыт путём рассмотрения линии CD достаточно далеко вверх от модели, так что он находится на тихой воде при предположении, что правый борт симметричен по волновой картине. Последнее является спорным вопросом, но по крайней мере зависящие от времени флуктуации этой природы могут быть обработаны усреднением нескольких пробегов на каждом числе Фруда.

Теперь, обращаясь назад к уравнению (I.63)

$$R_w = \frac{1}{2} \left\{ \int_{B-A} \zeta^2 dy + \iint_{B-A} (\varphi_x^2 + \varphi_y^2 - \varphi_z^2) dydz \right\} + \iint_{C-D} \varphi_x \varphi_y dzdx, \quad (I.116)$$

наше теоретическое выражение для волнового сопротивления в зависимости от энергии потока даёт вклад на продольной плоскости BC равный

$$\iint_{BC} \varphi_x \varphi_y dzdx = \frac{1}{2} \int_{BC} XY dx \quad (I.117)$$

в усреднённом смысле, и вклад поперечной плоскости может быть аппроксимирован в предположении плоской волны в виде

$$\frac{1}{2} \int_{AB} \zeta^2(x) dy + \frac{1}{2} \iint_{AB} (\varphi_z^2 - \varphi_x^2) dydz = \frac{y}{4} \zeta_o^2, \quad (I.118)$$

где y - поперечное положение сечения BC , и ζ_o - усреднённая амплитуда плоской волны в окрестности AB . Отсюда, следуя Л.Варду [62], окончательное выражение для волнового сопротивления, согласно "X-Y" методу становится:

$$R_w = \frac{Y}{2} \zeta_o^2 + \int_{BC} X Y dx, \quad (I.119)$$

где безразмерное представление всех величин понимается как обычно. Существенной чертой этого метода является то, что численный анализ, включённый в его приложение, особенно прост. В частности, нет необходимости оценивать трансформации Фурье и так далее. Фактически простая форма уравнения (I.119) даёт будущие возможности для оценки интеграла прямо, используя аналоговую схему, так что измеренное волновое сопротивление будет оцениваться подобным образом с полным сопротивлением в конце пробега.

Очевидным недостатком метода является калибровка X, Y сил на цилиндре. Однако, это можно обойти путём использования стандартной модели вместе с исследованием, используя некоторое измерительное оборудование и с помощью настройки усилителя и т.д., с точки зрения определения отношения волнового сопротивления модели к волновому сопротивлению стандартной модели, которое предполагается известным.

Нужно отметить из рис. I.64, что модель может быть протянута на малой дистанции средней линии бассейна. Это «протяжённость» ширины бассейна в зависимости от длины полезной записи (линия DC) перед отражённой волной от стороны бассейна. Другое практическое рассмотрение, такое как необходимые и/или оптимальные длина и диаметр цилиндра, обсуждены в работе Л.Варда. Результаты серии стандартных испытаний в Вебб Институте, используя волнопродуктор, описаны в работе Л.Варда и Дж.Снайдера [63], которые установили районы волновой высоты и частоты, в которых можно ждать калибровочного коэффициента линейной и постоянной силы.

Численное исследование.

Следует отметить, что метод обследования потока, описанный в предыдущей части, не точный, даже в подходах основной линеаризации к проблеме корабельных волн. Фактически, как уже отмечалось, они все основаны на допущении определённых упрощений одноинтегральных представлений волнового потока, который в реальности является сложным двойным интегралом. Хотя асимптотически правильно для бесконечно далёкого поля, методы ограничены появлением определённых ошибок на практике, поскольку действительное применение единственно возможно на конечной дистанции от корабля. В общем, может быть особенно трудно для оценки значения каждой ошибки чисто аналитическими путём. К счастью, однако, эти ошибки могут быть определены, по крайней мере, для некоторых выбранных примеров, численными исследованиями на компьютере. Основная идея состоит в том, чтобы рассчитать «точный» волновой поток данного распределения источников с целью расчёта на компьютере, затем применить предложенный метод анализа соответствующих элементов потока и в конце сравнить результаты такого анализа с «точными» характеристиками волнообразования. Такое компьютерное исследование имеет определённое преимущество перед экспериментальной работой. Например, посторонние влияния на основную теорию такие, как вязкость и нелинейность, которые невидимо присутствуют в экспериментах, автоматически исключаются здесь. Более того, все операции могут быть выполнены с контролируемой точностью, и все параметры могут меняться по желанию. Практическое ограничение, конечно, состоит в компьютерном времени. Ещё авторы смогли провести серию таких исследований, и некоторые полученные результаты представить в этой части.

Компьютерная модель.

Настоящие компьютерные исследования, главным образом, основаны на следующем линейном распределении источников

$$\sigma(x', z') = ax' / 4 \pi l$$

по прямоугольной площади

$$-l \leq x' \leq l, \quad -T \leq z' \leq 0 \quad (I.120)$$

вертикальной центральной плоскости $y = 0$. Для этого компоненты скорости

$$\varphi_x(x, y, z), \quad \varphi_y(x, y, z), \quad \varphi_z(x, y, z),$$

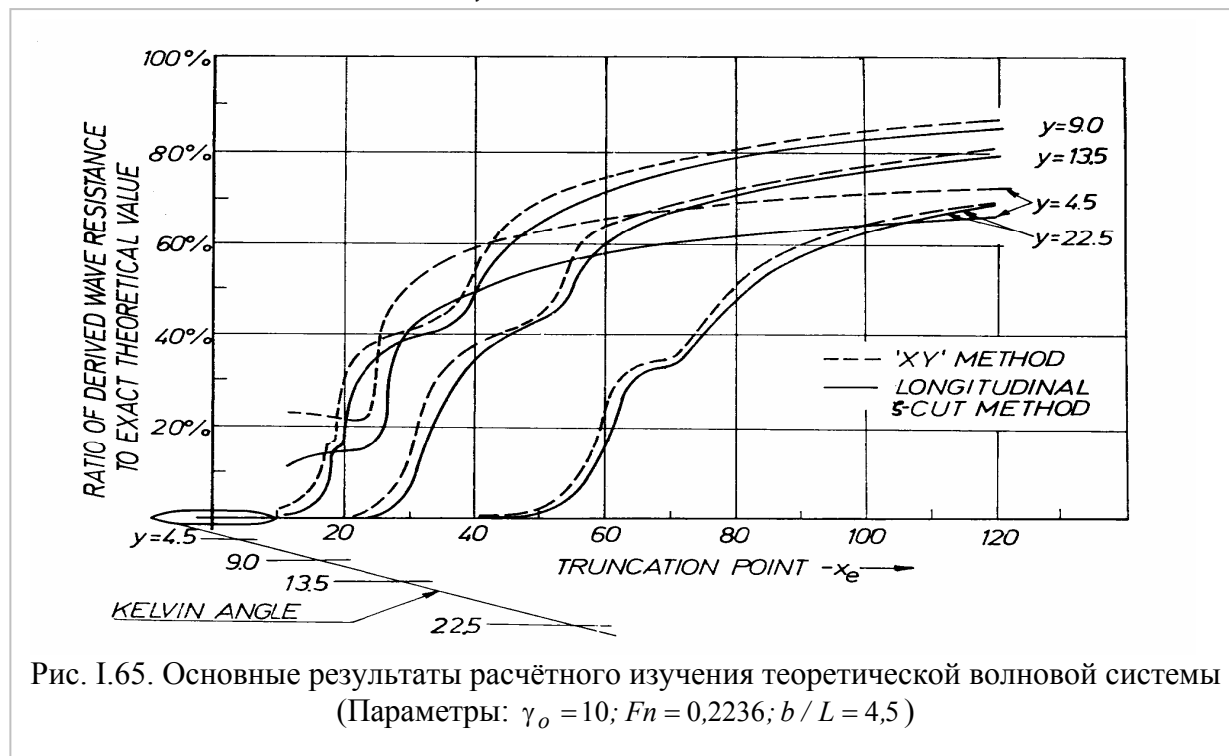


Рис. I.65. Основные результаты расчётного изучения теоретической волновой системы (Параметры: $\gamma_0 = 10$; $Fn = 0,2236$; $b/L = 4,5$)

высота волны и волновой склон

$$\zeta(x, y) = \varphi_x(x, y, 0), \quad \zeta_x(x, y) = \varphi_{xx}(x, y, 0), \quad \zeta_y(x, y) = \varphi_{xy}(x, y, 0)$$

нормализованы по X, Y силам на мнимом вертикальном круговом цилиндре

$$X(x, y) = - \int_{-\infty}^0 \varphi_{xx} dz; \quad Y(x, y) = - \int_{-\infty}^0 \varphi_{xy} dz, \quad (I.121)$$

и программируются. Используя функции Грина, приведенные в приложении II, все эти величины могут быть выражены бесконечными двойными интегралами с подынтегральными функциями, включающими только элементарные функции. Некоторые длинные выражения не приводятся здесь. Необходимо отметить, что это распределение источников даёт следующее простое выражение для функции Кочина

$$J(u, w) = 2ia \left\{ \frac{1 - \exp(-T\sqrt{u^2 + w^2})}{\sqrt{u^2 + w^2}} \right\} \times \left\{ \frac{\sin(wl) - wl \cos(wl)}{w^2 l} \right\}, \quad (I.122)$$

из которого спектр свободных волн и соответствующее волновое сопротивление могут быть посчитаны довольно легко.

Мы отмечаем для сохранения интереса, что в членах теории Мичелла написанное выше распределение источников эквивалентно форме элементарного корпуса с симметричными параболическими ватерлиниями и прямоугольными шпангоутами. Три произвольных параметра выражения (I.120), а именно, a, T, l , тогда соответствуют ширине, осадке и длине соответственно. Хотя наши задачи общие, следующие численные результаты все относятся к одному специальному случаю

$$a = 0,8; \quad T/L = 0,1; \quad l = 10.$$

Частный выбор множителя накладывается нашим подходом к линейризации. Безразмерная полудлина $l = 10$ эквивалентна нашему обозначению числа Фруда $F_n = \sqrt{l/2l} = 0,2236$, которое мы рассматриваем как типичное для практического интереса.

Окончательно, должно быть отмечено, что компьютерная программа даёт следующие компоненты для бассейна конечной ширины. Численное значение было выбрано для $b/l=9$, которое соответствует экспериментальной ситуации, описанной в следующей секции. Однако этот рисунок случается так высоко, что поток в достаточно большом районе, окружающем модель, может рассматриваться как существенно такой же самый, как в остальном невозмущённом потоке.

Получение волнового сопротивления. Несколько волновых профилей, рассчитанных как описано выше, были субъектами метода, описанного выше. Величиной главного интереса в настоящем контексте является отношение волнового сопротивления, полученного из данного конечного сечения, к его предопределённому идеальному теоретическому значению. Это показано на рис. I.65 для $X-Y$ метода и метода сечений продольной высоты для четырёх разных значений поперечных положений y сечений, в каждый момент как функции положения точки сечения $-x_c$. Хотя диаграмма сама себя объясняет, кажется заслуживают внимания несколько главных элементов. Во-первых, замечательно, что два метода, которые совершенно различны по природе и требуют совсем разного типа и величины расчётных усилий, очевидно дают близкие аналогичные результаты на начальной стадии исследования. Во-вторых, три пары кривых для наибольших значений y очевидно показывают свойства ожидаемого поведения в том, что они кажутся асимптотически стремятся к идеальному пределу 100%, когда секущая точка $-x_c \rightarrow \infty$. Значение $y=4,5$ очевидно слишком мало для методов, чтобы дать действительный результат. Это можно объяснить как ошибку из-за влияния местных возмущений в окрестности судна. Окончательно видно, что не абсолютная длина сечения x_c позади судна, а скорее отношение x_c / y влияет на ошибки сечений.

Корректировка для уменьшения ошибок.

Подобным образом результаты, присущие методу продольных сечений на рис. I.65 с учётом $u = w\sqrt{w^2 - 1}$, были получены в действительности применением уравнения

$$F(u) = \frac{4\sqrt{w^2 - 1}}{(2w^2 - 1)} \{C(w, y) \sin(uy) + S(w, y) \cos(uy)\},$$

$$G(u) = \frac{4\sqrt{w^2 - 1}}{(2w^2 - 1)} \{C(w, y) \cos(uy) - S(w, y) \sin(uy)\}.$$

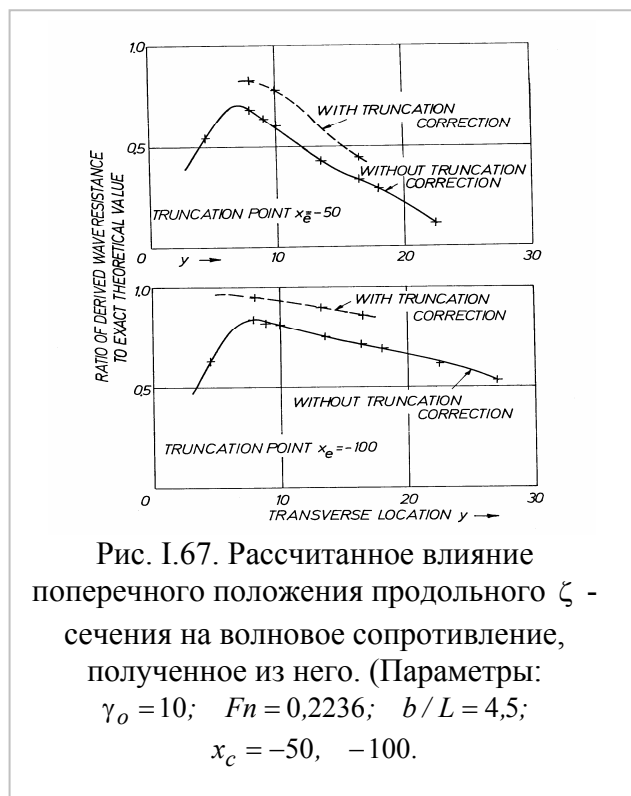
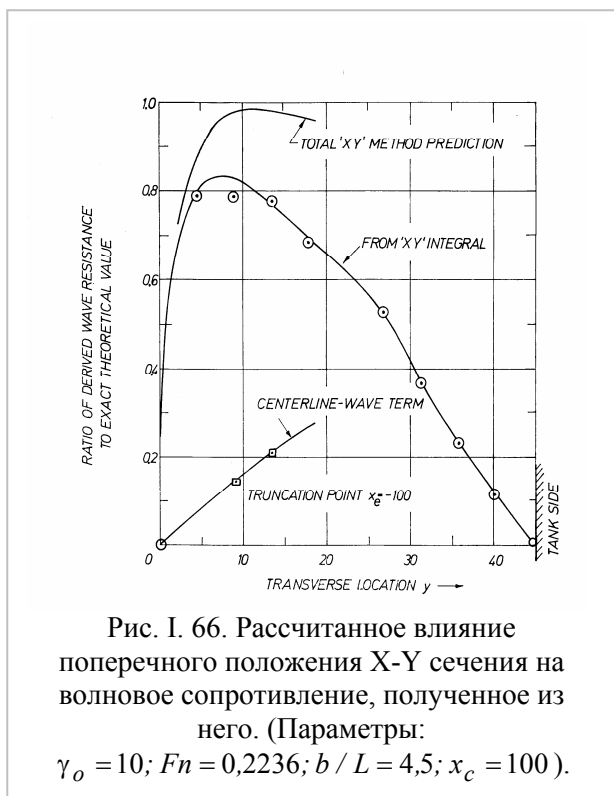
Если вместо этого мы используем уравнение

$$F(u) = \frac{4}{(2w^2 - 1)} \{C^*(w, y) \sin(uy) + S^*(w, y) \cos(uy)\}$$

$$G(u) = \frac{-4}{(2w^2 - 1)} \{C^*(w, y) \cos(uy) - S^*(w, y) \sin(uy)\}$$

в связи с $\Delta C^*(w) + i\Delta S^*(w) = \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{w^2 - 1} \frac{c_1 \cos x + c_2 \sin x}{\sqrt{c_3 - x}} \exp(iux) dx$ при приближённой

корректировке для уменьшения ошибки конечный результат будет намного более поощряющий, как видно из рис. I.66 и I.67 представление также вносит больше ясности в значение выбора подходящего поперечного положения сечения. Действительно идеально, если нет ограничений на длину сечения, величина y должна быть выбрана настолько большой, насколько может быть удовлетворён обещанный асимптотический анализ. Но на практике длина сечения будет конечна из-за конечности размеров бассейна, если нет других соображений. Отсюда, в общем, будет оптимальное значение y , которое будет давать наиболее близкую аппроксимацию реального волнового сопротивления. В настоящем



примере величина где-то около $y=8$. Как общее заключение мы заметим, что первоначальные компьютерные изучения могут быть полезным путеводителем для выбора оптимальных параметров, когда планируется применить метод в частной экспериментальной ситуации.

Получение спектра свободных волн. В то время, как предварительные оценки волнового сопротивления дают хорошую общую картину методом продольных сечений, более строгая проверка состоит в сравнении спектра свободных волн. В качестве примера возьмём высоту продольного сечения на $y=8,01$ и продолжим далеко в корму на $x_c = -200$. В этом случае почти 99 процентов теоретического волнового сопротивления могут быть получены из сечения. Соответствующий спектр свободных волн показан на рис. I.69. Это будет получено из уравнений

$$J(u, w) = 2ia \left\{ \frac{1 - \exp(-T\sqrt{u^2 + w^2})}{\sqrt{u^2 + w^2}} \right\} \times \left\{ \frac{\sin(wl) - wl \cos(wl)}{w^2 l} \right\} \quad (I.123)$$

и

$$G(u) + iF(u) = \frac{2(1 + \sqrt{1 + 4u^2})}{\sqrt{1 + 4u^2}} J(u, s(u)),$$

что даёт теоретический спектр свободных волн здесь с помощью

$$F(u) = 8a \left\{ \frac{1 - \exp(-Ts^2)}{(2s^2 - 1)} \right\} \times \left\{ \frac{\sin(sl) - sl \cos(sl)}{s^2 l} \right\},$$

$$G(u) = 0$$

Функция $F(u)$ показана на рис. I.68 в виде непрерывной кривой. Пересечение является

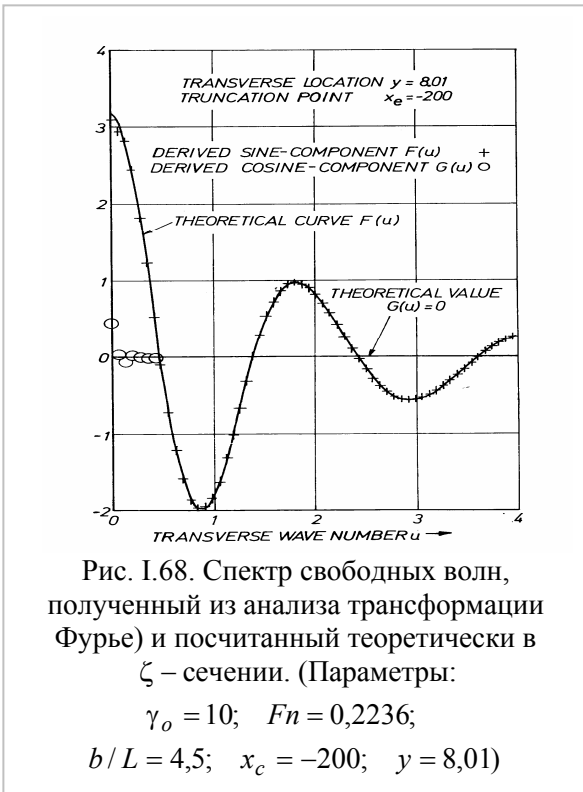


Рис. 1.68. Спектр свободных волн, полученный из анализа трансформации Фурье) и посчитанный теоретически в ζ -сечении. (Параметры: $\gamma_0 = 10$; $Fn = 0,2236$; $b/L = 4,5$; $x_c = -200$; $y = 8,01$)

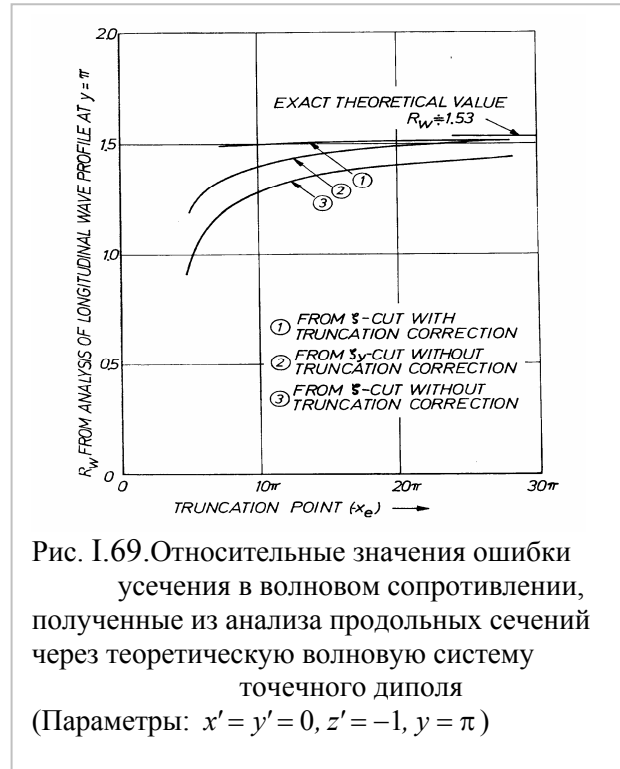


Рис. 1.69. Относительные значения ошибки усе­чения в волновом сопротивлении, полученные из анализа продольных сечений через теоретическую волновую систему точечного диполя (Параметры: $x' = y' = 0$, $z' = -1$, $y = \pi$)

величиной, полученной из анализа данных высоты согласно уравнению

$$F(u) = \frac{4}{(2w^2 - 1)} \{C^*(w, y) \sin(uy) + S^*(w, y) \cos(uy)\}$$

$$G(u) = \frac{-4}{(2w^2 - 1)} \{C^*(w, y) \cos(uy) - S^*(w, y) \sin(uy)\}$$

Для низких значений волнового числа u анализ также даёт неотрицательные значения косинус-спектра $G(u)$, которые показаны окружностями на рисунке. В целом согласие может быть принято удовлетворительным. Это заключение важно ввиду предложенных применений метода для изучения и предсказания эффекта гашения волн, где существенно то, что метод обеспечивает точную оценку начального спектра, включает амплитуды и фазы, то есть обе компоненты $F(u)$ и $G(u)$.

Некоторые другие подобные исследования. Понятно, что ограничение времени не дало возможности получить аналогичные и сравнительные результаты компьютерного изучения двух других методов. Но если обратиться к статье Эггерса [11], в которой автор проверил влияние продольного положения на получение волнового сопротивления из поперечных сечений для распределения источников. Кажется, что близкая аппроксимация к теоретическим значениям (до 1%) достижима, если $-x$ больше, чем 20. Основанием могут служить работы Л.Ландвебера [40] и Кобуса [39] в этой связи.

Эффективность обоих методов продольных сечений, то есть, использование высоты или склона волн была проверена и подтверждена численно С.Шарма [53] для случая точечного диполя и для пары диполей. Удобно взять здесь для расширения этой работы данные рис. 1.70. Очень поучительно показана относительная эффективность метода высоты и склона для этого типичного примера. Можно заметить, что диполь, расположен в точке $x = y = 0$, $z = -1$ и его напряжение такое, какое может быть представлено сферой единичного радиуса. Другие подробности могут быть найдены в цитируемой работе.

Таблица I.11. Характеристики модели Инуид S-201

| № п/п | Характеристика | Обозначение | Значение | № п/п | Характеристика | Обозначение | Значение |
|-------|--|-------------|----------------------|-------|---|-----------------------|----------------|
| 1 | Длина между перпендикулярами | L | 4,000 м | 11 | Относительная ширина | B/L | 0,123 |
| 2 | Ширина на миделе | B | 0,491 м | 12 | Относительная осадка | T/L T_m/L | 0,050 0,098 |
| 3 | Осадка на перпендикулярах | T | 0,200 м | 13 | Коэффициент площади ватерлинии | C_{wp} | 0,730 |
| 4 | Осадка на миделе | T_m | 0,391 м | 14 | Коэффициент площади миделя | C_m | 0,721 |
| 5 | Площадь ватерлинии | A_w | 1,435 м ² | 15 | Коэффициент полноты | δ | 0,533 |
| 6 | Площадь миделя | A_m | 0,152 м ² | 16 | Продольный призматический коэффициент | Φ | 0,674 |
| 7 | Объёмное водоизмещение | ∇ | 0,410 м ³ | 17 | Вертикальный призматический коэффициент | C_{VP} | 0,730 |
| 8 | Центр величины ниже главной ватерлинии | | 0,152 м | 18 | Коэффициент удлинения | $1000\nabla /$ | 6,409 |
| 9 | Центр величины от миделя | | 0,000 м | 19 | Коэффициент смоченной поверхности | $S / \sqrt{\nabla L}$ | 2,627 |
| 10 | Площадь смоченной поверхности | S | 3,365 м ² | | | | |

Экспериментальные исследования. Исторически, говоря об этих экспериментальных работах, следует отметить замечательные серии исследований, начатые сначала Инуи в 1952-53 годы и продолженные в 1957 году. Используя неортодоксальные инженерные подходы к задаче, Инуи изобрёл и достиг почти совершенного согласия между расчётным и измеренным волновым сопротивлением семейства четырёх математических моделей. Расчёты были основаны на предложенном новом соотношении между формой корпуса и связанным с ней распределением источников лучше, чем в классической работе Мичелла [45], и применением ряда полуэмпирических корректирующих множителей, которые были главным образом интерпретацией ранее предложенных Т.Хавелоком [26], В.Виглеем [67] и А.Эмерсоном [16]. Вдохновлённые этим впечатляющим, но вызывающим успехом, настоящие авторы предприняли по предложению Г.Вейнблума из Гамбургского института Шифбау перепроверку заключения Т.Инуи по его испытаниям и его моделям на больших масштабах и добавленных к его испытаниям новой развитой техники попутного потока и волнового обследования. Рассмотрены четыре другие необычные формы корпуса - одна спроектирована как «Инуид- S201» была принята, потому что она имеет ближайшую к реальным судам форму. Интенсивные испытания были проведены в Гамбургском опытовом бассейне в течение двух лет, и результаты опубликованы в серии статей С.Шарма [50], [51],[52]. Более важная часть этой работы приложена к данному контексту как метод поперечных сечений волнового анализа, в котором измерено свыше 100 волновых профилей на 20 разных скоростях. Результаты были ясными, определяющими и дали экспериментальное волновое сопротивление и спектр свободных волн этой модели.

Когда авторы решили сделать некоторое соединение работ 1965-66, чтобы получить сравнительные данные по разным методам анализа волновой картины для одной и той же модели, вопрос о действительности теории Т.Инуи и эмпирической корректировки свёлся к другой важной цели, так как «Инуид S201» тем временем стал подобен стандартной модели, и отсюда выбор был почти автоматическим. Эта модель должна быть знакома работающим в этой области, но главные характеристики воспроизведены в таблице I.11 для облегчения чтения текста. Это было призывом вернуться к тому, что эта форма математически определена как поверхность замкнутых линий тока, генерируемых в параллельном потоке распределением источников на площади (I.120) рассмотренном как отражение от плоскости $z=0$, для следующих специальных значений параметров: $a=0,8$; $T/l=0,1$. Это хорошо известная твёрдо-стеночная аппроксимация с точными граничными условиями на свободной поверхности и использованием равенства (I.123) для соответствующей функции Кочина последовательно ведёт к выражению для теоретического волнового потока, который существенно отличается от соответствующей аппроксимации Мичелла для такого корпуса. *Экспериментальные подробности.* Здесь даётся краткое описание экспериментального монтажа и нового оборудования, применённого для настоящей серии экспериментов, которые были проведены в большом бассейне Гамбурга 2 марта, 9 мая и 6 июля 1966 года. Рис. I.70 показывает геометрию модель – бассейн и относительную конфигурацию новых продольных сечений и ещё раньше поперечных сечений.

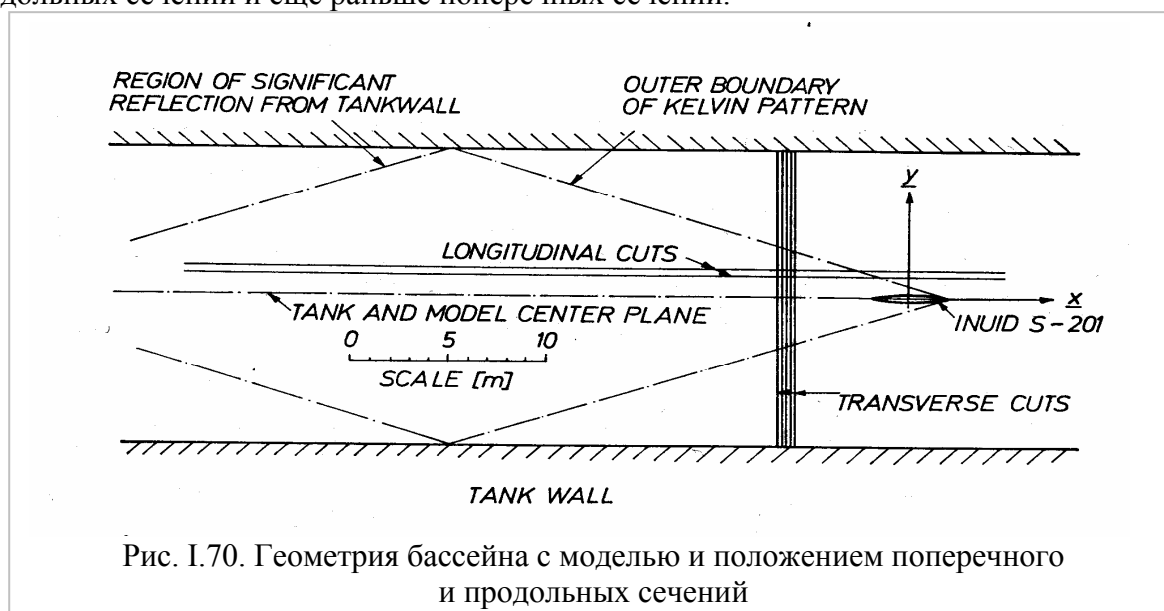


Рис. I.70. Геометрия бассейна с моделью и положением поперечного и продольных сечений

Нужно отметить, что положение сечений выполнено строго с оптимумом требований, предсказанных компьютерным изучением, описанном в предыдущей секции. Передняя точка среза продольного сечения произвольна, потому что волновой поток пренебрежимо мал. Кормовая точка среза определяется предварительным требованием, чтобы район значительного волнового отражения от стенок бассейна был исключён. Можно отметить, что даже в исключительно широком бассейне (таком как, например, маневренный) полезная длина продольных сечений была бы ограничена до меньшей, чем половина длины бассейна, для того, чтобы исключить привходящие влияния. Как рабочее правило принимается, что кормовая точка сечения должна быть не дальше половины длины установившегося пробега позади модели. Это узаконено фактом, что длиннейшие компоненты свободных волн имеют групповую скорость равную половине фазовой скорости.

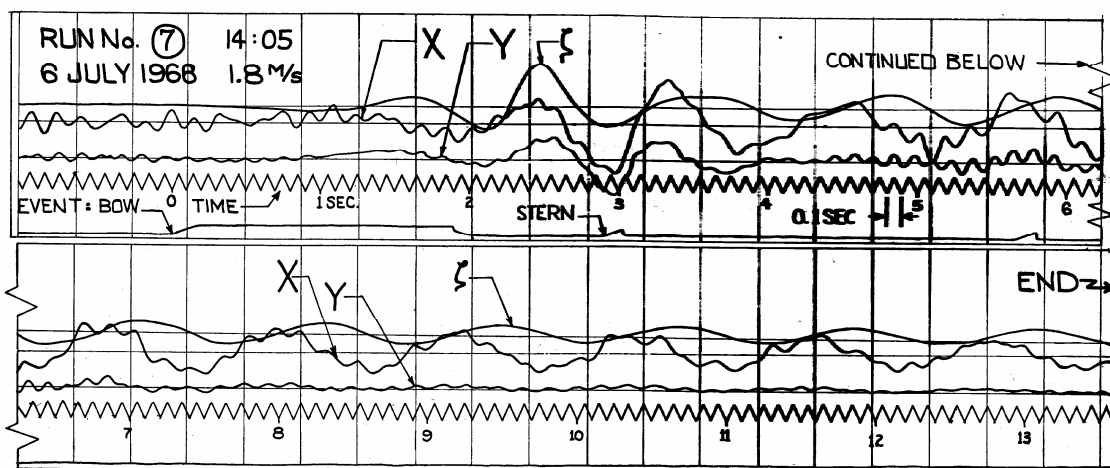


Рис. 1.71. Простая запись данных, измеренных X - Y и ζ -сигналов, как функций времени (Параметры $V = 1,803$ м/с; $y = 1,655$ м.)

Записи в зависимости от времени четырёх элементов волн (длина волны, склон и силы X, Y) были сделаны стационарными зондами на требуемом расстоянии от центральной линии бассейна, в то время как модель протаскивалась на разных скоростях. Типичные записи этого типа показаны на рис. 1.71. Эти записи по времени дают после простой линейной трансформации желаемые продольные сечения как функции от x в координатной системе, движущейся с моделью. Для того чтобы установить начало координатной системы, резкий пучок света сфокусирован на фотоэлектрической сетке, использованной для генерирования результирующего сигнала на мгновенном прерывании носом модели и кормовой мишенью. Этот путь, который тут же позволяет выбрать скорость модели, также показан на рис. 1.71. С целью воспроизвести ранние стандартные экспериментальные условия, модель буксировалась со свободным креном и дифферентом, но малый предопределённый статический дифферент был применён в каждый момент подъёма груза так, чтобы обеспечить динамическое равновесие в горизонтальном направлении в течение пробега на соответственной скорости. Интервал времени от 15 до 30 минут был между пробегами, чтобы исключить остаточные волновые возмущения.

Для того чтобы иметь возможность разместить измерительные приборы для волн и связанное с ними измерительное оборудование в фиксированной точке, должен быть сконструирован специальный мост и временно установлен в бассейне, как показано на схеме рис. 1.70. Это даёт возможность измерять X, Y с требуемой точностью. Это оборачивается тем, что X, Y измеряются с требуемой точностью на этой конструкции, и опыт первого дня экспериментов показал, что баланс сил и поддерживающий мост как оригинальный проект может потребовать альтернативу для получения необходимых данных. Главные трудности были связаны с естественными частотами, которые могут быть слишком низкими и слишком близкими к тем, которые имеются в модельных сигналах (от 3 до 6), таким образом, в свете очень малых сил, которые будут записываться, резонансные эффекты делают сигналы непригодными.

Был сконструирован новый баланс шестикомпонентных сил, потому что он был необходим также для других исследований, и был установлен большой квадратный конвейер за существующим мостом при использовании поддержки, как показано на рис. 1.73. Эти измерения были предприняты и скомбинированы с электрическими фильтрами вибраций высокой частоты, которые идут от колёс тележки бассейна и преобразуются в пригодные сигналы от каждого данного.

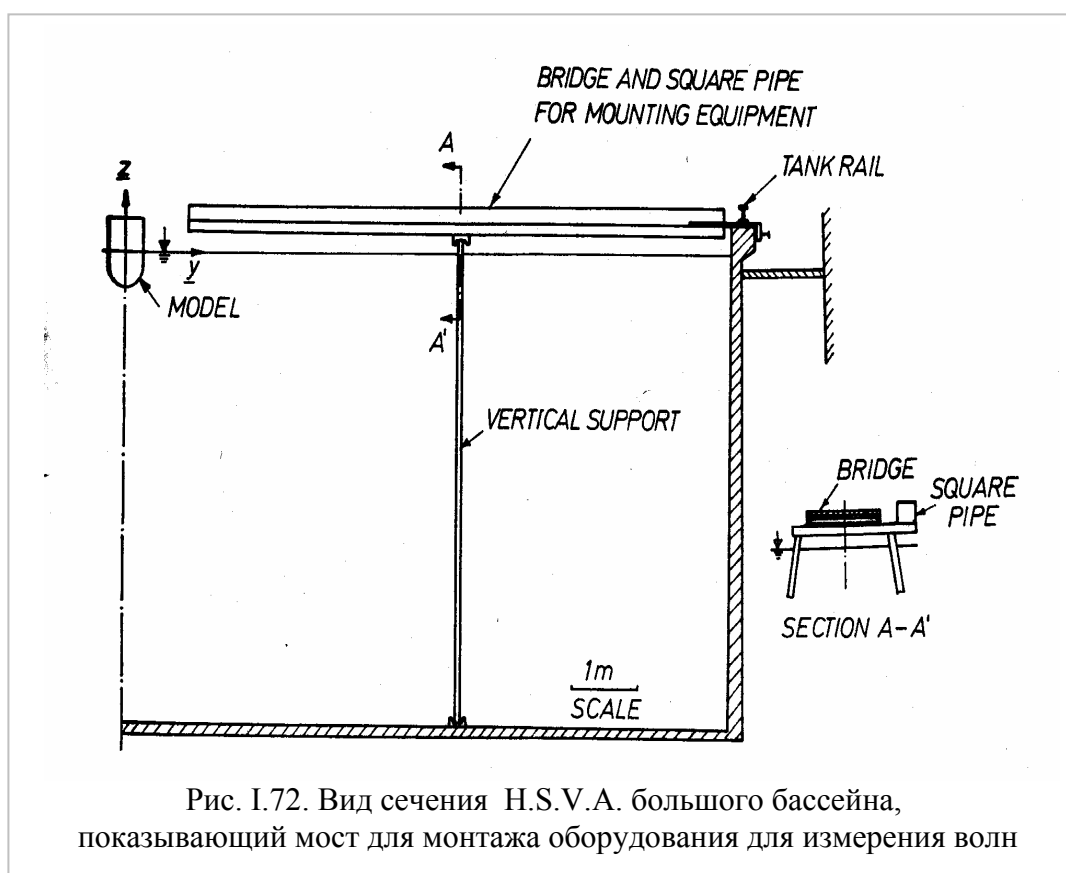


Рис. I.72. Вид сечения H.S.V.A. большого бассейна, показывающий мост для монтажа оборудования для измерения волн

Данные по поверхностным волнам вдоль продольных сечений были получены с помощью новых типов волновых зондов с проволочным сопротивлением, спроектированных на базе последних экспериментов Варда для регистрации одновременно местной высоты волны и частного склона в любой проектной ориентации. Детали можно видеть в докладе Люфта [43]. В противоположность этому раньше профили поперечных сечений были измерены с помощью звуковых зондов, изготовленных АФГ Лаборатории Миннеаполиса США.

Результаты. Все измеренные элементы волн проявлялись как электрические сигналы, и записаны после подходящего усиления одновременно на магнитной печати (высокоточный инструмент) и на осциллографе (визикордер). Хотя несколько магнитно записывающих головок может быть оцифровано автоматически на перфорированной бумаге для прямой передачи на компьютер как оригинал, большинство данных должны быть прочитаны вручную с дорожки осциллографа, к несчастью, вышедшего из строя в один из дней испытаний.

Описанным методом были проанализированы сечения продольных высот, и окончательные результаты просуммированы для 10 случаев в таблице 2. Будет отмечено, что таблица охватывает диапазон чисел Фруда от 0.22 до 0.34 с шестью разными скоростями и четыре повтора сделаны для проверки воспроизведения. Правильные и неправильные значения Rw были получены с и без применением корректив усечений к трансформации Фурье согласно уравнению

$$\Delta C^* = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left\{ d_1 C_F(z^+) + d_2 S_F(z^+) + d_3 C_F(z^-) + d_4 S_F(z^-) \right\}$$

$$\Delta S^* = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left\{ d_2 C_F(z^+) - d_1 S_F(z^+) + d_4 C_F(z^-) - d_3 S_F(z^-) \right\}$$

Не все, но только разумные соответствующие результатам анализа прежних поперечных сечений также включены для сохранения готовых сравнений. Некоторые из этих случаев уже были опубликованы в недавней статье С.Шарма [53], которая также содержит цифровые

листы четырёх действительных замеров волновых профилей, что особо интересующемуся читателю необходимо для независимой проверки.

Таблица I.12. Главные параметры и результаты анализа поперечных и продольных сечений

| Параметры | Случай 1 | Случай 2 | Случай 3 | Случай 4 | Случай 5 | Случай 6 | Случай 7 | Случай 8 | Случай 9 | Случай 10 |
|---------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-----------|
| V м/с | 1,40 | 1,50 | 1,60 | 1,70 | 1,80 | 2,00 | 1,40 | 1,70 | 2,00 | 1,40 |
| \bar{k}_o 1/м | 5,00 | 4,39 | 3,85 | 3,42 | 3,04 | 2,45 | 5,00 | 3,42 | 2,45 | 5,00 |
| \bar{F}_n | 0,224 | 0,238 | 0,255 | 0,271 | 0,287 | 0,319 | 0,224 | 0,271 | 0,319 | 0,234 |
| R_w (теор) | 0,117 | 0,107 | 0,082 | 0,081 | 0,112 | 0,067 | 0,117 | 0,0,081 | 0,067 | 0,117 |
| Поперечные сечения | | | | | | | | | | |
| $L/2 = \gamma_o$ | 9,993 | 8,787 | 7,710 | 6,835 | 6,087 | 4,923 | Случ. 1 | Случ. 4 | Случ. 6 | Случ. 1 |
| $-x_1$ | 29,39 | 25,07 | 22,06 | 19,01 | 16,69 | 13,00 | Случ. 1 | Случ. 4 | Случ. 6 | Случ. 1 |
| $-x_2$ | 30,39 | 26,59 | 22,99 | 19,97 | 17,60 | 13,87 | Случ. 1 | Случ. 4 | Случ. 6 | Случ. 1 |
| $-x_3$ | 31,39 | 27,52 | 23,91 | 20,92 | 18,51 | 14,73 | Случ. 1 | Случ. 4 | Случ. 6 | Случ. 1 |
| $-x_4$ | 32,39 | 28,44 | 24,84 | 21,88 | 19,43 | 15,59 | Случ. 1 | Случ. 4 | Случ. 6 | Случ. 1 |
| $-x_5$ | 33,39 | 29,38 | 25,76 | 22,84 | 20,34 | 16,45 | Случ. 1 | Случ. 4 | Случ. 6 | Случ. 1 |
| R_w (наим. кв.) | 0,028 | 0,033 | 0,038 | 0,030 | 0,028 | 0,040 | Случ. 1 | Случ. 4 | Случ. 6 | Случ. 1 |
| Продольные сечения | | | | | | | | | | |
| $L/2$ | 10,01 | 8,787 | 7,690 | 6,827 | 6,067 | 4,903 | 10,08 | 6,835 | 4,908 | 9,964 |
| y | 8,28 | 7,27 | 6,36 | 5,65 | 5,02 | 4,06 | 8,34 | 5,66 | 4,06 | 8,25 |
| x нос. корм. | 10,54 | 12,46 | 8,28 | 12,88 | 9,10 | 7,55 | 17,63 | 15,22 | 10,06 | 17,26 |
| $-x_a$ корм. | 86,46 | 64,97 | 69,47 | 62,56 | 64,70 | 73,68 | 88,19 | 55,66 | 73,63 | 93,37 |
| $-y/x_a$ корм | 0,0096 | 0,112 | 0,092 | 0,090 | 0,078 | 0,055 | 0,095 | 0,102 | 0,055 | 0,093 |
| R_w (неиспр.) | 0,029 | 0,036 | 0,038 | 0,025 | 0,029 | 0,037 | 0,028 | 0,025 | 0,036 | 0,027 |
| R_w (испр.) | 0,030 | 0,039 | 0,039 | 0,026 | 0,031 | 0,038 | 0,029 | 0,027 | 0,037 | 0,028 |
| Отнош. к R_w (поперечн) | 1,05 | 1,19 | 1,00 | 0,86 | 1,11 | 0,95 | 1,02 | 0,89 | 0,93 | 0,99 |

Подобным образом окончательные результаты, полученные $X - Y$ методом представлены в таблице I.13.. Здесь обычный коэффициент волнового сопротивления

$$C_w = 2R_w / \rho S V^2 \quad (I.124)$$

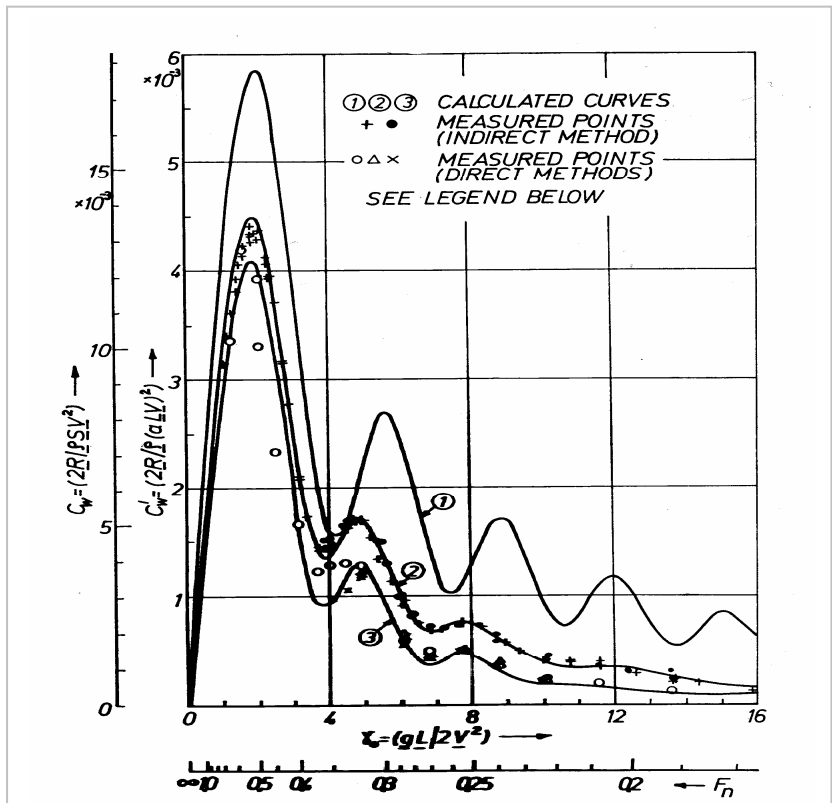
был использован в дополнении к нашему безразмерному волновому сопротивлению R_w , полученному в уравнении

$$R_w = R_w k_o^2 / \rho V^2.$$

Столбцы, озаглавленные C_{wAB} и C_{wBC} , относятся к двум членам уравнения

$$R_w = \frac{y}{2} \zeta_o^2 + \int_{ABC} X Y dx$$

соответственно. Здесь полезно повторить, что безразмерная полудлина $L/2$ оказывается в указанной таблице при определении параметра по скорости и длине $\gamma_o = gL/2V^2$, где



- Кривые
- (1) Теоретическое волновое сопротивление, посчитанное Методом Инуи (1952)
 - (2) Кривая (1), модифицированная в соответствии полуэмпирической корректировкой по Инуи (1957)
 - (3) Кривая (1), модифицированная по корректирующему множителю Инуи как интерпретировано Шарма (1963)
 - + Полное сопротивление, измеренное в большом бассейне HSVA минус оценённое вязкостное сопротивление
 - полное сопротивление, измеренное в малом бассейне HSVA минус оценённое вязкостное сопротивление
 - экспериментальное волновое сопротивление, полученное из поперечных сечений по Шарма (1963/64).
 - △ экспериментальное волновое сопротивление, полученное из продольных сечений (табл. 2)
 - × экспериментальное волновое сопротивление, полученное X-Y методом (табл. 3)

Рис. I.73. Расчёты и измерения волнового сопротивления Инуида S - 201

нижние символы обозначают обычные безразмерные величины. Два значения поперечных расстояний АВ в таблице I.13, полученных из поворота баланса сил на 90 градусов, потребовали калибровки Y, как установлено в предыдущем описании метода.

Для сохранения графического сравнения все новые результаты изображены вместе с разными прежними на рис. I.73. Специальный коэффициент сопротивления

$$C' = 2R / \rho(aLV)^2 \quad (I.125)$$

был представлен как функция безразмерной полудлины $L/2$ на этой диаграмме, для того, чтобы дать нам более ясную определённую характеристику и инвариантные свойства кривых волнового сопротивления. Однако дополнительный масштаб обычного коэффициента C_w и знакомого параметра скорости F_n , обеспечивающий удобную ориентацию и существенный результат был отложен на большой шкале на рис. I.72 в удобной манере. Этот рисунок также показывает отдельно вклад члена «центральной волны» $C_{w_{AB}}$ и X-Y результат.

Здесь не случайно снова обсуждается сравнение теоретического и экспериментального волнового

сопротивления вместе с вопросом полуэмпирической корректировки, которая была подробно рассмотрена С.Шарма. Три метода обследования волн дают с настоящей точки зрения ясные содержательные результаты, тем самым практически отвечающие на неловкий вопрос определения волнового сопротивления в реальной жидкости. Кажется, что волновое сопротивление, которое определено этими методами, в самом деле, является характеристикой приближённого инварианта формы корпуса, не чрезмерно чувствительно к выбору метода или этих параметров, которые могут быть произвольно изменяемы для каждого метода. Черты возмущений, однако, такие, что волновое сопротивление не добавляются к

вязкостному сопротивлению, а независимо установлено другими методами, такими, как испытания подводной дублированной модели и обследование попутного потока и т.д.), чтобы дать полное сопротивление модели как прямое измерение. Хотя предварительное объяснение феномена было предпринято С.Шарма [50] в связи с его пере-интерпретацией корректирующего множителя Т.Инуи, реальная причина этого противоречия ещё остаётся загадочной.



Рис. I.74. Экспериментальное волновое сопротивление модели Inuid S-201 (см. также сопровождающий рис. 11)

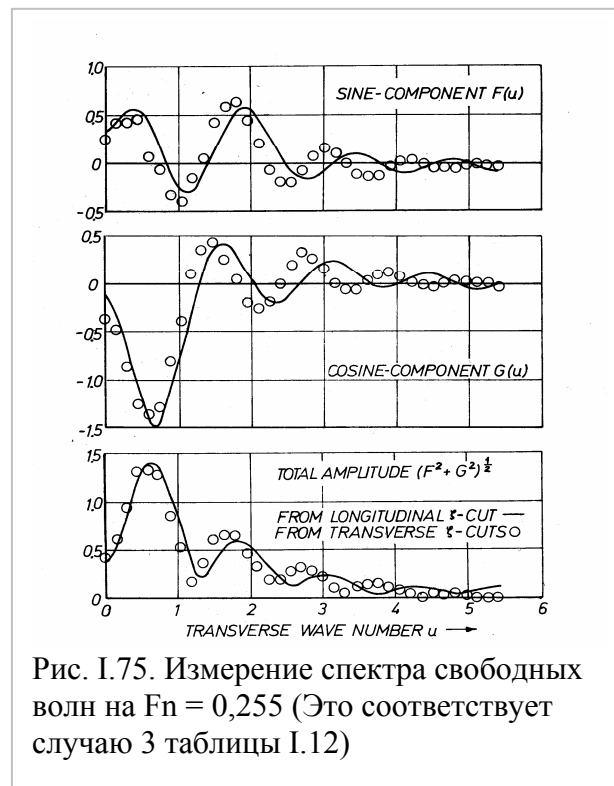


Рис. I.75. Измерение спектра свободных волн на $F_n = 0,255$ (Это соответствует случаю 3 таблицы I.12)

Другой курьёзный результат, касающийся $X - Y$ метода, может быть виден на рис. I.74. Видно, что в районе, где кривая сопротивления имеет пик, здесь *минимум* вклада центральной волны в полный результат, тогда как по теории и из других экспериментальных результатов таких, как в работах Л.Варда, можно ждать появления максимума или, по крайней мере, около того. Характеристика Инуида такая, что вязкий кормовой срыв оказывает сильное воздействие на образование картины кормовых волн, и может появиться проблема, связанная с этим поведением.

Более детальная общая проверка методов поперечных и продольных сечений, конечно, становится возможной путём сравнения спектров свободных волн, полученных каждым методом. Это было сделано во всех случаях анализа, и типичный пример показан на рис. I.75, который относится к случаю 3 таблицы I.12. Здесь непрерывная кривая является результатом, полученным из продольных сечений, в то время как точечная кривая получена из поперечных.. Три другие подобные диаграммы были найдены у С.Шарма [53]. Хотя повсюду согласие хорошее, очевидно, что здесь, кажется, существует определённый прогрессивный сдвиг фазы между спектрами, полученными этими двумя методами. По-видимому, это указывает на некоторое отклонение от теоретического отношения уравнения $w^2 = \sqrt{w^2 + u^2}$ между введением поперечных и продольных волновых чисел элементарных свободных волн, особенно, на высоких волновых числах. Следует исследовать, нельзя ли это объяснить как влияние вязкости реальной жидкости.

Окончательно, авторы извиняются за удержание результатов измерений поперечных склонов вдоль продольных сечений, но из-за неожиданных трудностей сигналы склона обернулись совершенно неоднозначными, показавшими большие противоречия между статически и динамическими калибровками. Возможно, это происходит от присущих схеме

дефектов и не может быть просто погашено линейными корреляциями сигналов записанного склона. Пробный анализ двух простых записей дал результаты на 20% выше или ниже, чем соответствующие значения из сокращённой высоты, зависящей от использования статического или динамического множителя калибровки.

Таблица I.13 Результаты, полученные X-Y методом

| F_n | AB, m | $10^3 C_{W_{AB}}$ | $10^3 C_{W_{BC}}$ | $10^3 C_W$ | R_w | $L/2 = \gamma_o$ |
|-------|-------|-------------------|-------------------|------------|-------|------------------|
| 0,224 | 1,655 | 0,026 | 0,630 | 0,656 | 0,027 | 9,97 |
| 0,240 | 1,305 | 0,053 | 1,033 | 1,086 | 0,034 | 8,68 |
| 0,256 | 1,655 | 0,010 | 1,518 | 1,523 | 0,037 | 7,63 |
| 0,272 | 1,305 | 0,072 | 1,294 | 1,366 | 0,026 | 6,76 |
| 0,288 | 1,655 | 0,188 | 1,525 | 1,713 | 0,026 | 6,03 |
| 0,286 | 1,305 | 0,112 | 1,785 | 1,927 | 0,030 | 6,11 |
| 0,320 | 1,655 | 0,085 | 3,490 | 3,575 | 0,036 | 4,88 |
| 0,334 | 1,305 | 0,021 | 3,190 | 3,211 | 0,027 | 4,48 |
| 0,350 | 1,655 | 0,017 | 2,960 | 2,977 | 0,021 | 4,08 |

Иногда бывает преждевременно уделять серьёзное внимание результатам в данный момент. Однако, нужно отметить, что Л.Вард [61] нашёл хорошее согласие между результатами, полученными X – Y методом и методом волнового склона на модели 60-ой серии, испытанных в Вэбб институте, путём использования волновых зондов разного типа. Существует вероятность, что метод бокового склона продольного сечения, который является комбинацией относительно лёгкого экспериментального метода высоты продольного сечения с «полу - сокращёнными» характеристиками X – Y метода, может обернуться одним из лучших осуществимых в буксировочном бассейне обоих методов в будущем и в случае возможных полномасштабных экспериментов.

Заключения и рекомендации. «Положения, описывающие результаты теоретических расчётов и экспериментальных подтверждений, находятся в соответствующем месте в тексте, где смысл и значение могут быть наиболее ясно поняты, но возникает вопрос, как отыскать эти значения, если нужно получить полное понимание того, что рассмотрено авторами и было бы значительным заключением этой поддержки.

Целью заключительной секции является просуммировать некоторые из наиболее важных находок этой природы в одном месте для удобства читателя и для связи их, чтобы сделать общую оценку экспериментальных методов, составленных из комбинации теоретических расчётов с экспериментом, как изначальное предположение.

Степень усилий, действительно предпринятых авторами при настоящем изучении, показана в таблице I.14, из которой также видно, что невозможно провести всю работу целиком. Однако, картина очень многообещающая с двух точек зрения. Первая состоит в том, что нет никаких негативных корреляций в пределах достигнутого; то есть, где корреляция была возможна, согласование в разумных пределах было всегда найдено. Второе состоит в том, что когда другие относительно близкие результаты такие, как в расчётах К.Эггерса [11], включающие метод поперечных сечений для подобного распределения источников, расчёты С.Шарма [53] для точечного диполя и добавлены экспериментальные результаты Л.Варда [61], успешно использующие зонд для замера склона волн модели 60-ой серии, полная картина существенно усилена, особенно в отношении метода бокового склона продольных сечений, который может быть рассмотрен как «новейший» из предпринятых. В этой связи, возможно, есть искушение считать, что эти новейшие методы могут быть выбраны в результате проверки предыдущих установленных результатов с использованием метода поперечных сечений; но теперь вернее сказать, что метод поперечных сечений значительно проверен в этом процессе, как сама идея, так и как величина измерения, названная «волновым сопротивлением» (и соответствующий спектр свободных волн). Мы не

должны, конечно, использовать слово «доказательство» на базе того, что было так далеко познано, но, конечно, очевидно всё это является поощрением и должно привести к дальнейшим тщательным исследованиям этой природы».

| Таблица I.14. Результаты оценки методов, активно проверенных на Инуиде S-201 (X), и относительной работы (x) | | | | |
|--|---|------------|--------------------|--------|
| Область исследования | Поперечное Сечение | X - Y | Продольные сечения | |
| | | | Высота | Наклон |
| Теоретическая (линеаризованная модель свободной волны) | ← Основное показанное согласование ^a → | | | |
| Расчетная (линеаризованная полная модель для простого распределения источников) | x^b | X x^c | X x^c | x^c |
| Экспериментальная (Инуид S-201 модель в большом опытовом бассейне Гамбурга) | X | X x^d | X | x^d |
| ^a Не включено влияние усечения; ^b Эггерс (1966) только бесконечный страт ^c Шарма (1966) только точечный диполь; ^d Вард (1967) модель серии 60 | | | | |

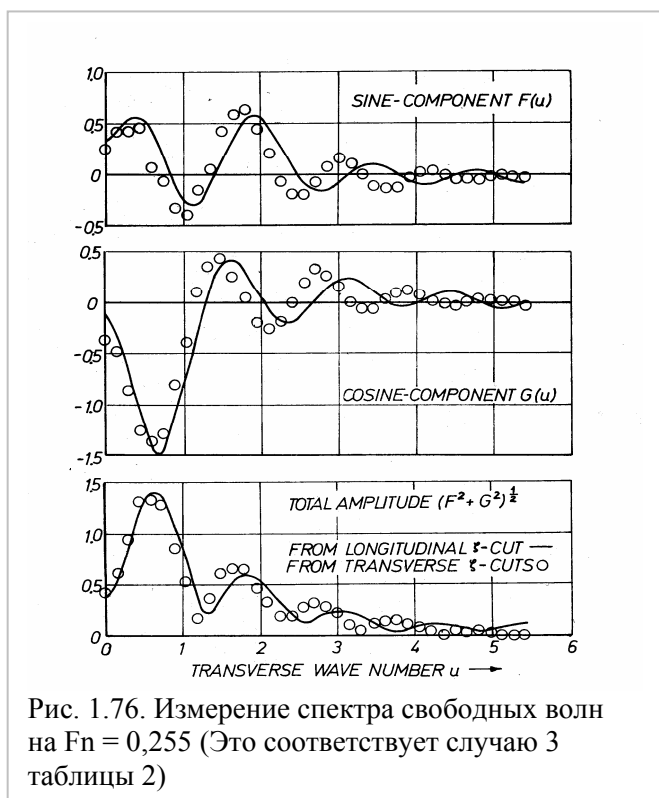


Рис. 1.76. Измерение спектра свободных волн на $F_n = 0,255$ (Это соответствует случаю 3 таблицы 2)

Осуществимость рассмотренных методов. В дополнение к следующим заключениям, описывающим относительные и скомбинированные достижения различных методов, исследованных в зависимости от результатов, полезные и важные заключения могут быть записаны на базе полученного опыта в действительно обеспеченных специальным оборудованием и проведенных экспериментов, согласно различным методам в типовых больших коммерческих опытовых бассейнах. Здесь нужно применить некоторое урегулирование к ранним экспериментам с поперечными сечениями С.Шарма [51], особенно потому, что эта работа принадлежала к прояснению фундаментальных положений скорее, чем была сконцентрирована на разработке экспериментальных технологий, удобных для проведения обычных экспериментов. Даже с такими допущениями, ясно, что

метод продольных сечений даже в большом бассейне с пилотируемой тележкой, движущейся на бортовых рельсах, имеет преимущество в относительно легком получении данных, поскольку это можно объединить с помощью стационарных инструментов, установленных на фиксированном мосту в верхней части бассейна. Обеспечение последнего, конечно, требует начального исследования для установки, которая будет несомненно полезна также для многих других целей. Это достижение более перспективно даже в случае малого бассейна с непилотируемыми верхними рельсами, так что данные, необходимые для анализа поперечных сечений, будут получаться фотографически. Более того, кажется главным в последнем типе осуществления, что X - Y метод является реально практичным и удобным,

когда есть достаточный зазор, по крайней мере, на одной стороне бассейна, доступный для жёсткой конструкции, изолированной от вибрации колёс тележки, необходимой для поддержки требуемого баланса особенно чувствительных сил. Очевидно, приходится платить за выгодные свойства усечений для облегчения расчётов в изобретённой схеме.

В соответствии с двумя предпринятыми методами продольных сечений, которые основаны на данных высот, было легко применить и дать хорошее согласие, но не нужно браковать те, что основаны на данных боковых наклонов из-за проблем «зубчатости» в электрической измерительной схеме в процессе настоящей серии испытаний. Результаты Л.Варда [62] очень поощряющие, и выгодная точка «полу – усечения» характерна для тех данных, которые подобны Y -сигналам в $X - Y$ методе. Нужно отметить, что метод высот продольных сечений выполнен успешно в настоящих экспериментах и выгоден при больших отношениях ширины бассейна к длине модели, чего может не быть в случае с другими экспериментальными оценками такого рода.

Нужно отметить, что компьютерные решения очень помогают в наиболее выгодных боковых и продольных положениях измерительных установок в методе продольных сечений и $X - Y$ методе, и ожидалось, что другая информация может быть получена этим же путём, который будет полезен в планировании и осуществлении действительных экспериментах.

Рекомендации. Авторы показали, что результаты, изложенные здесь, отмечены как справедливые, и есть польза от этой новой модели экспериментальных возможностей, и что предпринимаемые исследовательские работы должны быть обеспечены необходимым оборудованием в проведении любых методов, которые покажутся более подходящими в частных условиях, и более того, необходимо использовать преимущества этих возможностей, когда это даёт выгоду в связи с программой экспериментов. В таких ситуациях служат примеры С.Шарма [53], Л.Варда [62] и другие.

Литература к части I.4

1. Никитин, А.К., О корабельных волнах на поверхности вязкой жидкости бесконечной глубины /А.К.Никитин// Прикладная математика и механика.- 1965,.29.- С. 186-191.
2. Baba, E. Study on separation of ship resistance components /E.Baba// J. of Society Nav. Arch. Japan.- 1969, **125**.- P. 9 – 22.
3. Baba, E. A new component of viscous resistance of ships /E.Baba// J. Soc. Nav. Arch., Japan.- 1969, 125.- P. 23-34.
4. Baba, E. A study on free-surface flow of slowly moving full forms /E.Baba, K. Takekuma//. J. Soc. Nav. Arch., Japan.- 1975, 137.- P. 1-10.
5. Brard R. Viscosity, Wake, and Ship Waves /R.Brard // Journal of Ship Research.- 1970, 14.-№ 4.-P. 207 – 240.
6. Brard, R. Some Comments of the Risk of Systematic Errors in Measuring the Resistance Components /R.Brard //Report no.22.-CST.- 1974.
7. Calisal, S. Effect of Wake on Wave Resistance /S..Calisal// Journal of Ship Research.- 1972,16.- № 2.-P.93 – 112.
8. Cumberbatch, E. Effects of viscosity ship waves /E.Cumberbatch// J. Fluid Mech., London.- 1965, 23.-P. 471-479.
9. Eggers, K. Über die Ermittlung des Wellenwiderstandes eines schiffsmodells durch analyse seines wellensystems/ K.Eggers// Schiffstechnik, 1962, 9.-№ 46.-P.79 – 84.
10. Eggers, K. Über die Ermittlung des Wellenwiderstandes eines Schiffes durch Analyse seines /K.Eggers// Wellensystems – Teil 2. Schiffstechnik.- 1963, 10.- P.93 – 106.
11. Eggers, K.W.H. On Second-Order Contributions to Ship Wave and Wave Resistance /K.W.H.Eggers, // 6th Naval Hydrodynamics Symposium, Washingtonю- 1966. P. 649 – 679.

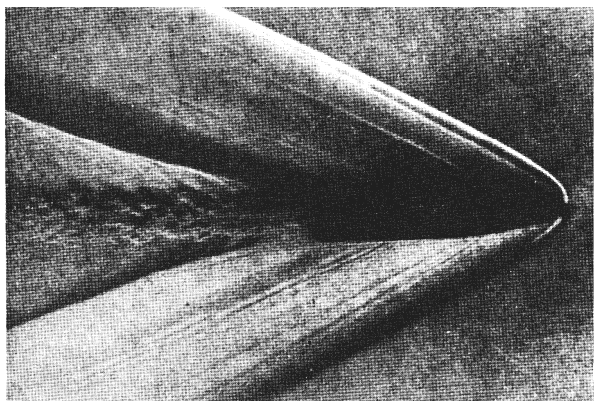
12. Eggers, K.W.H. An Assessment of Some Experimental Methods for Determining the Wavemaking Characteristics of a Ship Form /K.W.H.Eggers, S.D.Sharma, L.W.Ward// Trans. Soc. Nav. Arch. and Mar.Eng.- 1967 , 75.- P. 112 – 157.
13. Eggers, K.W.H. Comment Concerning Local –Wave Influence on Longitudinal Cut Wave Analysis /K.W.H.Eggers, H.A.Kajitani // Proc. of the 12th Intern. Towing Tank Conf., Rome.- 1969.
14. Eggers, K.W.H. On free waves /K.W.H.Eggers// Intern. Seminar on Wave Resistance. Tokyo.- 1976.- P.191 – 201.
15. Eggers, K.W.H. Wave analysis state of the art 1975 /K.W.H.Eggers// Intern. Seminar on Theor. Wave Resistance., Tokyo.- 1976 .-P. 93-103.
16. Emerson, A. The Application of wave resistance calculations to ship hull design /A.Emerson// Trans. Inst. Nav. Arch. -1954, 96.-P. 268 – 283.
17. Föttinger, H. Fortschritteder Strömungslehre im Maschinenbau und Schiffbau /H.Föttinger// Jahrbuch STG.- 1924, 25.-P.295 – 341, 344.
18. Froude W. Experiment upon the effect produced on the wave-making resistance of ships by length of parallel middle body /W.Froude// Trans. INA, 1977, 18, London.
19. Gadd, G.E., Hogben, N. An Appraisal of the ship resistance problem in the light of measurements of the wave pattern /G.E.Gadd, N.Hogben// Int. Seminar on Theor. Wave Resistance, Ann-Arbor.- 1963,1.- P.273-351.
20. Gadd, G.E. The Measurement of Resistance associated with the Ship Wave Pattern /G.E.Gadd// Appendix to the Report of the Resistance Committee, 14th ITTC, Ottawa.- 1975.
21. Guilloton, R.A. Contribution a letude des careness minces /R.A.Guilloton// Science et Industris, Paris.- 1939.- 117 p.
22. Guilloton, R.A. Further notes on the theoretical calculation of wave profiles and of the resistance of hulls /R.A.Guilloton// Trans. Inst. Nav. Arch., London,- 1946, 88.
23. Guilloton, R.A Potential theory of wave resistance of ships, with tables for its calculation /R.A.Guilloton// Trans. Soc Nav. Arch. And Mar. Eng., London.- 1951, 59.-P. 86-122, disc. 123-127.
24. Guilloton, R.A La pratique du calcul des une isobars sur une carène linéarisée /R.A.Guilloton// Bull. Assoc. Tech. Maritime et Aéron.- 1965, 65.- P.379-400.
25. Havelock, T. Wave patterns and wave resistance /T.Havelock// Trans. of Royal Inst. Nav. Arch.- 1934 , 76.- P.430-446.
26. Havelock, T. Ship waves. The relative efficiencies of bow and stern /T.Havelock// Proc. Roy. Soc. London, Ser. A.- 1935, 149.-P. 417 – 426.
27. Hogben, N. The computing of wave resistance from a wave pattern by a matrix method /N.Hogben// Nat.Phys. Lab. Ship div. Ship Rep. 1964, 56.-6 p.
28. Hogben, N. Automated analysis of wave pattern behind towed models /N.Hogben// Nat. Phys. Lab. Ship div. Ship Rep. -1970,143.-27p.
29. Hogben, N. “Equivalent source arrays” from wave patterns behind trawler type models /N.Hogben// Trans. of Royal Inst. Nav. Arch.- 1971, 113.-P.345 – 363.
30. Hogben, N. Automated recording and analysis of wave pattern behind towed models /N.Hogben//.- Trans. Inst. Nav. Architects.- -1972. 114.-P. 127-150; disc. P. 150-153.
31. Hughes E.V. The Prediction of Smooth Ship Resistance from Model Data /E.V.Hughes// Trans. RINA.- 1958,100.-P. 41-67, 75.
32. Inui, T. Asymptotic Expansion Applied to Problems in Ship Waves and Wave Resistance /T.Inui// Proc. 5th National Congress for Applied Mechanics, Japan.- 1956.
33. Inui, T. Wave making resistance of ships /T.Inui// Trans. Soc. Nav. Arch. Mar. Eng.- 1962, 70.-P. 283-352.
34. Inui, T. A Guide Note for Design of Ship Model Basins with Special References to Wave Analysis Work /T. Inui, T.Takahei, T.Tagori// In Proc. Int. Seminar on Theor. Wave Resistance, Ann-Arbor.- 1963, 2.-P.535 – 558..

35. Inui, T. From Bulbous Bow to Free-Surface Shock Wave /T.Inui// Trends of 20 Years' Research on Ship Waves at the Tokyo University Tank. J.Ship Res. -1981, 25.-№ 3.-P. 147-180.
36. Ikehata, M., Nozawa, K. Determination of wave-making resistance of a ship by the method of wave analysis /M.Ikehata, K.Nozawa// Journal of the Society of Naval Architects of Japan.-1968, 124.- P. 37 – 49.
37. Ikehata, M. On experimental determination of wave making resistance of a ship /M.Ikehata//. Japan Shipbuild. Marine Eng. -1969, 4.-№ 4.-P.5 – 14.
38. Kelvin (W.Thomson) On the waves produced by a single Impulse in Water of any Depth, or in a Dispersive Medium /Kelvin (W.Thomson)// Philosophical Magazine and Journal of Science.-1887, XXIII.-P. 252-255.
39. Kobus, H.E. Examination of Egger's Relationship Between Transverse Wave Profiles and Wave Resistance /H.E. Kobus// J. Ship Research.- 1967, 11.-№ 4.- P.240 – 256.
40. Landweber, L. An Evaluation of the method of Direct Determination of Wavemaking Resistance from Surface Profile Measurements /L.Landweber// Proc. Intern. Seminar on Theor. Wave Resistance, Ann Arbor.- . 1963, 2.-P. 557-574 (disc.582).
41. Landweber, L. Study of Eggers method for the determination of Wave-making resistance /Landweber, L., Tzou, K.T.S// J. Ship Research.- 1968 , 12.-№ 3.-P.213 – 230.
42. Landweber, L. Contributions on Wave Current Problem of Ship Resistance /L.Landweber// Intern. Jubilee Meeting NSMB, Wageningen.- 1972.-P. 32 – 45.
43. Luft H. Sonds für Wellenschrage und Höhe /H.Luft// Hamburgische Schiffbau Versuchsanstalt Bericht No.F 35/66.-1966.-13p.
44. Maruo, H. Determination of Wave-making Resistance of a Ship by the Method of Wave Analysis /Maruo, H., Ikehata,M.// III. (Japanese)J.Soc.Nav. Arch. Jap., 1969, 125.-P. 1-8.
45. Michell, J.H. The wave resistance of a ship /J.H.Michell// Philosophical Magazine.-Ser. 5.-1898, 45.- P. 106-123.
46. Moran, D.D. A longitudinal-cut method for computing and wave resistance of a ship model in a towing tank /D.D.Moran, L.Landweber// 16th Amer. Towing Tank Conf. Sao Paolo.- 1971.
47. Moran, D.D. A longitudinal cut method for determining wavemaking resistance /D.D.Moran, L.Landweber// J. Ship Research, 1972, 16.-№ 1.- P. 21 –40.
48. Newman, J.N. The determination of wave resistance from wave measurements along a parallel cut /J.N.Newman// Proc. Intern. Seminar on Theor. Wave Resistance, Ann Arbor .- 1963, 1.-P. 353 – 376.
49. Roy, J.F. Une méthode de mesure de la resistance des vagues /J.F.Roy,A.Millard// Bull. Ass. Tech. Mar. Aeron.- 1977, 71.- P. 481- 501.
50. Sharma, S.D. A comparison of the calculated and measured free-wave spectrum of Inuid in steady motion /S.D.Sharma// In Proc. Int. Seminar on Theor. Wave Resistance, Ann-Arbor.- 1963, 2.-P.201 - 270.
51. Sharma, S.D. Untersuchungen über den Zähigkeits Wellenwiderstand mit besonderer Berücksichtigung ihrer Wechselwirkung /S.D.Sharma// Inst.Schiffbau Univ. Hamburg, Ber. -1964 , 138 - 491 p.
52. Sharma S.D. Zur Problematik der Aufreilung des Schiffswiderstandes in zähigkeits und wellenbedingte Anteile /S.D.Sharma//. Jahrb. Schiffbautech.-1965 , 59P. 458-504; Erört., 504-508.
53. Sharma, S.D. An attempted application of wave analysis techniques to achieve bow-wave reduction /S.D.Sharma// 6th Symp. on Nav. Hydrod. -1966.-P. 731 – 773.
54. Takekuma, K. Study on Non-Linear Free Surface Problem Around Bow /K.Takekuma// Journal Soc. Nav. Arch. of Japan.- 1972, 132.- P. 1 -9.
55. Tanaka, H. Study on Wave Analysis by Use of Inuid-Geosims /H.Tanaka, H. Adachi S.Omata S.// J.Soc. Nav. Arch.-1970, 128.-P. 19-29.
56. Tanaka, H. Some application of the wave analysis on the geosim-models and actual ship /H.Tanaka, Y.Yamazaki, J.Jenrga, H.Adachi, M.Ogura, S.Omata.// Journal Soc. Nav. Arch. of Japan.- 1969, 126.- P.11 -24.

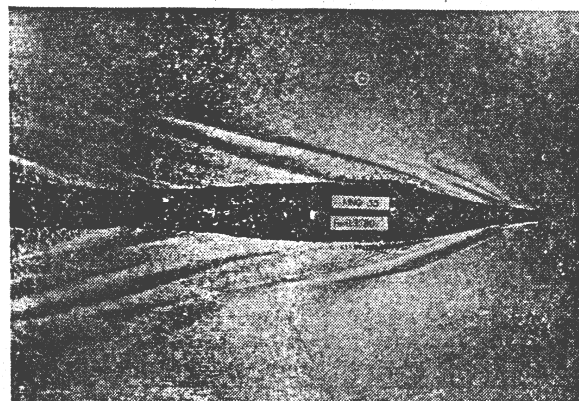
57. Tatinclaux J.-C. Effect of a rotational wake on the wavemaking resistance / J.-C.Tatinclaux // J. Ship Res.- 1970, 14, № 2.-P 80-90.
58. Taylor D.V. The Speed and Power of Ships /D.V Taylor.// Printed Office, Washington, D.C.- 1943.- third edition.
59. Telfer E.V. Ship Resistance Similarity /E.V.Telfer // Trans. INA.- 1927 , 69.-P.. 174 – 190, disc. P. 196- 210.
60. Ward, L.W. The XY method of determination of ship wave resistance from the wave pattern /L.W.Ward // In Proc. Int. Seminar on Theor. Wave Resistance, Ann-Arbor.- 1963, 1.-P.383-414.
61. Ward, L.W. Experimental Determination of Ship Wave Resistance from the Wave Pattern /L.W.Ward //.-ONR Report Webb Institute of Naval Architects< Long Island, N.Y.- 1964, viii and 68 pages.
62. Ward, L.W. Wave Resistance Surveys on a Ship Model of Minimum Resistance /L.W.Ward// ONR Report Webb Institute of Naval Architects.-Long Island, N.Y.- 1965 , v and 16 pages.
63. Ward, L.W. Forces due to gravity wafer waves on long vertical cylinder /L.W.Ward, J.D.Snyder // Welb. Inst. Nav. Arch. Glen Cove, N.Y. 1968, v – 36.
64. Wehausen, J.V. The wave resistance of ships. Advances in Applied Mechanics /J.V.Wehausen//.- 1973 , 13.-P. 93-245.
65. Wehausen, J.V. Wave Resistance /J.V.Wehausen// University of California, Berkeley. -1975.
66. Weinblum, G.P. Über die Unterteilung des Schiffswiderstendes /G.P.Weinblum// Schiffshafen.- 1970, 22.-P. 807-812.
67. Wigley, W.C.S. Effects of viscosity on the wave-making of ship /W.C.S.Wigley// Trans. of the Inst. of Engin. Ship Builders in Scotland, 1937-8 .-№ 81.- P. 187-2108 (disc. 215).

I.5. Ударные волны в носовой оконечности судна

В 1977 году Т.Инуи и Х.Кадзитани [4], изучая волны в носовой оконечности судна, обнаружили, что эти волны не обладают свойствами дисперсионных волн. Эти волны не



Фотография I.6. Ударные волны в сверхзвуковом потоке (из «Fluid Dynamics»)



Фотография. I.7. Волновая картина модели М33

расходятся, а остаются возле корпуса движущегося судна. По своим характеристикам они могут быть отнесены к ударным волнам [5], [7]. Впоследствии они были так и названы, но в отличие от известных в аэродинамике ударных волн (фотография I.6), они были названы «ударными волнами на свободной поверхности» (фотография I.7). По определению ударными волнами на воде называют волны с резко меняющимися характеристиками. В случае ударных носовых волн судна резко меняется направление скорости. Это показано на рис. I.77 и I.78), взятых из работы Х.Мията и др.[9].

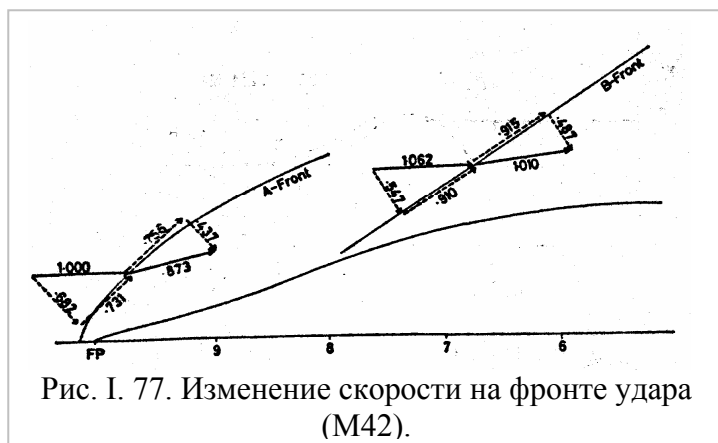


Рис. I. 77. Изменение скорости на фронте удара (M42).

Особенно много исследований ударных волн в носу судна выполнялось в начале восьмидесятых годов двадцатого столетия.

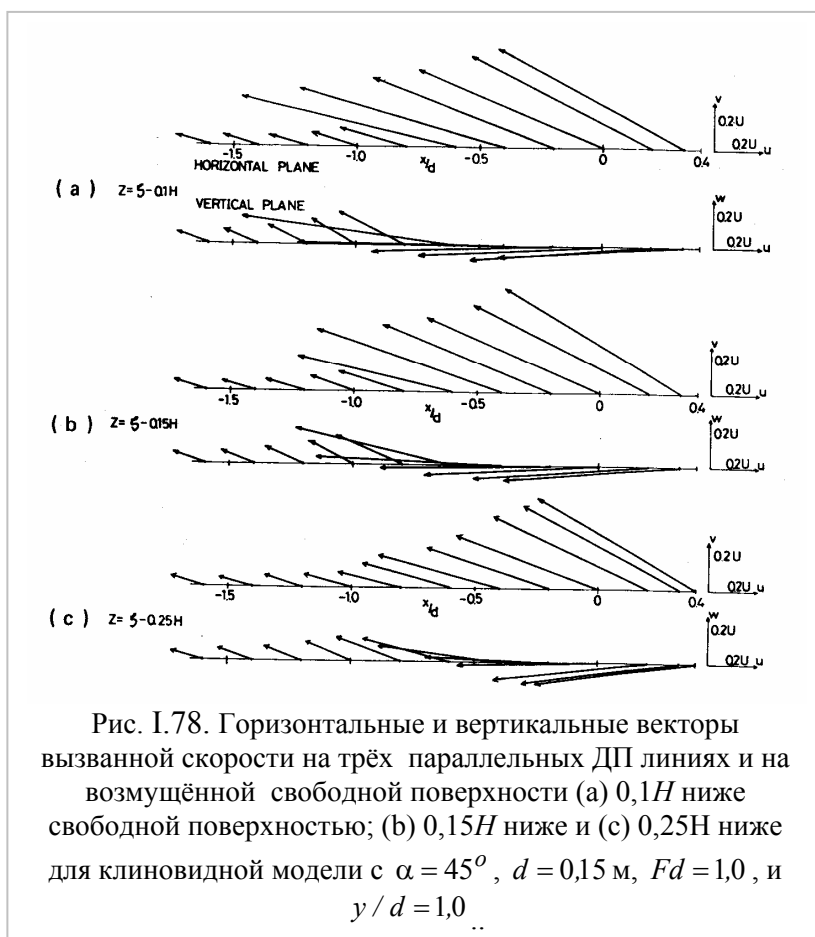
В качестве экспериментального метода была разработана техника фотографирования волновой картины. Фотографии особенно удобны для наблюдений за волновыми системами в ближнем поле судна. Т.Инуи и Х.Кадзитани получили ряд важных сведений о поведении потока в носу судна: Они отметили,

1) что существенна нелинейность условий на свободной поверхности. Влияние местных возмущений потока на свободные поверхностные волны не может быть выявлено аналитически, если условия на свободной поверхности линеаризованы.

2) Теория медленных судов Е.Баба [2], построенная на нелинейных условиях на свободной поверхности, на последней стадии расчёта волнового сопротивления не включает «интегральных эффектов» местных изменений длины волн, так что здесь есть ещё некоторые моменты для улучшения.

3) Теория Ф.Урселла [15] эффективно описывает картину волнообразования на низких скоростях. Она имеет физические основания для аналогии с геометрической оптикой.

Следует заметить, что разрушающиеся волны, изученные Е.Баба ещё раньше в 1969 году, являются следствием ударных волн. Фактически они переносят энергию этих волн в корму, где их измерил Е.Баба.



К настоящему времени выполнено много работ по изучению давления на форштевне, которое является источником подпорных волн (по Х.Мията ударных) и которое должно быть положено в основу теории носовых волн (например, Л.Рахадзи [13]).

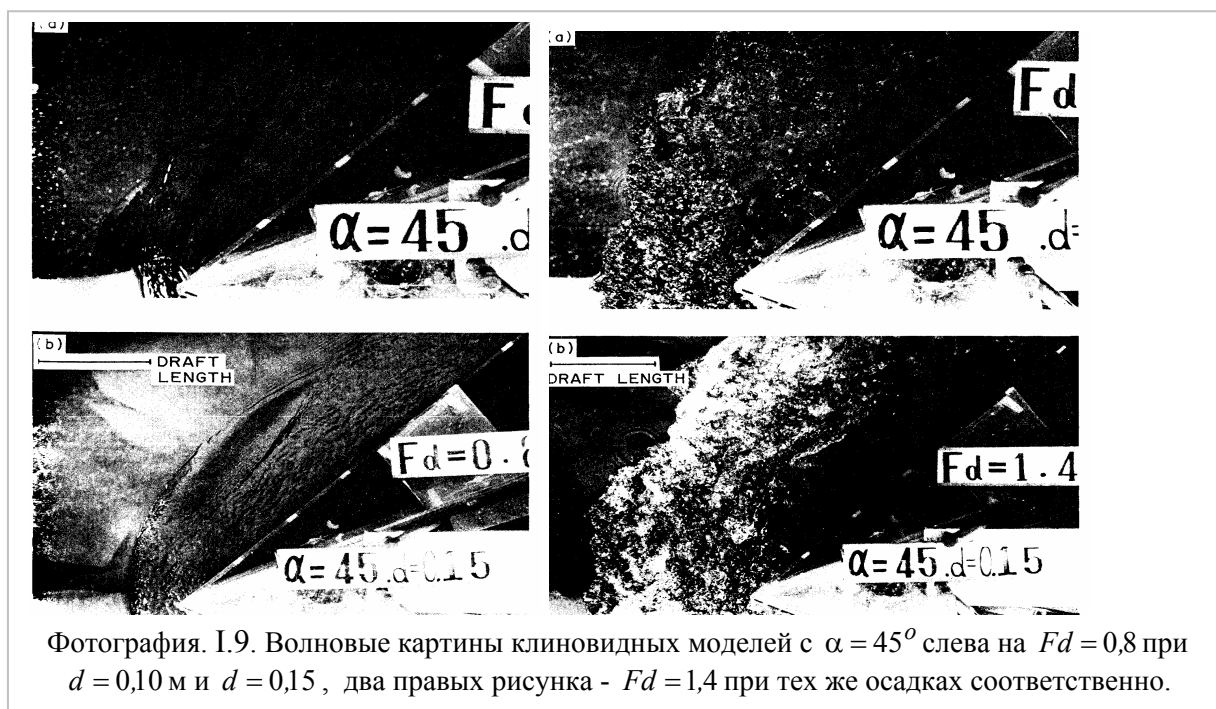
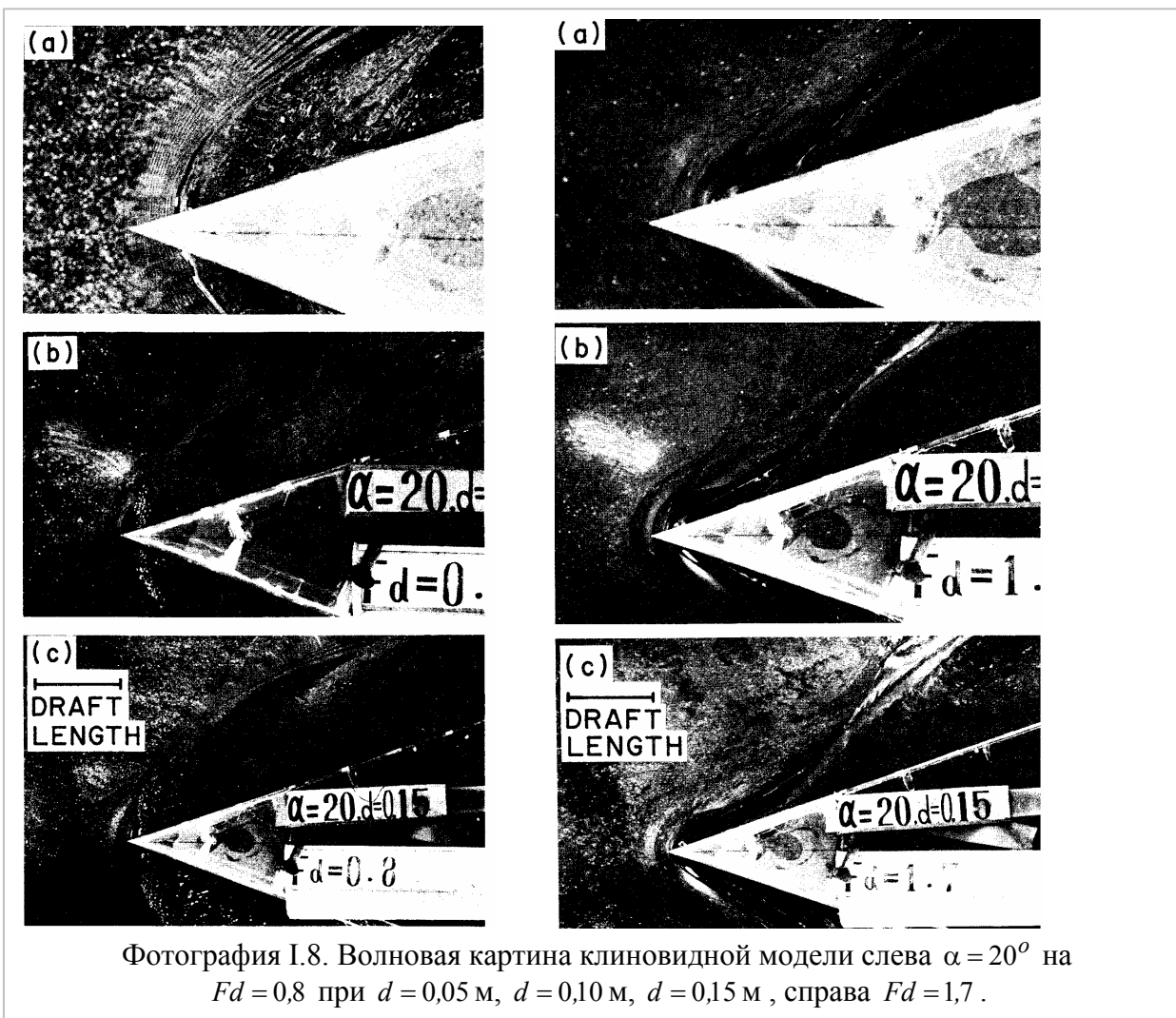
Т.Инуи и Х.Мията так описывают это явление: «...это является генерированием волн, когда волны классифицируются как линейные и нелинейные. Нелинейность волн является существенной на фронте волны и впоследствии формирует разрыв. Линии разрыва часто сопровождают турбулентное движение жидкости на свободной поверхности». Во многих аспектах ударные волны на свободной поверхности обычно появляются в

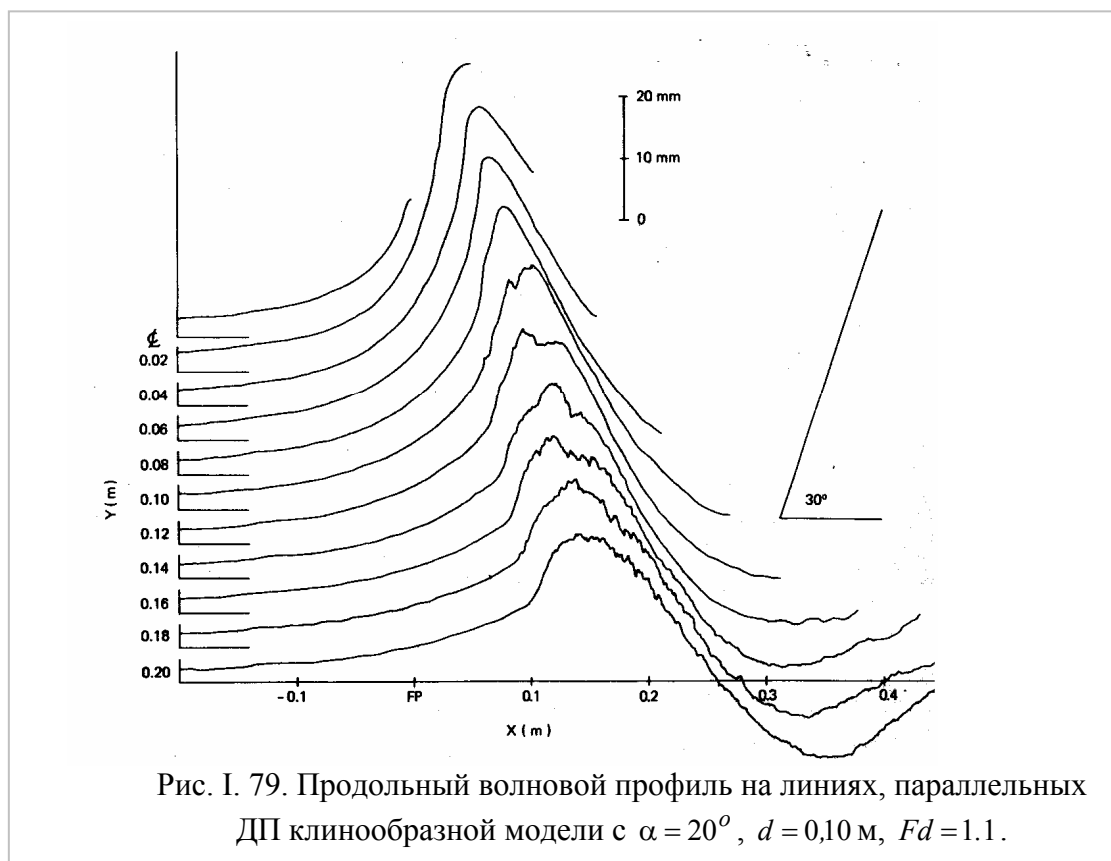
дополнение к обычным линейным дисперсионным волнам Кельвиновской системы».

В опытовом бассейне университета Токио было выполнено много экспериментальных исследований по изучению характеристик ударных волн на свободной поверхности (рис. I.78 и фотография I.8). Эксперименты показали, что эти волны становятся крутыми на фронте, а по распределению возмущенной скорости видно появление линии разрыва, где происходит это резкое изменение скорости. Тангенциальные компоненты скорости на фронте волны не изменяются, в то время как нормальные компоненты получают резкие изменения.

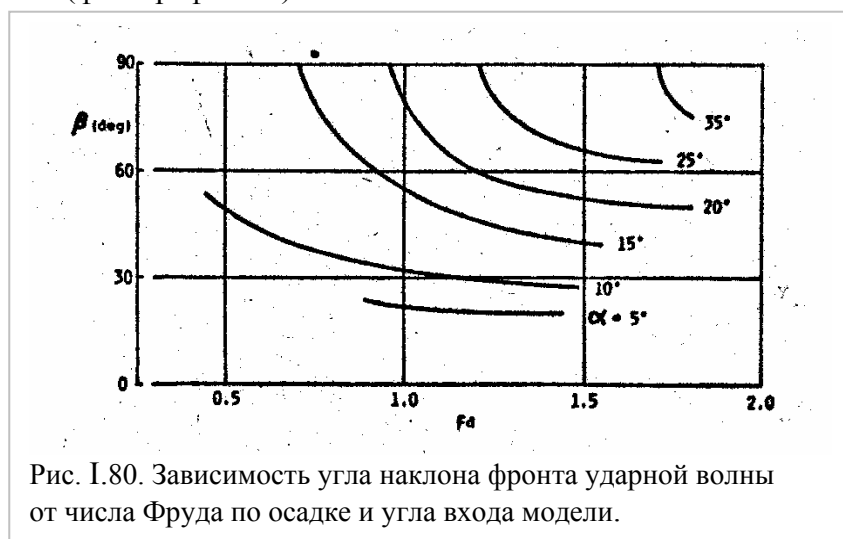
Японские исследователи [11] приняли в качестве рабочей гипотезы, что физический процесс образования ударных волн состоит из четырёх стадий: 1) волны образуются как очень крутые нелинейные волны; 2) происходит разрушение волнового гребня и потеря энергии; 3) происходит потеря энергии из-за диффузии с турбулизацией возле свободной поверхности за фронтом волны и 4) образуется установившийся попутный поток, приводящий к потере количества движения.

Для изучения влияния угла входа ватерлиний на ударные волны выполнялись испытания серий моделей. Испытывались клинообразные модели с разными углами входа от 5° до 45° . Диапазон скоростей изменялся так, чтобы перекрыть числа Фруда по осадке реальных судов от $Fd = 0,5$ до $Fd = 1,5$. Волновая картина фотографировалась 35мм камерой, которая располагалась на расстоянии 1,5 м выше поверхности воды. При фотографировании волн были определены сложности. Относительное положение фронта волны по отношению к обводу модели не является общим для фотографий 1.8 и 1.9, поскольку положение камеры фиксировано, в то время как высота модели над поверхностью воды и расширение волн изменялось с изменением осадки.





В случае клинообразной модели с $\alpha = 20^\circ$ передние ударные волны являются нормальными на $Fd = 0,8$ и трансформируются в косые на $Fd = 0,95$ почти внезапно, и после сохраняются косыми с углом линии фронта к ДП (угол удара β) убывающим с возрастанием Fd (фотография I.8).



В противоположность случаю клинообразных моделей с меньшим углом входа, клинообразная модель с $\alpha = 45^\circ$ генерирует только нормальные ударные волны, которые никогда не трансформируются в косые в диапазоне этих чисел Фруда (фотография I.9).

Положение свободной поверхности является *неустановившимся и турбулентным на фронте ударной волны и позади него.*

Турбулентность становится более интенсивной с увеличением поступательной скорости. Нормальные ударные волны на свободной поверхности, генерируемые клинообразными моделями с большим углом, совпадают с разрушением установившегося движения и образованием воздушных пузырей на свободной поверхности.

Волновой профиль измерялся по высоте волны самописцем контактного типа. Волновой контур прорисовывался из продольного волнового профиля, как на рис. I.79. Компоненты скорости и давления измерялись пятидырочными трубками Пито, у которых внешний и внутренний диаметр были 2,1 мм и 0,4мм соответственно.

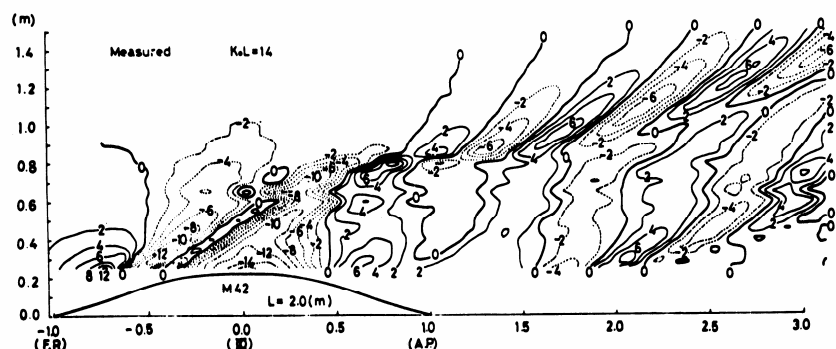


Рис. I. 81. Контурные волны M42 ($Fn = 0,267$, высота волн в мм). В носу видно, как подпорные волны отодвигают волновую систему.

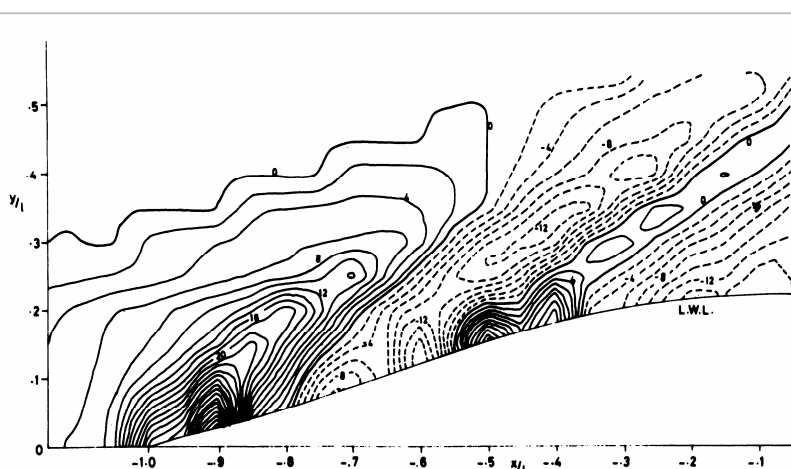


Рис. I. 82. Контурные волны в ближнем поле модели M42 ($Fn = 0,267$, высота волн в мм)

Разница в линии фронта волны мала в широком диапазоне чисел Fd , и небольшое расхождение частично присуще сильному неустойчивому поведению свободной поверхности для случаев $Fd = 1,1$ и $Fd = 1,4$. Подробное описание представлено в их работах [9], [14], [8], [10]. На основании экспериментов установлено, что виртуальный сдвиг относительно положения между волнами и моделью управляется числом Фруда по осадке. Зависимость угла фронта ударных волн от числа Фруда по осадке и угла входа модели показана на рис. I.80.

Образование нелинейных ударных волн на свободной поверхности в большинстве случаев отделяется от носа в виде круговой формы.

Фронтальные линии образуют угол $\pi/2$ с диаметральной плоскостью клинообразной модели. В противоположность этому косые ударные волны аналогичны присоединённым ударным волнам в сверхзвуковом потоке, имеют почти прямые линии фронта

Тщательно изучались и промерялись контуры волн по высоте и по длине. На рис. I.81 и I.82 видны линии, отделяющие ударные волны от кельвиновских.

В 1980 году Х.Мията и др.[9] выполнили большую работу, в ходе выполнения которой очень тщательно промерили поле потока в ближнем поле судна, чтобы как-то разобраться в противоречиях между теорией волнового сопротивления и экспериментальными результатами. Они подтвердили, что недисперсионные волны существуют вокруг судна и дают существенный вклад в сопротивление, и, кроме того, отметили, что без заслуживающих доверия разработок нельзя ждать прояснения теории волнового сопротивления из-за этих волн. Они провели экспериментальную проверку характеристик этих недисперсионных волн вокруг судна, и нашли, что эти волны удовлетворяют таким же условиям, как ударные волны в сжимаемой жидкости и нелинейные волны на мелководье.

В той же статье они писали, что ударные волны существуют вокруг судов, и это должно характеризоваться теорией нелинейных волн (именно в этой работе они ввели для этих волн термин «ударные волны на свободной поверхности»). Авторы пришли к заключению, что Кельвиновская система дисперсионных волн и ударные волны сосуществуют вокруг судна, поэтому они изучали влияние ударных волн на дисперсионные волны.

Экспериментальные исследования, начавшиеся с модели волновой картины, прояснили особенности потока в ближнем поле судна. Последующие эксперименты прояснили характеристики ударных волн количественно.

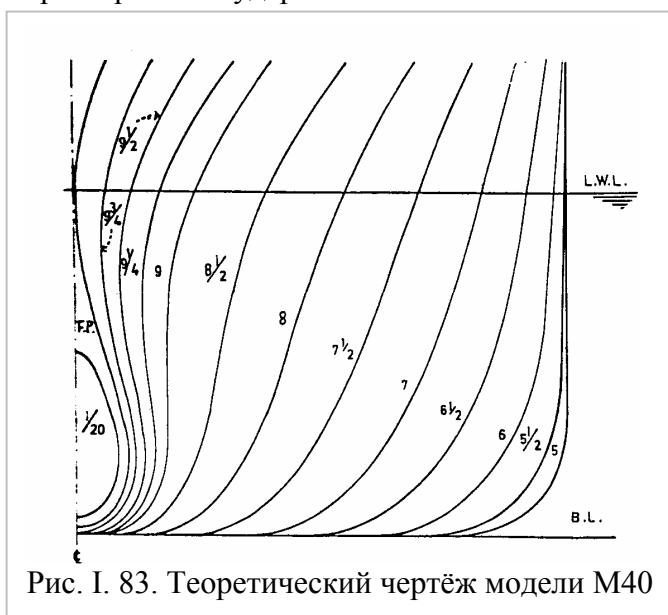


Рис. I. 83. Теоретический чертёж модели M40

Понятно, что эту задачу невозможно решить в рамках гипотезы идеальной жидкости. Здесь необходимо тем или другим способом учитывать вязкие свойства воды, поэтому Х.Мията предпринял попытку решить уравнения Навье – Стокса для трёхмерного случая с условиями на свободной поверхности, соответствующими клиновидной модели.

Когда Т.Инуи и Х.Мията применяют к ударным волнам термин «нелинейные» (по типу описывающих их дифференциальных уравнений), то практически уходят от физики того, что происходит с потоком при обтекании носовой оконечности. Все их исследования и замеры показали, что за гребнем этих ударных волн образуется

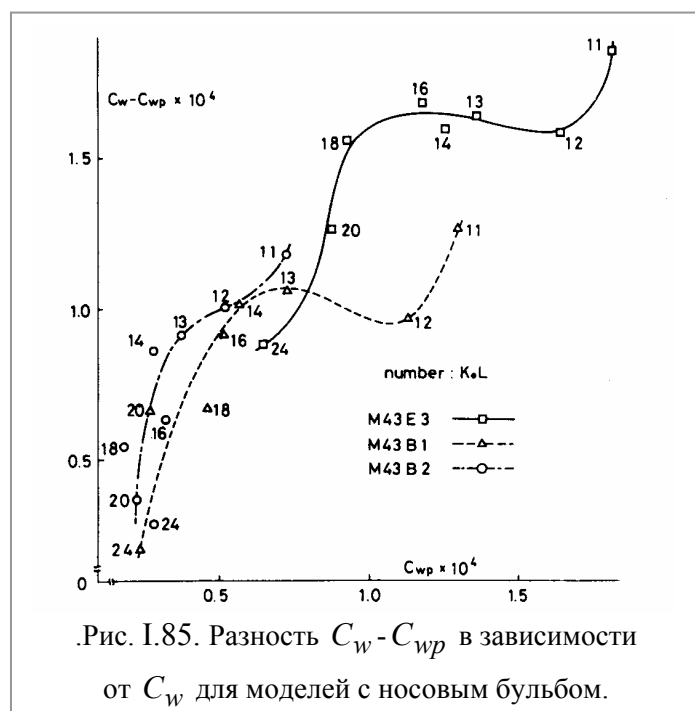
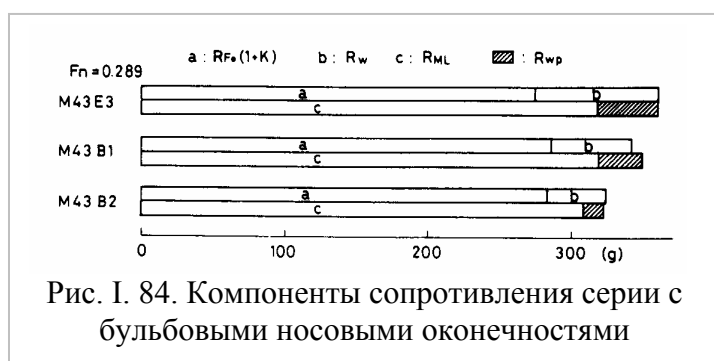
турбулентная область. Кроме того, они пишут о том, что в этом процессе Кельвиновская система волн отодвигается *вбок*. Это видно на рис. I.83 и I.84, взятых из доклада Т.Инуи и цитируемых во всех работах, посвящённых ударным волнам.

Очень важные и интересные результаты дали испытания серий моделей в опытовом бассейне Токио [6]. Проверялось влияние разных параметров на интенсивность и характер ударных волн, потому что внимание к ударным волнам породило много вопросов, что стимулировало экспериментальные исследования для изучения характеристик ударных волн и необходимость развития методов теоретического анализа. [8].

Описание изученной серии моделей. Главные размерения, плоские сечения тела, кривые строевой по шпангоутам испытанных моделей судов показаны в таблице I.15 и на рисунках. M40 – модель формы корпуса контейнеровоза (рис. I.83), хотя она модифицирована в симметричную форму; её нос и корма имеют одинаковые сечения в плане. Модели M41, M42, M43, M46, M47 и M48 являются модификацией M40. M40, M41, M42 составляют серию по отношению ширины к длине B/L . M43E1, M43E2 и M43E3 имеют *U* – образные шпангоуты в носовой оконечности и являются модификацией M43. M46, M47 и M48 и составляют серию *по площади шпангоутов*. WM2 – это прямостенная модель с параболическими ватерлиниями. Все модели, за исключением WM2, сделаны из парафина.

Для того чтобы выяснить роль ударных волн при оценке волнового сопротивления из волнового анализа и в величине остаточного сопротивления выполнен специальный анализ. Рассматривается полное сопротивление C_T как композиция волнового сопротивления C_w и вязкостного сопротивления C_v . С другой стороны, сумма компонентов сопротивления, измеренного как потеря количества движения далеко позади корпуса судна (C_{ML}), и сопротивление волновой картины C_{wp} приближённо согласуется с C_T , как это видно на рис. I.85. Замечено, что существует определённое расхождение между C_w и C_{wp} . Разница предполагается относящейся к невязкой компоненте сопротивления, генерируемой феноменом, отличающимся от линейного дисперсионного волнообразования, потому что линейное сопротивление волнообразования принимается как C_{wp} .

| Таблица I.15. Главные параметры испытанных моделей | | | | | | | |
|--|-------------------------|----------------------------------|----------------|--------------------------|----------------------|-------|--|
| Модель | L_{pp} , м | B , м | d , м | L/B | B/d | C_b | Примечания |
| M 40 M41 M42 M43 | 2,000 | 0,308 0,364 0,400 0,364 | 0,105 разн. | 6,5 5,5 4,5 5,5 | 2,93 3,47 4,23 | 0,543 | Серия отношений длины к ширине. Упрощённый вариант M40 |
| M43E1 M43E2 M43E3 | 2,100 1,980 1,860 | 0,364 | 0,105 | 5,77 5,44 5,11 | 3,47 | | Углы входа 5°, 10°, 15° |
| M43B1 M43B2 | 1,860 | 0,364 | 0,105 | 5,11 | 3,47 | | с плоским бульбом с цилиндрическим бульбом |
| M46 M47 M48 | 2,000 | 0,308 | 0,105 | 6,50 | 2,93 | 0,543 | площадь сечения серия кривых |
| WM2 | 2,400 | 0,480 | разн. | 5,00 | | 0,667 | параболическая прямостенная острый нос |



Как следствие, разница ($C_w - C_{wp}$) может быть измерена для компонентов сопротивления, благодаря ударным волнам на свободной поверхности. Волновое сопротивление C_w может быть разделено на C_w и ($C_w - C_{wp}$), линейную и нелинейную составляющие волнового сопротивления соответственно. Роли двух составляющих показаны на рис. I.85. для серии бульбовых носов. Очевидно, что $C_w - C_{wp}$ занимает значительную часть C_w , хотя необходимо принять во внимание, что C_{wp} испытывает масштабный эффект, и следовательно, C_{wp} двухметровой (6,56 футов) модели относительно меньше, чем большей модели.

Ударные волны становятся интенсивнее с возрастанием отношения ширины к длине и убывают с осадкой. Угол удара становится больше, и значение разрыва, появляющегося от скачка волновой высоты, становится большим. На этой же скорости сопротивление, благодаря ударным

волнам, пропорционально углу удара. Оба, косые и нормальные ударные волны появляются, и нормальные ударные волны вокруг носа трансформируются в косые, когда угол входа

достаточно мал. Для мелкоосидящих судов вторые ударные волны более заметны и угол удара уменьшается с возрастанием скорости движения. Угол удара меняется в соответствии с отношением C/U , из которого он может быть оценен, если критическая скорость C определяется экспериментально.

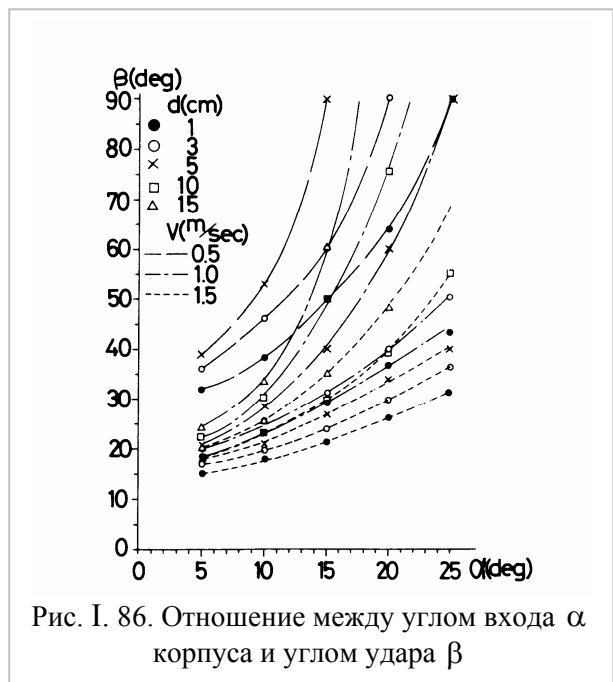
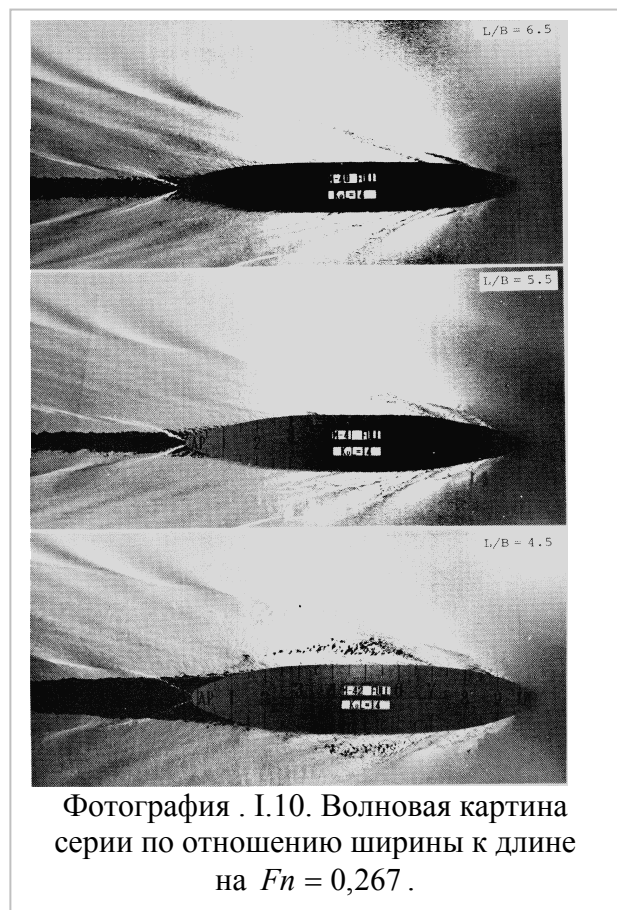


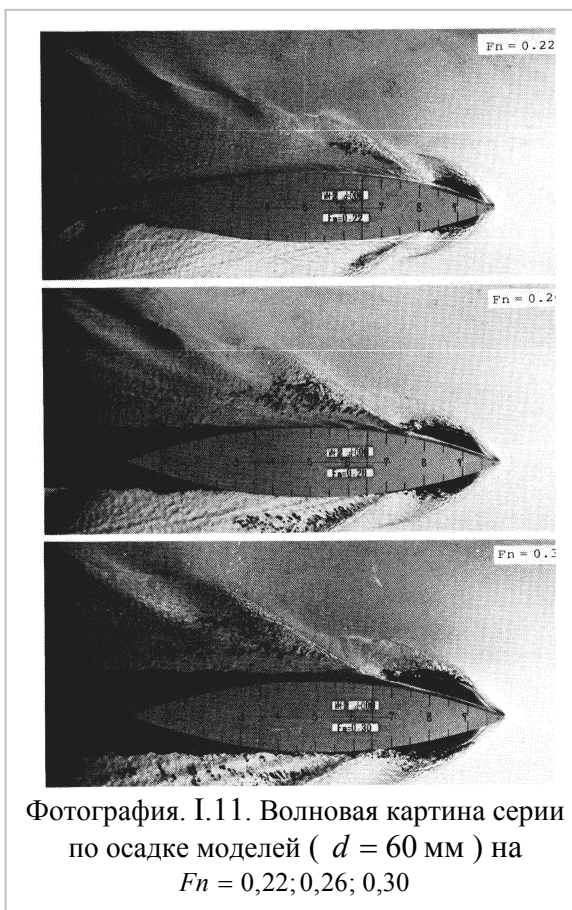
Рис. I. 86. Отношение между углом входа α корпуса и углом удара β

Минимизация угла входа более реальный и эффективный путь для сокращения сопротивления, вызванного ударными волнами. Угол удара заметно уменьшается на модели M43E1 в соответствии с отношением между α и β , как показано на рис. I. 86.

Появление ударных волн, как пишет Т.Инуи, «очевидно даже на хорошо обтекаемых моделях». Интересно, что довольно малые изменения строевой по шпангоутам дают значительную разницу в появлении ударных волн вокруг носовой оконечности.



Фотография . I.10. Волновая картина серии по отношению ширины к длине на $Fn = 0,267$.



Фотография. I.11. Волновая картина серии по осадке моделей ($d = 60$ мм) на $Fn = 0,22; 0,26; 0,30$

Разница между тремя моделями также ясна из волновых контуров. Крутые волны в окрестности судна и расходящаяся система волн, которая следует за ними, значительно сокращаются, что видно на модели M47, чей угол входа наименьший, является лучшей среди трёх. Однако, поперечные волны M47 выше, и составляющая сопротивления, благодаря

вкладу линейных дисперсионных волн, является доминирующей частью волнового сопротивления в области высоких чисел Фруда. Следовательно, форма корпуса М47 не оптимальна в области чисел Фруда, больших 0,30. В результате сделано заключение, что играют большую роль ударные и линейные дисперсионные волны.

В результате всех этих экспериментов исследователи в бассейне университета Токио сделали следующие главные заключения: для улучшения проектируемой формы корпуса:

(1) при перемещении судна генерируют вид ударных волн так же, как и линейных дисперсионных волн, и первые названы «ударными волнами на свободной поверхности»;

(2) «ударные волны на свободной поверхности» удовлетворяют соотношениям удара. Кроме того, появляются обе и нормальная и косая ударные волны, и угол удара меняется с изменением скорости судна;

(3) «ударные волны на свободной поверхности» присутствуют в тонком слое, прилегающем к свободной поверхности;

(4) «ударные волны на свободной поверхности» генерируются на какой-нибудь части судна в зависимости от условий. Ударные волны на свободной поверхности от кормы доминируют так же, как от носа;

(5) теория нелинейных мелководных волн может быть использована для объяснения ударных волн на свободной поверхности, когда предполагается эквивалентная глубина воды;

(6) некоторые эмпирические методы проектирования, представленные здесь, могут быть использованы для судов, генерирующих интенсивные ударные волны на свободной поверхности, до тех пор, пока теоретические решения этой проблемы не будут удовлетворёнными полностью;

(7) «ударные волны на свободной поверхности» влияют на линейное волновое сопротивление, поэтому эффект уменьшения должен быть принят в расчёт.

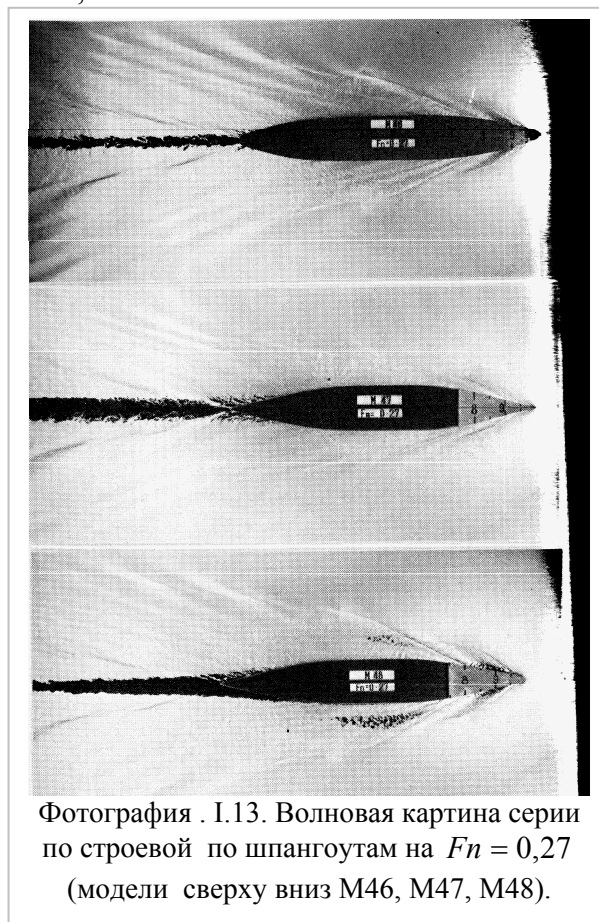
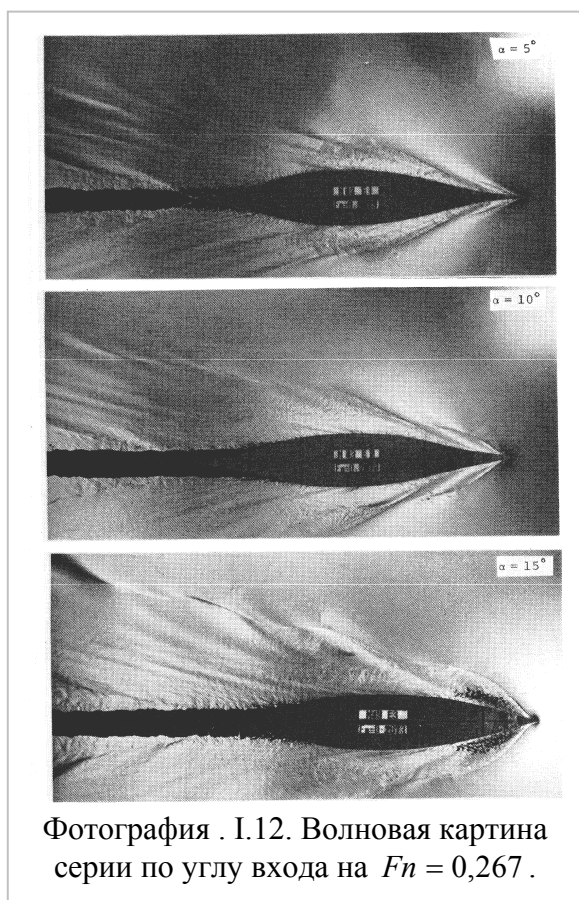
Замечание. В главе V будет показано, что подпорные волны не всегда уменьшают величину влияния линейных волн. Это происходит, если носовая часть поверхности корпуса вогнутая.

На фотографии I.10 показана зависимость волнообразования от относительной ширины модели. На фотографии I.11 видна зависимость ударных волн от осадки модели. Фотографии I.12 и I.13 относятся к случаям серии по углу входа и серии бульбового носа соответственно. Минимизация угла входа более реальный и эффективный путь для сокращения сопротивления, вызванного ударными волнами на свободной поверхности. Угол удара заметно уменьшается на М43Е1 в соответствии с отношением между α и β , как показано на рис. I.86. Бульбовый нос имеет значительное влияние на уменьшение сопротивление, благодаря ударным волнам на свободной поверхности, так же как и на уменьшение линейного волнового сопротивления. Узкий бульб и бульб типа горизонтального цилиндра сокращают угол удара. Влияние бульбовых носов, описанное Баба [1] и Экертом и Шарма [3], можно объяснить таким же образом. Влияние бульбовых носов В1 и В2 количественно видно на фотографии I.12, который показывает, что контур $(C_w, C_w - C_{wp})$ сдвинут по направлению к началу путём присоединения бульба и что В2 более эффективен для сокращения C_{wp} , чем В1, но уменьшение $C_w - C_{wp}$ показывает малую разницу между двумя бульбами.

Случай серии строевых по шпангоутам показан на фотографии I.13.

Появление ударных волн на свободной поверхности видно *даже на хорошо обтекаемых* моделях. Довольно малые изменения строевой по шпангоутам производит значительную разницу в появлении ударных волн на свободной поверхности вокруг носовой оконечности. Разница между тремя моделями также ясна из волновых контуров. Крутые волны в окрестности судна и расходящаяся система волн, которая следует за ними, значительно сокращаются, что видно на модели М47, чей угол входа наименьший, и которая является лучшей среди трёх. Однако, поперечные волны М47 выше, и составляющая сопротивления,

благодаря вкладу линейных дисперсионных волн, является доминирующей частью волнового сопротивления в области высоких чисел Фруда. Следовательно, форма корпуса М47 не оптимальна в области чисел Фруда, больших 0,30.

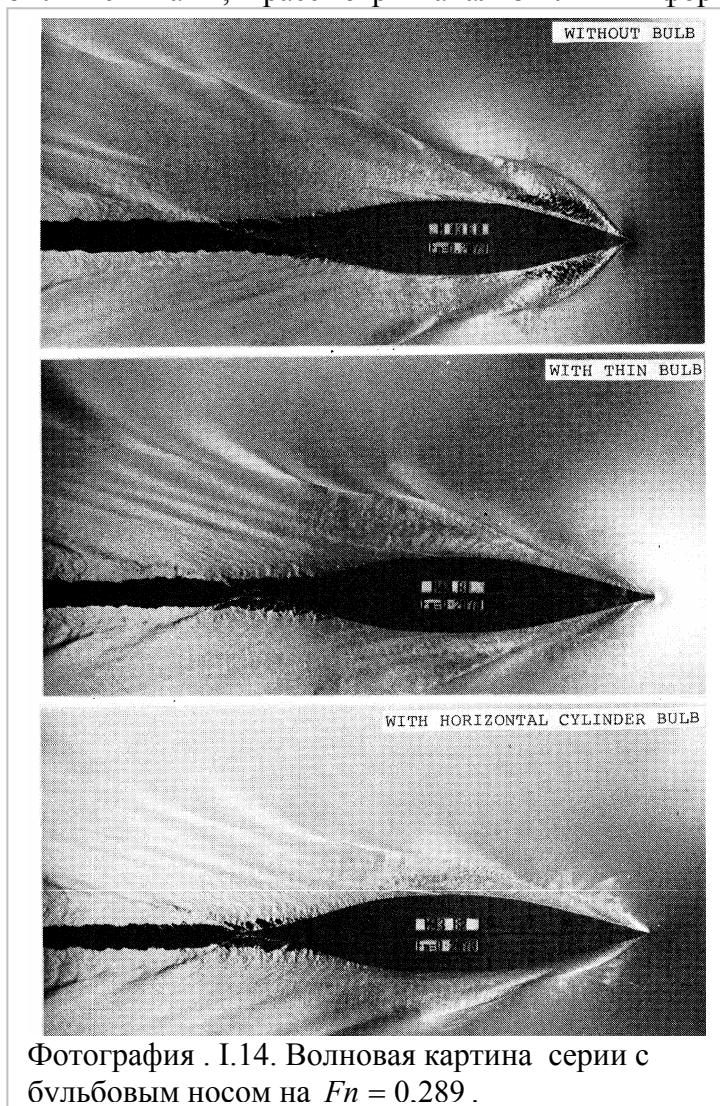


При проектировании носовой оконечности для улучшения проектируемой формы корпуса нужно учитывать особенности как ударных, так и дисперсионных волн.

В связи с тем, что подпорные (ударные) волны являются вихревыми, они действительно не могут быть описаны, как Кельвиновские, с помощью теории потенциала. И совершенно естественно, что они не могут интерферировать с потенциальными Кельвиновскими волнами, так как вихревая и потенциальная области несовместимы, и *вихревая область просто смещает* потенциальные Кельвиновские волны в данном случае в корму. Можно назвать это смещение взаимодействием ударных и Кельвиновских волн.

Источник ударных волн. Теперь возникает вопрос о том, каков источник Кельвиновских и ударных волн, когда они практически зарождаются одновременно и в одном месте – на форштевне. Подпорные и Кельвиновские волны образуются на форштевне, где давление возрастает, тем не менее, их образование имеет разные причины. Давление корпуса на воду можно было бы считать ударом, если бы действие давления возникало и исчезало. Правильнее это действие назвать «толчком», потому что движущееся с постоянной скоростью судно равномерно толкает перед собой воду. От этого действия и возникают подпорные волны (по Мията «ударные»). Но для образования Кельвиновских волн необходимо существование особенностей на корпусе. Волны зарождаются только в тех местах, где на корпусе есть слом (разрыв производной уравнения поверхности в виде скачка), именно поэтому вершины Кельвиновских волн находятся в зоне форштевня и ахтерштевня. Кельвиновская система волн не может возникнуть на гладкой поверхности корпуса. Если нос круглый, то подпорные волны, переходящие в ожерелье вихрей, есть, а Кельвиновских волн нет. Это прекрасно видно на фотографии I.4.

Теперь возникает вопрос о том, каков источник Кельвиновских и ударных волн, какова часть Кельвиновских волн и как они взаимодействуют?». В эксперименте результат этого взаимодействия получается в виде кривой остаточного сопротивления. На эти и другие вопросы авторы пытались ответить экспериментально, численно и теоретически. Здесь невозможно привести эту работу целиком, укажем только характеристики моделей, которые были испытаны, и рассмотрим анализ влияния формы корпуса на ударные волны.



Фотография . I.14. Волновая картина серии с бубльковым носом на $Fn = 0.289$.

В опытовом бассейне Сибирского Государственного университета Водного Транспорта (СГУВТ) в десятки годы двадцать первого столетия проводились специальные испытания цилиндрических моделей с разной формой носа. На фотографиях I.15 - I.17) показана форма носовых подпорных (ударных) волн, образующихся на цилиндрических моделях с разной формой носовой оконечности. Фотографии показывают, что форма подпорных волн зависит от формы носовой оконечности. Это хорошо видно на фотографиях модели с острым параболическим носом и с эллиптическим носом. Эти эксперименты служат дополнением к серийным испытаниям японских исследователей. На них явно видно развитие подпорных волн по мере увеличения скорости. Также видно как подпорные волны сдвигают кельвиновскую носовую систему волн в корму.

Самое важное заключение, которое позволяют нам сделать эти фотографии, состоит в том, что результирующая сила подпорных и кельвиновских волн не является суммой, а есть результат изменения

положения вершины носовой кельвиновской системы волн за счёт её сдвига в корму и, как следствие, изменение расчётного угла входа носовых линейных волн.

Японские исследователи описывают это явление следующим образом: «Кельвиновская система и ударные волны на свободной поверхности сосуществуют в ближнем поле судна, другими словами, поле потока, где начинается кельвиновская система *покрыта* ударными волнами на свободной поверхности. Следовательно, взаимодействие между двумя волновыми системами будет влиять на сопротивление. ...смещение скорости этими ударными волнами на свободной поверхности предполагает смещение кельвиновской системы *вбок*.

Чтобы это продемонстрировать, выполнены простые расчёты для WM1-C. Область пограничного слоя представлена твёрдым телом, которое имеет осадку 20 мм и вытянуто прямо назад до бесконечности. Волновое сопротивление рассчитано по Мичеллу для простоты, и результаты показаны на рис. I.88. Полученная кривая волнового сопротивления приблизительно соответствует результатам волнового анализа. Будет понятно, что влияние уменьшения из-за *ударных волн на свободной поверхности* играет значительную роль в

линейном волновом сопротивлении, хотя настоящий простой путь расчёта не точно представляет физический феномен». С этим заключением авторов можно согласиться и не согласиться, потому что нам известно, что влияние подпорных волн зависит от формы носовой оконечности.

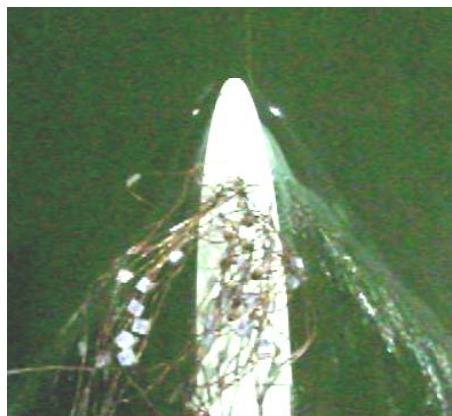
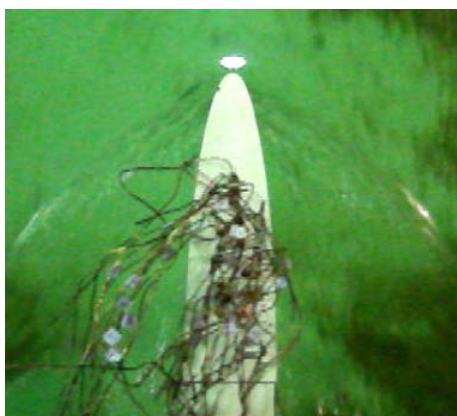


скорость 0,05м/с

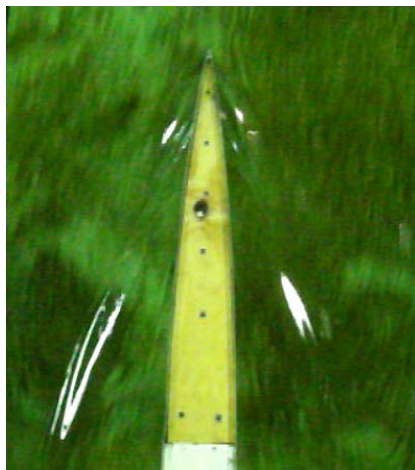
скорость 0,09м/с

скорость 0,15м/с

Фотография . I.15. Модель с параболическим тупым носом и осадкой 0,1 м. Скорость увеличивается слева направо. На фотографиях хорошо видно как подпорные волны постепенно прилипают к бортам модели, отодвигая кельвиновские волны в корму.



Фотография . I.16. Модель с эллиптическим носом.
Слева малая скорость, справа – большая.



Фотография . I.17. Модель с острым носом. Скорость последовательно увеличивается слева направо

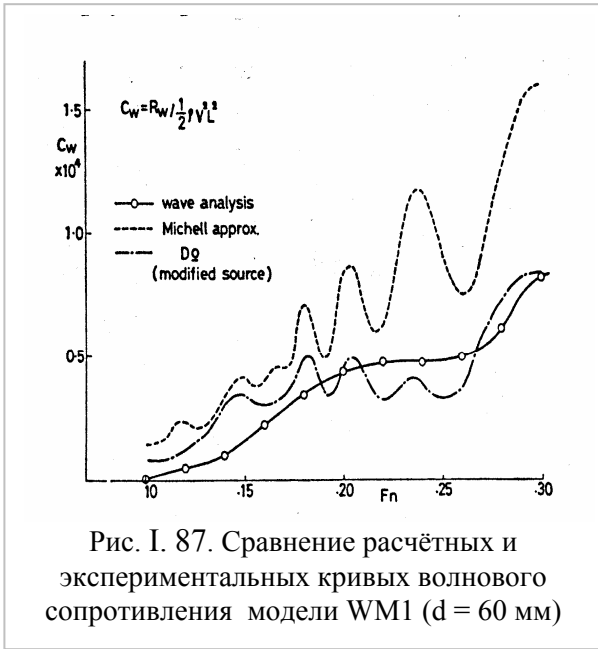


Рис. I. 87. Сравнение расчётных и экспериментальных кривых волнового сопротивления модели WM1 ($d = 60$ мм)

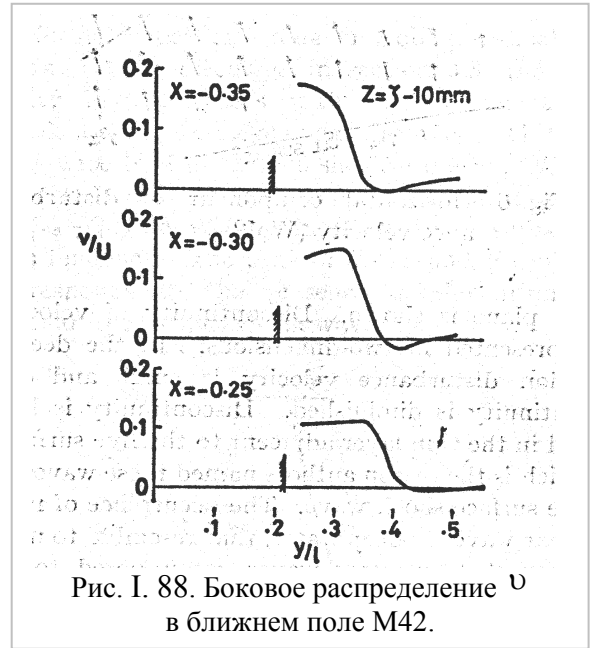


Рис. I. 88. Боковое распределение v в ближнем поле M42.

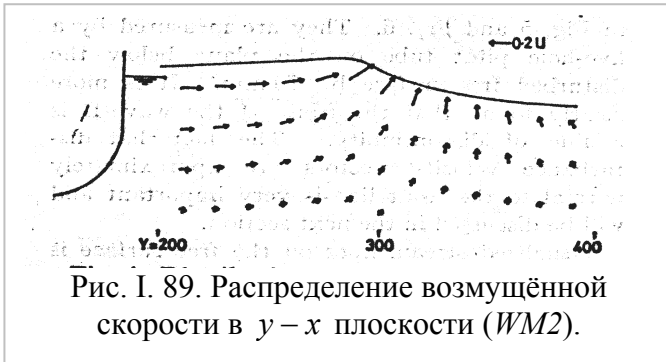


Рис. I. 89. Распределение возмущённой скорости в $y - x$ плоскости (WM2).

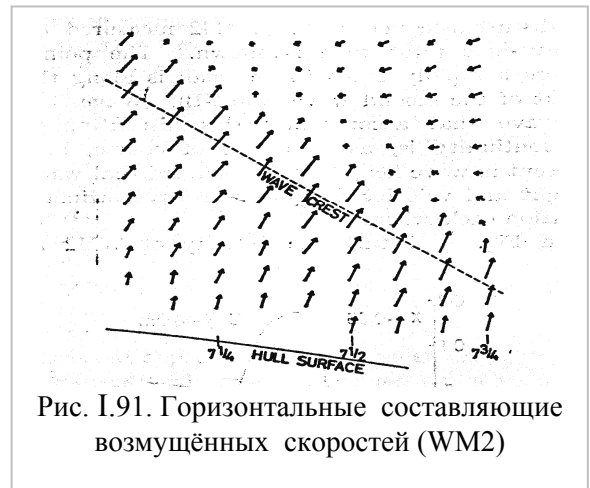


Рис. I.91. Горизонтальные составляющие возмущённых скоростей (WM2)

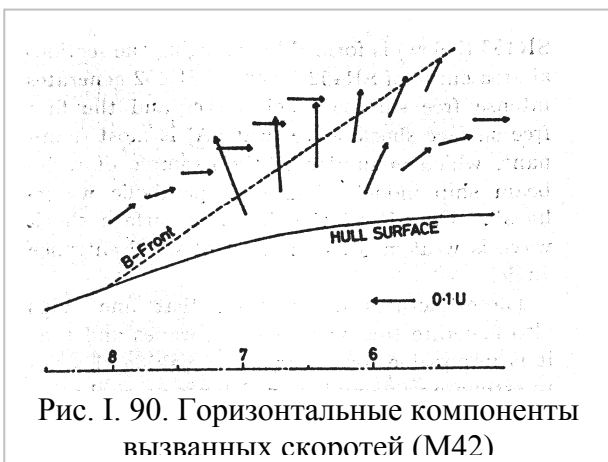


Рис. I. 90. Горизонтальные компоненты вызванных скоростей (M42)

Первые попытки японских исследователей применить эти новые знания об ударных волнах к расчёту сопротивления были достаточно условными. Для ударных волн характерно генерировать линии разрыва, сквозь которые имеется резкое изменение скорости. На рис. I.88 показано нарушение скорости v на модели M42, которое измерено пятидырочными трубками Пито. Точки, где v резко падает, идут вдоль фронта второй волны В. Волна В является волной, которая сопровождает этот разрыв, что само собой разумеющееся, также отражается на высоте волны, и замечено, что высота волны и составляющая скорости связаны друг с другом.

На рис. I.89 показана возмущённая скорость WM2 в $y - z$ плоскости. Разрыв скорости присутствует в двух измерениях. Глубже возмущённая скорость мала и разрывность уменьшается. Разрывность ограничена тонким слоем, прилегающем к свободной поверхности, поэтому их назвали «ударными волнами на свободной поверхности» (FSSW). Разрыв ограничен тонким слоем, примыкающим к свободной поверхности, что дало основание их так назвать. Появление нелинейных волн на глубокой воде похоже на

нелинейные волны на мелководе, что предположительно объясняется сингулярностью на свободной поверхности.

Возмущённые скорости в x - y плоскости показаны рис. I.90 и I.91. Они измерены пятидырочными трубками Пито на глубине 10 мм. Стало ясно, что фронт волны В является линией разрыва. Факт, что векторы возмущённой скорости приблизительно нормальны к линии фронта очень важен.

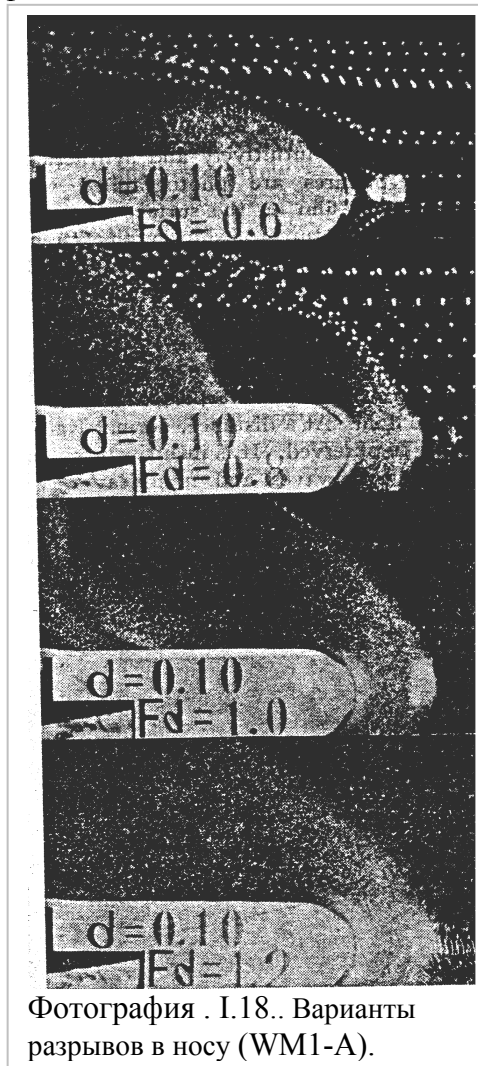
Визуально линии потока на свободной поверхности сфотографированы на бумаге и стробоскопом на *WM1-A*, как показано на фотографии I.18. Хотя это не линии тока в строгом смысле, разрыв ясен.

Не менее интересны замеры эпюр скоростей в ударных волнах, что показано на рис. I.92.

На основании исследований японские учёные сделали приведенные выше заключения [5]:

Изучение нелинейных ударных волн привело к развитию различных численных *методов конечных разностей*. Японские учёные считают, что численная гидродинамика эффективна, во-первых, для разъяснения механизма потоков, и, во-вторых, для инженерного использования как инструмента проектирования. Расчётные методы, разработанные в бассейне университета Токио, имеют много общих аспектов с другими методами, разработанными в разных областях исследований, потому что они основаны на более существенном уравнении Навье-Стокса. Это совершенно противоречит факту, что линейные теории волнообразования почти бесполезный эквивалент в других областях динамики жидкости.

В 2006 году на 21-ом Воркшопе Ф.Пистани и др. [12]. доложили работу «Экспериментальное изучение носовых волн, генерируемых вокруг судна разных масштабов». В этой работе исследовалась область вокруг носа на масштабной серии одной и той же модели. Авторы хотели выяснить, появятся ли на модели те явления разрушения волн и струи, которые наблюдаются в натуре перед носом движущегося судна. В заключение они пишут: «В случае перемещения судна в спокойной воде часть энергии тратится и передаётся воде в форме генерирования волн и диссипации в ближнем поле через разрушение волн».



Фотография . I.18.. Варианты разрывов в носу (WM1-A).

Литература к части 1.5

1. Baba, E. Blunt Bow Forms and Wave Breaking /E.Baba// STAR-Alpha Symposium, SNAME, Washington, D.C.- 1975.
2. Baba, E. Wave resistance of ships on low speed /E.Baba// Mitsubishi Technical Bulletin -1976, No 109.-120 p..
3. Eckert, E. 1973 Bow Bulbs for Slow, Full-Form Ships /E.Eckert, S.D Sharma. // T&R Bulletin SNAME .- P.1 – 33,.
4. Inui, T. A study on local nonlinear free surface effects in ship waves and wave Resistance /T. Inui, H.Kajitani// 25 Anniv. Coll. Inst. für Schiffbau, Hamburg; Schiffstechnik.-1977, 24.- P. 118.

5. Inui, T. Experimental Investigations on the Wave Making in the Near Field of Ships /T.Inui, H.Kajitani, H.Miyata// Journal of the Kansai Society of Naval Architects, Japan.- 1979,173.- P.95 – 107.
6. Inui, T. From Bulbous Bow to Free-Surface Shock Wave /T.Inui// Trends of 20 Years' Research on Ship Waves at the Tokyo University Tank. J.Ship Res.- 1981, 25.-№ 3.-P.147-180. (Third Georg Weinblum Memorial Lecture).
7. Inui, T. Nonlinear Free-Surface Waves and Computational Hydrodynamics /T.Inui, H.Kajitani, H.Miyata// Trends of Ten Years Research at the Tokyo University Tank. Schiffstechnik.- 1989, 36.-P. 1 – 21(Ship Technology Research)
8. Kawamura N. Experimental Investigations on the Resistance Component due to Free Surface Shock Waves on Series Ships /N.Kawamura, H.Kajitani, H.Miyata, T.Tsuchiya.// The Autumn meeting of the Society of Naval Architects of Japan.- 1980.
9. Miyata, H. Free surface shock waves around ships and their effects on ship resistance /H.Miyata, T. Inui, H. Kajitani// J. Soc. Nav. Arch. of Japan.- 1980, 147, 1-9 and Nav. Arch. Ocean Engng. 1980, 18.- P.1 –9.
10. Miyata, H. Characteristics of nonlinear waves in the near-field of ships and their effects on resistance / H.Miyata// 13th Symposium on Naval Hydrodynamics, Tokyo, Japan.- 1980.- P. 335 – 351.
11. Miyata, H. Characteristics of free surface shock waves around wedge models. (Second report) /H.Miyata, A. Masuko, HKajitani, K.Aoki// J. Soc. Nav. Arch. Japan.- 1982, 151.- P.1 – 14.
12. Pistani, F., Olivieri, A., Campana E.F. 2006 Experimental study of the wave generation around a ship bow wave at different scales /F.Pistani, A.Olivier// 21th Workshop on Water Wave and Floating Bodies, UK
13. Raheja L.R. On Submerged Stagnation Points and Bow Vortices Generation /L.R.Raheja // (работа получена от Эггерса в мае 2004 года.).
14. Takahashi, M., Kajitani, H., Miyata, H., Characteristics of free surface shock waves around wedge models /M.Takahashi, H. Kajitani, H.Miyata//. J. Soc. Nav. Arch. Japan.- 1980, 148.- P.1 – 9.
15. Ursell, F. Steady Wave Patterns on a Non-Uniform Steady Fluid Flow /F.Ursell// J. Fluid Mechanics., London.- 1960, 9.- P. 333 - 346.

I.6. Роль поверхностного натяжения свободной поверхности при модельных испытаниях

Со времён Фруда поверхностное натяжение не учитывалось при испытаниях моделей судов в опытовых бассейнах. В 1984 году в Гамбургском опытовом бассейне была выполнена работа, в которой К.Эггерс и К.Такекума [7] собрали эксперименты по изучению явления, органически присущему появлению *сдвигового слоя и генерированию поперечных вихрей впереди носа судна*, окончательно деформирующихся в ожерелье вихрей вокруг носа. Этот интерес был вызван работами Е.Баба [2], [3], в которых было показано, что вихревое сопротивление, связанное с разрушающимися волнами, составляет заметную часть сопротивления полных судов. В последней части этой статьи авторы описали попытку измерить компоненты скорости на и под свободной поверхностью вокруг носа путём слежения за частицами. В пределах, ограниченных этой работой, они не проработали вопросы, связанные с моделированием. Не было учтено влияние чисел Фруда и Рейнольдса на поверхностное натяжение. Изучение влияния поверхностного натяжения на результаты модельных экспериментов началось вскоре после этой работы.

По всей видимости, серьёзной пионерской работой в этой области следует считать работу Х.Маруо и М.Икехата [12]. В их работе тщательно исследовано влияние поверхностного натяжения на картину свободной поверхности в окрестности тупого носа модели. Авторы хотели выяснить, как влияет поверхностное натяжение на измеряемое сопротивление и на вихревые и волновые движения в окрестности носа. Для этого был разработан способ снятия поверхностного натяжения с помощью активатора в виде раствора стирального порошка. Этот раствор разбрызгивался перед носом движущейся модели. Для лучшего наблюдения за картиной свободной поверхности был установлен экран с белыми и чёрными полосами.

Возмущение свободной поверхности под действием поверхностного натяжения было впервые описано Скоттом Расселом [15], Т.Кельвином [18] и математически исследовано Релеем [14]. Типичная волновая картина, связанная с точкой возмущения, была показана Г.Лэмбом [1]. В.Вебстер [20] принял в расчёт поверхностное натяжение в теории узкого судна. Согласно этим теориям действием поверхностного натяжения можно пренебречь, если скорость перемещения значительно больше критической скорости гравитационно-капиллярных волн, то есть, 0,23 м/с, потому что отношение между длиной гравитационной волны и капиллярной рябью очень большое. Для того, чтобы проверить влияние поверхностного натяжения на конфигурацию свободной поверхности, была проведена серия экспериментов в буксировочном бассейне [11]. Найдено, что применение поверхностного активатора на поверхности воды в значительной степени уменьшает поверхностное натяжение. Разница в картине свободной поверхности перед моделью значительна даже, если скорость движения сильно превышает критическую скорость. Особенно значительна разница между двумя случаями наблюдается в разрушении волн.

Сущность поверхностного натяжения.

Молекулы поверхностного слоя жидкости обладают избытком потенциальной энергии по сравнению с энергией молекул, находящихся внутри жидкости. Как и любая механическая система, поверхностный слой жидкости самопроизвольно переходит в такое состояние, при котором потенциальная энергия его минимальна, при этом площадь свободной поверхности жидкости сокращается.

Определение 1. Сила, обусловленная взаимодействием молекул жидкости, вызывающая сокращение ее свободной поверхности и направленная по касательной к этой поверхности, называется силой поверхностного натяжения

Определение 2. Поверхностным натяжением называется результат действия молекулярных сил на поверхности жидкости. (Такое впечатление, что жидкость на границе покрывается эластичной плёнкой).

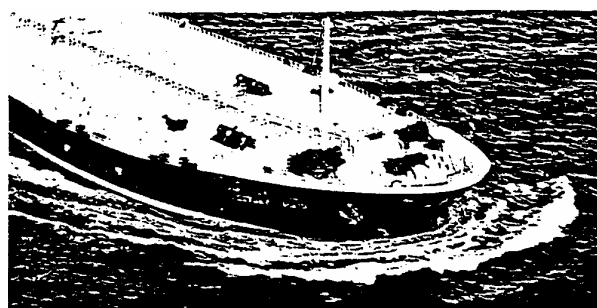
Определение 3. Коэффициентом поверхностного натяжения σ называется отношение молекулярной силы к единице длины *дин/см*.

Из опыта установлена зависимость этой силы от температуры в виде $\sigma = \sigma_0 - \beta_n T$ [*дин/см*], где σ_0 - коэффициент поверхностного натяжения при $T_c = 0^\circ C$. Для воды $\sigma_0 = 75,8$ *дин/см*, $\beta_n = 0,152$ [*дин/(см·°C)*]. Поверхностные силы создают давление $p = \sigma(1/r_1 + 1/r_2)$ [*дин/см²*], где r_1 и r_2 - главные радиусы кривизны поверхности жидкости (в *см*).

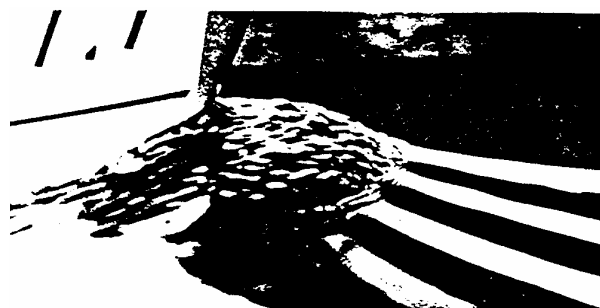
Понятно, что радиусы кривизны волновой свободной поверхности натурального судна и модели отличаются. Если масштаб модели равен 1/100, то радиусы r_1 и r_2 в сто раз меньше в опытовом бассейне, чем в потоке полномасштабного судна. Тогда давление на свободной поверхности из-за поверхностного натяжения получается в сто раз больше. Порядок давления в модельном эксперименте может стать соизмеримым с порядком замеряемых сил.

Возвращаясь к пионерской работе Х.Маруо и М.Икехаты, следует отметить её большое значение в понимании влияния этого феномена, когда результаты модельных испытаний переносятся на натурное судно. Испытывались клинообразные модели, чтобы сопоставить влияние формы тела и поверхностного натяжения на картину обтекания носовой оконечности.

Для того, чтобы сравнить картину потока при действии поверхностного натяжения и без него, на поверхность забрызгивался активатор впереди модели, которая перемещалась в буксировочном бассейне. Концентрация активатора в жидкости была мала, чтобы исключить загрязнение воды в бассейне, тем не менее это действие доказало достаточное сокращение поверхностного натяжения. Используемые в эксперименте модели-клинья имели 230 мм ширины и 950 мм осадки, углы 30° , 45° , 60° , 70° и 80° . Модели были закреплены на тележке бассейна и перемещались со скоростью от 0,8 м/с до 1,35 м/с.



Фотография. I.19. Картина носовых волн танкера



Фотография I.20 Профиль носовых волн пятиметровой модели сухогруза

Свободная поверхность наблюдалась путём фотографирования сверху и сбоку. Для того, чтобы сделать картинку более контрастной, позади модели был помещена доска как экран с белыми и чёрными полосами. Типичная картина дана на фотографиях из работы Маруо и М.Икехата (фотографии I.19 – I.23.). Полосы на поверхности воды являются отображением полос позади экрана. Картины слева – это случай, когда не применялся активатор, а справа – с активатором. Видна значительная разница в форме свободной поверхности после применения активатора. Рисунки 3а, 4а и 5а показывают случаи с углом входа 30° , когда поверхностное натяжение не изменено. На малой скорости 0,8 м/с показана кривая шагов волнового фронта, окружающего клиновидный нос, и капиллярная рябь, которая появляется вне линии фронта волн. Внутри этой линии тихая зона, где нет волн. Это типичная волновая картина является характерной чертой свободной поверхности вокруг носа на малой скорости, когда действует поверхностное натяжение.

Когда скорость возрастает, имеет место разрушение волн на линии фронта волны, а на большей скорости разрушение волн уже полностью развито до клина носа и переходит в хаотичную вихревую зону (фотография 3а).

После применения активатора поверхностное натяжение исчезает. Это показано на фотографиях 3b, 4b, 5b. Фронт капиллярных волн вместе с рябью исчезает, и можно наблюдать кельвиновскую систему расходящихся волн, начинающуюся от вершины носа (3b). На большей скорости 1,0 м/с появляется маленький волновой гребень перед носом 4b и, когда скорость возрастает, имеет место разрушение волн на положении этого гребня 5b.

Когда скорость возрастает ещё больше, разрушение волн распространяется в ширину на широкую площадь, и разница между случаем действия поверхностного натяжения и свободной от поверхностного натяжения исчезает. На больших углах входа, таких как 45° , начало разрушения волн имеет место на высокой скорости, независимо от существования поверхностного натяжения (фотографии 7а.и 8b).

Гребень волны на фронте носа, который появляется, когда поверхностное натяжение устранено, более заметен, когда угол входа 30° (7b). Начало разрушения волны происходит на более высокой скорости в более тупом носу, таком как 60° . Конфигурация свободной поверхности под действием гравитации может быть чётко проверена путём применения поверхностного активатора. Как показано на фотографии 9b, второй гребень более пологий, чем первый гребень, он появляется впереди сразу на фронте модели с углом входа 60° , и начало разрушения волн имеет место на обоих гребнях волн (11b). В случае входа 70° виден тот же феномен. Когда угол входа возрастает до 80° , впереди появляется третий гребень волн (15b). Разрушение волн начинается на этих гребнях на более высокой скорости.

Существует мнение, что разрушение волн является таким явлением, которое аналогично гидравлическому скачку или ударным волнам на свободной поверхности на мелководье, но наблюдения показали, что такая аналогия не гарантирована. Разрушающаяся волна на начальной стадии, как наблюдается на картинке, выглядит подобно разрушению океанских волн на критической крутизне. Неустойчивость на отмеченном волновом гребне может стать спусковым механизмом разрушения волны.

Измерения скорости потока в центре плоскости впереди модели выполнены с помощью колёсика диаметром 3 мм. Фотография I.19 показывает результат для модели с углом входа 30° на скорости 1,1 м/сек для обоих случаев - с поверхностным натяжением и без него. На фотографии I.20 показан результат для подобной модели на скорости 1,2 м/с. Нет разницы, в наблюдениях распределения скорости между двумя случаями, несмотря на разницу в форме свободной поверхности. В части, где разрушение волн полностью развито, возле свободной поверхности наблюдается значительный градиент скорости (фотография. I.20). Этот феномен показан более ясно на фотографии I.21, который даёт результат для угла входа 45° на 1,3 м/с.

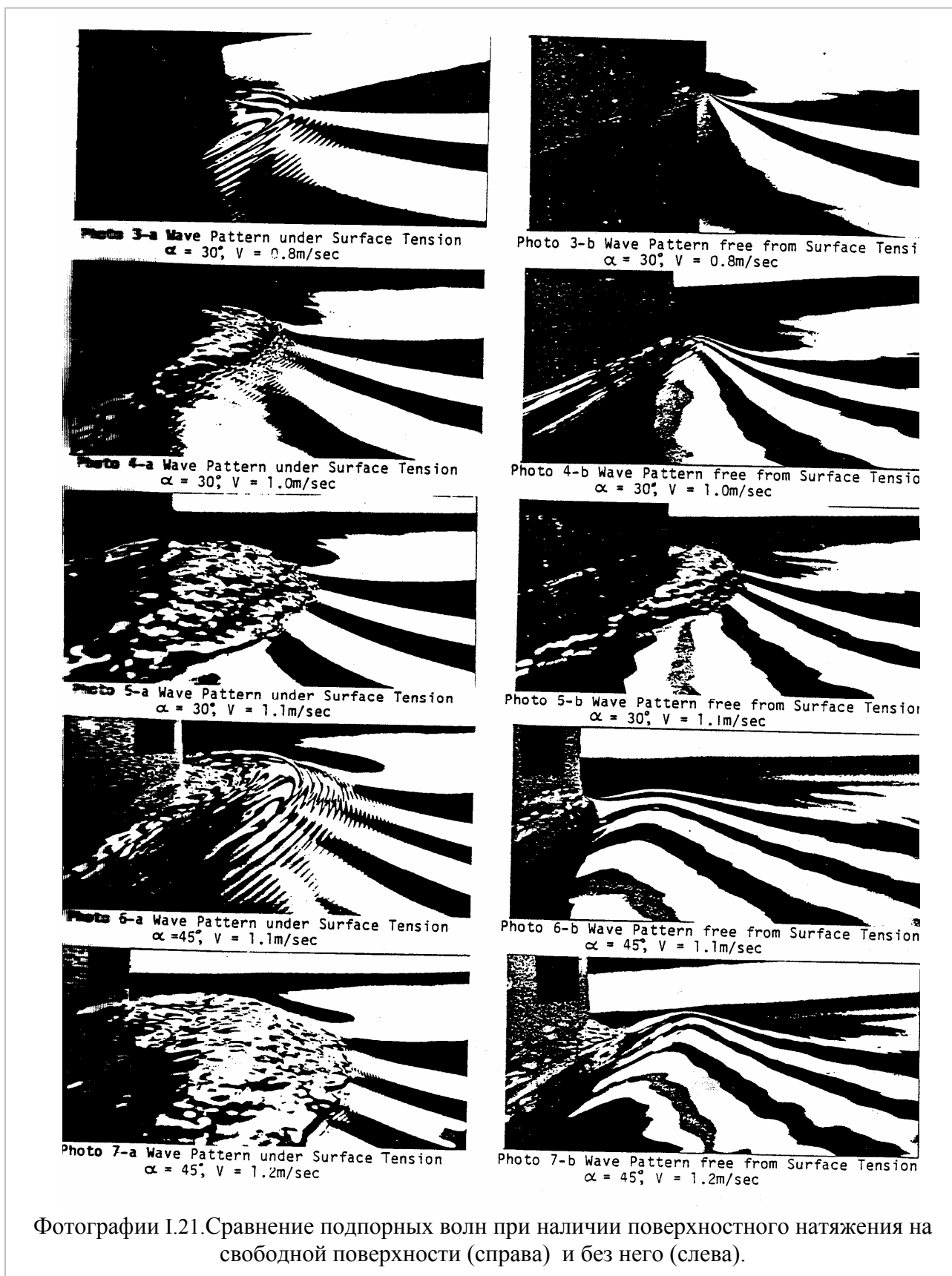
Однако такой заметный градиент скорости не наблюдается, если разрушение волн не имеет места даже тогда, когда подъём волны появляется на свободной поверхности на фронте модели. Поэтому сдвиговый слой, который наблюдался несколькими исследователями вдоль свободной поверхности, кажется, связан с присутствием разрушения волн.

Мнение К.Мори [13] о том, что сдвиговый поток на свободной поверхности появляется вследствие влияния вязкости на искривлённой свободной поверхности без разрушения, является сомнительным, если присутствует большая кривизна свободной поверхности, такая, как на фронте капиллярных волн. Образование ожерелья вихрей на свободной поверхности может не быть аналогией подковообразных вихрей на основании тела, примыкающего к плоской стенке (см. К.Эггерс и К.Такекума [7]), для которой сдвиговый поток в пограничном слое играет важную роль.

Турбулентная зона вокруг модели наблюдается на фотографиях I.24 - I.26 при применении поверхностного активатора. На большой скорости 0,9 м/с свободная поверхность разрушается даже, когда поверхностное натяжение отсутствует. Разница в

сопротивлении между двумя случаями возможна из-за разницы в площади разрушения волновой зоны. Рис. 1.96 показывает коэффициенты той же модели при меньшей осадке.

Разница с предыдущим случаем, когда влияние поверхностного натяжения уменьшается с



Фотографии 1.21. Сравнение подпорных волн при наличии поверхностного натяжения на свободной поверхности (справа) и без него (слева).



Photo 8-a Wave Pattern under Surface Tension
 $\alpha = 45^\circ$, $V = 1.3\text{m/sec}$

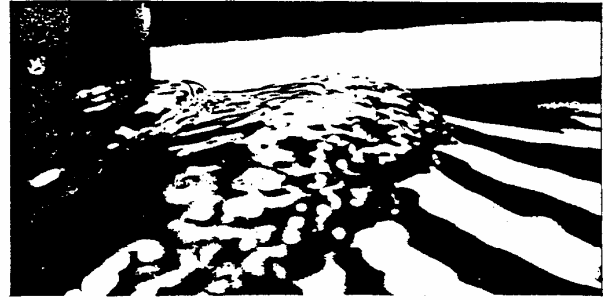


Photo 8-b Wave Pattern free from Surface Tension
 $\alpha = 45^\circ$, $V = 1.3\text{m/sec}$



Photo 9-a Wave Pattern under Surface Tension
 $\alpha = 60^\circ$, $V = 1.1\text{m/sec}$



Photo 9-b Wave Pattern free from Surface Tension
 $\alpha = 60^\circ$, $V = 1.1\text{m/sec}$



Photo 10-a Wave Pattern under Surface Tension
 $\alpha = 60^\circ$, $V = 1.2\text{m/sec}$



Photo 10-b Wave Pattern free from Surface Tension
 $\alpha = 60^\circ$, $V = 1.2\text{m/sec}$

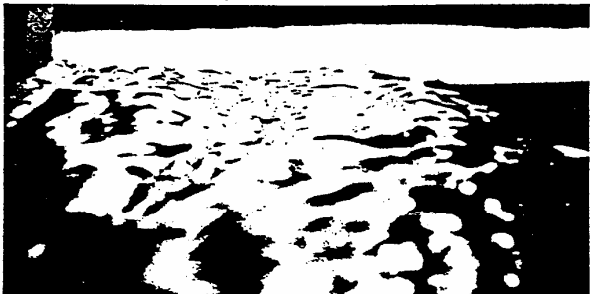


Photo 11-a Wave Pattern under Surface Tension
 $\alpha = 60^\circ$, $V = 1.3\text{m/sec}$

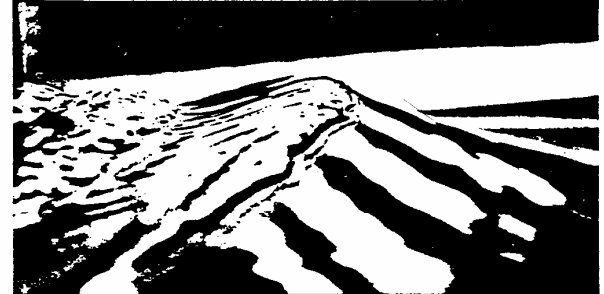


Photo 11-b Wave Pattern free from Surface Tension
 $\alpha = 60^\circ$, $V = 1.3\text{m/sec}$

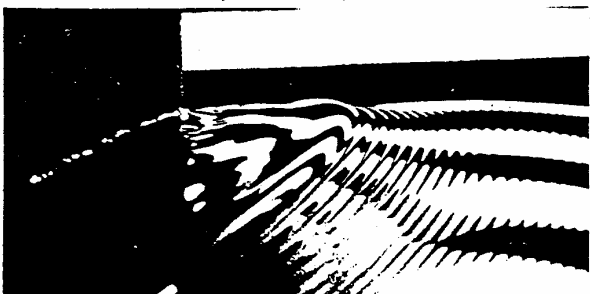


Photo 12-a Wave Pattern under Surface Tension
 $\alpha = 70^\circ$, $V = 1.1\text{m/sec}$

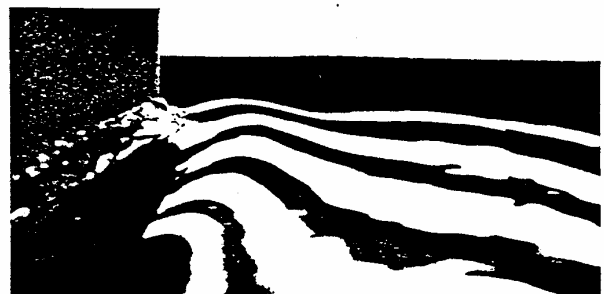


Photo 12-b Wave Pattern free from Surface Tension
 $\alpha = 70^\circ$, $V = 1.1\text{m/sec}$

Фотографии I.22. Сравнение подпорных волн при наличии поверхностного натяжения на свободной поверхности (справа) и без него (слева).

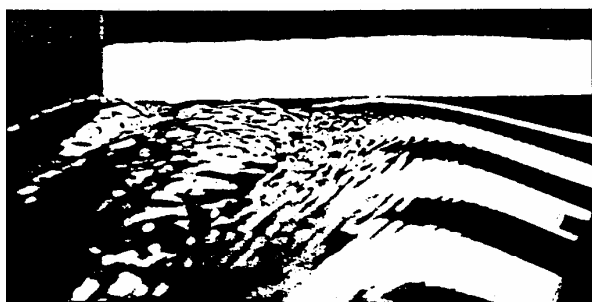


Photo 13-a Wave Pattern under Surface Tension
 $\alpha = 70^\circ$, $V = 1.2\text{m/sec}$



Photo 13-b Wave Pattern free from Surface Tension
 $\alpha = 70^\circ$, $V = 1.2\text{m/sec}$



Photo 14-a Wave Pattern under Surface Tension
 $\alpha = 70^\circ$, $V = 1.3\text{m/sec}$



Photo 14-b Wave Pattern free from Surface Tension
 $\alpha = 70^\circ$, $V = 1.3\text{m/sec}$



Photo 15-a Wave Pattern under Surface Tension
 $\alpha = 80^\circ$, $V = 1.2\text{m/sec}$



Photo 15-b Wave Pattern free from Surface Tension
 $\alpha = 80^\circ$, $V = 1.2\text{m/sec}$



Photo 16-a Wave Pattern under Surface Tension
 $\alpha = 80^\circ$, $V = 1.3\text{m/sec}$



Photo 16-b Wave Pattern free from Surface Tension
 $\alpha = 80^\circ$, $V = 1.3\text{m/sec}$



Photo 17-a Wave Pattern under Surface Tension
 $\alpha = 80^\circ$, $V = 1.35\text{m/sec}$



Photo 17-b Wave Pattern free from Surface Tension
 $\alpha = 80^\circ$, $V = 1.35\text{m/sec}$

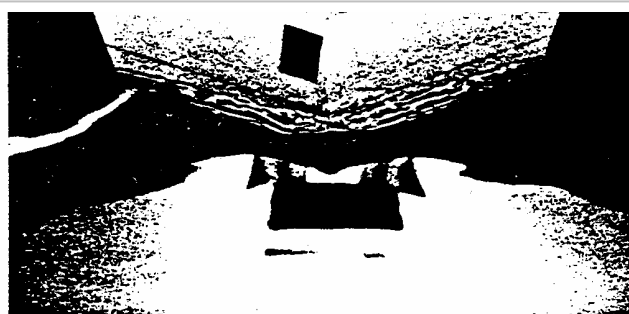
Фотографии I.23. Сравнение подпорных волн при наличии поверхностного натяжения на свободной поверхности (справа) и без него (слева).



Фотография I.24. Носовые волны на воде, свободной от поверхностного натяжения $\alpha = 45^\circ$; $V = 1,1$ м/с.



Фотография I.25 (6.7.). Носовые волны на воде, свободной от поверхностного натяжения $\alpha = 60^\circ$; $V = 1,1$ м/с.



Фотография I.26. Носовые волны на воде, свободной от поверхностного натяжения $\alpha = 70^\circ$; $V = 1,1$ м/с.

возрастанием скорости, и разница между двумя кривыми почти исчезает на скорости 1,0 м/с. Разрушение волн имеет место на меньшей скорости в случае малой осадки, чем в случае полной осадки. Это может быть одной из причин разницы во влиянии поверхностного натяжения на кривые сопротивления для полной и малой осадки.

Было показано, что конфигурация свободной поверхности вокруг модели подвергается значительному влиянию поверхностного натяжения даже на средних скоростях. Тогда подозревается влияние поверхностного натяжения на величину сопротивления в модельных испытаниях в опытовом бассейне. Для проверки влияния поверхностного натяжения на сопротивление модели были проведены модельные испытания в бассейне с поверхностным активатором перед фронтом моделей. Сопротивление измерялось при этом условии и сравнивалось с сопротивлением, полученном на воде без этого активатора в присутствии поверхностного натяжения.

В эксперименте использованы две модели. Одна модель 3-х метровой длины с полной формой корпуса с цилиндрическим штевнем. Другая модель 4-х метровая со штевнем клинообразной формы с углом 40° . Корпуса моделей показаны на рис. I.92 и I.93 3-х метровая модель испытывалась в двух условиях погружения, а именно, в полном грузу и в малом (фотографии I.27 и рис. I.94 и I.95) показывает результаты в полном грузу. Существенная разница наблюдается

между двумя коэффициентами сопротивления при влиянии поверхностного натяжения и без него на скорости 1,2 м/с. Фотографии I.19 и рис. I.85 дают простое наблюдение свободной поверхности, при котором мы можем узнать влияние поверхностного натяжения.

4-х метровая модель (фотографии I.28 и рис. I.93) испытана только в полном грузу. Кривые коэффициента сопротивления показаны на рис. I.94. Разница между сопротивлением при влиянии поверхностного натяжения и без него уменьшается с увеличением скорости и исчезает на скорости 1,15 м/с. Такое сопротивление модели является субъектом для масштабного эффекта из-за поверхностного натяжения, если буксировочные испытания выполняются на определённой критической скорости. Параметр $V/(4gx)^{1/4}$ может быть применён как критерий влияния поверхностного натяжения. Поскольку существует сильная зависимость этого влияния от угла входа, критическая скорость зависит от угла входа в

большом диапазоне. В случае 4-х метровой модели (рис. 1.93) полной формы критическая скорость соответствует числу Фруда больше, чем 0,18. Поэтому результаты испытаний сопротивления искажены поверхностным натяжением в целом диапазоне оперативной скорости у полных форм корпуса таких, как танкеры и сухогрузы. Даже для больших 6-метровых моделей критическая скорость есть на числе Фруда 0,15, что очень важно для практики.

Другой тревожный факт – это трудность определения форм-фактора для вязкостного сопротивления. Если хотят определить форм-фактор из испытаний на числе Фруда 0,1, ошибка из-за поверхностного натяжения составляет больше 20%.

В заключение авторы пишут, что конфигурация свободной поверхности подвергается влиянию поверхностного натяжения. Отсюда феномен свободной поверхности в масштабе модели не идентичен полномасштабному, что необходимо учитывать в расчёте как *масштабный эффект*. Частные черты существования поверхностного натяжения проявляются в виде капиллярных волн, фронт которых наблюдается перед моделью, когда разрушение волн не имеет места. Разрушающиеся волны начинаются на фронте волн, когда скорость возрастает.

Х.Маруо и М.Икехата делают важные выводы на основании своей исследовательской работы. Найдено, что поверхностный активатор очень эффективно удаляет влияние поверхностного натяжения. Когда поверхностное натяжение удалено с помощью активатора,



Рис. 1.92. Теоретический чертёж 3-метровой модели

наблюдается значительное изменение картины свободной поверхности. Отсюда феномен свободной поверхности полномасштабного судна, в котором влияние поверхностного натяжения пренебрежимо мало, может быть согласован только с модельным экспериментом, в котором использован поверхностный активатор. Конфигурация свободной поверхности от влияния поверхностного натяжения показывает

волновой гребень или гребни перед носом. Исключение разрушения волн имеет место на тех волновых гребнях, которые показывают разрушение волн типа спиллинга, и гидравлический скачок и ударные волны на свободной поверхности не связаны с разрушением волн в носу на глубокой воде.



Фотография I.27. Профиль носовых волн трёхметровой модели при наличии поверхностного натяжения при $V = 0,8$ м/с



Фотография I. 28. Профиль носовых волн трёхметровой модели без поверхностного натяжения при $V = 0,8$ м/с.

система не существует, когда угол входа равен или больше 60° . В последнем случае нос окружен турбулентной зоной. Этот феномен может быть связан с генерированием ожерелья вихрей вокруг носа.



Рис. 1.93. Теоретический чертёж 4-метровой модели

Разница в сопротивлении из-за поверхностного натяжения исчезает на критической скорости, где полностью развито разрушение волн. Критическая скорость зависит от угла входа и отношения осадки к ширине модели.

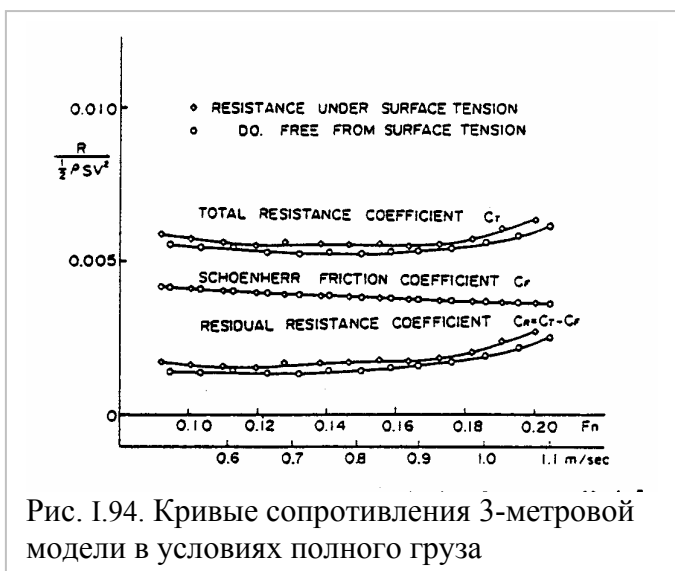


Рис. 1.94. Кривые сопротивления 3-метровой модели в условиях полного груза

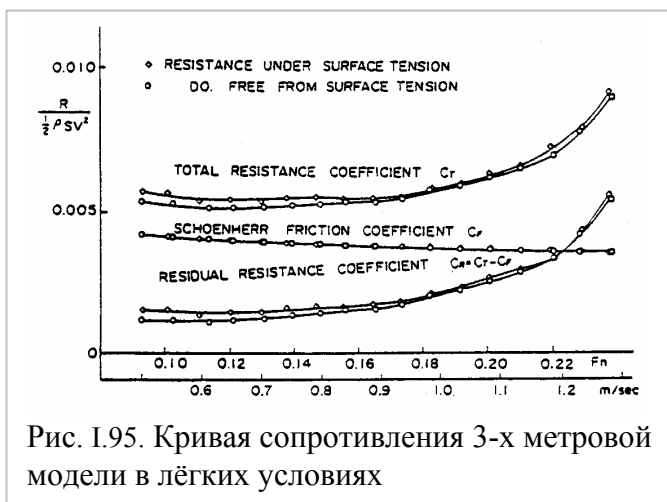


Рис. 1.95. Кривая сопротивления 3-х метровой модели в лёгких условиях

Сопротивление моделей судов тоже подвергается влиянию поверхностного натяжения. Поверхностное натяжение выражается в возрастании сопротивления в значительном диапазоне, если модель буксируется на определённой критической скорости. Тогда масштабный эффект из-за поверхностного натяжения сказывается на данных буксировочного сопротивления на малых скоростях, особенно в случае форм с тупым носом.

За работой Х.Маруо и М.Икехата появились ещё исследования влияния поверхностного натяжения на результаты модельных испытаний. Практическим продолжением этой работы является работа К.Сузуки и др. [16], в которой для 2-мерного прямоугольного тела, плавающего на поверхности циркуляционного водяного канала, разница между поверхностным потоком свободной поверхности с и без поверхностного натяжения визуализирована и измерена путём использования экспериментальной техники. Выводы о влиянии поверхностного натяжения на результаты модельных испытаний в этой работе совпадают с выводами работы Х.Маруо и М.Икехата. Однако эксперименты К.Сузуки отличались от последних тем, что они проводились в циркуляционном бассейне. Это было сделано потому, что при циркуляции легче очищать поверхность воды от разбрызганного ранее активатора. Модели К.Сузуки имели длину от 5-ти до 10 см, в то время как модели в эксперименте Х.Маруо и М.Икехата имели длину 3 м и 4 м.

В работе К.Сузуки наблюдались волны и линии тока, а также измерялись подъём волны и распределение скоростей. Путём

этих исследований получены следующие заключения:

1. В случае низких чисел Вебера у маломасштабной модели действие поверхностного натяжения становится значительным, и поверхностный активатор существенно ослабляет его.

2. При числе Вебера больше 25 требуется исключить рябь полностью. С целью реализации феномена полного масштаба, по крайней мере, должен быть удовлетворён этот критерий.⁹

3. В случае малых чисел Фруда в условиях без поверхностного натяжения закон подобия Фруда удовлетворяется. Для этого случая экспериментальная техника играет большую роль.

4. С точки зрения распределения скорости возле свободной поверхности действие поверхностного натяжения должно быть исключено для того, чтобы получить точную информацию для полноразмерного эксперимента.

К.Сузуки и др.[17], выполняя исследование кельвиновских волн в циркуляционном бассейне, обратили внимание на зыбь (капиллярные волны), искажающие картину Кельвиновских волн. Это имеет большое значение для определения волнового сопротивления методом волнового анализа. Особенно увеличивается влияние поверхностного натяжения и затрудняет наблюдения и замеры при уменьшении размеров испытываемых моделей.

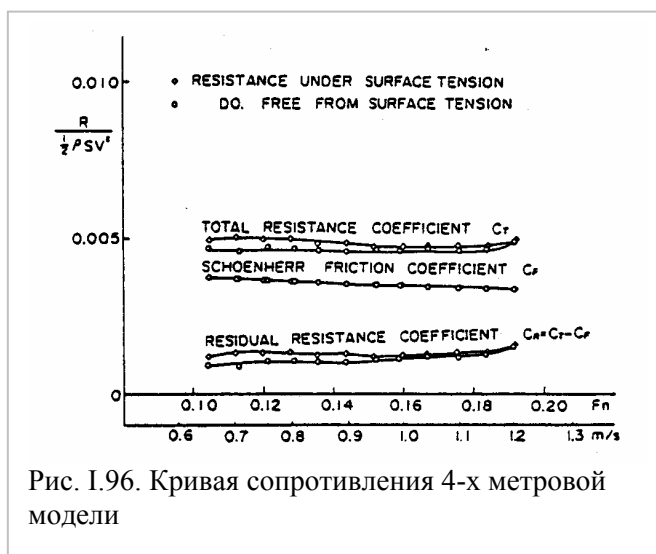


Рис. 1.96. Кривая сопротивления 4-х метровой модели

Много работ посвящено проблеме разрушающихся волн возле носа судна. Исследователи пытались разработать метод расчёта сопротивления, связанного с разрушающимися волнами (практически определить энергию ожерелья вихрей), поэтому всё больше работ посвящается феномену разрушения волн в окрестности носа судна. Естественно, что изучаются все явления, влияющие на разрушение волн, в том числе поверхностное

натяжение. В работе Е.Компана и А.Ифрати [4] численно исследуется роль поверхностного натяжения в разрушении волн, генерируемых подводным телом в двумерном поле с помощью подхода Навье-Стокса. Рассмотрены начальное разрушение и полное его развитие. Найдено, что возрастающее поверхностное натяжение постепенно подавляет начальное образование струй и втягивание воздуха. Интересна работа Ч-Б.Чена [6]. Ч-Б.Чен пишет: «Поверхностное натяжение часто игнорируют при описании волн на воде вокруг больших плавающих тел, поскольку его влияние признаётся значительным только для довольно коротких волн, которые вообще называют рябью, длина которых порядка сантиметров. Однако теория гравитационных волн может дать волны очень малой длины, которые не могут быть игнорированы и являются трудными для моделирования. Работая над волновой картиной, вызванной установившимся движением концентрированного давления на свободной поверхности, Ф.Урселл [19] показал, что подъём волны возле отслеживаемой точки давления можно получить из линеаризованной чисто гравитационной модели. Волны получают бесконечно возрастающей амплитуды и бесконечно убывающей длины. В общем случае точечный источник пульсирует и перемещается с постоянной скоростью, подобное поведение выявлено в предыдущей работе Ч.-Б.Чена, Г.Ву [5]. Показано, что поверхностное натяжение играет важную роль в моделировании корабельных волн, по

⁹ $We = \frac{\rho L v^2}{\sigma}$ для взятой модели, $We = \frac{102 * 2.8 * 0.25}{0.0073} \approx 9781$ где ρ - плотность жидкости ($\rho = 102 \text{ кг/м}^3$, $\rho = 0,9982 \text{ г/см}^3$, L - длина тела в м, v - скорость в м/сек, σ - коэффициент поверхностного натяжения воды при температуре 20°, который равен, $\sigma = 0.073 \text{ н/м}$ или $\sigma = 0.0073 \text{ кг/м}$.

крайней мере, для части их. В заключение Ч.-Б.Чен пишет: «Показано, что роль поверхностного натяжения при моделировании корабельных волн двойная. Во-первых, включение действия поверхностного натяжения даёт более реалистичное описание корабельных волн, особенно для низких поступательных скоростей, от его действия расходящиеся волны более сжаты и появляются только в зоне между двумя лучами $\gamma = \gamma_o$ и $\gamma = \gamma_c$, ограничивающими область расходящихся корабельных волн. На низкой скорости $U \leq U_o \approx 0,450 \text{ м/с}$ (соответствующей $\sigma = \sigma_o \approx 0,133$), существуют не расходящиеся волны. Когда $U < U_m \approx 0,232 \text{ м/с}$ (соответствующие $\sigma = \sigma_o = 0,5$), нет волн, которые могли бы быть генерированы. Во-вторых, введение поверхностного натяжения в образование корабельных волн исключает сингулярность функции Грина, когда оба источник и точка поля находятся на свободной поверхности. Эти преимущества будут более хороши в численном развитии практических расчётных методов».

Л.Докторс и др. [8] сравнивали теорию с экспериментами для моделей катамарана, приняв во внимание влияние поверхностного натяжения и молекулярной вязкости на вызванные волны. Эта работа показала, что включение поверхностного натяжения в теорию повышает точность предсказания.

Для того чтобы получить понимание феномена разрушающихся носовых волн у корпуса тела полной формы, Е.Кайо, К.Такекума, К.Эггерс и С.Шарма пытались [10] наблюдать поле потока вокруг горизонтального и вертикального полупогруженных круговых цилиндров. Они изучали сдвиговый слой под свободной поверхностью впереди тела, приводящий к образованию и захвату поперечных вихрей на фронте горизонтального цилиндра, и ожерелья спиральных вихрей около фронта вертикального цилиндра на экстремально медленной скорости без какого-либо видимого разрушения волн.

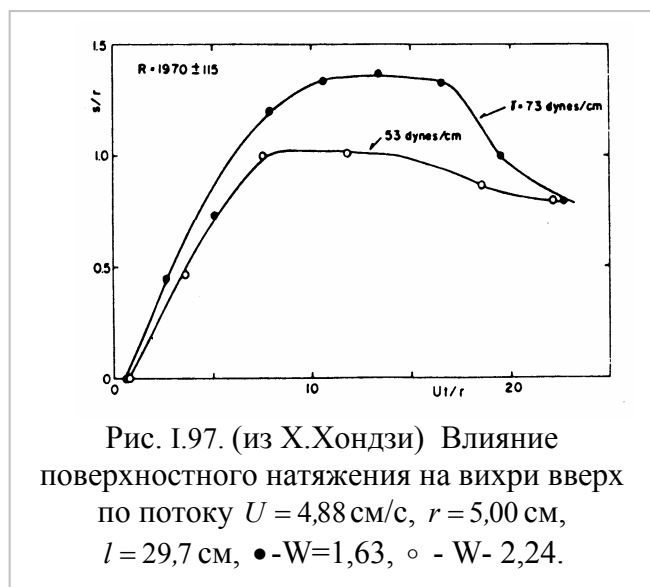


Рис. 1.97. (из Х.Хондзи) Влияние поверхностного натяжения на вихри вверх по потоку $U = 4,88 \text{ см/с}$, $r = 5,00 \text{ см}$, $l = 29,7 \text{ см}$, \bullet - $W=1,63$, \circ - $W=2,24$.

Они изучали сдвиговый слой под свободной поверхностью впереди тела, приводящий к образованию и захвату поперечных вихрей на фронте горизонтального цилиндра, и ожерелья спиральных вихрей около фронта вертикального цилиндра на экстремально медленной скорости без какого-либо видимого разрушения волн. Они нашли, что на большой скорости существует постепенное возрастание количества видимых разрушающихся волн, окружённых интенсивным вихревым движением под свободной поверхностью. Они допустили, что разрушающиеся носовые волны и ожерелье вихрей вокруг тупых носов близки к этому явлению.

В их эксперименте поверхность воды была обработана так, чтобы уменьшить поверхностное натяжение и сделать поверхность чистой в определённой окрестности. Результаты эксперимента показали, что моющее средство сильно повлияло на интенсивность вихрей на малой скорости. А именно, клиновидная область простирается далеко вверх, вихри растут значительно больше и становятся неустойчивыми, по сравнению с результатами, полученными в воде с естественно чистой свободной поверхностью. С другой стороны, влияние моющего средства становится меньше на высокой скорости. Эти результаты сильно отличаются от результатов Х.Хондзи о влиянии поверхностного натяжения на образование вихрей вверх по течению. Эксперимент Х.Хондзи был сделан на двумерном потоке, в то время как эксперимент Е.Кайо и др. был сделан в трёхмерном. Х.Хондзи [9] писал, что вихри вверх по потоку были меньше, когда было уменьшено поверхностное натяжение (рис. 1.97).

Из этого небольшого обзора работ можно сделать вывод о том, что для уменьшения влияния поверхностного натяжения при испытаниях моделей в буксировочных бассейнах следует применять распыление активатора и проводить такие эксперименты в циркуляционных бассейнах для лучшего очищения воды в процессе испытаний. Расчёты

волн и волнового сопротивления также становятся точнее, если ввести в расчёт поверхностное натяжение.

Литература к части 1.6.

1. Ламб, Г. Гидродинамика. ОГИЗ / Г.Ламб.-Гостехиздат.- 1947.- 928с.
2. Baba, E. Study on separation of ship resistance components /E.Baba// . Journal of Society Nav. Arch. Japan.- 1969,125.-P. 9 – 22.
3. Baba, E. A new component of viscous resistance of ships /E.Baba// J. Soc. Nav. Arch., Japan 1969, 125.- P. 23-34.
4. Campana E.F. Surface tension effects on breaking waves /E.F.Campana, A.Iafrati//17th Workshop WWFB.- 2002.- P. 21-24.
5. Chen, X.-B. On singular and highly oscillatory properties of the Green function for ship motion /X.-B.Chen, G.X.Wu // J. Fluid Mech. -2001, 445 .- P. 77-91.
6. Chen X.-B. Role of Surface Tension in Modelling Ship Waves /X.-B.Chen // 17th Workshop on WWFB. - Petrehouse Cambridge, UK – 2002.- P. 25-28.
7. Eggers, K.W.H. Effect of bow shape on free surface shear flow /K.W.H. Eggers, K.Takekuma// 15th ONR Symposium on Naval Hydrodynamics, Hamburg. Institut für Schiffbau der Universität.- 1984.- № 2342.
8. Doctors L., Zilman G. The Influence of Surface Tension and Viscosity on the Wavemaking of a Model Catamaran /L .Doctors, G. Zilman // 17th IWWFB.- Italy.- 2004.
9. Honji H. Observation of a Vortex in Front of a Half-Submerged Circular Cylinder /H. Honji // J. of the Physical Society.- 1976, 40.- № 5.-P. 1475-1478.
10. Kayo Y. Observation of free-surface flow and its relation to bow wave- breaking on hull forms /Y.Kayo, K.Takekuma, K.Eggers, S.Sharma//. Institut für Schiffbau der Universitat , Hamburg, Bericht-1982.-№ 420.- i- iii.- P. 15 (29 ill, 8 fig.)
11. Maruo H. On the free surface flow around of model bow /H.Maruo// Journal Soc. Naval Arch. Japan.- 1985,158.- P. 1-9.
12. Maruo, H. Some discussions on the Free Surface Flow Around the Bow / H.Maruo,M. Ikehata//. 16th Symposium on Naval Hydrodynamics. Berkeley. – 1986.-12p.
13. Mori, K. Necklace vortex and bow wave around blunt bodies/ K.Mori// 15th Symp. Naval Hydro.- Hamburg.-1985.-P. 303-317.
14. Releigh, Lord, The form of standing waves on the surface of running water /Releigh, Lord// Proc. Lond. Math. Soc.- 1883, XV.-P. 69.
15. Scott Russel On waves /Scott Russel// Brit. Ass.Rep.1844.
16. Suzuki K. Experimental Study on the Free Surface Flow in Front of 2-D Rectangular Floating Body with and without the Effect of Surface Tension /K.Suzuki, M.Ikehata, K Ue., H.Ogihara// The Second Japan-Korea Joint Workshop on Ship and Marine Hydrodynamics.- 1993.- P. 104-110.
17. Suzuki K Experimental visualization of Kelvin wave pattern around small-scale ship model in circulating water channel /K.Suzuki, S.Ohkushi, M. Ohno, H. Hirai, H. Akibayashi, S. Yamamoto//. ISFV3 13th International Symposium on Flow Visualization FLUVIZU12 – 12th French Congress on Visualization in Fluid Mechanics.- France .-2008. .
18. Thomson, W., Hydrokinetic solutions and observations /Thomson//.- Phil. Mag.- 1871.- XVII.- P. 374.
19. Ursell, F. On Kelvin's Ship-wave Pattern /F.Ursell // J. Fluid Mech.- 1960, 8.-P. 418-451.
20. Webster W.C. The effect of surface tension on ship wave resistance /W.C.Webster // . College of Eng. Univ. California, Rep. NA-66- 6 .- 1966.

Гораздо легче что-то измерить,
чем понять, что именно ты измеряешь
Джон Уильям Салливан

ПРИЛОЖЕНИЕ к главе I

П.1. Модели волновых течений

Здесь излагается содержание работы К.Эггерса, которую он подготовил к семинару в Токио 1976 года [11]. Практически это аналитический обзор работ по волновому анализу, выполненных к этому времени.

Любое отклонение свободной поверхности от положения равновесия выражает некоторое положительное количество потенциальной энергии, которая может быть оценена прямо из геометрии волнового поля. Благодаря соответствию движения жидкости, однако, здесь должны быть также кинетическая энергия, и волновое сопротивление, которое представляет окончательный интерес. Групповая скорость в направлении волн, которая влияет на этот процесс, зависит от длины индуцированных волн. Здесь есть прямое соотношение между потенциальной энергией наблюдаемой части поверхности и сопротивлением судна, создающего его.

Можно рассмотреть некоторые модели потока, проявляющегося в виде волновой картины, и получить сопротивление волн как функцию компонент течения. Используя затем связь между течением и подъёмом волн, пытаются выразить волновое сопротивление только через геометрию волн. Это действительно возможно для некоторых моделей волновых потоков, которые в свою очередь дают реальную аппроксимацию действительного течения, относящегося к волновой картине, по крайней мере, далеко от определённых областей, примыкающих к судну, где «местными волнами» нельзя пренебречь. Эти ограничения происходят потому, что модели течений могут относиться только к специальным предположениям. Имеются в виду только те, где нет вихрей, тогда потенциал скорости ϕ может описать такое течение, и составляющие скорости u, v, w могут быть выражены как его частные производные. Это необходимо для определения в дальнейшем высоты волн ζ и компонент ϕ_x, ϕ_y, ϕ_z , смысл которых состоит в том, что линеаризация условий на свободной поверхности может быть допущена для невзволнованной свободной поверхности.

Основное обобщение всех методов состоит в том, что в них пренебрегают вязкостью в следующих смыслах:

- (i) нет вихрей там, где выполняются замеры;
- (ii) некоторое слабое затухание волн судна благодаря вязкости исчезает (это следует из исследований А.К.Никитина, Е.Кумербача и Р.Брара).

Другое молчаливое предположение состоит в том, что сопротивление разрушенной волны, хотя порождённой действием гравитации, не может быть измерено методом волнового анализа.

Выражения для общего волнообразования (включая действие ближнего поля)

Берётся обычная координатная система, описывающая волны и течение. Плоскость $z = 0$ совпадает со спокойной свободной поверхностью, положительное направление оси x идёт в направлении, куда движется судно со скоростью U , а z идёт вверх. Мы не связываем себя положением начала координат в соответствии с y , за исключением случаев, когда симметричная плоскость $y = 0$ может быть определена. Положение начала координат, соответствующее x , выбирается настолько далеко, чтобы это не влияло на общее качество используемой аппроксимации. Здесь есть специальная ситуация, однако, соответствующая картине волнообразования Кельвина.

Некоторое произвольное волнообразование $z = \zeta(x, y)$ с подходящим разложением на бесконечности позволяет затем использовать двойной интеграл Фурье по x и y .

Предупреждая дальнейшее понимание, выделяют некоторый частный знаменатель из спектральной функции Фурье и принимают

$$\zeta(x, y) = \frac{1}{4g^2 k_o} \operatorname{Im} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\zeta(u, w) e^{ik_o wx + ik_o u y}}{w^2 - \sqrt{w^2 + u^2}} w dw du \right\}, \quad k_o = g/u^2. \quad (\text{П.1a})$$

Такие волновые поля описываются теми функциями Кочина $\mathcal{J}(u, w)$, которые в общем случае являются комплексными. Удобно и более поучительно выражать ζ в полярных координатах в $x - y$ и $u - w$ плоскости, эквивалентной как

$$\zeta(R, \alpha) = \frac{1}{4g^2 k_o} \operatorname{Im} \left\{ \int_0^R \int_0^\pi \frac{\overline{H}(k, \theta) k \cos \theta e^{ik_o k R \cos(\theta - \alpha)}}{k - \cos^2 \theta} dk d\theta \right\}. \quad (\text{П.1б})$$

(П.1a) и (П.1б) тесно связаны через систему отношений

$$\begin{aligned} x &= R \cos \alpha, & w &= k \cos \theta & dudw &= k dk d\theta, \\ y &= R \sin \alpha, & u &= k \sin \theta, & \mathcal{J}(u, w) &= H(k, \theta). \end{aligned}$$

(П.1б) – это соответствие между записью, полученной Т.Хавелоком [16] и Н.Е.Кочиным [1]. Ниже записаны результаты К.Эггерса в обеих записях одновременно, когда это будет полезно для лучшего понимания.

Оценка (П.1a) возле линии $w = \pm s(u) \equiv \pm[(1 + \sqrt{1 + 4u^2})/2]^{\sqrt{2}}$ (или оценка (П.1б) возле линии $k = \cos^{-2} \theta$) должна выражаться в членах комплексного интегрирования таким образом, чтобы волны не появились в дальнем волновом поле в положительном направлении x . Здесь нет специального рассмотрения, которое потребовалось бы, если бы $\mathcal{J}(u, s(u))$ соответствовало нулевому значению $H(\cos^{-2} \theta, \theta)$. В этом случае $\zeta(x, y)$ вырождается в «свободные волны». В действительности, это только видоизменение «исчезающей функции Кочина» $\mathcal{J}(u, s(u))$, которая определяет дальнее поле и, таким образом, волновое сопротивление R_w . Но нет метода определения R_w из описания волнового поля (П.1). Это счастливое обстоятельство, что уже не слишком далеко от судна R_w может быть прекрасно заменено подобным выражением, найденным из (П.1).

П.1.1. Волновые картины, выраженные через интеграл или ряд

Для областей, достаточно далёких за судном, (т.е. для $x = x_b \ll 0$) мы можем вывести из (П1) в членах порядка $O(x_b^{-1})$

$$\zeta(x_b, y) = \frac{1}{4gk_o} \int_{-\infty}^{\infty} \{F(u) \sin k_o (s(u)x + uy) + G(u) \cos k_o (s(u)x + uy)\} du$$

$$G(u) + iF(u) = \frac{4s^2(u)}{2s^2(u) - 1} \mathcal{J}(u, s(u)) \quad (\text{П.2a})$$

В полярных координатах это приводит к

$$\zeta(R_b, \alpha) = \frac{1}{k_o} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \{f(\theta) \sin(k_o \cos^{-2} \theta R_b \cos(\theta - \alpha)) + g(\theta) \cos^{-2} \theta R_b \cos(\theta - \alpha)\} d\theta$$

с

$$g(\theta) + if(\theta) = \frac{1}{g} \cos^{-3} \theta \cdot H(\cos^{-2} \theta, \theta). \quad (\text{П.2б})$$

Из (2б) ясно, что это представление ζ через постоянную систему плоских свободных волн с волновым номером k , отсчитываемым от k_o до бесконечности, и угол распространения θ по оси x между $-\pi/2$ до $\pi/2$.

Если судно движется в канале с вертикальными стенками вдоль $y = \pm b/2$, выражение, аналогичное (П.2а), так же, как и (П.1а), может быть получено путём u -интегрирования по методу трапеций с шагом $\Delta u = 2\pi(k_o)$. Тогда мы получим (до $O(x_b^{-1})$)

$$\zeta(x_b, y) = \frac{1}{4\pi k_n} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \{F(u_v) \sin k_o(s(u_v)x + u_v y) + G(u_v) \cos k_o(s(u_v)x + u_v y)\} \Delta u \quad (\text{П.3а})$$

с $u_v = v\Delta u$.

$$\text{Вставляя } G(u_v) + iF(u_v) = \frac{4\pi \cos^2 \theta}{1 - \sin^2 \theta_v} [g(\theta_v) + if(\theta_v)]; \quad u_v = \sin \theta_v \cos^{-2} \theta_v,$$

мы имеем представление в полярных координатах

$$\zeta(R_b, \alpha) = \frac{8\pi^2}{k_o^2 b} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \frac{\cos^2 \theta_v}{1 + \sin^2 \theta_v} \text{Re} \left\{ (f(\theta_v) + ig(\theta_v)) \cdot e^{-ik_o \cos^{-2} \theta_v R_b \cos(\theta_v - \alpha)} \right\} \quad (\text{П.3б})$$

Мы получим (П.2а) и (П.2б) из (П.3а) и (П.3б) путём реверсии по b , стремящемся к бесконечности, и отсюда $\Delta u \rightarrow du$. Выражение (П.2а) является базой для, так называемых, методов поперечных сечений – методов волнового анализа. (П.3а) – это обоснование для матричного метода Н.Хогбена [18] и для «кратных продольных сечений» метода Д.Морана и Л.Ландвебера [29]. Для упрощения исследований мы считаем, что волновая модель симметрична относительно плоскости $y = 0$, и соответственно мы должны взять $F(v\Delta u) = F(-v\Delta u)$, $G(v\Delta u) = G(-v\Delta u)$.

Потенциал скорости, соответствующий (П.2а), получается в виде

$$\varphi(x, y, z) = \frac{U}{4\pi k_o} \int_{-\infty}^{\infty} \{-F(u) \cos k_o(s(u)x + uy) + G(u) \sin k_o(s(u)x + uy)\} e^{k_o s^2(u)g} \frac{du}{s(u)} \quad (\text{П.4})$$

из которого выражения для бассейна конечной ширины могут быть выведены из приведенного выше правила.

Рассматривая теперь невозмущённую жидкость, но принимая $y = y_o$ достаточно широко, можно написать приближённо $\zeta = \zeta_1 + \zeta_2$ порядка $O(y_o^{-1})$ путём

$$\zeta_1(x, y_o) = \frac{1}{gk_o} \int_1^{\infty} \frac{1}{w\sqrt{w^2 - 1}} \left\{ C(w) \cos k_o w(k + \sqrt{w^2 - 1}y_o) + B(w) \sin k_o w(k + \sqrt{w^2 - 1}y_o) \right\} dw, \quad (\text{П.5а})$$

где $C(w) + iB(w) = (G(u) + iF(u)) e^{-ik_o u y} \frac{w(2w^2 - 1)}{4u}$; $u = w\sqrt{w^2 - 1}$.

$$\zeta_2(x, y_o) = \frac{1}{gk_o} I_m \left\{ \int_0^1 \frac{C_2(w) + G_2(w)}{w\sqrt{1 - w^2}} e^{(k_o w(y + i\sqrt{1 - w^2})|y_o|)} dw \right\} \quad (\text{П.5б})$$

Мы проведём соответствующее полярное выражение только для ζ_1 , как это сделано по аналогии с (П.2б), хотя с функцией в верхнем пределе интегрирования

$$\zeta_1(R_c, \alpha) = \frac{1}{k_o} \int_{-\pi/2}^0 \{f(\theta) \sin(k_o \cos^{-2} \theta R_c \cos(\theta - \alpha)) + g(\theta) \cos(k_o \cos^{-2} \theta R_c \cos(\theta - \alpha))\} d\theta \quad (\text{П.5с})$$

В работе К.Эггерса, С.Шарма и Л.Варда [9] было получено, что для каждого метода волнового анализа подходит только одна частная модель волнового потока. Приближённой основой для «продольных сечений» подходит (П.5а). Конечно, правильно, что (П.2а) может служить как аппроксимация, так и для достаточно большого x , и для модели «вариации предела интегрирования» Т.Хавелока (в этой же работе на стр. 143) действительны в формальном смысле при приблизительно таких ограничениях, как в (П.5а). Но только

выражение (П.5а) ведёт к хорошему результату, может быть, благодаря тому, что оно является «однообразной величиной» в определённом смысле вдоль сечения $y = y_c$

Необходимо некоторое обдумывание для понимания объединённого действия двух составляющих ζ_1 и ζ_2 . В то время, как ζ_1 снова является системой свободных волн, компонента ζ_2 получает не осциллирующий распад при возрастании $|y_c|$. При данном (П.1) выражения $C(w), S(w), C_2(w), S_2(w)$ явно зависят от выбора начала координаты y , так что это даёт величину y_c . Но для $y = 0$ ζ_2 , хотя сходится, не может рассматриваться как часть «местных возмущений», поскольку это даёт вклад в дальние волны по x , простирающегося от минус до плюс бесконечности; как даёт ζ_1 в таком случае. Асимптотический анализ показывает, что для положительных значений x ζ_2 окончательно гасит ζ_1 - диапазон значений $C_2(w)$ и $S_2(w)$ для w меньших единицы, не имеет значения - в то время как при x , стремящемся к минус бесконечности, ζ_2 дублирует ζ_1 . Если, однако, $y \neq 0$, то вклады не дальнего поля от ζ_2 могут быть найдены при $|x|$, достигающем бесконечности (феномен Стокса математической функции).

П.1.2. Медленно изменяющиеся ряды волн. Картина Кельвина.

Если для (П.2) или (П.5) в случае $y_c \neq 0$, сделана вторая асимптотическая оценка, найдено выражение ζ , и нет волн вне некоторой клиновидной области $x \ll 0, |y/x| \leq 1/\sqrt{8}$, в то время как в каждой точке этой области присутствуют две системы волн (поперечные и расходящиеся), чьи характеристики κ и θ зависят от пространственных координат x и y или R и α , если мы используем полярные координаты, мы получим в явном виде

$$\zeta(R, \alpha) = \frac{1}{k_o} \sqrt{\frac{2}{\pi R \sqrt{1 - \theta \sin^2 \alpha}}} \sum_{j=1}^2 \cos^{-3/2} \theta_j \bar{H}(\cos^{-2} \theta_j \cdot \theta_j) \cdot \exp\{i k_o k |\theta_j| R \cos|\theta_j - \alpha| R (\theta_j - 3)/4\} \quad (\text{П.6а})$$

вырождающееся в

$$\zeta(R, \alpha) = \frac{1}{k_o} \sqrt{\frac{2}{g R}} R_b \{H(1,0) e^{i(k_o k (0) R + g/4)}\} \quad (\text{П.6б})$$

для $\alpha = \pm\pi, x = -R, \theta_1, \theta_2$ в виде корней уравнения

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \{\kappa(\theta) \cos(\theta - \alpha)\} = 0. \quad (\text{П.7})$$

Это условие постоянной фазы. В случае глубокой воды мы имеем

$$\kappa(\theta) = k_o \cos^{-2} \theta. \quad (\text{П.8})$$

Так что θ_1, θ_2 - это корни $\text{ctg} \alpha + 2\text{tg} \theta + \text{ctg} \theta = 0$, т.е.

$$\text{tg} \theta_{1,2} = \frac{1}{4} \left\{ -\text{ctg} \alpha \pm \sqrt{\text{ctg}^2 \alpha - \theta} \right\} \quad (\text{П.9})$$

и вследствие этого $\text{tg} \theta_1 \leq 1/\sqrt{2} \leq \text{tg} \theta_2$. В случае, если (П.8) не выполняется, т.е. для конечной глубины h , множители выражений (П.6а), (П.6б) будут различными.

Будет показано, что в случае, когда κ зависит только от θ - в частности при (П.8) - для каждого указанного выше положения системы волн от константы θ (и также константы κ), так называемые, характеристические кривые выходят как прямые линии, расходящиеся радиально из начала координат по территории клина. Система кривых волновых гребней может быть представлена определёнными θ из двух равенств (П.7) и равенства

$$R\kappa(\theta) \cos(\theta - \alpha) = n\pi, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (\text{П.10})$$

как показано Хогнером для особого случая (П.8). Волновые гребни охватывают, таким образом, параметрическое множество плоских волн.

Легко показать, что аппроксимация (П.6) модели волн существенно зависит от начала координат, где определяются R и α . Если мы отнесём x в $\bar{x} = x + \Delta x$, y в $\bar{y} = y + \Delta y$, R как $\bar{R} = \sqrt{\bar{x}^2 + \bar{y}^2}$, α как $\bar{\alpha} = \arctg \bar{y}/\bar{x}$, можно ждать, что функция (6a) может иметь совершенно другой характер, если $\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$ не мало по сравнению с R , т.е. достаточно далеко – и что эти изменения не могут быть компенсированы выбранными другими функциями $H(\cos^{-2} \theta, \theta)$.

Под рукой имеются только интуитивные аргументы для оптимального выбора Δx (и Δy , если используются несимметричные аргументы). Для лучшего практического применения, наконец, когда рассматриваются волны, генерируемые вдоль носа тела, за начало координат принимается носовой перпендикуляр. Это может быть оправдано тем фактом, что дискретные точки давления, расположенные на $z = 0$, пик клина, в котором волны заключены, действительно совпадают с местной точкой давления. Это содержится в многочисленных расчётах Ф.Урселла [39]. Однако, для подводных источников известно, что их волновые модели могут предполагаться как некоторое *распределение* точек давления над начальной плоскостью $z = 0$ с *максимумом* выше сингулярности!

Если необходимо анализировать (симметричные) волновые модели, которые получены из эксперимента, то это можно начать из поперечных профилей волн на $x = x_b$, скажем, из найденной оценки y^* как такого предела на интервале $-y^* \leq y \leq y^*$, что $\zeta(x_b, y)$ исчезает вне этого диапазона, затем Δx можно определить из условия $|y^*/x_b + \Delta x| = 1/\sqrt{8}$. Но такая процедура некорректна для измерения профиля: это является доказательством, что в общем наклон границ к площади, где наблюдаются волны, близок к носу (Н.Хогбен [18], Р.Стандинг [36]) в соответствии с оценкой $19^\circ 28' = \arctg(1/\sqrt{8})$ по теории, которая действительно справедлива за судном (Дж.Ньюман [31]). Всё это связано с нелинейностью, делающей недействительными результаты классической линейной теории волн.

Аналитический инструмент для объяснения этого феномена стал доступен с тех пор, как М.Лайтхилл [25] и Ф.Уизем [41] разработали теорию медленно изменяющихся систем волн. Это применимо к монохроматическим волновым полям. Этот член означают, что только одна плоская волна находится в окрестности каждой точки – где, в основном, отношение между волновым числом k и углом распространения волны θ может быть вызвано неоднородностью окружения. Для того, чтобы цуг волн можно было назвать «медленно изменяющимся», требуется чтобы изменения k , θ и амплитуды волн a могли быть обнаружены на шкале сравнения и по нескольким расстояниям между волновыми гребнями. Параллельные и расходящиеся волны, содержащиеся в модели Кельвина, могут рассматриваться как специальный случай, где (П.8) выполняется. В этом случае нет влияния окружения, которое возникает от непостоянства амплитуды волн основного течения (например, действие попутного потока) или глубины воды.

Существует прямая формальная аналогия (К. Эггерс [10]) между стационарной картиной судовых волн и неустойчивой дисперсией волновой системы в одном измерении. Так что взаимно соответствующее множество символов характеризуются через (x, t, σ, k) с x - специальной координатой, t - временем и $C_y = \partial \sigma / \partial x$ - как подходящее определение групповой скорости, соответствует набору параметров (x, t, m, l) для стационарной модели судовых волн [25] с $m = k \sin \theta$, $l = k \cos \theta$. Дисперсионное соотношение $m = m(l)$ дано через $m^4 = k_o^2 (m^2 + l^2)$, если (П.8) выполняется. Используя эту аналогию, можно затем сказать, что области постоянной «частоты» m движутся с «групповой скоростью» вдоль характеристической линии в плоскости $x - y$, если отношение между m и l зависит от x и

u . Оба случая (i) и (ii) будут эффективны возле судна. Влияние конечной амплитуды волн a разработано в статье М.Лайтхилла. и в работе М.Хова [19] вместе с экспериментами. Действие основного неустойчивого потока исследовано М.Лонге-Хиггинсом [26] и Ф.Урселлом [39]. Они считают, что малые возмущения амплитуды волн и такая линеаризация, в частности, могут быть применены к основному течению (вокруг судна) скорее, чем к параллельному однородному течению. Так как невозмущённость основного течения может быть рассмотрена по теории узкого судна, эти доводы могут быть несостоятельны.

Соотношения между κ и θ , накладываемые условием (П.8), приводят к двум требованиям:

- (i) волновая картина должна быть стационарной системой, фиксированной по отношению к судну;
- (ii) волновое перемещение с фазовой скоростью c направлено против составляющих основного потока нормально к фронту волны.

С компонентами основного течения $\{-U + u, v, w\}$ и при $c(\kappa, \alpha) = \sqrt{g/\kappa} [1 + (\kappa a)^2]$ вплоть до членов второго порядка в a , необходимо потребовать, чтобы выполнялось условие

$$|(-U + u) \cos \theta + v \sin \theta| = \sqrt{\frac{g}{\kappa}} [1 + (\kappa a)^2] \quad (\text{П.11})$$

вместо (П.8).

Вне компетенции этой лекции затрагивать вопрос о том, как изменение волновой картины может быть найдено сразу по профилю вдоль судна (см. достижения Т.Инуи, Х.Кадзитани и Х.Окамура [20]). С точки зрения волнового анализа в рассмотренных результатах, полученных позже, важен следующий взгляд:

- (i) даже, если (П.8) действительно не близко к судну, u, v и α будут достаточно малы, так что эти отношения могут быть взяты как отправная точка для волнового анализа, но функции $F(u), G(u), S(w), C(w)$ не нуждаются в том, чтобы быть полученными из такой глобальной специальной функции как $J(u, w)$.
- (ii) Только для случая цуга монохроматических волн местный поток энергии (или количество движения) может быть определён прямо из соответствующего волнового движения. В основном только интеграл принимается как волновое сопротивление R_w или может быть определён волновой спектр $H(\cos^{-2} \theta, \theta)$. Для последней цели измерения профиля одной простой продольной волны будет достаточно (см. П.2.3), если (П.8) выдерживается.
- (iii) Будет показано, что метод волнового анализа Дж.Роя и А.Милларда [33] объясняет предположение относительно монохроматического цуга волн (П.8) лучше, чем более общая волновая модель.
- (iv) Если $H(\cos^{-2} \theta, \theta)$ не изменяются быстро по θ для θ , близких к нулю, тогда достаточно далеко позади судна ζ является медленно изменяющейся функцией от x при $y = \text{const}$ и сохраняются поправки, предложенные Х.Танака и Т.Адачи [37], которые в данном случае могут быть использованы.

П.1.3. Другая модель волновых течений

Методы для предсказания моделей судовых волн основаны на идеях Р.Гиллотона [15] и усовершенствованные недавно Г.Гедом [13], Р.Стандингом [36], Г.Даганом [7] и Ф.Ноблессом [32], неясно отмеченные в рамках этого семинара. Но кажется, что искажение волновых моделей, найденных при таком подходе, по сравнению с нашими моделями (П.1), (П.2), (П.3) имеют что-то общее с искажениями характеристических линий из-за неравномерности основного потока, как описано в П.1.2.. Мы, однако, должны видеть

насколько искусственное расщепление течения на основные компоненты и волновые мы имеем. В результате рассмотрения метода Р.Гиллотона, как следует из работы Дж.Вехаузена [40], представление задачи корабельных волн в Лагранжевом виде есть искажение *поля полного* потока при интегрировании по времени и при этом не используются данные полуэвристической концепции распространения волн по неравномерному потоку. Количественное сравнение обоих подходов кажется необходимым, но оно не настолько продвинуто.

Из экспериментов Х.Адачи [2] найдено, что, по крайней мере, для судна с очень длинной цилиндрической вставкой *образованные возле носа волны, убывают быстрее с возрастанием x* , чем предсказывает метод системы Кельвиновских волн. Используя математическую технику сращивания асимптотических разложений, Х.Адачи получил модель потока, которая объясняет это положение. Но это объясняет ещё более ясно, при каких условиях и в какой области его модель применима. Неясно *как* любой тип волнового анализа может быть использован для определения сопротивления при этих обстоятельствах.

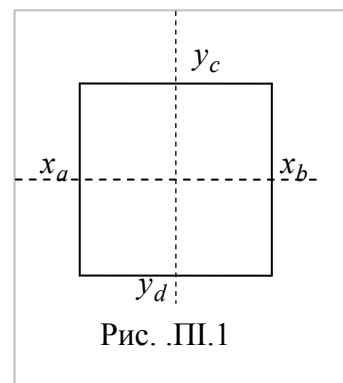
II.2. Некоторые методы волнового анализа

II.2.1. Волновое сопротивление, определяемое по интегралу количества движения потока

Есть основная формула для выражения Rw в зависимости от компонентов течения и волнового профиля на некоторой контрольной поверхности S , которая включает судно и невзволнованную свободную поверхность, ограниченную вертикальными сечениями по замкнутой кривой C

$$Rw = \frac{\rho g}{2} \oint_C \zeta^2 dy + \frac{\rho}{2} \iint_S (\varphi_x^2 + \varphi_y^2 + \varphi_z^2) n_x dS - \rho \iint_S \varphi_x \varphi_n dS. \quad (II.12)$$

Направление берётся так, что оба dy вдоль C и n_x на S будут положительны позади судна, т.е. нормальный вектор $\vec{n} = \{n_x, n_y, n_z\}$ направлен по направлению к судну в нашем



случае. Это выражение кажется подходящим для $\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$ на S в зависимости от ζ, ζ_x, ζ_y вдоль C . Даже, если S вертикальный цилиндр, что возможно только в случае одной монохроматической волны поля при (II.8); для других моделей течения, рассмотренных вплоть до вклада в (II.12), из вертикального интегрирования не может быть найден такой путь

Возьмём S как прямоугольный цилиндр, полученный путём пересечения четырёх линий А: $x = x_a > 0$; В: $x = x_b < 0$; С: $y = y_c > 0$; D: $y = y_d < 0$ (рис. III.1). Равенство (II.12) упрощается затем к виду

$$Rw = \frac{\rho g}{2} \int_{B-A} \zeta^2 dy + \frac{\rho}{2} \iint_{B-A} (\varphi_x^2 + \varphi_y^2 + \varphi_z^2) dy dx + \rho \iint_{C-D} \varphi_x \varphi_y dz dx, \quad (II.13)$$

где в двойных интегралах вертикальное интегрирование идёт от нижней границы до волнового профиля.

II.2.2. Метод поперечных сечений

Возьмём теперь в (II.13) y_c и y_d проведём до бесконечности или пусть $y_c = b/2, y_d = -b/2$ в случае, если рассматривается бассейн с шириной b . Тогда здесь нет

вклада из C и D в (П.13), и если вклад из A должен исчезнуть при x_a достаточно больших, вклад должен быть нулевым для любого x_a впереди судна. Мы остаёмся с

$$Rw = \frac{\rho g}{2} \oint_{B-A} \zeta^2(x_b, y) dy + \frac{\rho}{2} \iint_{B-A} (\varphi_y^2(x_b, y, z) + \varphi_z^2 - \varphi_x^2) dy dx \quad (\text{П.14})$$

При нашей степени приближения это подходит к условиям волнового подъёма для интеграла по z . Это возможно для течения жидкости (П.2) и (П.3), выраженного в зависимости от функций $F(u)$, $G(u)$, которые в свою очередь могут быть определены из волнового профиля вдоль B . Подставляя (П.2) и (П.3) в (П.1), получим

$$Rw = \frac{\rho U^2}{32g k_o^2} \int_{-\infty}^{\infty} \{F^2(u) + G^2(u)\} \frac{2s^2(u) - 1}{s^2(u)} du, \quad (\text{П.15a})$$

$$Rw = \frac{\rho U^2}{32g k_o^2} \sum_{u=-\infty}^{\infty} \{F^2(u_o) + G^2(u_o)\} \frac{2S^2(u_o) - 1}{S^2(u_o)} \Delta u \quad (\text{П.15б})$$

с $\Delta u = 2\pi/k_o^2$ в случае, когда судно посредине бассейна. Выражение (П.15) может быть написано в несколько другой форме, действительной даже для жидкости конечной глубины h . Это отображено затем обобщением для трёх измерений Лэмбом, объясняющим волновое сопротивление как возрастание энергии волн впереди B минус энергия, движущаяся с групповой скоростью перпендикулярно к B ;

$$Rw = \frac{\rho g b}{2} \sum_{v=-\infty}^{\infty} (a_v^2 + b_v^2) (1 - r_v \cos^2 \theta_v) \quad (\text{П.16})$$

с $a_v = F(v \cdot \Delta u) \Delta u / k_o$, $b_v = G(v \cdot \Delta u) \Delta u / k_o$, $\cos \theta_v = 1/s(v \cdot \Delta u)$,

$$r_v = \frac{\sinh(2\kappa_v h) + 2(\kappa_v h)}{2\sinh(\kappa_v h)} = \text{отношению групповой скорости к фазовой скорости,}$$

где κ_v - корень уравнения $\kappa_v s^{-2}(v \Delta u) = k_o \operatorname{tg} h(\kappa_v h)$. Из (П.16) можно заключить, что волновое сопротивление соответствует текому волнообразованию (П.3), которое меньше, если бассейн мелководный! Выражение для невозмущённой жидкости находится по аналогии между интегралом Фурье и рядом Фурье. Можно найти $F(u)$ и $G(u)$ из ζ и волнового склона ζ_k вдоль B . На практике берут несколько сечений и измеряют только высоту волн. Лишние данные служат для сглаживания ошибок в смысле наименьших квадратов

П.2.3 Метод продольных сечений

Если в (П.13) положить $x \rightarrow -\infty$ и считать течение симметричным относительно плоскости $y = 0$, то получим

$$R_w = \rho g \iint_C \varphi_x \varphi_y dz dx, \quad (\text{П.17})$$

где вклад в высоту волны в интеграле по z может быть удалён. Будет показано, что (П.17) может быть оценено в зависимости от ζ или ζ_x или ζ_y вдоль C .

Если основное представление (П.1) подходит для волнообразования, оно может быть в принципе использовано в (П.15) для определения $F(u)$ и $G(u)$ из профиля (П.5a). Однако, хотя продольные сечения в волновом анализе приводят к такому же R_w как (П.15), трансформации Фурье $S(w)$ и $C(w)$ не должны обязательно соответствовать $F(u)$ и $G(u)$, определённым из поперечных сечений, если можно ждать искажения нелинейных волн под влиянием судна. Противоречия были обнаружены в работе [9]. Начнём с (П.17). Отмечено,

что (П.17) может быть выражено через характеристики волн вдоль C при двух простых предположениях для течения в плоскости $y = y_c$; $z < 0$, а именно

$$\varphi_{xx} + k_o \varphi_z = 0, \text{ (дифференциальное уравнение теплового потока)} \quad (\text{П.18a})$$

и

$$\varphi_{xx} + \varphi_{yy} + \varphi_{zz} = 0 \text{ (уравнение Лапласа)}. \quad (\text{П.18b})$$

Благодаря (П.18), при самых общих условиях φ и его производные могут быть выражены через значения вдоль $z = 0$, а именно,

$$\varphi(x, y_c, z) = \sqrt{\frac{k_o}{g|z|}} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x', y_c, 0) e^{k_o \frac{(x-x')^2}{4g}} dx' = \frac{k_o}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x', y_c, 0) \int_{-\infty}^{\infty} e^{k_o w^2 z} \cos wk_o(x-x') dw dx'. \quad (\text{П.19})$$

Это значит, что трансформация x -Фурье для φ и её производных зависит от z через множитель $e^{k_o w z}$. Если определить функции

$$X(w, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_x(x', y_c, z) e^{ik_o w x'} dx',$$

$$Y(w, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_y(x', y_c, z) e^{ik_o w x'} dx',$$

то мы должны соответственно иметь

$$X(w, z) = X(w, 0) e^{ik_o w^2 z},$$

$$Y(w, z) = Y(w, 0) e^{ik_o w^2 z} \quad (\text{П.20})$$

и по теореме Персеваля мы найдём из (П.17)

$$R_w = 2\rho \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^c \varphi_x \varphi_y dz dx = 2\rho k_o \operatorname{Re} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^c X(w, 0) Y(-w, 0) e^{ik_o w^2 z} dz dw \right\} =$$

$$= -\rho \operatorname{Re} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} X(w, 0) Y(-w, 0) / w^2 dw \right\}. \quad (\text{П.21})$$

С первого взгляда видно, что нужно определить $X(w, 0)$ и $Y(w, 0)$ для того, чтобы оценить (П.21). Однако из (П.18b) (и из соображений, что R_w положительно) можно вывести, что

$$Y(w, 0) = \sqrt{w^2 - 1} X(w, 0), \text{ или более общее, как } X(w, 0) = k_o u \int_{-\infty}^{\infty} \zeta(x, y_c) e^{ik_o w x} dx :$$

$$XX(w, 0) = k_o u \int_{-\infty}^{\infty} \zeta_x(x, y_c) e^{ik_o w x} dx = i w k_o X(w, 0),$$

$$XY(w, 0) = k_o u \int_{-\infty}^{\infty} \zeta_y(x, y_c) e^{ik_o w x} dx = i w k_o \sqrt{w^2 - 1} X(w, 0). \quad (\text{П.22})$$

Далее можно показать, что нет вклада в (П.20) на интервале $-1 \leq w \leq 1$. Из (П.5) очевидно, что $X(w, z)$ должно быстро расти благодаря множителю $1/\sqrt{w^2 - 1}$ возле $w = 1$. Это проверено экспериментально М.Икехата и К.Нозава [22]. К.Чен [6] обнаружил аналогию со случаем конечной глубины. Теперь для оптимальной оценки (П.20) можно спросить, будут ли ζ или ζ_x или ζ_y объектом измерения. Этот вопрос был решён Ф.Михельсеном и Уберои [28], которые трансформировали (П.20) к авто-коррелирующим функциям между этими величинами (см. Г.Гедд [13]). Требование, чтобы измеренная величина быстро

убывала по x (записи должны быть короткими и исключать влияние стенок бассейна), противоречит желанию иметь преобразование Фурье, которое интенсивно концентрируется возле $w=1$ (т.е. длинные волны). Ч.Ли [24] из численных исследований заключил, что нужно отдать предпочтение ζ .

П.2.4. Метод продольных сечений для волновых систем в бассейне

Метод поперечных сечений допустим в очень низких бассейнах в принципе, если там идеальное отражение вдоль стенок. Но у этого метода есть два недостатка:

- (1) Если не учитывать одновременность, данные должны быть собраны в описании движения систем, движущихся с судном;
- (2) Часть волновых профилей простирается над областью вязкого попутного потока, где основные предположения об отсутствии вихрей недействительны, Более того, компоненты основного продольного течения относительно судна будут отклоняться от $-U$.

По этим причинам придуман метод для определения коэффициентов $a_v = F(u_v)\Delta u / k_o$ и $b_v = G(u_v)\Delta u / k_o$ из волновой модели (П.3а) с $u_v = v \Delta u$ при некотором адекватном пределе $|v| = v_{\max}$ из одной или нескольких продольных волн, достигающих конечной длины (необходимо сделать замеры, даже если сечения не пересекаются попутным потоком, волновой профиль будет содержать компоненты, которые проходят через попутный поток после отражения от противоположных стенок бассейна, если запись не короткая (Х.Маруо и К.Хаясаки [27])).

Только для одного сечения, имеющего надлежащее положение $y = y_c$, такого, где $v \leq v_{\max} \cos u_v y_c$ (где $u_v = 2\pi v / k_o b$), не слишком малы (в частности для $y_c = b/6!$) К.Эггерс [8] предложил прямое определение через

$$a_v = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{x_o}^{\infty} \zeta(x, y_c) \frac{\sin k_o w_v x}{\cos u_v y_c} dx, \quad b_v = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{x_o}^{\infty} \zeta(x, y_c) \frac{\cos k_o w_v x}{\cos u_v y_c} dx,$$

если запись начинается на $x = x_o$. Такая процедура должна исключить даже компоненты местных волн монотонного затухания.

Проверки численными исследованиями ясно показали, что указанные выше ограничивающие процессы имеют плохую сходимость, если применять их к некоторым математическим волновым профилям. Это станет понятным из того факта, что множество волновых длин $\lambda_v = 2\pi / S(u_v)$ слишком «плотны» и асимметричны, чтобы позволить только одно уникальное разложение данного непрерывного профиля в зависимости от компонентов свободных волн (3а) по полубесконечной области [35].

Д.Моран и Л.Ландвебер [29] подняли эту проблему снова и с успехом определили множество a_v и b_v методом наименьших квадратов, пригодным для интегралов Фурье для конечной записи. Их подход был модифицирован С.Цаем [38] в его численной и экспериментальной работе с целью уменьшить чувствительность результата в соответствии с выбором положения продольного сечения или длины записи и v .

Н.Хогбен [18] следовал независимому пути для улучшения своего матричного метода. С данным v_{\max} множество a_v и b_v определяется теперь методом наименьших квадратов для множества точек измеренных волн вдоль четырёх продольных сечений. Оба подхода требуют решения систем линейных уравнений, так что их формула ограничена в применении. Можно ощутить тревогу при применении специальных черт этого метода. Для данного множества или больше, чем $2v_{\max}$ данных, т.е. для измерения с требуемой точностью для метода наименьших квадратов изменения v будут в принципе влиять на определение всех a_v и b_v , включающих компоненты длинных волн. Это не проявляется в

случае метода поперечных сечений, в котором данное множество выбирается «ортогональным». Этот пункт был поднят С.Шарма в дискуссии с Н.Хогбенем и Р.Стандингом [36]. Мы должны допустить, однако, что ситуация в основном не отличается от случая методов продольных сечений, описанных в П.3 для неограниченной жидкости по ширине. Любое увеличение длины записи для улучшения аппроксимации составляющих длинных волн будет взаимно влиять здесь на спектральный диапазон высоких частот. Даже для метода поперечных сечений мы нашли ортогональность только, когда сечения не наклонные!

П.2.5. Метод Варда X-Y

Если бы мы смогли найти две измеренных величины $p(x)$ и $q(x)$ вдоль сечения $y = y_c$ с преобразованием Фурье

$$P(w) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} p(x) e^{ik_0 wx} dx, \quad Q(w) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} q(x) e^{ik_0 wx} dx,$$

так что мы имеем

$$X(w,0) \cdot Y(-w,0) = w^2 P(w) Q(-w), \quad (\text{П.23})$$

тогда отсюда можно выразить Rw в зависимости от $p(x), q(x)$ прямо без какого-либо использования преобразований Фурье! Используя теорему Парсеваля в противоположном направлении, мы получим из (П.21) при (П.23)

$$Rw = \rho \int_{-\infty}^{\infty} p(x) q(x) dx. \quad (\text{П.24})$$

Одна частная пара таких функций представляет собой

$$p(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{xx}(x, y_c, z) dz, \quad q(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{xy}(x, y_c, z) dz,$$

$$P(w) = i w X(w,0) / w^2, \quad Q(w) = i w \sqrt{w^2 - 1} \cdot Y(w,0) / w^2. \quad (\text{П.25})$$

Это обоснование $X - Y$ метода Варда, основанного на аппроксимации сил, действующих на вертикальный цилиндр, которые имеют компоненты, пропорциональные $\varphi_{xx}(x, y_c, z)$ и $\varphi_{xy}(x, y_c, z)$ в x - и y - направлениях. Можно показать (частное сообщение С.Шарма), что в таком среднем значении мы даже имеем

$$\int_{x_b - \infty}^{\infty} \int_0^0 \varphi_z \varphi_y dz dx \approx \int_{x_b - \infty}^{\infty} \int_0^0 \varphi_{zy} \varphi_{zx} dz dx / k_o^2, \quad (\text{П.26})$$

если x_b достаточно велико, однако, это не означает, что

$$\int_{-\infty}^0 \varphi_x \varphi_y dz = \int_{-\infty}^0 \varphi_{zx} \varphi_{zy} dz$$

при волновом потоке моделей (П.5) и (П.19). Такая эквивалентность, однако, сохраняется в поле монохроматических волн на площади позади судна, где $\cos \theta$ близок к единице.

С.Шарма нашёл, что одно- и двукратные интегралы волнового движения функции $\zeta = u \varphi_x / g$ и поперечных волн $\zeta_y = u \varphi_{xy} / g$ - эта другая пара функций, удовлетворяющих (П.22), может быть найдена, а именно

$$p(x) = k_o^2 \int_{-\infty}^{\pi} \int_{-\infty}^{\pi} \varphi_x(x) dx dx, \quad q(x) = k_o \int_{-\infty}^{\pi} \varphi_{xy}(x) dx,$$

конечно, без предлагаемого практического приложения.

Но есть одно практическое заключение, которое можно вывести из рассуждений: если хотят определить волновое сопротивление через измерение потока и использовать лазерную технику, это может быть как измерение волнового профиля – здесь нет необходимости измерять φ_x или φ_y на $z = 0$, где можно ждать возмущение волнами там, где присутствует жидкость. Можно измерять на одной произвольной глубине $z = z_0 < 0$ и ещё найти трансформацию Фурье для $z = 0$ с помощью (П.20), аналогично рассуждениям, какие были в анализе поперечных сечений.

Если вода конечной глубины h , наилучшее заключение, которое действительно остаётся, это то, что вместо (П.20) учитывается влияние z на преобразование Фурье с помощью множителя $\cosh \kappa(z + h) / \cosh(\kappa h)$ вместо $e^{k_0 w z}$, где κ - положительный корень уравнения

$$\kappa = k_0 w^2 \operatorname{th}(\kappa h).$$

Но очевидно, что $X - Y$ метод Варда не находит дальнейшего подтверждения, если h мало. Волновой анализ продольных сечений для конечной глубины жидкости был исследован теоретически и экспериментально К.Ченом [6].

Как было отмечено ранее, значение $\int_{-\infty}^0 \varphi_x \varphi_y dz$, т.е. поток количества движения через вертикальную линию, не может быть выражен в зависимости от ζ, ζ_x, ζ_y в случае, если модель потока (П.19). Но это становится возможным в случае одного простого медленно меняющегося цуга волн при (П.8)! Если мы имеем $\kappa = k_0 \cos^{-2} \theta$, предполагающее

$$\varphi = \{A(x, y_c) \cos \pi(x \cos \theta + y_c \sin \theta) + B(x, y_c) \sin \pi(x \cos \theta + y_c \sin \theta)\} e^{i\pi},$$

где A, B и κ медленно изменяющиеся функции x и y , можно аппроксимировать Rw как

$$Rw = \rho g \int_{-\infty}^{\infty} \zeta^2(x, y_c) \sin(2\theta(x, y_c)) dx. \quad (\text{П.27})$$

Этот результат может служить основанием для метода волнового анализа, предложенного ДЖ. Роем и А.Миллардом [33]. Однако неясно, как эта формула может быть использована для более общих волновых моделей (П.5) или, наконец, для монохроматических систем, созданных искусственно, как мы можем ждать в случае Кельвиновской модели. Даже, если различные волны могут быть пренебрежимо малы на низких числах Fr , интерференция волн носа и кормы делает недействительным основное предположение. (Конечно, очевидно, что на достаточно большом расстоянии позади судна модель волн Кельвина от носа и от кормы даёт сумму приближённо к простой модели Кельвина, для которой начало координат может быть определено неточно).

С другой стороны (П.27) может быть обобщено на случай, когда отношение между κ и θ искажено локальной неоднородностью, как в (П.11), предусматривающее, что длина волн и их волновое число κ могут быть измерены одновременно с ζ и θ . Получена более общая формула

$$Rw = \rho k_0 g \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\zeta^2(x, y_c) \operatorname{tg} \theta(x, y_c)}{\kappa(x, y_c)} dx, \quad (\text{П.28})$$

если можно предположить, что отношение между ζ и φ_x равно $\zeta(x, y_c) = \frac{U}{g} \varphi_x(x, y_c, 0)$.

П.2.6. Разложение местных составляющих волновой модели

Ошибки в волновых анализах из-за загрязнения записи, которую вносят составляющие местных волн, были исследованы вдоль двух линий (обе описаны в работе [9]):

- (i) многочисленные эксперименты (недавно проведенные С.Ли [24]),

- (ii) сравнение сопротивления, полученного из анализов вдоль различных сечений (см. также М.Икехата и К.Нозава [22])

Многочисленные оценки компонент местного течения утомительны, разные числа Fr требуют разных расчётов. Некоторые были сделаны вдоль других линий, т.е. расчёты значений, к которым оператор $\frac{\partial^2}{\partial x^2} + k_o \frac{\partial}{\partial z}$ применяемый к ϕ приводит к ненулевым значениям. Применённые к потенциалам (П.2), (П.3) и (П.5), эти функционалы приводят к нулю даже то, что не равно нулю, таким образом, $\phi_{xx} + k_o \phi_z$ явно является критерием интенсивности местного потока.

Расчёты легче проводить для течений от распределённых источников, как для простого потенциала источников G , когда особенности подобны инверсии расстояния $1/r$. Эти операторы приводят к рациональной функции, зависящей только от скорости через линейный множитель. Мы имеем (П.23)

$$G_{xx} + k_o G_z = (1/r + 1/r_1)_{xx} + k_o (1/r - 1/r_1)_z, \quad (\text{П.29})$$

где r_1 - расстояние от мнимой точки с $z = 0$.

Правая часть падает до y^{-3} (первый член даже $\approx y^{-6}$) и в направлении разложения $\approx x^{-3}$. Для распределения источников, интегрирование (П.29) через такие формулы квадратур будут выражены несколькими членами разложения.

Простое препятствие для разложения местных волн может быть устранено путём проверки, наконец, если судно симметрично относительно главного сечения. В этом случае линейная теория представляет переднюю и заднюю симметрию движения местных волн. Это значит, что местный профиль волн вдоль поперечного сечения должен быть равен полному подъёму волн вдоль воображаемого сечения впереди судна, где не появляются свободные волны. И затухание вдоль бокового сечения должно быть равно затуханию общего количества волн в воображаемом сечении. Правда, для реальных судов часть их форм является распределением, несимметричным относительно главного сечения, и влияние числа Fr на распределение источников будет портить каким-либо образом эту симметрию – но это значит только слабую модификацию написанных выше правил.

Более многочисленные тщательные исследования влияния местных волн на волновой анализ поперечных сечений изложены в работе Л.Ландвебера и К.Цоя [23].

П.2.7. Определение «эквивалентных систем особенностей» по результатам волнового анализа.

Классические методы для вызванной системы волн и волнового сопротивления данной формы корпуса имеют одну общую черту. Как первый шаг – подразумеваемый – система особенностей (источников и стоков в общем случае) должна определяться такой, чтобы располагаться на месте судна в соответствии с вызванными волнами. Бегло обсуждая теории волнового сопротивления, может быть, заманчивее пытаться найти эти особенности скорее из осмотра вызванной картины, чем из геометрии данной модели. При допущении узкого судна такие особенности зависят только от скорости через линейный множитель и не зависят от глубины жидкости.

Заслуга таких исследований в том, что они указывают пределы, в которых основная гипотеза Дж.Эвареста и С.Хогбена [12] справедлива или нет. В частности, они могут допустить погрешности линейной теории волн (без искажения), если введут особенности внешними (впереди) к месту судна (Н. Хогбен [17]). Н.Хогбен оценивает свободные волны позади судна для определения распределения эквивалентных источников вдоль линии в продольном направлении. В широком смысле мы должны также принимать измерения волн (или течения) вдоль судна, используя более общие модели волн (П.1) и позволяя больше

свободы в распределении источников, а именно, определение всех источников по диаметральной плоскости судна. Это достижение К.Мори [30], Т.Инуи, Х.Кадзитани [20].

Другой повод для определения распределения источников из волновой модели состоит в обходе необходимости уничтожать влияние местных течений в районе, где делаются измерения, (Т.Сабунку [34] для поперечных сечений и Е.Баба [3] для продольных сечений) и также делать замеры волн близко к судну. Для усеченных продольных сечений это может привести к некоторым аналитическим продолжениям волнового профиля до бесконечности (М.Икехата и К.Нозава [22]) или к специальным функциям при $\theta = 0$, (М.Бесшо [4]), полученным отсюда.

С расположением особенностей вдоль данной линии, интенсивность их может быть, конечно, определена только путём применения способа наименьших квадратов по полученным данным. Так Т.Сабунку нашёл, что волновой профиль одного единственного поперечного сечения необходим для определения эквивалентных (несимметричных) источников вдоль оси подводной части узкого тела.

Однако ещё раньше показано, что даже при пренебрежении местными волнами не излишне измерить два поперечных сечения или одно продольное. Если волны искажены компонентами местного потока, необходимо иметь под рукой больше данных, по крайней мере, если мы не можем ждать, что волновой спектр может быть сглажен и хорошо себя ведёт.

В случае модели судовых волн, здесь появится некоторый произвол в определении z_0 , глубины погружения особенностей. Однако z_0 регулирует скорость экспоненциального затухания $F(u), G(u)$ с большими u , и по линейной теории корабельных волн нет такого затухания, которое могло бы быть действительно для плавающего судна. Можно утверждать, тем не менее, что конечный диапазон расходящихся волн не влияет каким бы то ни было образом на волновой анализ.

Более фундаментальное предостережение против таких эквивалентных источников, выстраиваемых вдоль линии, может быть основано на постулате соответствия один к одному. М.Бесшо [5] показал, что одна и та же модель дальнего волнового поля может следовать из совсем разных систем особенностей. Это уже очевидно, если мы напомним, что волновая модель (П.1) даже при слабом уменьшении $J(u, s(u)) = 0$ не отображается какими-нибудь волнами в дальнем поле без необходимости быть малыми. Ясно, что действие эквивалентных источников требует значительного ограничения всех значений настолько, чтобы мы могли быть уверены, что последователи сделают всё правильно.

Литература к ПРИЛОЖЕНИЮ к главе I.

1. Кочин, Н.Е. О волновом сопротивлении и подъёмной силе погруженных в жидкость тел/Н.Е.Кочин.- Тр. конференции по теории волнового сопротивления. Изд. ЦАГИ.- 1937.
2. Adachi, H. On some Experimental Results of a ship with Extremely Long Parallel Middle Body /H. Adachi, // - J.Soc. Nav. Arch. Japan.-1974.-135.- P. 159 -173.
3. Baba, E. An Application of wave pattern analysis to ship form improvement /E. Baba// J. Soc. Nav. Arch., Japan.- 1972, 132.-P. 29 – 39.
4. Bessho, M. A Contribution to Wave Analysis of Ship Waves /M.Bessho //.-1969, 7.-P. 105-110.
5. Bessho, M. Wave-free distributions and their applications /M.Bessho // Proc. Intern. Seminar on Theor. Wave Resistance, Ann Arbor.-1963, 2.- P.893 – 906.
6. Chen K.K. Measurement of Wave Resistance in Water of Finite Depth by Wave Pattern Analysis /K.K.Chen // Univ. Calif., Berkeley. Coll. Eng. Report, no. 73 -1.- 1973.
7. Dagan, G. A Method of Computing Nonlinear Wave Resistance of Thin Ships by Coordinate Straining /G.Dagan // Journal of Ship Research.- 1975, 19.-№ 3.-P. 149-154.
8. Eggers, K. Über die Ermittlung des Wellenwiderstandes eines schiffsmodells durch analyse seines wellensystems /K.Eggers // Schiffstechnik.- 1962, 10.-№ 46.-P. 79 – 84.

9. Eggers, K.W.H. An Assessment of Some Experimental Methods for Determining the Wavemaking Characteristics of a Ship Form /K.W.H.Eggers, S.D. Sharma, L.W Ward//. Trans. Soc. Nav. Arch. and Mar. Eng. - 1967, 75.-P.112 – 157.
10. Eggers K.W.H. Vom Körper erzeugte Wasserwellen /K.W.H Eggers// ZAMM.- 1974 , 54.-P. 720-724.
11. Eggers, K.W.H. Wave analysis state of the art 1975 /K.W.H Eggers// Intern. Seminar on Theor. Wave Resistance., Tokyo.- 1976.-P. 93-103.
12. Evarest J.T. An Experimental Study of the Effect of Beam Variation and Shallow Water on “Thin Ship” Wave Predictions /J.T.Evarest, S.D. Hogben // Trans. INA, 1970, 111.-P. 319-329. Disc. 330-335.
13. Gadd,G.E. Wave Resistance Calculations by Guilloton’s Method /G.E.Gadd// Trans. Royal Institution of Naval Architects., London.- 1973 , 115.-P.377-392.
14. Gadd, G.E. The Measurement of Resistance associated with the Ship Wave Pattern /G.E.Gadd//. Appendix to the Report of the Resistance Committee, 14th ITTC, Ottawa.- 1975.
15. Guilloton, R.A. La pratique du calcul des une isobars sur une carène linéarisée /R.A.Guilloton//. Bull. Assoc. Tech. Maritime et Aéron.- 1965, 65.- P.379-400.
16. Havelock, T. Wave patterns and wave resistance /T.Havelock/ Trans. of Royal Inst. Nav. Arch.- 1934, 76.- P.430-446.
17. Hogben, N. “Equivalent source arrays” from wave patterns behind trawler type models /N.Hogben // Trans. of Royal Inst. Nav. Arch..- 1971, 113.-P. 345 – 363.
18. Hogben, N. Nonlinear Distortion of the Kelvin Ship-Wave Pattern /N.Hogben // Journ. Fluid Mech. 1972 , 55.-P. 513-525.
19. Howe, M.S. Phase Jumps /M.S.Howe // J. Fluid Mech. -1968, 32.-P. 263-273.
20. Inui, T. Propagation of Ship Waves on a Non-Uniform Flow /T.Inui, H.Kajitani, H.Okamura// Contribution to the Resistance Committee, 14 ITTC, Ottawa.- 1975.
22. Ikehata, M. Determination of wave-making resistance of a ship by the method of wave analysis /M. Ikehata, K. Nozawa // Journal of the Society of Naval Architects of Japan.- 1967, 124.- P. 37 – 49.
23. Landweber, L. Study of Eggers method for the determination of Wave-making resistance /L.Landweber, K.T.S. Tzou // J. Ship Research.- 1968, 12.-№ 3.- P.213 – 230.
24. Lee, C. Correlation of Longitudinal Wave Profiles and the Wave Resistance of a Ship with A Proposed Local-Disturbance Correction /C.Lee // Univ. Michigan. Dept. Nav. Arch. Report 092.-1969.-135 p.
25. Lighthill, M.J. Discussion of Nonlinear Theory of Wave Propagation in Dispersive Systems /M.J. Lighthill // Proc. Roy. Soc. A.- 1967 , 229.- P. 1-154.
26. Longuet-Higgins, M.S Change in Amplitude of Short Gravity waves on Steady Non-uniform Currents /M.S.Longuet-Higgins // J. Fluid Mech. -1961, 10.-P. 529-529.
27. Maruo H. On the Transfiguration of Wave Propagated into a uniform Wake /H. Maruo, K.Hayasaki// J. Soc. Nav. Arch. Japanю- 1972 , 132.-P. 51-68.
28. Michelsen, F.G. A Study of Wave Resistance CharacteristionTHrough the Analysis of Wave Height and Wave Slope along a Longitudinal Track /F.G.Michelsen, Uberoi// Hydro- og Aerodynamics, Report No. hy-15.- 1971.
29. Moran, D.D., Landweber, L. A longitudinal cut method for determining wavemaking resistance /D.D.Moran, L. Landweber // J. Ship Research,.- 1972, 16.-№ 1.-P. 21 –40.
30. Mori, K., Inui, T., Kajitani, H. Analysis of ship-side wave profiles with special reference to hull’s sheltering effect /K.Mori, T.Inui, H.Kajitani.// 9th Symp. Nav. Hydrod., Paris.- 1972.-P. 687 – 774, disc. 745 – 758.
31. Newman, J.N. Three-order interactions in Kelvin ship-wave systems /J.N.Newman// J. Ship Res. -1971,15.-№1.-P.1-10
32. Noblesse, F. A Perturbation Analysis of the Wavemaking of a Ship with an Interpretation of Guilloton Method /F.Noblesse// J. Ship Research.- 1975, 19.-№ 3.-P.140-148.
33. Roy J.-F. Une Methods de Mesure de la resistance des vagues /J.-F.Roy, A.Millard// Bull. Ass.

- Tech.Mar.Aeronaut., 1971, 71. - P. 481-495; disc. 496- 501.
34. Sabuncu, T. Determination of the Equivalent Form and Wave Resistance of a Submerged Slender Body Moving in a Channel by Transverse Wave Profile Measurements /T.Sabuncu// Istambul Tek. Univ. Gemi Enstitijsü Bül. 19. 1969.-P. 57-71.
 35. Schwarts L. Theorie generals des function moyenne -periodiquess. Annalysis of Mathematics /L.Schwarts// 1947, 48.-P. 880-881.
 36. Standing, R.G. Phase and amplitude discrepancies in the surface wave due to a wedge-ended hull form /R.G.Standing // J. Fluid Mechanics., London.- 1974, 62.- № 4.-P.625 - 642.
 37. Tanaka H. Some Consideration on Truncation Errors in Wave Analysis /H.Tanaka, N.Adachi// Proc. 12th ITTC Rome.- 1969.- P. 156-158.
 38. Tsai, C. Study of Total, Viscosity and Wave Resistance of a Family of Series 60 Models. Further Development of the Procedure for Determination of Wave Resistance from Longitudinal Cut Surface Profile Measurements /C.Tsai // Thesis, Univ. Jowa.- 1972.- 84 p.
 39. Ursell, F. Steady Wave Patterns on a Non-Uniform Steady Fluid Flow /F.Ursell// J. Fluid Mechanics., London.- 1960, 9.-P. 333 - 346.
 40. Wehausen, J.V. Use of Lagrangian coordinates for ship wave resistance (first- and second-order thin ship theory) /J.V.Wehausen// Journal of Ship Research.- 1969, 13.- № 1.- P. 12-22.
 41. Witham, G.R. A general approach to linear and non-linear dispersive waves using Lagrangian /G.R.Witham// J. Fluid Mech.- 1965, 22.-P.2.

Тысячи путей ведут к заблуждению,
к истине – только один
Жан-Жак Руссо
Между духом и материей
посредничает математика
Хуго Штейнгаус

ГЛАВА II. ЛИНЕЙНЫЕ ТЕОРИИ ВОЛНОВОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ

II.1. Теории волнового сопротивления в вязкой жидкости

В данной главе рассматриваются решения задачи определения сопротивления судна с использованием линеаризации граничных условий на поверхности корпуса судна и на свободной поверхности, как в вязкой, так и в идеальной жидкости. Влиянию вязкости при расчёте волнового сопротивления посвящено много работ с разными подходами к решению этой задачи. Одним из таких подходов является теория малой скорости Е.Баба и К.Такекума [6], но она не дала желаемого результата, то есть, не дала возможности получить остаточное сопротивление в зависимости от формы корпуса.

Точная постановка задачи сопротивления воды движению судна и способы определения сил приведены в работе Дж.Вехаузена 1973 года [65]. Е.Баба получил составляющие сопротивления несколько иным путём. Поскольку оба вывода представляют академический и практический интерес в этом параграфе они приводятся оба.

Когда встал вопрос об экспериментальном определении сопротивления как суммы волнового и вязкостного сопротивления, была использована работа М.Тулина 1951 года [57].

В 1990 году автором было выполнено исследование [1], цель которого состояла в том, чтобы оценить влияние кинематического и турбулентного коэффициентов вязкости, а также влияние пограничного слоя и попутного потока судна на величину волнового сопротивления. Результаты этого исследования приведены в V главе, а в данной главе рассмотрены теории узкого судна Мичелла, когда отношение ширины судна к его длине считается малым, что даёт возможность упростить условие на поверхности корпуса судна.

1. Вывод Дж.Вехаузена

Решение выполняется для вязкой жидкости, удовлетворяющей уравнению Навье - Стокса и граничным условиям, соответствующим им. Однако, формулы также правильны для невязкой жидкости, если положить $\nu = 0$. Это не будет так для граничных условий, соответствующих невязкой жидкости, которые отличаются от условий для вязкой жидкости. Это решение позволяет проверять формулы для невязкой жидкости путём исследования изменений, вызванных действием граничных условий на теле.

Система координат фиксирована по отношению к потоку жидкости, $O\bar{y}$ направлена вверх (против силы тяжести), $O\bar{x}$ в направлении движения, и $O\bar{z}$ на правый борт; $O\bar{x}\bar{z}$ совпадает с невозмущённой горизонтальной поверхностью воды. Для несжимаемой жидкости в уравнении Навье - Стокса тензор напряжений дан в виде

$$\tau_{ij} = -p\delta_{ij} + \mu(u_{i,j} + u_{j,i}), \quad (\text{II.1})$$

где $(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3) = (\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$, компоненты скорости абсолютного движения $(u, v, w) = (u_1, u_2, u_3)$ и $u_{i,j} = \partial u_i / \partial x_j$. Как принято в тензорном исчислении, при обозначении суммирования используются повторяющиеся индексы. Компоненты скорости должны тогда удовлетворять уравнениям

$$u_{i,i} = 0, \quad (\text{II.2})$$

$$\rho \partial u_i / \partial t + \rho u_k u_{i,k} = -p_{,i} - \rho g \delta_{i2} + \mu u_{i,kk}, \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{II.3})$$

Если скорость в любой точке на поверхности S тела $\mathbf{V} = (U_1, U_2, U_3) = (U, V, W)$, тогда граничное условие на теле

$$v_i = U_i \text{ on } S \quad (\text{II.4})$$

Для невязкой жидкости это единственное кинематическое условие

$$u_i n_i = U_i n_i, \quad (\text{II.5})$$

Так как не рассматривается влияние кавитации, то, не теряя общности, можно атмосферное давление принять равным нулю. Поверхностное натяжение не учитывается, потому что оно практически не играет роли для тел, которые интересны в данной задаче. Динамическое граничное условие на свободной поверхности тогда упрощается

$$\tau_{ik} n_k = -p n_i + \mu(u_{i,k} + u_{k,i}) n_k = 0 \quad i = 1, 2, 3. \quad (\text{II.6})$$

Если поле невязкое, то нужно положить $\mu = 0$ и получить обычное выражение

$$p = 0. \quad (\text{II.7})$$

Дополнительно должно быть удовлетворено кинематическое условие. Если мы выразим свободную поверхность в виде $\bar{y} = Y(\bar{x}, \bar{z}, t)$, тогда получается хорошо известная формула

$$Y_{\bar{x}}(\bar{x}, \bar{z}, t)u - v + Y_{\bar{z}}(\bar{x}, \bar{z}, t)w + Y_t = 0 \quad (\text{II.8})$$

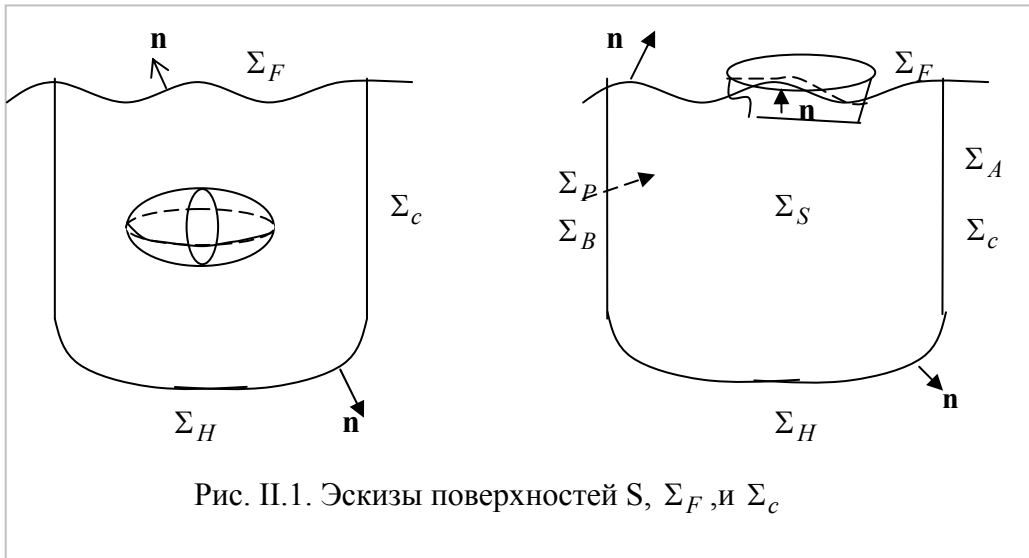


Рис. II.1. Эскизы поверхностей S , Σ_F и Σ_C

Граница жидкости и смоченная поверхность тела обозначены как S и (возможно движущаяся) контрольная поверхность Σ , окружающая тело. Часть Σ может состоять из свободной поверхности, но комбинация должна граничить только с поверхностями S и Σ . Рис. II.1 схематически показывает две возможности. Общее количество движения поля в объёме V равно

$$Q_i = \iiint_V \rho u_i dV,$$

и скорость изменения количества движения

$$\frac{\partial Q_i}{\partial t} = \iiint_V \rho \frac{\partial u_i}{\partial t} dV + \iint_{S \cup \Sigma} \rho u_i U_k n_k dS. \quad (\text{II.9})$$

¹⁰ Скорость изменения количества движения $K = \iiint_V \rho \mathbf{q} dV$ равна $\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \rho \mathbf{q} dV - \iint_{S \cup \Sigma} \rho \mathbf{q}(\mathbf{q}\mathbf{n}) dS$, $\mathbf{n}\mathbf{q}$ -

нормальная составляющая скорости течения жидкости через элемент dS , $\rho(\mathbf{q}; \mathbf{q})$ - тензор переноса количества движения, так как его скалярное произведение на вектор \mathbf{n} представляет собой $\rho \mathbf{q}(\mathbf{q}\mathbf{n})$ количество движения, переносимое в единицу времени через элемент поверхности dS , отнесённое к единице площади dS (Милн-Томсон, стр. 82)

Если теперь из уравнений Навье - Стокса заменить $\partial u_i / \partial t$ и использовать уравнение неразрывности $u_{i,i} = 0$, то получится

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_i}{\partial t} &= \iiint_V [-\rho(u_k u_i)_{,k} - \rho g \delta_{i2} + \tau_{ik,k}] dV + \iint_{S \cup \Sigma} \rho u_i U_k n_k dS. = \\ &= \iint_{S \cup \Sigma} [-\rho u_i (U_k n_k - u_k n_k) + \tau_{ik} n_k] dS. - \rho g |V| \delta_{i2}, \end{aligned} \quad (\text{II.10})$$

где $|V|$ - это объём V . На той части Σ , которая является свободной поверхностью, оба члена в подынтегральной функции исчезают, так что интеграл по Σ распространяется только на смоченную поверхность. При интегрировании по S первая часть подынтегральной функции исчезает из-за кинематического условия (II.5). Сразу получается, что сила, действующая на тело, равна:

$$\mathbf{F}_i = - \iint_S \tau_{ik} \mathbf{n}_k dS. \quad (\text{II.11})$$

Если положить Σ_c для смоченной поверхности Σ , окончательно получается

$$\mathbf{F}_i = - \frac{\partial Q_i}{\partial t} - \rho g |V| \delta_{i2} + \iint_{\Sigma_c} [\rho u_i (U_k n_k - u_k n_k) + \tau_{ik} n_k] dS. \quad (\text{II.12})$$

Накладывается дальнейшее ограничение на поверхность Σ , она должна двигаться вместе с телом. Если теперь принять, что движение продолжалось в течение такого длительного времени, что средняя скорость движения поля внутри V больше не изменяется по времени, то $\frac{\partial Q_i}{\partial t} = 0$. (Здесь допускается турбулентное движение в волновом следе до тех пор, пока среднее движение устойчиво). Теперь это дает формулу для средней силы, действующей на тело в членах интеграла по контрольной поверхности Σ_c , на который

$$U_k \mathbf{n}_k = U n_1, \quad (\text{II.13})$$

где U скорость тела в направлении $O\bar{x}$.

При нахождении значения (II.12) необходимо специально позаботиться о квадратичном члене $\rho u_i u_k n_k$. Теперь временно записывается $u_i = \bar{u}_i + u_i'$, где \bar{u}_i даёт среднюю скорость поля, тогда

$$\overline{\rho u_i u_k n_k} = \rho u_i u_k n_k + \overline{\rho u_i' u_k' n_k}.$$

Дальше отбрасывается черточка над средней скоростью и вводится обозначение u_i . Затем находится среднее значение сопротивления $\mathbf{R} = -\mathbf{F}_1$, потому что необходима только компонента \mathbf{F}_1 , которая записывается в виде следующего выражения:

$$\mathbf{R} = \iint_{\Sigma_c} [\rho u_1 (U n_1 - u_k n_k) - p n_1 - \overline{\rho u_1' u_k' n_k} + \mu (u_{1,k} + u_{k,1}) n_k] dS. \quad (\text{II.14})$$

Значения u_i, p, \mathbf{R} теперь являются средними величинами, и $-\overline{\rho u_1' u_k' n_k}$ являются рейнольдсовыми напряжениями, которые могут быть значительно больше вязких напряжений. Хотя использована только одна составляющая из (II.12), нужно знать, что многое из следующего анализа могло бы быть также осуществлено для боковых сил и дифферента, и в дальнейшем - для крена.

Это точная формула в том смысле, что никакие математические аппроксимации не сделаны для получения её из начальных предположений. Как было отмечено, это также точная формула для невязкой жидкости, если положить $\mu = 0$. Даже если вязкость воды принята во внимание, член с μ обычно очень мал по сравнению с другими членами. Это не значит, однако, что значения интегралов будут почти такими же в любом случае, и скорости

u_k и давление p удовлетворяют разным дифференциальным уравнениям и граничным условиям в этих двух случаях.

Будет удобно сделать небольшие изменения в обозначениях. Поскольку движение предполагается установившимся, в среднем в рамках рассматриваемых судов (принятых здесь в системе $Oxyz$) можно написать

$$\begin{aligned} u_i(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, t) &= \tilde{u}_i(\bar{x} - Ut, \bar{y}, \bar{z}) = \tilde{u}(x, y, z), \\ p(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, t) &= \tilde{p}(\bar{x} - Ut, \bar{y}, \bar{z}) = \tilde{p}(x, y, z), \\ Y(\bar{y}, \bar{z}, t) &= \tilde{Y}(\bar{x} - Ut, \bar{z}) = \tilde{Y}(x, z), \end{aligned} \quad (\text{II.15})$$

так что

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = -U \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x}, \quad \frac{\partial u_i}{\partial \bar{x}_k} = \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_k} \quad \text{и т. д.}$$

С этим пониманием отбрасываются тильды. Формула (II.14) от этого не изменится. Удобно сделать специальный выбор Σ_c . Предположим сначала, что судно движется в прямоугольном канале и пусть V состоит из жидкости, ограниченной боковыми стенками, дном и плоскостями перед и за телом, перпендикулярными к стенкам и дну. На плоской площади, ограничивающей этот объём, одна обозначена на правом борту Σ_S , на левом борту Σ_P , дно Σ_H , перед судном Σ_A и за ним Σ_B . Приняв во внимание граничные условия на твёрдых поверхностях и простые формы нормальных векторов (всегда направленных вне жидкости) для Σ_c , получается

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= -\iint_{\Sigma_S} \mu u_z \, dx dy. + \iint_{\Sigma_P} \mu u_z \, dx dy. + \iint_{\Sigma_H} \mu u_y \, dx dz. - \\ &- \iint_{\Sigma_A} \left[\rho u(U - u) - p - \overline{\rho u'^2} + 2\mu u_x \right] dy dz. + \\ &+ \iint_{\Sigma_B} \left[\rho u(U - u) - p - \overline{\rho u'^2} + 2\mu u_x \right] dy dz.. \end{aligned} \quad (\text{II.16})$$

Дальше делается преобразование этой формулы, когда Σ_A принимается достаточно далеко впереди тела так, чтобы здесь не было возмущений жидкости, чтобы можно было принять её как одно из граничных условий. Тогда остаётся только $p = \rho g y$ в подынтегральной функции, и верхний предел интеграла по y равен нулю. Можно взять этот интеграл по Σ_A , если принять во внимание факт, что верхний предел в интеграле по y на Σ_B равен $Y(x_B, z)$.. Тогда получается

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= -\iint_{\Sigma_S} \mu u_z \, dx dy. + \iint_{\Sigma_P} \mu u_z \, dx dy. + \iint_{\Sigma_H} \mu u_y \, dx dz. - \\ &- \iint_{\Sigma_B} \left[\rho u(U - u) - p - \rho g y - \overline{\rho u'^2} + 2\mu u_x \right] dy dz. + \frac{1}{2} \rho g \int_{z_P}^{z_S} Y^2(x_B, z) dz \end{aligned} \quad (\text{II.17})$$

где x_B это x -овая координата движущейся плоскости Σ_B , и z_P и z_S являются z -товыми координатами стенок Σ_P и Σ_S соответственно..

Окончательно делается ещё одно изменение, предложенное Л.Ландвебером и Дж. Ву [33], и в форме, используемой ниже, предложенной С.Шарма [51]. Определяется «общий напор» в следующей форме:

$$\rho g H(x, y, z) = p + \rho g y + \frac{1}{2} \rho \left[(u - U)^2 + v^2 + w^2 \right] \quad (\text{II.18})$$

и пусть

$$\rho g H_o = \frac{1}{2} \rho U^2.$$

Из интеграла Эйлера для безвихревого движения невязкой жидкости следует, что $H = H_o$. С помощью несложных преобразований (II.17) представляется в форме

$$\begin{aligned} \mathbf{R} = & - \iint_{\Sigma_S} \mu u_z dx dy + \iint_{\Sigma_P} \mu u_z dx dy + \iint_{\Sigma_H} \mu u_y dx dz - \\ & - \iint_{\Sigma_B} \left[\rho g (H_o - H) - \overline{\rho u'^2} + 2\mu u_x \right] dy dz + \\ & + \iint_{\Sigma_B} (-u^2 + v^2 + w^2) dy dz + \frac{1}{2} \rho g \int_{z_P}^{z_S} Y^2(x_B, z) dz \end{aligned} \quad (\text{II.19})$$

В случае безвихревого потока невязкой жидкости, как отмечено ранее, величина \mathbf{R} не будет такой же, как в (II.19), т.е..

$$\mathbf{R} = \frac{1}{2} \iint_{\Sigma_B} (-u^2 + v^2 + w^2) dy dz + \frac{1}{2} \rho g \int_{z_P}^{z_S} Y^2(x_B, z) dz \quad (\text{II.20})$$

Интегралы по Σ_S , Σ_P и Σ_H и вклад члена $2\mu u_x$ в интеграл по Σ_B являются вообще пренебрежимо малыми по сравнению с другими членами. Однако, это *не то же самое*, что пренебрежение вязкостью.

Если тело движется на бесконечно глубокой жидкости неограниченной горизонтально, можно выбрать контрольную поверхность Σ_c в виде прямоугольного ящика, как это сделано выше для канала, заметив, однако, что Σ_S , Σ_P и Σ_H не являются больше физическими поверхностями, так что подынтегральные выражения в интегралах по поверхностям являются более сложными:

$$\left(\iint_{\Sigma_S} - \iint_{\Sigma_P} \right) \left[\rho u w + \overline{\rho u' w'} - \mu (u_z + w_x) \right] dx dy - \iint_{\Sigma_H} \left[\rho u v + \overline{\rho u' v'} - \mu (u_y + v_x) \right] dx dz. \quad (\text{II.21})$$

Если положить плоскости Σ_S , Σ_P, Σ_H простирающимися до бесконечности, эти интегралы сходятся к нулю и остаётся только один с последними тремя интегралами в (II.19) с $z_P = -\infty$, $z_S = \infty$. Если положить $\mu = 0$, снова получается (II.20). С другой стороны, если оставить Σ_B простирающейся до бесконечности и положить $\mu = 0$, то получится

$$\mathbf{R} = \iint_{\Sigma_S} \rho u w dx dy - \iint_{\Sigma_P} \rho u w dx dy - \iint_{\Sigma_H} \rho u v dx dz. \quad (\text{II.22})$$

Поскольку выше положено $\mu = 0$, можно предположить также, что исчезают напряжения Рейнольдса.

2. Разделение волнового и вязкостного сопротивления

Поскольку два последних члена (II.19) совпадают по внешнему виду с (II.20) - истинным волновым сопротивлением в невязкой жидкости, то целесообразно определить эти два члена как «волновое сопротивление» и

$$\iint_{\Sigma_B} \rho g (H_o - H) dy dz$$

как «вязкостное сопротивление». Однако если применить (II.19) к потоку с или без свободной поверхности и без гравитации, имеется ещё член

$$\iint_{\Sigma_B} (-u^2 + v^2 + w^2) dy dz$$

даже, если теперь имеется истинное вязкостное сопротивление. Этот интеграл должен, очевидно, играть роль в каждой компоненте при любой попытке отделить вязкостное сопротивление от волнового.

Первая попытка обосновать разделение вязкостного и волнового сопротивления при рассмотрении количества движения ведёт назад к М.Тулину [57]. С тех пор идею развивали дальше Дж. Ву [67], Л.Ланвебер и Дж.Ву [33], С.Шарма ([50], [51]), С.Цой и Л.Ландвебер [53], Е.Баба [5], Р.Брап[13] и др.

Главная идея в этих попытках состоит в том, что есть пограничный слой и попутный поток (BLW), где поле скорости вихревое, но что вне этой области поле безвихревое. Тогда, из хорошо известной теоремы векторного поля, можно написать

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_R + \mathbf{v}_t, \quad (\text{II.23})$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_R &= \frac{1}{4\pi} \text{rot} \iiint_{BLW} \frac{\text{rot} \mathbf{v}}{r} dV, & \mathbf{v}_t &= \mathbf{v} - \mathbf{v}_R, \\ \text{rot} \mathbf{v} &= \text{rot} \mathbf{v}_R, & \text{div} \mathbf{v}_R &= 0, \\ \text{rot} \mathbf{v}_t &= 0, & \text{div} \mathbf{v}_t &= 0. \end{aligned} \quad (\text{II.24})$$

Поскольку \mathbf{v}_t не создаёт вихрей, то скорость можно получить из потенциала скорости φ_t так, что $\text{grad} \varphi_t = \mathbf{v}_t$. Функция φ_t по своему определению задана всюду в поле и в области, простирающейся до пограничного слоя и попутного потока. Однако, поле \mathbf{v}_R также безвихревое внешнее по отношению к пограничному слою и попутному потоку и может быть генерировано потенциалом скорости. Следовательно, внешняя область пограничного слоя и попутного потока имеет

$$\mathbf{v} = \text{grad}(\varphi_t + \varphi_R).$$

Внутри пограничного слоя и попутного потока это представление не сохраняется, потому что поле \mathbf{v}_R не является безвихревым. Однако, φ_t внутри пограничного слоя и попутного потока является гармоническим расширением φ_t , которое имеется вне пограничного слоя и попутного потока. Поскольку кажется разумным предположить, что поле \mathbf{v} непрерывно с непрерывными первой и второй производными, то поле \mathbf{v}_R и, следовательно, \mathbf{v}_t можно предполагать, как имеющие одинаковые свойства. В принципе, функция φ_t будет непрерывна всюду в этом поле. Теперь можно таким же образом предположить, что φ_R может быть продолжена гармонически в пограничном слое и попутном потоке. Однако, мы не можем ждать, что это продолжение может быть сделано без нарушения непрерывности φ_R . Будет удобно определить расширение φ_R с разрывом на плоскости $z = 0$.

Теперь определим потенциальный поток в виде

$$\mathbf{v}_P = \text{grad}(\varphi_t + \varphi_R) = \text{grad} \varphi_P,$$

всюду, но с возможным разрывом внутри пограничного слоя и попутного потока и на плоскости $z = 0$. Мы дальше определим поле скорости в попутном потоке из разности.

$$\mathbf{v}_W = \mathbf{v} - \mathbf{v}_P.$$

Хотя известны граничные условия, удовлетворённые с помощью \mathbf{v} на смоченной поверхности судна, а именно $\mathbf{v} = (U, 0, 0)$, нельзя легко вывести граничное поведение там, где скорости равны \mathbf{v}_P или \mathbf{v}_W . В частности, нельзя ждать, что $\mathbf{v}_P \cdot \mathbf{n} = U \mathbf{n}_1$, граничное условие, которое могло бы быть обычным способом наложено на безвихревой поток в невязком поле, образно говоря, функция φ_P вне пограничного слоя и попутного потока «не знает», что здесь твёрдая граница на S . Возможно, что здесь существует поверхность потока S' , начинающейся в носу судна, возможно незамкнутая, на которой это условие будет удовлетворено.

Теперь это разложение подставляется в (II.19) при отбрасывании членов, в которых величина μ пренебрежимо мала, но остаются *рейнольдсовы напряжения*. Возможный разрыв φ_P на $z=0$ требует небольшой модификации (II.19), потому что контрольная поверхность Σ_c должна теперь включать две стороны поверхности разрыва, для того, чтобы исключить какой-нибудь разрыв внутри объёма жидкости V . После нескольких небольших манипуляций получают следующую формулу:

$$\begin{aligned} R = & \frac{1}{2} \rho \iint_{\Sigma_B} \left[-u_P^2 + v_P^2 + w_P^2 \right] dy dz - \frac{1}{2} \rho \iint u_P(x, y, 0) \left[w_P(x, y, +0) - w_P(x, y, -0) \right] dx dy + \\ & + \frac{1}{2} \rho g \int_{z_P}^{z_S} Y_P^2 dz + \iint_{\Sigma_W} \left[\rho g (H_o - H) - \rho \overline{u^2} \right] dy dz + \frac{1}{2} \rho \iint_{\Sigma_W} \left[u^2 - u_P^2 \right] dy dz \\ & + \frac{1}{2} \rho \iint_{\Sigma_W} \left[v_w^2 + w_w^2 + 2 v_P v_w + 2 w_P w_w \right] dy dz + \frac{1}{2} \rho g \int \left[Y_w^2 + 2 Y_P Y_w \right] dz \end{aligned} \quad (II.25)$$

где Σ_w - та часть Σ_B , которая находится внутри пограничного слоя и попутного потока.

Теперь «волновое сопротивление» определяется первыми тремя интегралами в (II.25)

$$\begin{aligned} R = & \frac{1}{2} \rho \iint_{\Sigma_B} \left[-u_P^2 + v_P^2 + w_P^2 \right] dy dz - \\ & - \frac{1}{2} \rho \iint u_P(x, y, 0) \left[w_P(x, y, +0) - w_P(x, y, -0) \right] dx dy + \frac{1}{2} \rho g \int_{z_P}^{z_S} Y_P^2 dz \end{aligned} \quad (II.26)$$

В соответствии с этим определяется «вязкостное сопротивление» как

$$R_V = R - R_w \quad (II.27)$$

Определение R_V иногда упрощается путём описания последних двух интегралов в (II.25), хотя не было реально установлено, что они являются пренебрежимо малыми.

Определения являются точными. Являются ли они полезными, зависит от важности того, как хорошо они себя ведут в зависимости от измерений. Измерения R_V не будут обсуждаться, но различные практические процедуры приближения обсуждаются С.Шарма [50]. Измерение R_w будет обсуждаться дальше, но предварительные допущения методов измерения включают интеграл по поверхности разрыва. Эмпирическое доказательство полезности определения могло бы состоять в показе суммы независимых измерений сопротивления в дополнение к замерам полного сопротивления.

Не является истиной, что, как определено выше, R_w является функцией Fn и R_V - а только Rn . Следовательно, нет уверенности, что измерения этих двух составляющих будут обязательно полезны в предсказании полномасштабного сопротивления по модельным испытаниям.

Важно то, что R_w , как оно определено здесь, не такое же, как волновое сопротивление, которое могло бы быть получено, если бы кто-то нашёл потенциал скорости, удовлетворяющий $\varphi_n = U n_1$ на S . Как отмечено выше, предположительно существует поверхность S' , входящая в S в его интерьер и совпадающая с S в носу, на котором $\varphi_{pn} = U n_1$. Если S' незамкнута, но имеется «попутный поток», простирающийся до бесконечности, можно заключить, что интегралы по Σ_B - это та часть, которая охвачена хвостовой частью тела. Поверхность S' , однако, несущественна для предполагаемого определения R_w по S . С другой стороны, полезно узнать S' для предлагаемых методов

численных экспериментов для оценки влияния попутного потока на волновое сопротивление.

3. Вывод Е.Баба [5]

Применяя закон сохранения массы и количества движения к вязкой несжимаемой жидкости при установившемся движении, записываются следующие основные уравнения:

$$\nabla \mathbf{v} = 0 \quad (\text{II.28})$$

$$\rho(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = \nabla \boldsymbol{\tau} + \rho \cdot \mathbf{F} \quad (\text{II.29})$$

где \mathbf{v} - вектор скорости, ρ - массовая плотность жидкости, \mathbf{F} - внешняя сила, действующая на единицу массы $\boldsymbol{\tau}$ - тензор вязких напряжений. Практически первое уравнение представляет собой уравнение неразрывности, а второе – уравнение Навье-Стокса в векторной форме. Напряжения на поверхности жидкости записываются в виде

$$\mathbf{n} \boldsymbol{\tau} = -p \cdot \mathbf{n} + \mu [2(\mathbf{n} \cdot \nabla) \mathbf{v} + \mathbf{n} \times \boldsymbol{\omega}] \quad (\text{II.30})$$

где p - давление, μ - динамический коэффициент вязкости, \mathbf{n} – орт нормали, внешней к поверхности жидкости и $\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{v}$ – ротор скорости. Уравнение (II.30) получено Е.Баба на основании гипотезы вязкости, изложенной в книге Л.Милна-Томсона [4]. Это же выражение можно получить из формулы Гельмгольца¹¹

$$D_v \cdot \mathbf{n} = S_v \cdot \mathbf{n} + \frac{1}{2} (\nabla \times \mathbf{v}) \times \mathbf{n}$$

где D_v -дифференциальный тензор, равный $\frac{d\mathbf{v}}{d\mathbf{n}}$, а S_v искомый тензор напряжений на поверхности. Отсюда

$$S_v \cdot \mathbf{n} = -\frac{1}{2} \mathbf{n} \times (\nabla \times \mathbf{v}) - \frac{d\mathbf{v}}{d\mathbf{n}} \cdot \mathbf{n} = -\frac{1}{2} \mathbf{n} \times (\nabla \times \mathbf{v}) - \nabla \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} = -\frac{1}{2} \mathbf{n} \times (\nabla \times \mathbf{v}) - (\mathbf{n} \nabla) \mathbf{v}$$

Тогда

$$\mathbf{n} \boldsymbol{\tau} = -p \mathbf{n} + 2\mu S_v \mathbf{n} = -p \mathbf{n} + \mu [2(\mathbf{n} \nabla) \mathbf{v} + \mathbf{n} \times \nabla \times \mathbf{v}]$$

что и приводит к формуле (II.27)

Для больших чисел Рейнольдса p и \mathbf{v} в этих уравнениях могут быть приняты в виде осредненных значений. Далее показано, что вязкость может быть принята в виде суммы ламинарной и вихревой вязкости, описывающей турбулентное движение. Таким образом, приведенные выше уравнения могут применяться к турбулентным потокам. В дополнение к основным уравнениям (II.28) и (II.9) должны быть рассмотрены граничные условия. На поверхности жидкости удовлетворяется уравнение $\mathbf{n} \mathbf{v} = 0$. В вязкой жидкости динамическое граничное условия $\mathbf{v} = 0$ на поверхности корпуса судна и

$$\mathbf{n} \boldsymbol{\tau} = 0 \quad (\text{II.31})$$

на свободной поверхности. Поверхностным натяжением в тензоре напряжений часто пренебрегают.

¹¹ Уравнение (2.3) получено Е. Баба на основании гипотезы вязкости, изложенной в книге Милн - Томсона (1964). Это же выражение можно получить из формулы Гельмгольца $D_v \cdot \mathbf{n} = S_v \cdot \mathbf{n} + (1/2) \cdot (\nabla \times \mathbf{v}) \times \mathbf{n}$, где D_v -дифференциальный тензор, равный $d\mathbf{v}/d\mathbf{n}$, а S_v искомый тензор напряжений на поверхности. Отсюда

$$S_v \cdot \mathbf{n} = -(1/2) \mathbf{n} \times (\nabla \times \mathbf{v}) - \frac{d\mathbf{v}}{d\mathbf{n}} \cdot \mathbf{n} = -(1/2) \mathbf{n} \times (\nabla \times \mathbf{v}) - \nabla \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} = -(1/2) \mathbf{n} \times (\nabla \times \mathbf{v}) - (\mathbf{n} \nabla) \mathbf{v} .$$
 Тогда

$\mathbf{n} \boldsymbol{\tau} = -p \mathbf{n} + 2\mu S_v \mathbf{n} = -p \mathbf{n} + \mu [2(\mathbf{n} \nabla) \mathbf{v} + \mathbf{n} \times \nabla \times \mathbf{v}]$ что и приводит к формуле (2.3). Для больших чисел Рейнольдса p и \mathbf{q} в этих уравнениях могут быть приняты в виде осредненных значений. Далее показано, что вязкость может быть принята в виде суммы ламинарной и вихревой вязкости, описывающей турбулентное движение. Таким образом, приведенные выше уравнения могут применяться к турбулентным потокам.

Рассматривается судно, плавающее в натекающем потоке $U = Ui$, где i - единичный вектор в направлении x . На рисунке II.2 показана координатная система и обозначения, которые используются в тексте.

Ось x совпадает с направлением постоянного потока с началом на носовом перпендикуляре корпуса судна, ось y проходит горизонтально, перпендикулярно оси x , а ось z направлена вертикально вверх. Σ - поверхность параллелепипеда, окружающего судно. S_f - свободная поверхность, S_0 и S_1 - контрольные поверхности вниз и вверх по потоку, перпендикулярные к его направлению. S_w - поверхность корпуса судна, а ω - площадь поперечного сечения попутного потока.

По теореме Остроградского - Гаусса интегрирование уравнения (II.26) по объему, окруженному поверхностями Σ и S , дает следующее уравнение

$$-\iint_S \mathbf{n} \boldsymbol{\tau} ds = \iiint_V \rho \cdot \mathbf{F} dv + \iint_{\Sigma} [\mathbf{n} \boldsymbol{\tau} - \rho(\mathbf{n} \mathbf{v}) \mathbf{v}] ds, \quad (\text{II.32})$$

поскольку $\mathbf{n} \mathbf{v} = 0$ на S . Слева стоит результирующая сила, действующая на судно, потому

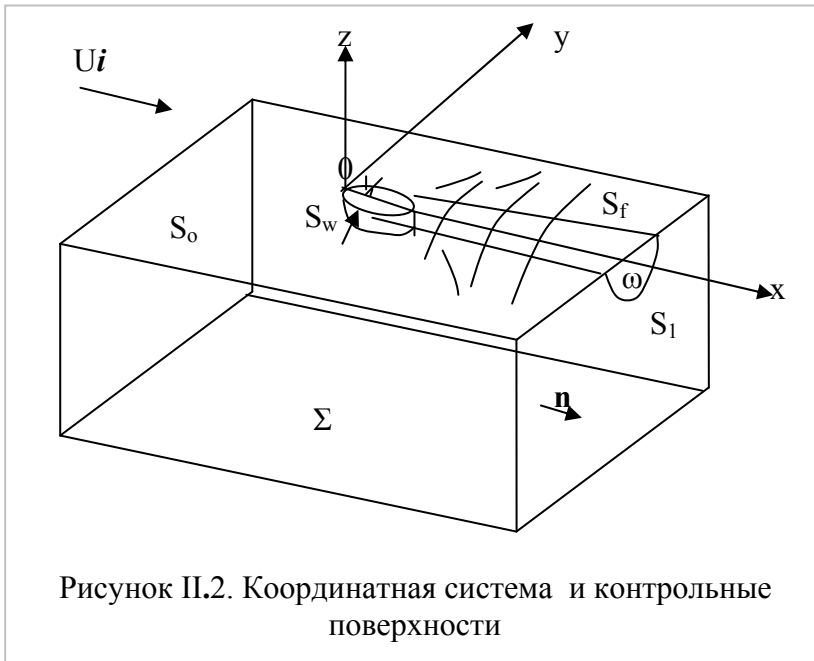


Рисунок II.2. Координатная система и контрольные поверхности

что $-\mathbf{n} \boldsymbol{\tau}$ - это напряжения, действующие на поверхность корпуса. Уравнение (II.32) означает, что существуют два пути для выражения сопротивления судна. Один - с помощью интегрирования напряжений по поверхности корпуса, а другой - путем интегрирования напряжений и величины количества движения по контрольным поверхностям на расстоянии от корпуса судна. Здесь нет вклада от свободной поверхности, где $\mathbf{n} \boldsymbol{\tau} = 0$ и $\mathbf{n} \mathbf{v} = 0$.

При подстановке (II.30) в левую часть уравнения (II.32)

общее сопротивление \mathbf{R}_T , т.е. x -овая компонента сил \mathbf{F} , действующих на судно, может быть выражена в виде

$$\mathbf{R}_T = \iint_{S_w} p \cos(\mathbf{n}, \mathbf{i}) ds + \iint_S \mu(\mathbf{n} \times \boldsymbol{\omega}) \mathbf{i} ds \quad (\text{II.33})$$

В полученном выражении (II.33) была использована интегральная теорема Стокса вместе с условием $\mathbf{n} \mathbf{v} = 0$ и $\mathbf{v} = 0$ на поверхности корпуса под свободной поверхностью. Первый интеграл уравнения (II.33) - это сопротивление давления R_p , а второй интеграл представляет собой сопротивление трения R_f , поскольку $\mathbf{n} \times \boldsymbol{\omega}$ проходит по касательной к поверхности корпуса.

Далее рассматривается сопротивление, которое получено путем использования контрольных поверхностей на расстоянии от корпуса судна. На контрольных поверхностях принято выражение в виде общей высоты давления в потоке в форме

$$H = \frac{p}{\rho g} + z + \frac{1}{2g} v^2 \quad (\text{II.34})$$

Тогда уравнение количества движения (II.26) при использовании условия, что $\mathbf{F} = \nabla g z$, становится

$$-\mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega} = -g \nabla H - v \nabla \times \boldsymbol{\omega} \quad (\text{II.35})$$

где $\nu = \mu/\rho$ - кинематический коэффициент вязкости, g - ускорение силы тяжести. Если поток безвихревой, то

$$\nabla H = 0, \quad (\text{II.36})$$

и это означает, что высота давления имеет одну и ту же величину во всем объеме жидкости. С другой стороны предполагается, что вихревой поток может быть разделен на две области внутри и вне попутного потока. Вне вязкого попутного слоя поток предполагается безвихревым, т.е. H_0 постоянна и равна полной высоте давления установившегося потока и определяется как

$$H_0 = \frac{p_0}{\rho g} + z + \frac{1}{2g}U^2 \quad (\text{II.37})$$

Внутри вязкого попутного потока, однако, полная высота давления принимается как функция положения, потому что присутствуют вихри. Из правого интеграла высоты уравнения (II.32) полное сопротивление выражается путем использования контрольной поверхности

$$R_T = \rho g \iint_{\omega} (H_0 - H) ds + \frac{\rho g}{2} \int_{S_1 \cap S_f} h^2 dy + \frac{\rho}{2} \iint_{S_1} [v^2 + w^2 - (U - u)^2] ds \quad (\text{II.38})$$

где h - высота волны на контрольной поверхности S_1 и (u, v, w) - компоненты скорости в направлениях x - , y - и z - соответственно. Вообще полное сопротивление выраженное уравнением (II.38) не разделяется далее, поскольку давление и компоненты скорости должны удовлетворять нелинейному дифференциальному уравнению в частных производных (II.35). Для того чтобы разделить полное сопротивление на составляющие, необходимо ввести аппроксимацию. С этой целью используется аппроксимация Грина. Контрольная поверхность берется на расстоянии от судна таким образом, чтобы скорость могла быть выражена в виде

$$\mathbf{v} = U \mathbf{i} + \mathbf{v}' \quad (\text{II.39})$$

где \mathbf{v}' - это малое отклонение от постоянного потока $U\mathbf{i}$. Тогда уравнение количества движения становится

$$U \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{v}' = -\nabla \left(\frac{p}{\rho} + g z \right) - \nu \nabla \times \boldsymbol{\omega} \quad (\text{II.40})$$

Решение этого уравнения может быть записано как линейная комбинация двух видов скорости

$$\mathbf{v}' = \mathbf{v}_\gamma + \nabla \varphi \quad (\text{II.41}),$$

где φ - потенциал скорости безвихревого потока, который удовлетворяет уравнению Лапласа и \mathbf{v}_γ - вектор скорости вихревого движения и удовлетворяет

$$\left(\nabla^2 - \frac{U}{\nu} \frac{\partial}{\partial x} \right) \mathbf{v}_\gamma = 0 \quad (\text{II.42})$$

$$\nabla \mathbf{v}_\gamma = 0 \quad (\text{II.43})$$

Вне вязкого попутного потока, поскольку $\boldsymbol{\omega} = 0$, решение получается в виде

$$\mathbf{v}' = \nabla \varphi \quad (\text{II.44})$$

При линейной аппроксимации давление может быть выражено через компоненты скорости безвихревого движения, как в вязком попутном потоку, так и вне его

$$p = -\rho g z - \rho U \frac{\partial \varphi}{\partial x} \quad (\text{II.45})$$

Теперь высота волны h может быть сведена формально к высоте волны потенциального потока h_p и высоте волны вихревого движения h_γ , т.е. $h = h_p + h_\gamma$. Подставляя давление и компоненты скорости, выраженные (II.39), (II.41), (II.44) и (II.45) в (II.38), полное сопротивление получают в виде

$$R_T = \frac{\rho}{2} \int_{S_1} \left[\left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 - \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 \right] ds + \frac{\rho g}{2} \int_{S_1} h_p^2 dy + \frac{\rho g}{2} \int_{\omega} h_r^2 dy + \rho g \int_{\omega} h_p h_r dy - \\ - 2\rho \int_{\omega} \frac{\partial \varphi}{\partial x} u_r ds - \rho \int_{\omega} u_r^2 ds - \frac{\rho}{2} \int_{\omega} (\nabla \varphi)^2 ds - \rho U \int_{\omega} u_r ds \quad (\text{II.46})$$

Потенциал скорости φ удовлетворяет следующим линеаризованным условиям на свободной поверхности, которые получены из условия $\mathbf{n} \mathbf{v} = 0$ и $\mathbf{n} \boldsymbol{\tau} = 0$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{g}{U^2} \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0 \quad \text{для} \quad z = 0 \quad (\text{II.47})$$

На расстоянии X за корпусом судна, φ порядка $O(X^{-1/2})$ [12]). С помощью подобной же гипотезы о профиле скорости в попутном потоке, предполагается, что u_r имеет порядок $O(X^{-2/3})$, и площадь сечения вязкого попутного потока ω имеет порядок $O(X^{-2/3})$. Когда $X \rightarrow \infty$, все члены выражения (II.36) исчезают, за исключением первого, второго и последнего членов. Тогда полное сопротивление может быть выражено асимптотически как

$$R_T = \frac{\rho}{2} \int_{-\infty}^{\infty} dy \int_{-\infty}^{\infty} \left[\left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 - \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 \right] dz + \frac{\rho g}{2} \int_{-\infty}^{\infty} h_p^2 dy - \rho U \iint_{\omega} u_r ds. \quad (\text{II.48})$$

Здесь в уравнении (II.48) отсутствуют члены, выражающие взаимодействие между вихревыми и безвихревыми компонентами скорости. В настоящем исследовании волновое сопротивление R_w определяется первым и вторым интегралами уравнения (II.45), т.е.

$$R_w = \frac{\rho}{2} \int_{-\infty}^{\infty} dy \int_{-\infty}^{\infty} \left[\left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 - \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 \right] dz + \frac{\rho g}{2} \int_{-\infty}^{\infty} h_p^2 dy \quad (\text{II.49})$$

Вязкостное сопротивление определяется третьим интегралом

$$R_v = -\rho U \iint_{\omega} u_r ds \quad (\text{II.50})$$

Члены, выражающие взаимодействие между двумя компонентами сопротивления могут быть отброшены, как величины высшего порядка.

Волновое сопротивление является составляющей, отнесенной к безвихревому движению, связанному с гравитацией, а вязкостное сопротивление является компонентой сопротивления, связанной с вихревым движением в вязком попутном потоке. Для судов с малым отношением ширины к длине, например, для узких судов Мичелла, формальное применение линейной аппроксимации дает

$$R_p = -2\rho U \int_0^L dx \int_{-d}^0 \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} dz \quad (\text{II.51})$$

$$R_F = 2\mu \int_0^L dx \int_{-d}^0 \frac{\partial u_r}{\partial y} dz \quad (\text{II.52})$$

из уравнения (II.33). η означает ширину корпуса судна, L – длину и d – осадку. Поскольку R_p выражается через потенциал скорости, а R_v и через вихревую компоненту скорости, то

$$R_p = R_w \quad (\text{II.53})$$

$$R_F = R_v \quad (\text{II.54})$$

Для обычных судов, однако, отношения (II.53) и (II.54) не пригодны из-за нелинейности движения жидкости вокруг судна. Настоящая теория означает, однако, что полное сопротивление – это сумма сопротивления давления и сопротивления трения, и в то же время сумма волнового и вязкостного сопротивления.

$$R_T = R_p + R_F = R_w + R_v. \quad (\text{II.55})$$

II.2. Вывод Т.Хавелока интеграла Мичелла[22]

Дж. Мичелл получил своё решение путём решения краевой задачи методом Фурье. Т.Хавелок решил краевую задачу в той же постановке, что и Дж. Мичелл, но методом функции Грина.

В данном параграфе приводится вывод интеграла Мичелла по методу Т. Хавелока, но при этом делаются все промежуточные выкладки, и предварительно приводится получение интегрального представления потенциала источника в безграничной жидкости, движущегося под свободной поверхностью.

1. Потенциал источника в безграничном пространстве

При попытке объяснить существование сил всемирного тяготения и мгновенности их действия Лаплас высказал гипотезу о том, что любая материальная точка создаёт поле, пропорциональное её массе и обратно пропорциональное расстоянию до точки пространства, на которую действует поле данной материальной точки. Воздействие поля материальной точки Лаплас назвал *потенциалом* и записал его в виде:

$$\phi(x, y, z; t) = \gamma \frac{m}{r}, \quad (\text{II.56})$$

где m – мощность источника, r - расстояние от точки пространства до источника, а γ - коэффициент пропорциональности. Лаплас считал, что применять формулу (II.56) при решении задач не всегда удобно, а целесообразнее использовать выражение (II.56) в виде решения дифференциального уравнения. Он получил дифференциальное уравнение путем дифференцирования выражения $1/r$ дважды. Производные $1/r$ имеют вид

$$\phi_x = -\frac{x}{r^3}, \quad \phi_y = -\frac{y}{r^3}, \quad \phi_z = -\frac{z}{r^3},$$

где $r = \sqrt{(x - x_o)^2 + (y - y_o)^2 + (z - z_o)^2}, \quad (\text{II.57})$

$M(x, y, z)$ – точка пространства, а $M_o(x_o, y_o, z_o)$ – точка, в которой расположен источник. Вторые производные получаются в виде

$$\phi_{xx} = -\left(\frac{1}{r^3} - \frac{3x^2}{r^5}\right), \quad \phi_{yy} = -\left(\frac{1}{r^3} - \frac{3y^2}{r^5}\right), \quad \phi_{zz} = -\left(\frac{1}{r^3} - \frac{3z^2}{r^5}\right).$$

Сумма этих производных получается равной нулю. Отсюда дифференциальное уравнение Лапласа в частных производных записывается в виде

$$\phi_{xx} + \phi_{yy} + \phi_{zz} = 0 \quad (\text{II.58})$$

или в гамильтоновых обозначениях

$$\nabla^2 \phi = \Delta \phi = 0. \quad (\text{II.58}')$$

При решении волновых задач оказалось более удобным представление потенциала источника в виде двойного интеграла, впервые полученного Т.Хавелоком [22]. Для облегчения работы тех, кто впервые знакомится с потенциалом источника, здесь приводится подробный вывод его интегрального представления. Если рассматривается двумерное пространство, то уравнение Лапласа имеет вид

$$\phi_{xx} + \phi_{yy} = 0. \quad (\text{II.59})$$

Уравнению Лапласа в пространстве удовлетворяют отдельно действительная и мнимая части произвольной аналитической функции $z = x + iy$

$$F[z \pm i(x \cos \theta + y \sin \theta)], \quad (\text{II.60})$$

которая раскладывается в ряд по степеням аргумента в виде

$$\sum_{k=0}^{\infty} e^{-k[z \pm i(x \cos \theta + y \sin \theta)]} \quad (\text{II.61})$$

Если проинтегрировать функции (II.61) по всем k и θ , то получится кратный интеграл в виде

$$\int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} e^{-k[z - i(x \cos \theta + y \sin \theta)]} dk. \quad (\text{II.62})$$

Если выражение (II.62) умножить на постоянную величину $m e^{-kf}$, то оно все равно останется решением уравнения Лапласа. Здесь f является z -овой координатой точки, в которой расположен источник. В этом случае потенциал источника записывается в виде

$$\phi(x, y, z) = \frac{m}{r} = \frac{m}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} e^{-k[(z+f) - i\tilde{\omega}]} dk, \quad (\text{II.63})$$

где $\tilde{\omega} = x \cos \theta + y \sin \theta$.

Для того, чтобы показать, что это выражение является потенциалом источника, возьмем последовательно этот интеграл сначала по k , а потом по θ с помощью теории вычетов. Внутренний интеграл представляет собой несобственный интеграл, который берется следующим образом:

$$\int_0^{\infty} e^{-k[(z+f) - i\tilde{\omega}]} dk = \lim_{A \rightarrow \infty} \frac{-e^{-k[(z+f) - i\tilde{\omega}]} \Big|_0^A}{(z+f) - i\tilde{\omega}} = \frac{1}{(z+f) - i\tilde{\omega}} = \frac{1}{z_o - i\tilde{\omega}}, \quad (\text{II.64})$$

где $z_o = z + f$. Для того чтобы проинтегрировать по θ , вводится замена переменной z в виде

$$z = e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta, \quad \frac{1}{z} = e^{-i\theta} = \cos \theta - i \sin \theta,$$

Отсюда

$$2 \cos \theta = \frac{1}{z} + z = \frac{1+z^2}{z} \Rightarrow \cos \theta = \frac{1+z^2}{2z},$$

$$2i \sin \theta = z - \frac{1}{z} = \frac{z^2 - 1}{z} \Rightarrow \sin \theta = \frac{z^2 - 1}{2z}.$$

Эта замена переменной позволяет перейти к криволинейному интегралу по замкнутому контуру в виде единичной окружности. Учитывая, что

$$dz = e^{iz} idz - izdz, \quad d\theta = -\frac{idz}{z} = \frac{dz}{iz}$$

переходят от интеграла

$$\int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\theta}{z_o - i(x_o \cos \theta + y_o \sin \theta)} \quad (\text{II.65})$$

к криволинейному интегралу по замкнутому контуру

$$\oint_C \frac{dz}{iz \left[z_o - ix_o \frac{1+z^2}{2z} - y_o \frac{z^2-1}{2z} \right]} = 2i \oint_C \frac{dz}{(x_o i + y_o)(z - z_1)(z - z_2)}, \quad (\text{II.66})$$

где z_1 и z_2 получены следующим образом: рассмотрим знаменатель интеграла (II.66)

$$iz \left[z_o - ix_o \frac{1+z^2}{2z} - y_o \frac{z^2-1}{2z} \right] = i \left[zz_o - ix_o \frac{1+z^2}{2} - y_o \frac{z^2-1}{2} \right] =$$

$$= \frac{1}{2} [2zz_o - z^2(ix_o + y_o) - (ix_o - y_o)] = -\frac{1}{2} (ix_o + y_o) \left[z^2 - 2z \frac{z_o}{ix_o + y_o} + \frac{ix_o - y_o}{ix_o + y_o} \right].$$

Определение z_1 и z_2 производится путем решения квадратного уравнения

$$z^2 - 2z \frac{z_0}{ix_0 + y_0} + \frac{ix_0 - y_0}{ix_0 + y_0} = 0.$$

$$z_{1,2} = \frac{z_0}{ix_0 + y_0} \pm \sqrt{\frac{z_0^2}{(ix_0 + y_0)^2} - \frac{ix_0 - y_0}{ix_0 + y_0}} = \frac{z_0 \pm \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}}{ix_0 + y_0}.$$

Один из корней находится вне окружности C , а другой внутри. Это легко показать, взяв модуль z .

$$|z| = \left| \frac{(ix_0 - y_0)(z_0 \pm \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2})}{x_0^2 + y_0^2} \right| = \left| \frac{ix_0 - y_0}{x_0^2 + y_0^2} \right| \cdot \left| z_0 \pm \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2} \right| =$$

$$= \frac{\sqrt{x_0^2 + y_0^2}}{x_0^2 + y_0^2} \left| z_0 \pm \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2} \right| = \frac{z_0}{\sqrt{x_0^2 + y_0^2}} \pm \sqrt{1 + \frac{z_0^2}{x_0^2 + y_0^2}},$$

где при знаке «плюс» модуль z больше единицы, а при знаке «минус» - меньше, т.е. корни находятся по разные стороны единичной окружности, что и требовалось доказать.

Теория вычетов применяется с помощью равенств

$$\lim_{z \rightarrow z_0} [f(z)(z - z_0)] = \text{res } f(z_0),$$

$$\oint_C f(z) dz = 2\pi i \sum_{j=1}^m \text{res } f(z_j).$$

$$\cdot 2i \oint_C \frac{dz}{(x_0 i + y_0)(z - z_1)(z - z_2)} = 2i \cdot 2\pi i \text{res}_{z=z_0} \oint_C \frac{dz}{(x_0 i + y_0)(z - z_1)(z - z_2)} = \quad (\text{II.67})$$

$$= -4\pi \lim_{z \rightarrow z_2} \frac{(z - z_2)}{(x_0 i + y_0)(z - z_1)(z - z_2)} = \frac{-4\pi(x_0 i + y_0)}{-2 \cdot (x_0 i + y_0) \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}} = \frac{2\pi}{r_1},$$

где $r_1 = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + (z + f)^2}$, ч.т.д.

Для того, чтобы получить потенциал источника, движущегося под свободной поверхностью при линеаризованных граничных условиях, можно использовать разные методы. Здесь рассматривается вывод, сделанный Т. Хавелоком.

2. Интегральное представление потенциал источника, движущегося под свободной поверхностью

В граничное условие на свободной поверхности при выводе потенциала вводятся фиктивные диссипативные силы с коэффициентом вязкости μ , который впоследствии устремляется к нулю. В этом случае граничное условие на свободной поверхности записывается в виде

$$\phi_{xx} + k_0 \phi_z - \mu \phi_z = 0, \quad (\text{II.68})$$

где $k_0 = g/\nu^2$, а ν - скорость перемещения источника относительно тихой воды. Для удовлетворения условия (II.68) потенциал источника представляется в виде

$$\phi = \frac{m}{r_1} + \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} F(k, \theta) e^{kz + ik\omega t} dk. \quad (\text{II.69})$$

где $r_1^2 = x^2 + y^2 + (f + z)^2$.

Для определения функции $F(k, \theta)$ необходимо записать все требуемые производные. При этом вместо первой дроби в выражении (II.69) потенциал источника представляется в интегральной форме. В этом случае

$$\phi_x = \frac{im}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \cos \theta d\theta \int_0^{\infty} k e^{-k(z+f)+ik\tilde{\omega}} dk + \int_{-\pi}^{\pi} \cos \theta d\theta \int_0^{\infty} k F(k, \theta) \cdot e^{kz+ik\tilde{\omega}} dk, \quad (\text{II.70})$$

$$\phi_{xx} = -\frac{m}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \cos^2 \theta d\theta \int_0^{\infty} k^2 e^{-k(z+f)+ik\tilde{\omega}} dk - \int_{-\pi}^{\pi} \cos^2 \theta d\theta \int_0^{\infty} k^2 F(k, \theta) \cdot e^{kz+ik\tilde{\omega}} dk, \quad (\text{II.71})$$

$$\phi_z = -\frac{m}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} k e^{-k(z+f)+ik\tilde{\omega}} dk + \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} k F(k, \theta) \cdot e^{kz+ik\tilde{\omega}} dk. \quad (\text{II.72})$$

Для определения функции $F(k, \theta)$ выражениях (II.70) подставляются в граничное условие (II.68). Тогда

$$\begin{aligned} & -\frac{m}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \cos^2 \theta d\theta \int_0^{\infty} k^2 e^{-k(z+f)+ik\tilde{\omega}} dk - \int_{-\pi}^{\pi} \cos^2 \theta d\theta \int_0^{\infty} k^2 F(k, \theta) \cdot e^{kz+ik\tilde{\omega}} dk + \\ & + k_o \left\{ -\frac{m}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} k \cdot e^{-k(z+f)+ik\tilde{\omega}} dk + \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} k F(k, \theta) \cdot e^{kz+ik\tilde{\omega}} dk \right\} - \\ & - \mu \left\{ \frac{im}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \cos \theta d\theta \int_0^{\infty} k e^{-k(z+f)+ik\tilde{\omega}} dk + i \int_{-\pi}^{\pi} \cos \theta d\theta \int_0^{\infty} k \cdot F(k, \theta) \cdot e^{kz+ik\tilde{\omega}} dk \right\} = 0. \end{aligned} \quad (\text{II.73})$$

Перегруппировка дает

$$\begin{aligned} & -\frac{m}{2\pi} \left[\int_{-\pi}^{\pi} d\theta \left\{ \int_0^{\infty} (k^2 \cos^2 \theta + k_o k + i\mu k \cdot \cos \theta) \cdot e^{-k(z+f)+ik\tilde{\omega}} dk + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{2\pi}{m} \int_0^{\infty} (k^2 \cos^2 \theta - k_o k + i\mu k \cos \theta) \cdot F(k, \theta) \cdot e^{kz+ik\tilde{\omega}} dk \right\} \right] = 0 \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} & -\frac{m}{2\pi} \left[\int_{-\pi}^{\pi} \cos^2 \theta d\theta \left\{ \int_0^{\infty} (k^2 + k_o k \sec^2 \theta + i\mu k \cdot \sec \theta) \cdot e^{-k(z+f)+ik\tilde{\omega}} dk + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{2\pi}{m} \int_0^{\infty} (k^2 - k_o k \sec^2 \theta + i\mu k \sec \theta) \cdot F(k, \theta) \cdot e^{kz+ik\tilde{\omega}} dk \right\} \right] = 0 \end{aligned} \quad (\text{II.74})$$

Для равенства нулю этого выражения на свободной поверхности при $z = 0$ необходимо, чтобы $F(k, \theta)$ было равно

$$F(k, \theta) = -\frac{m}{2\pi} \frac{k + k_o \sec^2 \theta + i\mu \sec \theta}{k - k_o \sec^2 \theta + i\mu \sec \theta} e^{-kf}. \quad (\text{II.75})$$

Отсюда потенциал источника имеет вид

$$\phi(x, y, z) = \frac{m}{r_1} - \frac{m}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} \frac{k + k_o \sec^2 \theta + i\mu \sec \theta}{k - k_o \sec^2 \theta + i\mu \sec \theta} e^{-k(f-z)+ik\tilde{\omega}} dk$$

или

$$\begin{aligned} \phi(x, y, z) &= \frac{m}{r_1} - \frac{m}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} e^{-k(f-z)+ik\tilde{\omega}} dk - \\ & - \frac{2mk_o}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \sec^2 \theta d\theta \int_0^{\infty} \frac{e^{-k(f-z)+ik\tilde{\omega}}}{k - k_o \sec^2 \theta + i\mu \sec \theta} dk, \end{aligned} \quad (\text{II.76})$$

где

$$\int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} e^{-k(f-z)+ik\tilde{\omega}} dk = \frac{2\pi}{r_2}, \quad (\text{II.77})$$

где

$$r_2^2 = x^2 + y^2 + (f - z)^2. \quad (\text{II.78})$$

Тогда получается известное выражение для потенциала источника, движущегося под свободной поверхностью

$$\phi(x, y, z) = \frac{m}{r_1} - \frac{m}{r_2} - \frac{mk_0}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \sec^2 \theta d\theta \int_0^{\infty} \frac{e^{-k(f-z)+ik\tilde{\omega}}}{k - k_0 \sec^2 \theta + i\mu \sec \theta} dk, \quad (\text{II.79})$$

Понятно, что предельное значение (II.79) принимается при $\mu = 0$.

3. Вывод формулы Мичелла

Для вывода расчетной формулы волнового сопротивления используется уравнение кинетической энергии жидкости

$$E = \frac{\rho}{2} \iiint_V (\text{grad}\phi)^2 dV = \frac{\rho}{2} \iiint_V (\phi_x^2 + \phi_y^2 + \phi_z^2) dV. \quad (\text{II.80})$$

Квадраты вызванных скоростей представляются в виде

$$\phi_x^2 = \frac{\partial}{\partial x} (\phi \cdot \phi_x) - \phi \cdot \phi_{xx}, \quad \phi_y^2 = \frac{\partial}{\partial y} (\phi \cdot \phi_y) - \phi \cdot \phi_{yy}, \quad \phi_z^2 = \frac{\partial}{\partial z} (\phi \cdot \phi_z) - \phi \cdot \phi_{zz}. \quad (\text{II.81})$$

Отсюда сумма квадратов вызванных скоростей равна

$$\phi_x^2 + \phi_y^2 + \phi_z^2 = \left[\frac{\partial}{\partial x} (\phi \phi_x) + \frac{\partial}{\partial y} (\phi \phi_y) + \frac{\partial}{\partial z} (\phi \phi_z) \right]. \quad (\text{II.82})$$

Если учесть, что движение жидкости потенциально, т.е. $\Delta\phi = 0$, то справа в уравнении (II.80) остается только выражение в квадратных скобках, которое можно представить в виде дивергенции векторного поля \mathbf{F} , где

$$\mathbf{F} = \phi\phi_x \mathbf{i} + \phi\phi_y \mathbf{j} + \phi\phi_z \mathbf{k} = \phi \cdot \nabla \phi \quad (\text{II.83})$$

По формуле Остроградского-Гаусса (рис. II.3) получается

$$\iiint_V \text{div} \mathbf{F} dV = \iint_{\Sigma+F+S} \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} d\sigma. \quad (\text{II.84})$$

$$\iiint_V \text{div} (\phi \cdot \nabla \phi) dV = \iint_{\Sigma+F+S} \phi \cdot \nabla \phi \cdot \mathbf{n} d\sigma, \quad (\text{II.85})$$

где $\nabla \phi \cdot \mathbf{n} = \partial\phi/\partial n$ – производная по направлению. Тогда

$$\iiint_V (\phi_x^2 + \phi_y^2 + \phi_z^2) dV = \iint_{\Sigma+F+S} \phi \cdot \frac{\partial\phi}{\partial n} d\sigma, \quad (\text{II.86})$$

Г.Ламб [3] толкует это уравнение следующим образом: если левую и правую части умножить на $\rho/2$ и учесть, что $\partial\phi/\partial n$ является нормальной комплексной компонентой скорости жидкости, а $\rho\phi$ импульсным давлением, то на

основании теоремы Кельвина о том, что работа импульсивной силы измеряется произведением импульса на полусумму проекций начальной и конечной скорости на направление действия импульса

$$A_{um} = I \cdot \frac{v_n + v_k}{2}, \quad (\text{II.87})$$

где I – импульс, который по определению равен

$$I = \int_0^{\tau} p dt, \quad (\text{II.88})$$

то тогда интеграл $\rho/2 \iint \phi \frac{\partial\phi}{\partial n} d\sigma$ выражает работу, произведенную теми импульсными давлениями, которые распределены по всем поверхностям. Левая сторона формулы (II.84)

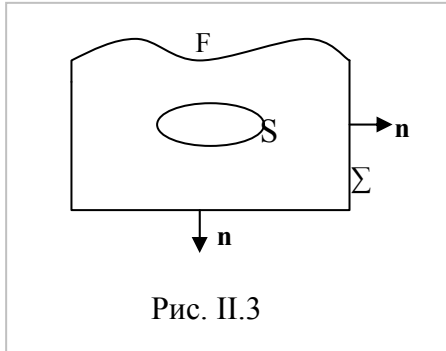


Рис. II.3

дает кинетическую энергию движения жидкости. Следовательно, эта формула дает равенство этих двух величин: кинетической энергии и работы импульса.

Если в уравнение движения ввести диссипативные силы, то мощность R_0 можно принять равной кинетической энергии, умноженной на $2\mu'$. Когда $\mu' \rightarrow 0$, значение сопротивления стремится к волновому сопротивлению, потому что трение постепенно исчезает. Если учесть, что волны находятся только на свободной поверхности, а нормаль к ней почти совпадает с нормалью к $z = 0$, так как волны имеют малую высоту по сравнению с длиной, то волновое сопротивление равно

$$R = \lim_{\mu \rightarrow 0} \rho \mu \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi \frac{\partial \varphi}{\partial n} dx dy, \quad (\text{II.89})$$

Потенциал источника записывается в виде

$$\begin{aligned} \phi(x, y, z) = & \frac{m}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} e^{-k(f+z)+ik\tilde{\omega}} dk - \frac{m}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} e^{-k(f-z)+ik\tilde{\omega}} dk - \\ & - \frac{mk_0}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \sec^2 \theta d\theta \int_0^{\infty} \frac{e^{-k(f-z)+ik\tilde{\omega}}}{k - k_0 \sec^2 \theta + i\mu \sec \theta} dk, \end{aligned} \quad (\text{II.90})$$

Здесь $k_0 = g/v^2$ и v скорость движения судна..

При $z = 0$ производная потенциала по z имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial z} = & \frac{m}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} (-k) e^{-k f + ik\tilde{\omega}} dk - \frac{m}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} k \cdot e^{-k f + ik\tilde{\omega}} dk - \\ & - \frac{mk_0}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \sec^2 \theta d\theta \int_0^{\infty} \frac{k \cdot e^{-k f + ik\tilde{\omega}}}{k - k_0 \sec^2 \theta + i\mu \sec \theta} dk, \end{aligned} \quad (\text{II.91})$$

Сумма подынтегральных функций преобразуется следующим образом:

$$k + \frac{kk_0 \sec^2 \theta}{k - k_0 \sec^2 \theta + i\mu \sec \theta} = \frac{k^2 - kk_0 \sec^2 \theta + kk_0 \sec^2 \theta + i\mu k \sec \theta}{k - k_0 \sec^2 \theta + i\mu \sec \theta} = \frac{k^2 + i\mu k \sec \theta}{k - k_0 \sec^2 \theta + i\mu \sec \theta}.$$

При $z = 0$ потенциал источника имеет вид

$$\phi(x, y, z) = -\frac{mk_0}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \sec^2 \theta d\theta \int_0^{\infty} \frac{e^{-k f + ik\tilde{\omega}}}{k - k_0 \sec^2 \theta + i\mu \sec \theta} dk, \quad (\text{II.92})$$

а производная по z потенциала (13) получается в виде

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} = -\frac{m}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} \frac{k^2 e^{-k f + ik\tilde{\omega}}}{k - k_0 \sec^2 \theta + i\mu \sec \theta} dk, \quad (\text{II.93})$$

Для определения волнового сопротивления в формуле (II.88) берется только действительная часть, а формулы (II.90) и (II.91) приводятся к виду, удобному для применения интеграла Фурье. Для этого экспоненциальная функция представляется в виде

$$\begin{aligned} e^{ik[(x-x_0)\cos\theta+(y-y_0)\sin\theta]} \cdot \iint_{\Sigma} e^{-kf} \alpha \cdot d\sigma = \\ = \cos(kx \cos \theta) \cdot \cos(ky \sin \theta) \cdot (P_e - P_o) - \sin(kx \cos \theta) \cdot \sin(ky \sin \theta) \cdot (P_e - P_o) + \\ + \sin(kx \cos \theta) \cdot \cos(ky \sin \theta) \cdot (Q_e + Q_o) + \cos(kx \cos \theta) \cdot \sin(ky \sin \theta) \cdot (Q_e + Q_o) + \\ + i[\cos(kx \cos \theta) \cdot \cos(ky \sin \theta) \cdot (-Q_e - Q_o) + \sin(kx \cos \theta) \cdot \sin(ky \sin \theta) \cdot (Q_e + Q_o) + \\ + \sin(kx \cos \theta) \cdot \cos(ky \sin \theta) \cdot (P_e - P_o) + \cos(kx \cos \theta) \cdot \sin(ky \sin \theta) \cdot (P_e - P_o)]. \end{aligned} \quad (\text{II.94})$$

где

$$\begin{aligned}
 P_e &= \iint_{\Sigma} \sigma e^{-kf} \cos(kx_o \cos \theta) \cos(ky_o \sin \theta) d\sigma, & P_o &= \iint_{\Sigma} \sigma e^{-kf} \sin(kx_o \cos \theta) \sin(ky_o \sin \theta) d\sigma, \\
 Q_e &= \iint_{\Sigma} \sigma e^{-kf} \sin(kx_o \cos \theta) \cos(ky_o \sin \theta) d\sigma, & Q_o &= \iint_{\Sigma} \sigma e^{-kf} \cos(kx_o \cos \theta) \sin(ky_o \sin \theta) d\sigma,
 \end{aligned}
 \tag{II.95}$$

где σ - неизвестная пока мощность распределенных по поверхности корпуса источников.

Для выделения действительной части в подынтегральном выражении формул (II.90) и (II.91) числитель умножается на выражение, сопряженное знаменателю и берется только реальная часть числителя. При этом получается выражение

$$\begin{aligned}
 & [k - k_o \sec^2 \theta - i\mu \sec \theta] \cdot e^{ik[(x-x_o)\cos\theta+(y-y_o)\sin\theta]} = \\
 & = (k - k_o \sec^2 \theta) \cdot \\
 & \{ (P_e - P_o) \cdot [\cos(kx \cos \theta) \cos(ky \sin \theta) - \sin(kx \cos \theta) \sin(ky \sin \theta)] + \\
 & + (Q_e + Q_o) \cdot [\sin(kx \cos \theta) \cos(ky \sin \theta) + \cos(kx \cos \theta) \sin(ky \sin \theta)] \} + \\
 & + \mu \cdot \sec \theta \cdot \\
 & \{ (P_e - P_o) \cdot [\sin(kx \cos \theta) \cos(ky \sin \theta) + \cos(kx \cos \theta) \sin(ky \sin \theta)] + \\
 & + (Q_e - Q_o) \cdot [\sin(kx \cos \theta) \sin(ky \sin \theta) - \cos(kx \cos \theta) \cos(ky \sin \theta)] \} = \\
 & = F_1 \cos(kx \cos \theta) \cos(ky \sin \theta) + F_2 \sin(kx \cos \theta) \cos(ky \sin \theta) + \\
 & + F_3 \cos(kx \cos \theta) \sin(ky \sin \theta) + F_4 \sin(kx \cos \theta) \sin(ky \sin \theta),
 \end{aligned}
 \tag{II.96}$$

где

$$\begin{aligned}
 F_1(k, \theta) &= -[(k - k_o \sec^2 \theta)(P_e - P_o) - \mu \sec \theta(Q_e + Q_o)] \cdot D, \\
 F_2(k, \theta) &= -[(k - k_o \sec^2 \theta)(Q_e + Q_o) + \mu \sec \theta(P_e - P_o)] \cdot D, \\
 F_3(k, \theta) &= -[(k - k_o \sec^2 \theta)(P_e - P_o) + \mu \sec \theta(Q_e + Q_o)] \cdot D, \\
 F_4(k, \theta) &= -[(k - k_o \sec^2 \theta)(P_o - P_e) - \mu \sec \theta(Q_e + Q_o)] \cdot D, \\
 D &= k_o \sec^2 \theta / \pi k \{ (k - k_o \sec^2 \theta)^2 + \mu^2 \sec^2 \theta \}.
 \end{aligned}
 \tag{II.97}$$

Тогда для потенциала φ получается выражение

$$\begin{aligned}
 \varphi &= \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} [F_1 \cos(kx \cos \theta) \cos(ky \sin \theta) + F_2 \sin(kx \cos \theta) \cos(ky \sin \theta) + \\
 & + F_3 \cos(kx \cos \theta) \sin(ky \sin \theta) + F_4 \sin(kx \cos \theta) \sin(ky \sin \theta)] k dk,
 \end{aligned}
 \tag{II.98}$$

Для $\partial\varphi/\partial z$ получается подобное выражение вида

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial\varphi}{\partial z} &= \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} [G_1 \cos(kx \cos \theta) \cos(ky \sin \theta) + G_2 \sin(kx \cos \theta) \cos(ky \sin \theta) + \\
 & + G_3 \cos(kx \cos \theta) \sin(ky \sin \theta) + G_4 \sin(kx \cos \theta) \sin(ky \sin \theta)] k dk,
 \end{aligned}
 \tag{II.99}$$

где

$$\begin{aligned}
 G_1(k, \theta) &= -[(k - k_o \sec^2 \theta)(P_e - P_o) - \mu \sec \theta(Q_e + Q_o)] \cdot D_1, \\
 G_2(k, \theta) &= -[(k - k_o \sec^2 \theta)(Q_e + Q_o) + \mu \sec \theta(P_e - P_o)] \cdot D_1, \\
 G_3(k, \theta) &= -[(k - k_o \sec^2 \theta)(P_e - P_o) + \mu \sec \theta(Q_e + Q_o)] \cdot D_1, \\
 G_4(k, \theta) &= -[(k - k_o \sec^2 \theta)(P_o - P_e) - \mu \sec \theta(Q_e + Q_o)] \cdot D_1, \\
 D_1 &= k / \pi \{ (k - k_o \sec^2 \theta)^2 + \mu^2 \sec^2 \theta \}.
 \end{aligned}
 \tag{II.100}$$

Для того, чтобы упростить определение интегралов в выражении (II.87), необходимо получить формулу для кратных интегралов Фурье. Эта формула получается из выражений

$$f_1(y) = \int_{-\infty}^{\infty} [A_1(k) \cos ky + B_1(k) \sin ky] dk, \quad (\text{II.101})$$

$$f_2(y) = \int_{-\infty}^{\infty} [A_2(k) \cos ky + B_2(k) \sin ky] dk. \quad (\text{II.102})$$

$$\begin{aligned} I &= \int_{-\infty}^{\infty} f_1(y) \cdot f_2(y) dy = \int_{-\infty}^{\infty} f_2(y) dy \int_{-\infty}^{\infty} [A_1(k) \cos ky + B_1(k) \sin ky] dk = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} A_1(k) dk \int_{-\infty}^{\infty} f_2(y) \cos ky dy + \int_{-\infty}^{\infty} B_1(k) dk \int_{-\infty}^{\infty} f_2(y) \sin ky dy = \\ &= 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} [A_1(k)A_2(k) + B_1(k)B_2(k)] dk, \end{aligned} \quad (\text{II.103})$$

потому что коэффициенты интеграла Фурье получаются по формулам

$$A_2(k) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f_2(y) \cos ky dy, \quad B_2(k) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f_2(y) \sin ky dy.$$

Тогда выражение (II.101) получается в виде

$$\begin{aligned} I &= \int_{-\infty}^{\infty} dy \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \{A_1(k) \cdot A_2(k) \cos^2 ky + B_1(k) \cdot B_2(k) \sin^2 ky + \\ &\quad + [A_1(k) \cdot B_2(k) + A_2(k) \cdot B_1(k)] \cos ky \cdot \sin ky\} dk dk = \\ &= 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} [A_1(k) \cdot A_2(k) + B_1(k) \cdot B_2(k)] dk. \end{aligned} \quad (\text{II.104})$$

Из этого выражения видно, что все интегралы, содержащие произведения синусов на косинусы, равны нулю. Следовательно, при перемножении φ на $\partial\varphi/\partial z$ все члены, содержащие произведения $P_e P_o$, $Q_e Q_o$, $P_e Q_e$, $P_o Q_o$, $P_e Q_o$, $P_o Q_e$, равны нулю, а остаются только их квадраты. Отсюда

$$\begin{aligned} F_1 G_1 &= \frac{[(k - k_o \sec^2 \theta)^2 (P_e - P_o)^2 - 2(k - k_o \sec^2 \theta) \mu \sec \theta (P_e - P_o)(Q_e + Q_o) + \\ &\quad + \mu^2 \sec^2 \theta (Q_e + Q_o)^2] k_o \sec^2 \theta}{\pi^2 [(k - k_o \sec^2 \theta)^2 + \mu^2 \sec^2 \theta]^2} = \\ &= \frac{[(k - k_o \sec^2 \theta)^2 (P_e^2 + P_o^2) + \mu^2 \sec^2 \theta (Q_e^2 + Q_o^2)] k_o \sec^2 \theta}{\pi^2 [(k - k_o \sec^2 \theta)^2 + \mu^2 \sec^2 \theta]^2}, \\ F_2 G_2 = F_3 G_3 &= \frac{[(k - k_o \sec^2 \theta)^2 (Q_e + Q_o)^2 + 2(k - k_o \sec^2 \theta) \mu \sec \theta (P_e - P_o)(Q_e + Q_o) + \\ &\quad + \mu^2 \sec^2 \theta (P_e - P_o)^2] k_o \sec^2 \theta}{\pi^2 [(k - k_o \sec^2 \theta)^2 + \mu^2 \sec^2 \theta]^2} \end{aligned}$$

Тогда

$$F_2 G_2 + F_3 G_3 = \frac{[(k - k_o \sec^2 \theta)^2 (Q_e^2 + Q_o^2) + \mu^2 \sec^2 \theta (P_e^2 + P_o^2)] k_o \sec^2 \theta}{\pi^2 [(k - k_o \sec^2 \theta)^2 + \mu^2 \sec^2 \theta]^2}.$$

$$F_4 G_4 = \frac{[(k - k_o \sec^2 \theta)^2 (P_e - P_o)^2 - 2(k - k_o \sec^2 \theta) \mu \sec \theta (P_e - P_o)(Q_e + Q_o) + \mu^2 \sec^2 \theta (Q_e + Q_o)^2] k_o \sec^2 \theta}{\pi^2 [(k - k_o \sec^2 \theta)^2 + \mu^2 \sec^2 \theta]^2} =$$

$$= \frac{[(k - k_o \sec^2 \theta)^2 (P_e^2 + P_o^2) + \mu^2 \sec^2 \theta (Q_e^2 + Q_o^2)] k_o \sec^2 \theta}{\pi^2 [(k - k_o \sec^2 \theta)^2 + \mu^2 \sec^2 \theta]^2}.$$

Окончательное выражение имеет вид

$$F_1 G_1 + F_2 G_2 + F_3 G_3 + F_4 G_4 = \frac{2k_o \sec^2 \theta \cdot [(k - k_o \sec^2 \theta)^2 + \mu^2 \sec^2 \theta] \cdot (P_e^2 + P_o^2 + Q_e^2 + Q_o^2)}{\pi^2 [(k - k_o \sec^2 \theta)^2 + \mu^2 \sec^2 \theta]^2}. \quad (\text{II.105})$$

Необходимый для расчета двойной интеграл получается в форме

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial z} dx dy = 4\pi^2 \int d\theta \int [F_1 G_1 + F_2 G_2 + F_3 G_3 + F_4 G_4] k dk.$$

Волновое сопротивление вычисляется по формуле

$$R = \lim_{\mu \rightarrow 0} 4 \cdot 2 \cdot k_o \rho \mu \int_{-\pi}^{\pi} \sec^2 \theta d\theta \int_0^{\infty} \frac{k(P_e^2 + P_o^2 + Q_e^2 + Q_o^2) dk}{(k - k_o \sec^2 \theta)^2 + \mu^2 \sec^2 \theta}. \quad (\text{II.106})$$

Из формул (II.95) получают с помощью перегруппировки и перемены порядка интегрирования квадраты двойных интегралов в виде

$$P_e^2 = \int_0^T \int_0^T \alpha^2 e^{-2kz_o} \cos^2(ky_o \sin \theta) dz_o dz_o \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \cos^2(kx_o \cos \theta) dx_o dx_o,$$

$$P_o^2 = \int_0^T \int_0^T \alpha^2 e^{-2kz_o} \sin^2(ky_o \sin \theta) dz_o dz_o \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sin^2(kx_o \cos \theta) dx_o dx_o,$$

$$Q_e^2 = \int_0^T \int_0^T \alpha^2 e^{-2kz_o} \sin^2(ky_o \sin \theta) dz_o dz_o \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \cos^2(kx_o \cos \theta) dx_o dx_o,$$

$$Q_o^2 = \int_0^T \int_0^T \alpha^2 e^{-2kz_o} \cos^2(ky_o \sin \theta) dz_o dz_o \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sin^2(kx_o \cos \theta) dx_o dx_o.$$

где координаты x_o, y_o, z_o принадлежат поверхности корпуса судна. Интеграл (II.104) берётся с помощью теории вычетов по схеме (рис. II.4)

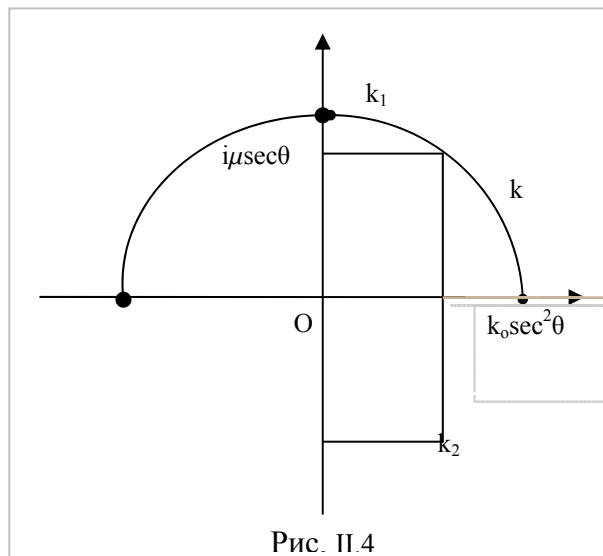


Рис. II.4

$$\begin{aligned}
 & \int_0^{\infty} \frac{k(P_e^2 + P_o^2 + Q_e^2 + Q_o^2) dk}{(k - k_o \sec^2 \theta + i\mu \sec \theta) \cdot (k - k_o \sec^2 \theta - i\mu \sec \theta)} = \\
 & = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{k(P_e^2 + P_o^2 + Q_e^2 + Q_o^2) dk}{(k - k_o \sec^2 \theta + i\mu \sec \theta) \cdot (k - k_o \sec^2 \theta - i\mu \sec \theta)} = \\
 & = \frac{1}{2} \cdot 2\pi i \operatorname{res}_{k=k_1} f(k) = \pi i \frac{(k_o \sec^2 \theta + i\mu \sec \theta) \cdot (P_{1e}^2 + P_{1o}^2 + Q_{1e}^2 + Q_{1o}^2)}{2i\mu \cdot \sec \theta} = \\
 & = \pi \frac{(k_o \sec^2 \theta + i\mu \sec \theta) \cdot (P_{1e}^2 + P_{1o}^2 + Q_{1e}^2 + Q_{1o}^2)}{2\mu \cdot \sec \theta}
 \end{aligned}$$

Подстановка в формулу (II.104) даёт

$$\begin{aligned}
 R & = \lim_{\mu \rightarrow 0} 4 \cdot 2 \cdot k_o \rho \mu \int_{-\pi}^{\pi} \sec^2 \theta d\theta \int_0^{\infty} \frac{k(P_e^2 + P_o^2 + Q_e^2 + Q_o^2) dk}{(k - k_o \sec^2 \theta)^2 + \mu^2 \sec^2 \theta} \cdot \\
 & = \lim_{\mu \rightarrow 0} 4 \cdot 2 \cdot k_o \rho \mu \int_{-\pi}^{\pi} \sec^2 \theta d\theta \pi \frac{(k_o \sec^2 \theta + i\mu \sec \theta) \cdot (P_{1e}^2 + P_{1o}^2 + Q_{1e}^2 + Q_{1o}^2)}{2\mu \cdot \sec \theta} \cdot = \\
 & = \lim_{\mu \rightarrow 0} 4 \cdot k_o \rho \int_{-\pi}^{\pi} \sec^2 \theta d\theta \pi \frac{(k_o \sec^2 \theta + i\mu \sec \theta) \cdot (P_{1e}^2 + P_{1o}^2 + Q_{1e}^2 + Q_{1o}^2)}{\cdot \sec \theta} \cdot = \\
 & = 4 \cdot \pi k_o^2 \rho \int_{-\pi}^{\pi} (P_{1e}^2 + P_{1o}^2 + Q_{1e}^2 + Q_{1o}^2) \sec^3 \theta d\theta.
 \end{aligned}$$

Учитывая тригонометрические формулы и четность функции относительно диаметральной плоскости, можно получить

$$R = 16\pi k_o^2 \rho \int_0^{\pi/2} (P_{1e}^2 + P_{1o}^2 + Q_{1e}^2 + Q_{1o}^2) \sec^2 \theta d\theta, \quad (\text{II.107})$$

где

$$\begin{aligned}
 & P_{1e}^2 + P_{1o}^2 + Q_{1e}^2 + Q_{1o}^2 = \\
 & = \left[\iint_S \sigma \cdot e^{-k_o z \sec^2 \theta} \cos k_o (x \cos \theta + y \sin \theta) \sec^2 \theta d\sigma \right]^2 + \\
 & + \left[\iint_S \sigma \cdot e^{-k_o z \sec^2 \theta} \sin k_o (x \cos \theta + y \sin \theta) \sec^2 \theta d\sigma \right]^2.
 \end{aligned} \quad (\text{II.108})$$

Здесь все функции P_{1e} , P_{1o} , Q_{1e} и Q_{1o} берутся при значении волнового числа $k = k_o \sec^2 \theta$.

В общем виде формула для расчета волнового сопротивления записывается так:

$$R = 16\pi k_o^2 \rho \int_0^{\pi/2} (P^2 + Q^2) \frac{d\theta}{\cos^3 \theta}, \quad (\text{II.109})$$

где

$$\begin{aligned}
 P & = \iint_S \sigma \cdot e^{-k_o z \sec^2 \theta} \cos k_o (x \cos \theta + y \sin \theta) \sec^2 \theta d\sigma, \\
 Q & = \iint_S \sigma \cdot e^{-k_o z \sec^2 \theta} \sin k_o (x \cos \theta + y \sin \theta) \sec^2 \theta d\sigma.
 \end{aligned} \quad (\text{II.110})$$

В данном выражении неизвестна мощность σ гидродинамических особенностей (в данном случае источников), заменяющих корпус движущегося судна. Для точного выполнения граничных условий на поверхности корпуса судна мощность σ определяется с помощью дублированной модели на нулевом числе Фруда. Мичелл решил эту задачу проще. Он предположил, что углы наклона касательных к ватерлинии достаточно малы, что позволяет считать мощности источников пропорциональными тангенсам углов наклона касательных к диаметральной плоскости, то есть, производным уравнения корпуса по направлению движения. В этом случае мощности источников записываются в виде

$$2\pi\sigma = \nu \partial f / \partial x. \quad (\text{II.111})$$

Тогда интеграл Мичелла получается в известной форме

$$R = \frac{4g^2 \rho}{\pi \nu^2} \int [I^2 + J^2] \frac{d\theta}{\cos^3 \theta}, \quad (\text{II.112})$$

где

$$I = \iint_S \frac{\partial f}{\partial x} \cdot e^{-k_o z \sec^2 \theta} \cos(k_o x \sec \theta) d\sigma, \quad (\text{II.113})$$

$$J = \iint_S \frac{\partial f}{\partial x} \cdot e^{-k_o z \sec^2 \theta} \sin(k_o x \sec \theta) d\sigma.$$

Именно в такой записи интеграл Мичелла используется уже больше века всеми исследователями в практических приложениях.

Замечание. Вычисление интеграла Мичелла возможно только численно, за исключением случая аналитических моделей. При этом оказалось, что результат зависит от числа разбиений ватерлиний и шпангоутов. Если учесть, что волны возникают в точках слома, то чем меньше расчётных точек на ватерлинии, тем больше углы слома, а, следовательно, больше расчётное сопротивление.

Для увеличения точности необходимо на ватерлиниях брать до 1000 точек. На рис. II.5 показано, как выскакивают (до бесконечности) расчётные точки, если число разбиений равно всего 250 или 100.

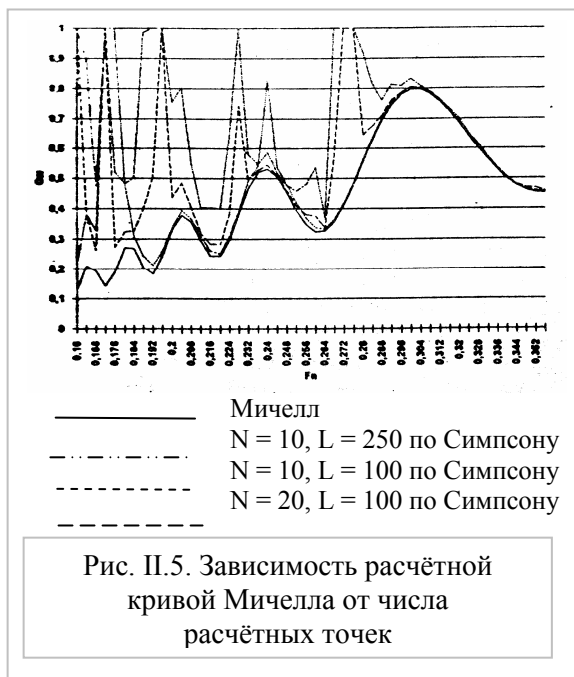


Рис. II.5. Зависимость расчётной кривой Мичелла от числа расчётных точек

Пусть будущие славят поколения
нас за труды, тебя за вдохновенье
38-ой сонет В.Шекспира
Невероятная эффективность
математики в естественных науках
есть нечто граничащее с мистикой
Юджин Пол Вигнер

II.3. Преобразование интеграла Мичелла и основные выводы

Горбы и впадины на расчётной кривой волнового сопротивления затрудняют использование теории Мичелла для анализа и оптимизации водоизмещающих судов.

Интеграл Мичелла не даёт такой интерференции волновых систем, как это происходит в эксперименте, поэтому, чтобы прояснить этот вопрос возникла необходимость отделить осциллирующую часть интеграла от монотонной. Традиционная форма интеграла Мичелла не даёт такой возможности, поэтому получена новая форма интеграла Мичелла, в которой интерференционная часть отделена от основной монотонной части.

Интеграл Мичелла получен им из выражения

$$R_w = \frac{4\rho g^2}{\pi c^2} \int_0^{\pi/2} \int_{-L/2}^{L/2} \int_0^{z(x)} \int_{-L/2}^{L/2} \int_0^{z(x)} f_x(x, z) f_\xi(\xi, \zeta) e^{-p(z+\zeta)} \cos[ik(x-\xi)] d\zeta d\xi dz dx \frac{d\theta}{\cos^3 \theta} \quad (II.114)$$

После представления косинуса как действительной части экспоненты и перегруппировки интеграл Мичелла можно записать в виде

$$R_w = \frac{4\rho g^2}{\pi c^2} \int_0^{\pi/2} [I^2(\theta) + J^2(\theta)] \frac{d\theta}{\cos^3 \theta}, \quad (II.115)$$

где

$$\left. \begin{matrix} I(\theta) \\ J(\theta) \end{matrix} \right\} = \int_{-L/2}^{L/2} \int_0^{z(x)} f_x(x, z) \cdot e^{-pz} \begin{matrix} \cos(kx) \\ \sin(kx) \end{matrix} \left. \right\} dz dx, \quad (II.116)$$

где ρ - массовая плотность жидкости, g - ускорение силы тяжести, v - скорость движения судна, L - длина корпуса судна, $z(x)$ - уравнение нулевого батокса, $y = f(x, z)$ - уравнение корпуса судна, B - ширина судна, T - осадка, θ - угол между направлением движения судна и направлением перемещения волн, p и k определяются по формулам

$$p = \frac{g}{v^2 \cos^2 \theta}, \quad k = \frac{g}{v^2 \cos \theta}. \quad (II.117)$$

Новая форма интеграла Мичелла получается, когда в выражении (II.114) заменяется $\cos[ik(x-\xi)]$ на $\exp ik(x-\xi)$:

$$R_w = \frac{4\rho g^2}{\pi c^2} \int_0^{\pi/2} \int_{-L/2}^{L/2} \int_0^{z(x)} \int_{-L/2}^{L/2} \int_0^{z(x)} f_x(x, z) f_\xi(\xi, \zeta) e^{-p(z+\zeta)} e^{ik(x-\xi)} d\zeta d\xi dz dx \frac{d\theta}{\cos^3 \theta} \quad (II.118)$$

Удобно записать этот интеграл в относительных координатах, где мы заменяем x на $2x/L$, а z на z/T , $y = f(x, z)$ на $y = b \cdot f(x, z)$, где $b = B/2$. Тогда

$$pz = -\frac{gz}{v^2 \cos^2 \theta} = \frac{g \cdot L}{v^2 \cos^2 \theta} \cdot \frac{Tz}{L \cdot T} = \frac{1}{Fn^2 \cos^2 \theta} \cdot \frac{Tz}{L \cdot T} = p_o \frac{z}{T} \quad (II.119)$$

$$kx = -\frac{gx}{v^2 \cos \theta} = \frac{g \cdot L}{2v^2 \cos \theta} \cdot \frac{x}{L/2} = \frac{1}{2Fn^2 \cos \theta} \cdot \frac{x}{L/2} = k_o \frac{x}{L/2}$$

где $p_o = \frac{1}{Fn^2 \cos^2 \theta} \cdot \frac{T}{L}$, $k_o = \frac{1}{Fn^2 \cos \theta}$. В дальнейшем индекс "о" в p_o и k_o опущен. Затем интеграл (II.118) может быть написан в форме

$$R_w = \frac{4pg^2}{\pi v^2} \left(\frac{B}{2}\right)^2 \cdot T^2 \times \operatorname{Re} \int_0^{\pi/2} J_1(k, p) \cdot J_2(k, p) \frac{d\theta}{\cos^3 \theta}, \quad (\text{II.120})$$

где

$$J_1(\theta) = \int_{-1}^1 J_3(x, p) \cdot e^{ikx} dx, \quad J_2(\theta) = \int_{-1}^1 J_3(x, p) \cdot e^{-ikx} dx, \quad (\text{II.121})$$

Для расчёта и анализа эти выражения могут быть написаны как

$$J_1(x, k, p) = \int_{-1}^1 J_3(x, p) \cdot e^{ikx} dx, \quad J_2(x, k, p) = \int_{-1}^1 J_3(x, p) \cdot e^{-ikx} dx, \quad (\text{II.122})$$

где

$$J_3 = \int_0^{z(x)} f_x(x, z) \cdot e^{-pz} dz \quad (\text{II.123})$$

Отделение осциллирующей (интерференционной) части от главной (монотонной) части в интеграле волнового сопротивления (II.120) может быть легко продемонстрировано на симметричной модели Виглея с постоянной осадкой вдоль всей длины корпуса судна. Уравнение поверхности корпуса может быть затем написано как произведение функции от x на функцию от z

$$y = b f_2(x) \cdot f_1(z) \quad (\text{II.124})$$

В этом случае интеграл (II.123) зависит только от p и равен

$$J_4(p) = \int_0^1 f_1(z) \cdot e^{-pz} dz \quad (\text{II.125})$$

и интегралы (II.122) упрощаются и могут быть записаны в виде произведений

$$J_1(\theta) = J_4(p) \cdot J_5(k) = J_4(p) \int_{-1}^1 f_{2x}(x) e^{ikx} dx, \quad (\text{II.126})$$

$$J_2(\theta) = J_4(p) \cdot J_6(k) = J_4(p) \int_{-1}^1 f_{2x}(x) e^{-ikx} dx.$$

Эти интегралы затем интегрируются по частям, которые дают окончательные выражения в виде рядов или многочленов. Для упрощения вводится обозначение

$$g(x) = f_{2x}(x), \quad (\text{II.127})$$

Эти ряды записываются в виде

$$J_5(k) = \int_{-1}^1 g(x) \cdot e^{ikx} dx = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{g^n(1) \cdot e^{ik} - g^n(-1) \cdot e^{-ik}}{(ik)^{n+1}}, \quad (\text{II.128})$$

$$J_6(k) = \int_{-1}^1 g(x) \cdot e^{-ikx} dx = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{g^n(1) \cdot e^{-ik} - g^n(-1) \cdot e^{ik}}{(-ik)^{n+1}}.$$

Если $f_2(x)$ является многочленом степени m , то его производные порядка более m равны нулю и в (II.128) остаётся только m членов в суммах. Произведение рядов (II.128) даёт члены, содержащие произведения

$$\sigma_1 = \sum_{n=0}^{m-1} (-1)^n \frac{g^n(1)}{(ik)^{n+1}} \sum_{n=0}^{m-1} (-1)^n \frac{g^n(1)}{(-ik)^{n+1}}, \quad (\text{II.129})$$

$$\sigma_2 = \sum_{n=0}^{m-1} (-1)^n \frac{g^n(-1)}{(ik)^{n+1}} \sum_{n=0}^{m-1} (-1)^n \frac{g^n(-1)}{(-ik)^{n+1}},$$

в которых экспоненциальных функций нет, и которые дают главную (монотонную) часть интеграла Мичелла. Выражения, содержащие экспоненциальные функции, дают интерференционную часть интеграла Мичелла.

$$\begin{aligned}\sigma_3 &= \sum_{n=0}^{m-1} (-1)^n \frac{g^n(1) \cdot e^{ik}}{(ik)^{n+1}} \sum_{n=0}^{m-1} (-1)^n \frac{g^n(1) \cdot e^{ik}}{(-ik)^{n+1}}, \\ \sigma_4 &= \sum_{n=0}^{m-1} (-1)^n \frac{g^n(-1) \cdot e^{-ik}}{(ik)^{n+1}} \sum_{n=0}^{m-1} (-1)^n \frac{g^n(-1) \cdot e^{-ik}}{(-ik)^{n+1}}.\end{aligned}\quad (\text{II.130})$$

Путём перегруппировки произведений в (II.130) результирующих рядов в соответствии с выражениями $\exp 2ik + \exp(-2ik)/2$ и $\exp 2ik - \exp(-2ik)/2$ мы тогда имеем

$$\cos 2k = \frac{e^{2ik} + e^{-2ik}}{2}, \quad \sin 2k = \frac{e^{2ik} - e^{-2ik}}{2i},$$

что приводит к представлению волнового сопротивления в форме

$$R_w = \frac{4\rho g^2}{\pi c^2} \left(\frac{B}{2}\right) (I_1 + I_2) \quad (\text{II.131})$$

где

$$\begin{aligned}I_1 &= \int_0^{\pi/2} J_4^2(p) \cdot F_1(k) \frac{d\theta}{\cos^3 \theta}, \\ I_2 &= 2 \int_0^{\pi/2} J_4^2(p) \cdot (F_2(k) \cos 2k + F_3(k) \sin 2k) \frac{d\theta}{\cos^3 \theta}.\end{aligned}\quad (\text{II.132})$$

Здесь индексы bo и $b1$ относятся к носовой части, а индексы so и $s1$ относят к кормовой части корпуса.

Тогда

$$\begin{aligned}F_1(k) &= k^{-2} [G_{bo}^2 + k^{-2} G_{b1}^2 + G_{so}^2 + k^{-2} G_{s1}^2], \\ F_2(k) &= k^{-2} [G_{bo} G_{so} + k^{-2} G_{b1} G_{s1}], \\ F_3(k) &= k^{-3} [G_{bo} G_{s1} - G_{b1} G_{so}].\end{aligned}\quad (\text{II.133})$$

Для того, чтобы получить G_{bo} , G_{b1} , G_{so} , G_{s1} следующие преобразованием сумм в (II.129), которые могут быть записаны в виде

$$\begin{aligned}\sum_{n=0}^{m-1} (-1)^n \frac{g^{(n)}(1)}{(ik)^{n+1}} &= -ig(1)k^{-1} + g'(1)k^{-2} - ig''(1)k^{-3} - g'''(1)k^{-4} - ig^{IV}(1)k^{-5} + g^V(1)k^{-6} = \\ &= k^{-2} [g'(1) - g'''(1)k^{-2} + g^V(1)k^{-4} - \dots] - ik^{-1} [g(1) - g''(1)k^{-2} - g^{IV}(1)k^{-4} + \dots], =\end{aligned}\quad (\text{II.134})$$

$$= k^{-2} \sum_{n=0}^r (-1)^n g^{(2n+1)}(1)k^{-2n} - ik^{-1} \sum_{n=0}^r (-1)^n g^{(2n)}(1)k^{-2n},$$

$$\begin{aligned}\sum_{n=0}^{m-1} (-1)^n \frac{g^{(n)}(1)}{(-ik)^{n+1}} &= ig(1)k^{-1} + g'(1)k^{-2} - ig''(1)k^{-3} - g'''(1)k^{-4} + ig^{IV}(1)k^{-5} + g^V(1)k^{-6} = \\ &= k^{-2} [g'(1) - g'''(1)k^{-2} + g^V(1)k^{-4} - \dots] - ik^{-1} [g(1) - g''(1)k^{-2} - g^{IV}(1)k^{-4} + \dots], =\end{aligned}\quad (\text{II.135})$$

$$= k^{-2} \sum_{n=0}^r (-1)^n g^{(2n+1)}(1)k^{-2n} + ik^{-1} \sum_{n=0}^r (-1)^n g^{(2n)}(1)k^{-2n}.$$

Для сумм на кормовом перпендикуляре

$$\sum_{n=0}^{2r-1} (-1)^n \frac{g^{(n)}(-1)}{(ik)^{n+1}}, \quad \sum_{n=0}^{2r-1} (-1)^n \frac{g^{(n)}(-1)}{(-ik)^{n+1}} \quad (\text{II.136})$$

получены подобные выражения.

Для того, чтобы записать выражения в сжатом виде, вводятся следующие обозначения

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{m-1} (-1)^n \frac{g^{(n)}(1)}{(ik)^{n+1}} &= k^{-2} \cdot G_{b1} - ik^{-1} \cdot G_{bo}, & \sum_{n=0}^{m-1} (-1)^n \frac{g^{(n)}(1)}{(-ik)^{n+1}} &= k^{-2} \cdot G_{b1} + ik^{-1} \cdot G_{bo}, \\ \sum_{n=0}^{m-1} (-1)^n \frac{g^{(n)}(-1)}{(ik)^{n+1}} &= k^{-2} \cdot G_{s1} - ik^{-1} \cdot G_{so}, & \sum_{n=0}^{m-1} (-1)^n \frac{g^{(n)}(-1)}{(-ik)^{n+1}} &= k^{-2} \cdot G_{s1} + ik^{-1} \cdot G_{so}, \end{aligned} \quad (\text{II.137})$$

где

$$\begin{aligned} G_{b1} &= g'(1) - g'''(1)k^{-2} + g^V(1)k^{-4} - \dots (-1)^{r+1} g^{(2r-1)}(1)k^{-(2r-2)}, \\ G_{bo} &= g(1) - g''(1)k^{-2} + g^{IV}(1)k^{-4} \dots \begin{cases} (-1)^r g^{(2r-2)}(1)k^{-2r}, & m = 2r + 1, \\ (-1)^{r-1} g^{(2r)}(1)k^{-(2r-2)}, & m = 2r, \end{cases} \\ G_{s1} &= g'(-1) - g'''(-1)k^{-2} + g^V(-1)k^{-4} - \dots (-1)^{r+1} g^{(2r-1)}(-1)k^{-(2r-2)}, \\ G_{so} &= g(-1) - g''(-1)k^{-2} + g^{IV}(-1)k^{-4} \dots \begin{cases} (-1)^r g^{(2r-2)}(-1)k^{-2r}, & m = 2r + 1, \\ (-1)^{r-1} g^{(2r)}(-1)k^{-(2r-2)}, & m = 2r, \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{II.138})$$

Последние члены рядов G_{bo} G_{so} зависят от степени m многочлена $f_2(x)$, которая может быть чётной $m = 2r$ или нечётной $m = 2r + 1$

Теперь ряды могут быть легко представлены в форме

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{m-1} (-1)^n \frac{g^{(n)}(1)}{(ik)^{n+1}} e^{ik} &= [k^{-2} \cdot G_{b1} - ik^{-1} G_{bo}] e^{ik}, \\ \sum_{n=0}^{m-1} (-1)^n \frac{g^{(n)}(1)}{(-ik)^{n+1}} e^{-ik} &= [k^{-2} \cdot G_{b1} + ik^{-1} G_{bo}] e^{-ik}, \\ \sum_{n=0}^{m-1} (-1)^n \frac{g^{(n)}(-1)}{(ik)^{n+1}} e^{-ik} &= [k^{-2} \cdot G_{s1} - ik^{-1} G_{so}] e^{-ik}, \\ \sum_{n=0}^{m-1} (-1)^n \frac{g^{(n)}(-1)}{(-ik)^{n+1}} e^{ik} &= [k^{-2} \cdot G_{s1} + ik^{-1} G_{so}] e^{ik}. \end{aligned} \quad (\text{II.139})$$

Произведение интегралов в уравнении (II.136) получено в форме

$$\begin{aligned} J_5(k) \cdot J_6(k) &= k^{-2} [G_{bo}^2 + k^{-2} G_{b1}^2 + G_{so}^2 + k^{-2} G_{s1}^2] - k^{-2} [G_{bo} \cdot G_{so} + k^{-2} G_{b1} \cdot G_{s1}] 2 \cos 2k - \\ & k^{-2} [G_{bo} \cdot G_{s1} - k^{-2} G_{b1} \cdot G_{so}] 2 \sin 2k = F_1(k) - 2[F_2(k) \cos 2k + F_3(k) \sin 2k] \end{aligned} \quad (\text{II.140})$$

Произведения дают формулы (II.131), (II.132) и (II.133), которые являются новой формой интеграла Мичелла.

В полученном выражении осциллирующая часть отделена от монотонной част, и кроме того, носовая часть отделена от кормовой. Взаимодействие носовой и кормовой систем определяется суммой второго и третьего члена выражения (II.140).

Такое представление интеграла удобно для исследований линейной теории волнового сопротивления и взаимодействия носовой и кормовой волновых систем.

Если осадка переменна, то формула волнового сопротивления имеет вид

$$R_w = \frac{4\rho g^2}{\pi v^2} \left(\frac{B}{2} \right)^2 T^2 (Q_1 + Q_2), \quad (\text{II.141})$$

где производны могут быть записаны в виде

$$g(x, z) = f_x(x, z) \quad (\text{II.142})$$

и тогда интеграл (II.125) имеет другую форму

$$\Phi(x, p) = \int_0^{z(x)} g(x, z) \cdot e^{-pz} dz = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{g_z^{(n)}(x, z(x)) e^{-pz(x)} - g_z^{(n)}(x, 0)}{(-p)^{n+1}} \quad (\text{II.143})$$

где $z = z(x)$ является уравнением нулевого батокса

Формулы (II.122) и (II.123) имеют более сложную форму, потому что производные выражения $g(x, z)$ зависят не только от x , но и от z , Вместо выражения (II.126) теперь имеем

$$J_1(k, p) = \int_{-1}^1 \Phi(x, p) \cdot e^{ikx} dx, \quad J_2(k, p) = \int_{-1}^1 \Phi(x, p) \cdot e^{-ikx} dx. \quad (\text{II.144})$$

Главная часть имеет вид

$$Q_1 = \int_0^{\pi/2} F_1(k, p) \frac{d\theta}{\cos^3 \theta} \quad (\text{II.145})$$

и тригонометрическая часть

$$Q_2 = 2 \int_0^{\pi/2} (F_2(k, p) \cos 2k + F_3(k, p) \sin 2k) \frac{d\theta}{\cos^3 \theta}, \quad (\text{II.146})$$

где $F_1(k, p), F_2(k, p), F_3(k, p)$ имеют форму уравнения (II.126), но $G_{bo}, G_{b1}, G_{so}, G_{s1}$ могут быть записаны в форме (II.147)

$$\begin{aligned} G_{b1} &= \Phi'_x(1, p) - \Phi_x'''(1, p)k^{-2} + \Phi_x^V(1, p)k^{-4} - \dots (-1)^{r+1} \Phi_x^{(2r-1)'}(1, p)k^{-(2r-2)}, \\ G_{b0} &= \Phi_x(1, p) - \Phi_x''(1, p)k^{-2} + \Phi_x^{IV}(1, p)k^{-4} \dots \begin{cases} (-1)^r \Phi_x^{(2r)'}(1, p)k^{-2r}, & m = 2r + 1, \\ (-1)^{r-1} \Phi_x^{(2r-2)'}(1, p)k^{-(2r-2)}, & m = 2r, \end{cases} \\ G_{s1} &= \Phi'_x(-1, p) - \Phi_x'''(-1, p)k^{-2} + \Phi_x^V(-1, p)k^{-4} - \dots (-1)^{r+1} \Phi_x^{(2r-1)'}(-1, p)k^{-(2r-2)}, \\ G_{so} &= \Phi_x(-1, p) - \Phi_x''(-1, p)k^{-2} + \Phi_x^{IV}(-1, p)k^{-4} \dots \begin{cases} (-1)^r \Phi_x^{(2r)'}(-1, p)k^{-2r}, & m = 2r + 1, \\ (-1)^{r-1} \Phi_x^{(2r-2)'}(-1, p)k^{-(2r-2)}, & m = 2r. \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{II.147})$$

Новая форма интеграла Мичелла выявила очень интересные свойства этого интеграла и следующие преимущества по сравнению с традиционной формой

1.. Легко видеть, что интегрирование по длине корпуса судна приводит к производным на носовом и кормовом перпендикулярах. Это точно отражает процесс образования систем корабельных волн с вершинами в носу и в корме, которые наблюдаются при движении любого водоизмещающего судна.

2. Кроме этого, то обстоятельство, что интегрирование по переменной x уже выполнено, увеличивает точность вычисления интеграла Мичелла и зависимость от разбиений по длине при численном интегрировании.

3. Появляется возможность определять вклад в величину волнового сопротивления отдельно носовой и кормовой оконечностей. Это важно знать проектировщику при получении обводов корпуса с меньшим волновым сопротивлением.

4. Появляется возможность сравнивать монотонную часть интеграла с экспериментальными кривыми остаточного или волнового сопротивления, что трудно выполнить при наличии горбов и впадин на кривой Мичелла.

II.4. Теория удлинённого судна

Вторая линеаризованная теория основана на допущении, что не только ширина, как в теории узкого судна, но и осадка мала по сравнению с длиной судна. Такое судно называют удлинённым (slender ship). Теория удлинённого тела успешно применяется в аэродинамике, что вселило надежду, что её применение будет таким же успешным при определении волнового сопротивления судов.

Первым разработал теорию удлинённого судна Г.Воссерс [60]. В этом же году Ф.Урселл [58] применил теорию удлинённого судна для расчёта качки судна при нулевой скорости. Основные результаты и идеи решения Ф.Урселл доложил на семинаре в Анн Арборе в 1963 году [59]. Применение теории удлинённого судна дало ему возможность учесть затупление оконечностей. На этот же семинаре В.П.А.Джусен [29] представил статью с уточнением теории Г.Воссерса. В.П.А.Джусен получил потенциал скорости и волновое сопротивление при поступательном движении и при качке удлинённого судна путём разложения функции Грина по малому параметру. Тогда же Е.О.Так [54] рассмотрел интеграл Г.Воссерса одновременно с теорией узкого судна Х.Маруо [36] рассмотрел не линейное, а объёмное распределение особенностей, а затем, обезразмерив задачу по строевой, свёл её к распределению по прямой линии, за исключением концов судна. Таким путём он получил такое же выражение, как Г.Воссерс.

В изложении Х.Маруо теория удлинённого судна получена следующим образом. Рассматривается установившийся поток с постоянной скоростью U в направлении оси Ox и с фиксированным судном. Потенциал скорости записывается в виде $Ux + \varphi$ и φ означает потенциал скоростей, вызванных движением судна. Потенциал скорости записывается в виде уравнения Лапласа

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0. \quad (\text{II.148})$$

Это уравнение должно удовлетворять фиксированным условиям на поверхности судна и граничным условиям на свободной поверхности вне судна. Последним является условие однородности давления на поверхности $z = z_0$, которое записывается в виде

$$U \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 \right\} + g z_w = 0, \quad (\text{II.149})$$

если начало координат берётся на поверхности тихой воды и ось z направлена вертикально вверх. Здесь есть ещё одно граничное условие в жидкости:

$$\left(U + \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{\partial \varphi}{\partial y} - \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0. \quad (\text{II.150})$$

Поскольку эти граничные условия нелинейны, необходима линеаризация для нахождения решения. Предполагается, что возмущённая скорость мала по сравнению со скоростью потока U и что потенциал скорости φ может быть разложен в ряд по малому параметру ε следующим образом:

$$\varphi = \varepsilon \varphi_1 + \varepsilon^2 \varphi_2 + \varepsilon^3 \varphi_3 + \dots \quad (\text{II.151})$$

Подъём свободной поверхности является результатом возмущённого движения. Разложение имеет вид:

$$z_w = \varepsilon z_1 + \varepsilon^2 z_2 + \varepsilon^3 z_3 + \dots \quad (\text{II.152})$$

Подставляя эти разложения в (II.149) и (II.150) и беря только линейную часть, получают линейные граничные условия

$$U \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} + g z_1 = 0, \quad (\text{II.153})$$

$$U \frac{\partial z_1}{\partial x} - \frac{\partial \varphi_1}{\partial z} = 0. \quad (\text{II.154})$$

Эти условия удовлетворяются на плоскости $z=0$. Комбинируя написанные выше уравнения, получают хорошо известные условия на свободной поверхности. Берётся только линеаризованный потенциал и отбрасывается индекс 1. Тогда линеаризованные условия на свободной поверхности принимаются в виде:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + k \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0, \quad (\text{II.155})$$

где

$$k = g/U^2 \quad (\text{II.156})$$

На данной стадии малый параметр не имеет какой-либо определённой величины.

Теперь вводятся условия при допущении удлинённого судна. Определение удлинённого судна состоит в том, что ширина и осадка считаются малыми по сравнению с длиной. Если обозначить длину судна $2l$ и осадку T , отношение ширины к длине

$$\beta = b/l \quad (\text{II.157})$$

является величиной намного меньшей единицы, в то время как отношение осадки к ширине

$$\tau = T/b \quad (\text{II.158})$$

имеет порядок единицы. Для исследования движения жидкости возле поверхности судна вводятся следующие безразмерные координаты:

$$\xi = x/l, \quad \eta = y/b, \quad \zeta = z/b. \quad (\text{II.159})$$

Уравнение Лапласа тогда выражается так:

$$\beta^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \zeta^2} = 0. \quad (\text{II.160})$$

Возле поверхности корпуса ξ , η и ζ имеют порядок единицы. Если потенциал скорости распространить на форму, подобную (II.151), а малый параметр имеет порядок β , потенциал скорости низшего порядка должен удовлетворять уравнению

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \zeta^2} = 0 \quad (\text{II.161})$$

возле поверхности корпуса. Это основное допущение теории удлинённого тела. Рассматривается граничное условие на свободной поверхности возле судна (II.155). В безразмерных координатах оно записывается в виде

$$\beta \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi^2} + kl \frac{\partial \varphi}{\partial \zeta} = 0. \quad (\text{II.162})$$

Здесь классы диапазона скорости должны быть разделены. Одним из них являются умеренно высокие скорости, которые определяются таким образом, чтобы параметр kl имел порядок единицы. В этом случае условие на свободной поверхности при потенциале скорости наименьшего порядка становится

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \zeta} = 0 \text{ на } \zeta = 0. \quad (\text{II.163})$$

Эта форма условия на свободной поверхности введена Кумминсом. Другой диапазон – это диапазон очень высоких скоростей. В этом случае параметр скорости kl становится только малой частью по сравнению с β и оба члена в (II.162) равно важны. Последний случай уже был рассмотрен Х.Маруо в 1961 году на 11-м Конгрессе в Японии. Диапазон малых скоростей не рассматривается в данном анализе, потому что он рассмотрен в

предыдущей части. В настоящем анализе внимание концентрируется на первом случае. Поскольку число Фруда связано с параметром скорости, то оно записывается в виде

$$Fn = \frac{U}{\sqrt{gL}} = \sqrt{\frac{1}{2kl}},$$

а скорости соответствуют числам Фруда в диапазоне приблизительно от 0,35 до 1,0.

Когда уравнение (II.160) является двумерным уравнением Лапласа, его решение является потенциалом скорости плоского движения. Отсюда решение может быть написано в форме

$$\varphi(\xi, \eta, \zeta) = f(\xi, \eta, \zeta) + g(\xi), \quad (\text{II.164})$$

где $f(\xi, \eta, \zeta)$ - плоская гармоническая функция в η, ζ -плоскости, которая удовлетворяет

$$\frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial \zeta^2} = 0 \quad (\text{II.165})$$

и $g(\xi)$ - функция только ξ . Достоинством условия (II.163) является то, что $f(\xi, \eta, \zeta)$ является единственной функцией по ζ , и может быть определена из граничного условия вдоль контура поперечного сечения судна.

Поскольку, однако, (II.163) является условием на твёрдой поверхности, волновое движение не может быть получено из этого уравнения. Можно было бы ждать, что функция $g(\xi)$ включает волновое движение, но уравнения удлинённого тела не дают информацию об этом. Возможно, для определения функции $g(\xi)$ нужно взять трёхмерное уравнение. По Воссерсу [61] делается попытка найти потенциал скорости для волнового движения и для определения волнового сопротивления. В теории удлинённого судна в неограниченной жидкости осевое движение тела может быть представлено распределением источников вдоль продольной оси. Для движения жидкости со свободной поверхностью особенности не могут быть простым источником, но источником Кельвина. Когда функция $g(\xi)$ рассчитывается из источника Кельвина в точке $\xi, 0, 0$, результирующая функция включает волновое движение типа

$$\frac{d}{d\xi} Y_0 |kl(\xi - \xi_1)|$$

в нижнем течении $\xi > \xi_1$ и имеет несимметричную особенность в $\xi = \xi_1$. Если решение для удлинённого тела (II.164) заменяется функцией $g(\xi)$, определённой из величины источника Кельвина на линии $\eta = \zeta = 0$, и волновое сопротивление рассчитывается из интеграла давления на поверхности тела, интеграл сопротивления не сходится, за исключением специального класса корабельных волн. Воссерс пренебрегал этой особенностью поведения решения удлинённого судна, как будет показано дальше. Это приложение аппроксимации удлинённого судна к волновому сопротивлению судна описывается с большим трудом. Это является причиной, почему теория удлинённого судна не может дать полезный результат.

Волновое сопротивление удлинённого судна

Так как прямое применение полученных формул не в состоянии дать волновое сопротивление судна с малой шириной и осадкой, необходимо дать общую трёхмерную теорию. Предположим, что линеаризованный потенциал скорости удовлетворяет граничным условиям на поверхности (II.155). Это гармоническая функция вне поверхности судна S в нижнем полупространстве. Тогда особенности расположены в нижнем полупространстве на или внутри поверхности S . Можно предположить, что особенности, представляющие корпус судна, являются распределением источников с напряжением $m(x, y, z)$ на S . Потенциал скорости, который имеет особенности в виде источников в нижнем полупространстве, удовлетворяющим граничному условию (II.155), известно на плоскости $z = 0$. Его асимптотическая форма на бесконечности вниз по потоку представляет собой

свободные волны, и энергия, трансформируемая волнами, даёт волновое сопротивление. Волновое сопротивление от этого распределения источников было найдено Т.Хавелоком и в результате даёт

$$R = 8\pi k^2 \rho \int_{-\pi/2}^{\pi/2} |H(\theta)|^2 \sec^3 \theta d\theta \quad (\text{II.166})$$

где

$$H(\theta) = \iint_S m(x, y, z) \exp(kz \sec^2 \theta + ikx \sec \theta + iky \tan \theta \sec \theta) d\theta. \quad (\text{II.167})$$

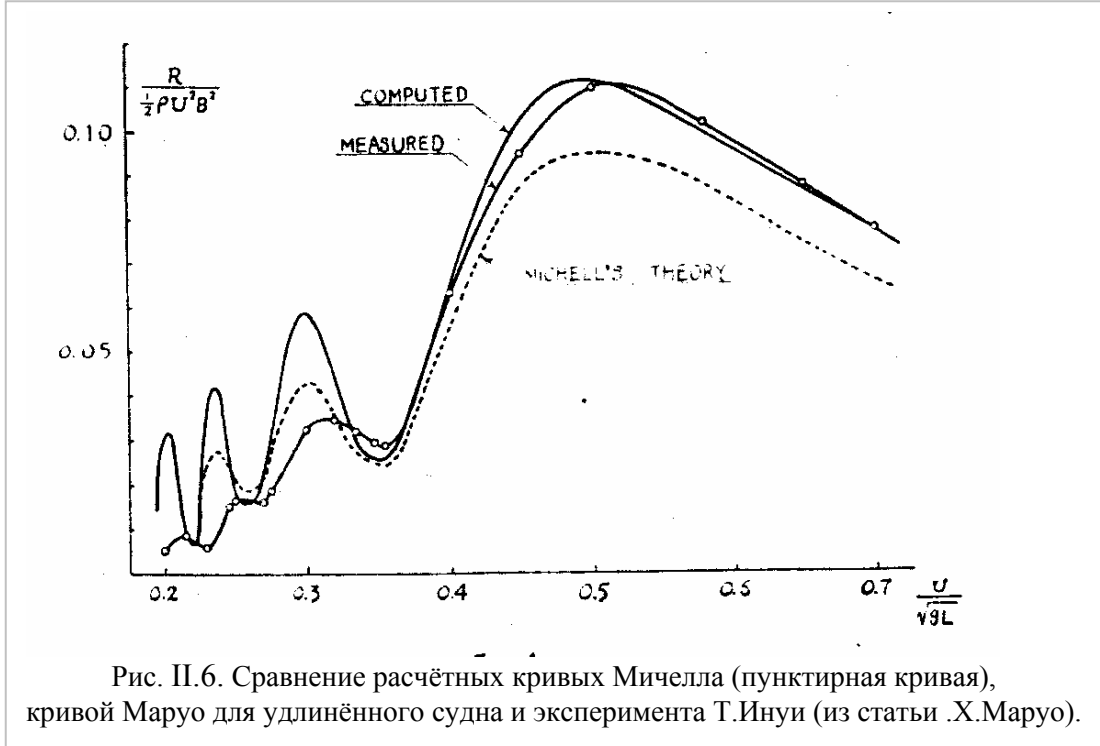


Рис. II.6. Сравнение расчётных кривых Мичелла (пунктирная кривая), кривой Маруо для удлиненного судна и эксперимента Т.Инуи (из статьи Х.Маруо).

Это уравнение даёт волновое сопротивление при линеаризованном потенциале скорости ϕ_1 уравнения (II.151). Тогда член низшего порядка входит в него, если точное выражение для волнового сопротивления разложить в ряд по линеаризованному параметру, но оно также может включать члены высшего порядка. Для того чтобы изолировать член низшего порядка, Х.Маруо преобразует координаты в безразмерную форму, определённую в (II.159) и вводит линеаризованный параметр. При этом число Фруда не слишком малое, но и не слишком большое. Для этих средних чисел Фруда вводится безразмерный параметр скорости, который равен

$$k_1 = kl = gl/U^2 \quad (\text{II.168})$$

порядка единицы. Если пропустить весь процесс последовательных приближений, выполненных Х.Маруо, то результат имеет вид:

$$R = -\frac{1}{2} \rho U^2 b^2 \beta^2 \int_{-1}^1 d\xi' \int_{-1}^1 S''(\xi') S''(\xi) Y_0 |k_1(\xi' - \xi)| d\xi. \quad (\text{II.169})$$

Х.Маруо сравнил свою формулу с формулами Мичелла, Е.Хогнера [27] и Т.Инуи [28] и сравнил численные результаты с экспериментом (см. рис. II.6). Из этого рисунка видно, что на больших числах Фруда теория удлиненного судна ближе к экспериментальной кривой, но на малых и средних числах Фруда кривая Мичелла имеет меньшие горбы, чем кривая удлиненного судна.

Е.О.Так изложил теорию удлиненного судна в статье [55], в которой с помощью сферических координат упростил теорию, а затем применил её к движению в вязкой жидкости. Е.О.Так в другой своей работе [56], кроме использования сферических координат,

получил решение для удлиненного судна в цилиндрических координатах, а также в потоке вязкой жидкости Стокса, как в тех и других системах координат.

Дж.Н.Ньюман и Е.О.Так [40] разработали ещё одну теорию удлиненного судна и применили её для изучения качки. Изложили они её на 5-м симпозиуме по гидродинамике судна в 1964 году в Вашингтоне. Дж.Н.Ньюман [41] рассмотрел теорию удлиненного судна, применив метод сращивания асимптотических разложений. Он проанализировал и систематизировал все работы, связанные с теорией удлиненного судна. Из-за недоступности многих отчетов и диссертаций в данный обзор не вошли многие работы, связанные с теорией удлиненного судна. Работу Т.Хавелока по этой проблеме можно найти в собрании его работ [24]. Кое что по этому вопросу есть у А.Питерса и Дж.Стокера [48]. Кроме того, этот вопрос рассмотрен в энциклопедической работе Дж.Вегаузена и Е.Лайтоне [62]. Н.Ляпис и О.М.Фальтинсен применили теорию удлиненного судна для изучения диффракции волн вокруг движущегося судна.

Наиболее удачное применение теория удлиненного судна нашла в теории качки, которые в данной монографии не рассматриваются.

Несмотря на то, что теория удлиненного судна не приводит к желаемому результату, эту теорию продолжали в Японии интенсивно разрабатывать. Например, Х.Маруо разработал новую формулировку теории удлиненного судна путём применения асимптотического выражения непосредственно к источнику Кельвина [39]. Идея этого метода была изложена на 16-ой Международной конференции опытовых бассейнов в Ленинграде в 1981 году. В этой работе Х.Маруо рассчитал волновой профиль для модели 60-ой серии Тодда с $\delta = 0,60$ и сравнил его с измеренным на разных числах Фруда. Это сравнение дало хороший результат.

Здесь излагается теория удлиненного судна, данная Дж.Н.Ньюманом на знаменитом семинаре в Токио в 1976 году [42]. Разбор разных теорий удлиненного судна выполнили Дж.Котик и П.Томсен [30]. Этот разбор приводится здесь достаточно подробно и отражает основные особенности и трудности применения теории удлиненного судна для расчётов волнового сопротивления.

Вывод формулы волнового сопротивления удлиненного судна [40], [41]

Судно считается плавающим твёрдым телом, движущимся с постоянной скоростью U на поверхности бесконечной жидкости. Декартова система координат (x, y, z) связана с судном. Поток считается установившимся. Уравнение невозмущённой свободной поверхности $z=0$, когда ось z направлена вверх, $y=0$ задаёт ДП судна, а ось x направлена в нос. Жидкость



предполагается идеальной с постоянной плотностью ρ и с пренебрежимо малым поверхностным натяжением. Жидкость занимает объём V , ограниченный смоченной поверхностью судна S_B , свободной поверхностью S_F и замкнутой контрольной поверхностью S_C , окружающей судно в жидкости и пересекающей свободную поверхность (рис. II.7).

При отсутствии напряжений вязкости движение жидкости является безвихревым, следовательно, $\vec{V} = \nabla\Phi$, где \vec{V} - вектор скорости в любой точке жидкости, а $\Phi(x, y, z)$ - потенциал скорости. Из закона сохранения масс $\nabla^2\Phi = 0$ и из закона сохранения количества движения получается интеграл Бернулли

$$p - p_\infty = -\frac{1}{2}\rho(V^2 - v^2) - \rho g z, \quad (\text{II.170})$$

где p - давление в жидкости, p_∞ - постоянное давление на бесконечности на свободной поверхности, g - гравитационная постоянная. Не теряя общности, можно предположить, что $p=0$ и, следовательно, $p_\infty=0$ всюду на свободной поверхности. Граничное условие на поверхности судна формулируется в виде равенства нулю нормальной составляющей скорости жидкости, то есть,

$$\Phi_n = 0 \text{ на } S_B, \quad (\text{II.171})$$

где \mathbf{n} - единичный вектор нормали к S_B , направленный вне объёма V . Если $y = \pm\eta(x, z)$ - уравнение поверхности судна, то

$$\Phi_y - \Phi_x \eta_x - \Phi_z \eta_z = 0 \text{ на } y = \pm\eta(x, z). \quad (\text{II.172})$$

Подобное кинематическое условие составляется и для границы свободной поверхности S_F , определяемой как $z = \zeta(x, y)$. Тогда

$$\Phi_n = 0 \text{ на } S_F \quad (\text{II.173})$$

или

$$\Phi_z - \Phi_x \zeta_x - \Phi_y \zeta_y = 0 \text{ на } z = \zeta(x, y). \quad (\text{II.174})$$

Динамическое условие на свободной поверхности заключается в постоянстве давления, или

$$\frac{1}{2}(V^2 - v^2) + gz = 0 \text{ на } z = \zeta(x, y). \quad (\text{II.175})$$

Отсюда следует, что производная давления равна нулю, или

$$\nabla\Phi \cdot \nabla\left(\frac{1}{2}V^2 + gz\right) = \nabla\Phi \cdot \nabla\left(\frac{1}{2}V^2\right) + g\Phi_z = 0. \quad (\text{II.176})$$

Это граничное условие удобно, поскольку не содержит подъёма свободной поверхности в явном виде $z = \zeta$. С другой стороны (II.175) может быть использовано для оценки ζ в виде

$$\zeta = -\frac{1}{2g}(V^2 - v^2) \text{ на } z = \zeta. \quad (\text{II.177})$$

Окончательные граничные условия включают для безграничной жидкости не только требование, чтобы $\nabla\Phi \rightarrow 0$ на бесконечности, но чтобы не было волн вверх по течению, то есть для $x \rightarrow \infty$ $\nabla\Phi = O(x^{-1/2})$. В жидкости, ограниченной фиксированными стенками и дном, $\Phi_n = 0$ на этих границах.

Волновое сопротивление, действующее на судно, получено путём прямого интегрирования по x сил давления на S_B

$$R = -\iint_{S_B} p n_x dS. \quad (\text{II.178})$$

Выбранное выражение может быть получено из рассмотрения энергии или количества движения, но Дж. Н.Ньюман предпочёл другой путь. Из условия, что $p=0$ на S_F , из теоремы Гаусса следует, что

$$R = -\iint_{S_B} p n_x dS = -\iiint_V p_x dV + \iint_{S_C} p n_x dS. \quad (\text{II.179})$$

Используя интеграл Бернулли и уравнение Лапласа $\nabla^2\Phi = 0$, можно получить

$$p_x = -\rho\nabla\Phi \cdot \nabla\Phi_x = -\rho\nabla(\Phi_x \nabla\Phi). \quad (\text{II.180})$$

Далее используется теорема о дивергенции

$$R = \rho \iiint_{S_B+S_F+S_C} \Phi_x \Phi_n dS + \iint_{S_C} p n_x dS. \quad (\text{II.181})$$

Из граничного условия $\Phi_n = 0$ на $S_B + S_F$, только интегралы по S_C дают вклад в выражение для R , и дальнейшее применение интеграла Бернулли даёт

$$R = -\rho \iint_{S_C} \left[\frac{1}{2} (V^2 - v^2) n_x - \Phi_x \Phi_n + g z n_x \right] dS. \quad (\text{II.182})$$

Последний член, соответствующий гидростатическому давлению, может быть проинтегрирован по теореме Стокса

$$\iint_{S_C} z n_x dS = \frac{1}{2} \oint_{\Sigma_C} \zeta^2 dy. \quad (\text{II.183})$$

Здесь Σ_C - граничный контур поверхности S_C на свободной поверхности. Отсюда получено желаемое выражение

$$R = -\rho \iint_{S_C} \left[\frac{1}{2} (V^2 - v^2) n_x - \Phi_x \Phi_n \right] dS - \frac{1}{2} \rho g \oint_{\Sigma_C} \zeta^2 dy. \quad (\text{II.184})$$

Это даёт волновое сопротивление, выраженное через составляющие скорости, и волновой подъём на произвольной контрольной поверхности S_C . Это выражение имеет два преимущества по сравнению с (II.174). Во-первых, смещение поверхности интегрирования вне судна даёт возможность упростить или уточнить предсказание; во-вторых, (II.184) может быть использовано для развития техники волнового анализа при экспериментальном определении волнового сопротивления.

Следует заметить, что Φ означает общий потенциал скорости, включающий скорость U свободного потока. Используя потенциал возмущения ϕ , возникающий благодаря присутствию судна, можно записать $\Phi_{zz} = -U_x + \phi$ и, замечая из условия неразрывности, что $\iint_{S_C} \phi_n dS = 0$, получают

$$R = -\rho \iint_{S_C} \left[\frac{1}{2} (\Phi_x^2 + \Phi_y^2 + \Phi_z^2) n_x - \Phi_x \Phi_n \right] dS - \frac{1}{2\rho g} \oint_{\Sigma_C} \zeta^2 dy. \quad (\text{II.185})$$

В этом виде волновое сопротивление представляет собой квадратичный функционал возмущений, связанных с судном.

Особенности линеаризации

Поскольку граничное условие (II.174) и условия (II.175) и (II.176) нелинейны, допущения, принимаемые далее, являются существенными. Достаточно того, что общие выводы могут быть основаны на применении выражений возмущений. Если размеры тела и поступательная скорость ограничены, то можно предположить, что вызванные скорости $\nabla\Phi$ малы по сравнению с U . Следовательно, соответствующий подъём волны ζ , данный выражением (II.177) или $\Phi = -U_x + \phi$, равен

$$\zeta = -\frac{1}{g} \Phi_x - \frac{1}{2g} (\nabla\Phi \cdot \nabla\Phi) \text{ на } z = \zeta. \quad (\text{II.186})$$

Это следует из того, что ζ будет также мало, так как пропорционально $\nabla\Phi$.

Подстановка $\Phi = -U_x + \phi$ в условие на свободной поверхности (II.174) даёт граничное условие для Φ в виде

$$g\Phi_z + U^2\Phi_{xx} - 2U\nabla\Phi \cdot \nabla\Phi_x + (\nabla\Phi \nabla)(\nabla\Phi \cdot \nabla\Phi) = 0 \text{ на } z = \zeta. \quad (\text{II.187})$$

Последовательное применение этой схемы приводит к тому, что выражения (II.186) и (II.187) переносятся с неизвестной поверхности $z = \zeta$ на плоскость $z = 0$. Это достигается путём применения выражения Тейлора в виде $f(x, y, z) = f(x, y, 0) + \zeta f_z(x, y, 0) + \dots$. Отброшенные члены второго порядка приводят к виду

$$g\Phi_z + U^2\Phi_{xx} = 2U\nabla\Phi \cdot \nabla\Phi_x + \frac{1}{g} \Phi_x (g\Phi_{zz} + U^2\Phi_{xxz}) + \dots \text{ на } z = 0, \quad (\text{II.188})$$

$$\zeta = -\frac{1}{g}\Phi_x - \frac{1}{2g}\nabla\Phi \cdot \nabla\Phi + \frac{1}{g^2}\Phi_x\Phi_{xx} + \dots \text{ на } z=0, \quad (\text{II.189})$$

где пренебрегается членами третьего порядка в производных потенциала. Пренебрежение членами второго порядка даёт обычные линеаризованные условия

$$g\Phi_z + U^2\Phi_{xx} = 0 \text{ на } z=0, \quad (\text{II.190})$$

$$\zeta = -\frac{1}{g}\Phi_x \text{ на } z=0. \quad (\text{II.191})$$

Последние граничные условия дают основу для дальнейших теорий волнового сопротивления, соответствующих удлинённому и плоскому судам, размеры которых позволяют считать $\nabla\varphi \ll U$.

Перед рассмотрением специальных случаев возникает необходимость вернуться к потенциалу источника, то есть к функции Грина, которая является потенциалом скорости источника $G(x, y, z; \xi, \eta, \zeta)$, находящегося под свободной поверхностью в точке $x = \xi$. Нужная функция, чаще называемая «функцией источника Хавелока», является решением уравнения Лапласа, за исключением особенности $\frac{1}{r} = \frac{1}{|x - \xi|}$, и удовлетворяющая граничному условию

(II 190) и условию рассеяния $G = O(x^{-1/2})$, когда $x \rightarrow +\infty$. Это классическое решение задачи наиболее доступно изложено в работе Вехаузена и Лайтоне [62]. Для случая глубокой безграничной жидкости функция источника может быть записана в виде

$$\begin{aligned} G(x, y, z; \xi, \eta, \zeta) = & \frac{1}{r} - \frac{1}{r_1} - \\ & - \frac{4K}{\pi} \int_0^{\pi/2} d\theta \sec^2 \theta \int_0^\infty dk \frac{\exp k(z + \zeta)}{k - K \sec^2 \theta} \cdot \cos[k(x - \xi) \cos \theta] \cdot \cos[k(y - \eta) \sin \theta] - \\ & - 4K \int_0^{\pi/2} \sec^2 \theta d\theta \exp[K(z + \zeta) \sec^2 \theta] \cdot \sin[K(x - \xi) \sec \theta] \cdot \cos[K(y - \eta) \sin \theta \sec^2 \theta] \end{aligned} \quad (\text{II.192})$$

Здесь $r^2 = (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2$, а $r_1 = [(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z + \zeta)^2]^{1/2}$ - это расстояние до виртуального источника, расположенного над свободной поверхностью. $K = g/U^2$ - волновое число плоской волны с фазовой скоростью U . Двойной интеграл в (II.192) берётся в смысле главного значения. Выражение (II.192) удовлетворяет условию на свободной поверхности (II.190). Для доказательства используется преобразование Фурье для $\frac{1}{r} = \frac{1}{r_1}$ на плоскости $z=0$. Наконец, условие рассеяния может

быть проверено с помощью приближённой аппроксимации для $(x^2 + y^2)^{1/2} \rightarrow \infty$.

Некоторые приведенные выводы взяты из работы Дж.Котика и П.Томсона [30], в которой проанализированы и обобщены все имеющиеся к тому времени теории удлинённого судна.

Если ширина и осадка малы по сравнению с длиной судна, то линеаризованное условие на свободной поверхности (II.174) упрощается до граничного условия на «твёрдой стенке»

$$\Phi_z = 0 \text{ на } z=0. \quad (\text{II.193})$$

Если смотреть из внутренней области по направлению к внешней», где действие свободной поверхности значительно, возмущение тела проявляется как у простого осевого распределения источников. Следует заметить, что полное решение включает диполи и особенности высшего порядка, но, когда оси идут радиально от тела, то преобладают источники. Из рассмотрения потока во внутренней области ясно, что напряжения источника $U S'(x)/4\pi$, где $S(x)$ - площадь поперечного сечения судна. Тогда внешний потенциал даётся выражением

$$\frac{U}{4\pi} \int_L S'(\xi) G(x, y, z; \xi, 0, 0) d\xi, \quad (\text{II.194})$$

где интеграл берётся по длине судна, а G - потенциал источника (II.192). Сразу видно, что (II.194) совпадает с потенциалом узкого судна в том смысле, что если осадка достаточно мала, то изменения в G по вертикали пренебрежимо малы, тогда потенциал узкого судна можно проинтегрировать по вертикали и получить (II.194). Тогда, если движение волн от судна имеет место, то результаты теории удлинённого судна являются частным случаем теории узкого судна.

Для того чтобы найти волновое сопротивление, потенциал (II.194) нужно подставить в (II.185). В соответствии со всем сказанным получен результат в виде крайнего случая интеграла Мичелла, когда осадка стремится к нулю. Формально этот предел равен

$$R = \frac{\rho U^2}{4\pi} \int_L dx S'(\xi) \int_L d\xi S'(\xi) G(x, 0, 0; \xi, 0, 0), \quad (\text{II.195})$$

но функция Грина является особенностью на оси x для этого интеграла, которая существует в классическом смысле. Для разрешения этой трудности дважды применяется интегрирование по частям и предполагается, что $S'(x) = 0$ в конечностях судна. Из (II.195) желаемый результат получается в виде

$$R = \frac{\rho U^2}{\pi} \int_L dx S''(\xi) \int_L d\xi S''(\xi) \int_0^{\pi/2} d\theta \sec\theta \cos[K(x - \xi)\sec\theta]. \quad (\text{II.196})$$

Последний интеграл может быть оценен в виде функции Бесселя второго рода, что приводит к сравнительно простому выражению

$$R = -\frac{1}{2} \rho U^2 \int_L dx S''(\xi) \int_L d\xi S''(\xi) Y_0(K|x - \xi|). \quad (\text{II.197})$$

Этот же интеграл получен Г.Воссерсом, Х.Маруо и Е.Таким.

Исследователи разрабатывали теорию удлинённого судна независимо друг от друга, и в результате их усилий созданы три теории: NSST - «наивная теория удлинённого судна», MSST - «теория удлинённого судна Мичелла» и VSST «теория удлинённого судна Воссерса».

NSST - «наивная теория удлинённого судна» - это обобщение на поверхностные суда метода, используемого в анализе погруженных тел. Его главная черта – это представление тела в виде особенностей, расположенных по линии и имеющих те напряжения, которые приняты в неограниченной жидкости. Соответствующий потенциал удовлетворяет линеаризованному граничному условию на свободной поверхности. Слово «наивный» введено потому, что предполагается, что распределение особенностей имитирует тело, но сами не вызывают возмущений в жидкости, хотя их линия распределения и расположена на свободной поверхности (или на поверхности судна).

MSST - «теория удлинённого судна Мичелла» получена при допущении, что осадка становится малой, как и ширина, то есть применён интеграл Мичелла для случая малой осадки. Выражение для волнового сопротивления по MSST получено Х.Маруо [36] прямым путём без использования интеграла Мичелла. Х.Маруо заметил, что это выражение согласуется с MSST и с выражением, полученным Е.Хогнером для мелкосидящего судна, когда ширина мала в выражении Е.Хогнера [27]. С этой точки зрения теория может быть названа именами Е.Хогнера и Х.Маруо. Выбор в каждом случае отвечает подходу.

VSST - «теория удлинённого судна Воссерса» представляет собой интегральное уравнение. В этой теории определяется распределение диполей в зависимости от площади сечений корпуса. Волновое сопротивление этого распределения диполей даётся точно при линеаризованных условиях на свободной поверхности. Это распределение диполей выражает судно довольно приближённо, потому что выражение диполей через площади сечений является слабым приближением. Кроме того, при интегрировании возникает нарушение

непрерывности в носу и в корме, если не наложить специальные условия. Тогда вводится понятие гладкого заострённого корпуса. Нахождение этих условий гладкости и заострённости играет важную роль во всех трёх теориях, так как без этих условий расчётное волновое сопротивление может получиться бесконечным.

В теории MSST тоже вычисляется волновое сопротивление распределения диполей при линеаризованных граничных условиях на свободной поверхности. Для гладкого заострённого судна результаты теорий MSST и NSST идентичны. Для судов, у которых нос и корма не заострены, NSST даёт бесконечный коэффициент волнового сопротивления, в то время как MSST даёт его конечным и имеющим порядок главного члена $(B/L)^2 \log(B/L)$. Бесконечные и дополнительные члены конечных значений в NSST имеют точно такую же форму, соответственно, как члены порядка $(B/L)^2 \log(B/L)$ и дополнительные порядка $(B/L)^2$ в MSST. Разница заключается в определении напряжений распределённых диполей.

Результаты теории Воссерса переписаны в других обозначениях Дж.Котиком и Е.Томсоном, чтобы удобнее было сравнивать с MSST и NSST. Для незаострённых судов коэффициент волнового сопротивления получается конечным. Однако он содержит некоторые, но не все члены порядка $(B/L)^2$, имеющиеся в MSST? и не имеет членов порядка $(B/L)^2 \log(B/L)$. Полученная формула волнового сопротивления даёт осциллирующие относительно нуля (положительные или отрицательные) значения сопротивления на низких числах Фруда, что видно из асимптотического выражения. Численная оценка для параболической формы корпуса показала, что отрицательные значения волнового сопротивления получается даже для $Fr=0,7$. Г.Воссерс получил потенциал скорости с помощью источников. Применяя теорему Грина и добавляя к поверхностному интегралу линейный интеграл вдоль ватерлинии, он затем нашёл асимптотическое выражение потенциала.

Дж.Котик и Е.Томсон усовершенствовали вывод Г.Воссерса и сравнили с теориями MSST и NSST. Оказалось, что теория Г.Воссерса даёт для заострённого судна бесконечно большое волновое сопротивление. Бесконечные члены имеют несимметричный характер в противоположность членам в NSST и член порядка $(B/L)^2 \log(B/L)$ в MSST. Дополнительные конечные члены в VSST тоже не согласуются с дополнительными членами в NSST и MSST. Для гладких заострённых судов VSST согласуется с MSST и NSST.

В заключение можно сказать, что VSST, которая основана на систематическом, но не строгом анализе, согласуется с MSST и NSST в случае гладких заострённых судов. Это не проливает света на проблему незаострённых судов, так как даёт для них бесконечное сопротивление. С другой стороны MSST, дающая конечное значение сопротивления, является предельным случаем теории Мичелла при малой осадке или предельным случаем Е.Хогнера при малой ширине, которая была найдена непосредственно Х.Маруо при использовании аргументов теории удлинённого судна.

Предельные случаи. Дж.Котик и Е.Томсон проанализировали предельные случаи при $Fr \rightarrow 0$ и $Fr \rightarrow \infty$ для теорий удлинённого судна. Для случая теории удлинённого судна при $Fr \rightarrow 0$ и для узкого судна совершенно различны. MSST не учитывает разницу между сопротивлением частей корпуса судна, имеющих разную осадку. Так как для фиксированных размеров и достаточно низких чисел Фруда часть корпуса, примыкающая к свободной поверхности, доминирует в волнообразовании. MSST не может быть верной на низких числах Фруда. Для $Fr \rightarrow \infty$ MSST тоже предсказывает отрицательное сопротивление. Следовательно, MSST может применяться только, если числа Фруда не слишком малы и не слишком велики. Для случая гладкого заострённого судна все теории удлинённого судна дают один результат, который получается из одного двойного интеграла и имеет конечное значение на всех числах Фруда. Все аналитические и асимптотические выражения, подтверждающие эти выводы, приведены в работе Дж.Котика и Е.Томсона.

Е.О. Так в своей диссертации использовал мощную технику асимптотических выражений, дающую путь для последующего развития теории удлиненного судна.

Допущение, что $S'(x)$ исчезающе мало в носу и в корме, действительно, если концы являются точечными или перпендикулярными к ватерлиниям, но не для вертикальной кормы с не равными нулю углами входа ватерлиний или у тупого носа. Первый из этих двух случаев исследован Х. Маруо [37]. Результирующие концевые поправки содержат члены, которые являются логарифмически большими по ε по сравнению с (II.197). Это исследование развито в работе Ф. Огилви [46], который использует подобранное асимптотическое выражение. Ф. Огилви предположил, что возле носа градиент в продольном направлении мал по сравнению с поперечными производными, но имеет такое же значение, как и на миделе, и рассмотрел частный случай, где двумерное уравнение Лапласа удовлетворяется в плоскости (y, z) , не строгое условие на свободной поверхности (II.193) заменяется «полным» линейным условием (II.190). Полученная краевая задача интересна сама по себе. Выведенную Ф. Огилви поправку нужно ещё согласовать с результатом Х. Маруо. Экспериментальное подтверждение интеграла (II.197) ещё менее ободряюще, чем интеграл Мичелла. Это приводит к заключению, что даже для судов с малым T/L вертикальное распределение источников, как в интеграле Мичелла, имеет большое значение. R (II.196) и интеграл Мичелла приводят к большим горбам и впадинам на кривой волнового сопротивления на малых числах Фруда. Волновое сопротивление удлиненного судна имеет ещё больший дефект, потому что на очень больших и на очень малых числах Фруда даёт отрицательное значение сопротивления.

Р. Барр считал, что польза теории удлиненного судна заключается в том, что она может быть использована как предельный случай для проверки других теорий. Ф. Огилви считал, что в теории удлиненного судна важны не геометрические допущения малости B/L и T/L , а тот факт, что вызванные волны соизмеримы с шириной и осадкой судна.

Несколько работ посвятил теории удлиненного судна Ф. Ноблесс [43], [44]. Он также выполнил численную проверку теории удлиненного судна в статье 1985 года [45]. В те же годы специальную работу для исследования влияния потока в носовой оконечности удлиненного судна выполнил О. Фальтинсен [20]. В этой работе автор применил теорию удлиненного судна для изучения решения на высоких числах Фруда и анализировал решение на регулярном волнении путём сращивания асимптотических разложений. Решение ближнего поля было получено путём решения двумерного уравнения Лапласа с полными условиями на свободной поверхности. Для решения использовались фундаментальные источники и диполи. Метод проверен путём небольшой модификации для усиления переходного процесса осцилляций кругового цилиндра. Сравнение с аналитическими результатами показало хорошее согласование. Численная модель дала также хорошие результаты для установившегося потока за клином. Сравнительно хорошие результаты были получены для модели Виглея и модели 60-ой серии с $C_b = 0,6$. Теоретическая модель для потока в носу в неустановившемся случае использована как основа для расчётов присоединённых масс.

Дж. Лайтхилл [2] относился к теории удлиненного судна скептически. Он говорил, что «вся теория удлиненного судна заключается в том, что люди заботятся о преобразованиях, производящих увеличение вариантов теорий удлиненного судна, поднимают их, лечат их...». С этим мнением трудно не согласиться, потому что при проектировании судов теория удлиненного судна используется в последнюю очередь. Попытка поправить теорию Мичелла и вместо заложенной Мичеллом бесконечной осадки ввести в расчёт осадку, соизмеримую с шириной, судя по оценкам, не приводит к желаемому результату, что хорошо видно на рис. II.6.

Того Господь не покарал,
кто брал без спроса интеграл.

Георгий Александров

Чем меньше бог вмешивается в дела мира и
науки, тем лучше для науки и авторитета бога

Л.Эйлер

II.5. Линейный интеграл в расчётах волнового сопротивления судна

Больше двух десятилетий после Анн Арборского семинара (1963 год) специалисты в области сопротивления воды движению судна занимались вопросом, связанным с линейным интегралом, входящим в строгое решение задачи о волновом сопротивлении. Всё дело в том, что решение Мичелла получено путём интегрирования уравнения Лапласа при линеаризации граничных условий на свободной поверхности и на теле. Более того, форма обтекаемого корпуса судна получена Мичеллом путём распределения особенностей на диаметральной плоскости судна, а не на его поверхности. Когда делаются попытки поставить и решить более точную задачу, то в решении появляется интеграл от особенностей, распределённых по действующей ватерлинии, так называемый, «линейный интеграл». Правильно ли им пренебрёг Мичелл, насколько значим его вклад в величину волнового сопротивления или им действительно можно пренебречь? Как ни странно, мнения резко разделились. Одни считали, что линейный интеграл важен, другие – что его величина настолько мала, что её не стоит учитывать при определении волнового сопротивления. Единственный пункт, по которому нет разногласий – это то, что при точной постановке краевой задачи линейный интеграл необходим, потому что без него сумма мощностей особенностей, представляющих корпус плавающего судна, не равняется нулю. Для полностью погруженного тела этой проблемы нет, потому что нет линии пересечения корпуса судна со свободной поверхностью.

Самое сложное заключается в том, что все расчёты волнового сопротивления, получены ли они аналитически, как в интеграле Мичелла для аналитически заданной формы корпуса судна, или численным интегрированием, трудно результат расчёта сравнить с экспериментом. Из буксировочных испытаний получается кривая остаточного сопротивления, включающая, кроме волнового, ещё вихревое сопротивление, расчёт которого пока получается неточно, а взаимодействие вихревого и волнового вообще почти не рассматривается. Волновое сопротивление, которое получают из волнового анализа, тоже даёт большие расхождения, если сравнивать результаты волнового анализа для одной и той же модели, полученные в разных опытовых бассейнах.

Уже одно то, что введение линейного интеграла никак не приближает положение горбов и впадин на расчётных кривых к экспериментальным и не позволяет, как обычно надеются, на их амплитуды, говорит о том, что этот интеграл не играет решающей роли в вопросе определения волнового сопротивления.

Все решения краевой задачи о волновом сопротивлении судов выполнялись выдающимися математиками, которые пытались с помощью распределения особенностей по действующей ватерлинии хоть как-то учесть сложный процесс, происходящий на свободной поверхности. Однако, они не могли учесть того, что вихревая область подпорных волн в носу отодвигает всю систему кельвиновских волн, а тем более, принять во внимание разрушение волновой поверхности. Практически все решения получены в предположении, что жидкость идеальная, а вихри и разрушение свободной поверхности потока вокруг движущегося судна происходят из-за вязких свойств жидкости.

Тем не менее, кроме практического, все эти работы представляют академический интерес, поэтому и делается данный обзор всех этих работ.

Для нас (как и для всех авторов рассматриваемых работ) практически важным является вопрос о величине вклада линейного интеграла в величину волнового сопротивления, потому что этот вклад естественно связан с мощностью гидродинамических особенностей, которыми задаётся корпус судна. Понятно, что, если мощности этих особенностей берутся такими, как на корпусе, то величина линейного интеграла по сравнению с величиной поверхностного по

всему корпусу ничтожна. Если же мощности источников по ватерлинии намного больше, то непонятно, как в задаче обеспечивается гладкость поверхности корпуса судна в этом случае. В данном обзоре рассматриваются не только сами работы, но и связанные с ними дискуссии.

Одной из основных задач на Анн Арборском семинаре была проверка постановки задачи о полном сопротивлении судна и выделение его волнового сопротивления. Считалось, что волновое сопротивление составляет основную часть остаточного сопротивления, поэтому его расчёт должен выполняться с максимальной точностью. Кроме того, так как было решено в дальнейшем делить полное сопротивление на волновое и вязкостное, возникла необходимость проверить постановку и решение теоретической задачи о сопротивлении судна. В процессе этой проверки обнаружилось, что при корректной постановке задачи необходимо учитывать линейный интеграл, берущийся по линии пересечения свободной поверхности с поверхностью корпуса судна. При этом потенциал скорости, выражается через функцию Грина дублированной модели в виде

$$\varphi(x, y, z) = \frac{1}{4\pi} \iint_{\Sigma_B} (\varphi_r G_n - \varphi_{rn} G) dS + \frac{1}{4\pi k_o} \oint_L (\varphi_{1x} G - \varphi_1 G_x) dy,$$

где φ_r - потенциал дублированной модели, G - известная функция Грина для источника, движущегося возле свободной поверхности.

На необходимость введения в потенциал скорости линейного интеграла для уточнения задания корпуса судна указали А.Питерс и Дж.Стокер [48]. Присутствие линейного интеграла в интегральном уравнении для потенциала скорости было отмечено давно, ещё в 1959 году М.Бесшо [7]. Линейный интеграл появился снова в статье Дж.Вехаузена [63], где была отмечена его количественная важность. Х.Маруо [38] считал, что линейный интеграл имеет величину высшего порядка малости по сравнению с двойным. Р.Брар и К.Эггерс наоборот, считали, что его величина значительна.

К.Эггерс [19] пришёл к выводу, что линейный интеграл необходимо учитывать, так как он компенсирует нерегулярность поверхностного интеграла.

Дж.Котик и Р.Морган [31]. тоже указывали на необходимость введения в потенциал скорости линейного интеграла. Они считали, что введение линейного интеграла сглаживает разницу между волновым сопротивлением, полученным по распределению источников и нормальных диполей.

Значение линейного интеграла было снова отмечено в неопубликованном отчёте Р.Брара и в статье Г.Дагана [16]. Л.Ландвебер [33] показал, что в случае нелинейного граничного условия на свободной поверхности можно использовать теорему Стокса, чтобы трансформировать линейный интеграл в интеграл по корпусу и получить интегральное уравнение с распределением одних источников. Р.Брар же считал (не опубликовано), что это невозможно сделать при линеаризованных граничных условиях.

Р.Брар [14] указал также, что есть две задачи, требующие учёта линейного интеграла. Во-первых, это необходимо для единственности представления корпуса с помощью гидродинамических особенностей. Во-вторых, для учёта того, что судно пересекает свободную поверхность. Значение линейного интеграла Р.Брар видел в возможности с его помощью более точно задать граничные условия на поверхности корпуса, чтобы снять допущение об его узости или тонкости (удлинённости). В этой работе Р.Брар сформулировал направление будущих исследований для уточнения роли линейного интеграла. Во-первых, необходимо найти критерии для отделения скоростей, на которых важнее точнее удовлетворять условия на свободной поверхности, от тех, на которых важнее условие на корпусе. Во-вторых, необходимо выяснить порядок вклада линейного интеграла.

Роль линейного интеграла очень тщательно изучал М.Бесшо [10]. Он показал, что линейный интеграл даёт не очень большой вклад на больших скоростях, но на малых числах Фруда его роль существенна.

Большое исследование, посвящённое роли линейного интеграла, было выполнено М.Хирата и С.Леви да Консью [25] и рассмотрено на семинаре в Токио. Они указали, что при составлении линеаризованного потенциала скорости потока невязкой жидкости вокруг судна несколько авторов [14], [17], [37] отметили необходимость линейного распределения особенностей вдоль ватерлинии судна, кроме обычного поверхностного распределения по корпусу. Это означает, что в теориях узкого и тонкого судна линейный интеграл становится членом высшего порядка. Они отметили, что в работе Х.Маруо дана интересная физическая интерпретация линейного интеграла как условия полной непрерывности. Они считают, что не исключена возможность того, что линейный интеграл возникает как следствие линеаризации задачи. Чтобы оценить влияние линейного интеграла точно, необходимо решить интегральное уравнение, которое решается только численно. Можно, однако, ждать, что решение будет расходящимся возле свободной поверхности. Авторы нашли выход в использовании аппроксимации для определения напряжений источников.

Вследствие введения линейного интеграла в потенциал скорости выражение волнового сопротивления пишется в виде суммы трёх членов. Первый член получается как результат обычного распределения особенностей по поверхности, второй – благодаря линейному распределению, а третий является результатом взаимодействия первых двух. Численные расчёты показали, что хотя нет видимого изменения в горбах и впадинах на кривой волнового сопротивления, но на значение сопротивления существенно влияет линейное распределение особенностей. Используя самые последние достижения в технике численных расчётов для узкого судна, М.Хирата и С.Леви да Консью посчитали волновое сопротивление для 60-ой серии с $\delta = 0,60$. Они показали, что важен линейный интеграл в оценке волнового сопротивления больше, чем взаимодействие между линейным и поверхностным распределением особенностей.

М.Хирата и Г.Леви де Консью [25] согласились с Х.Маруо в том, что линейный интеграл необходим для непрерывности решения, которая нарушается в случае линеаризации граничных условий. Их линеаризованный потенциал скорости для потока невязкой жидкости вокруг судна, движущегося равномерно, даётся поверхностным распределением особенностей и распределением особенностей вдоль ватерлинии. В соответствии с этим формула потенциала волнового сопротивления представляется как сумма трёх слагаемых, соответствующих поверхностному и линейному распределению особенностей и их взаимодействию. Этот вопрос анализируется в работе М.Хирата и С.Леви-де-Консью, а описан он был ранее в работе С.Огихара, М.Икехата, Х.Маруо [47].

Анализируя работы П.Пина [49], а также Е.Баба и К.Такекума [6], М.Бесшо [11] пришёл к заключению, что линейный интеграл компенсирует разницу в смоченной поверхности объёмного и линеаризованного корпуса.

В.Кусака [32] при численном интегрировании обнаружил, что только с учётом линейного интеграла для тел, пересекающих свободную поверхность, получается суммарная мощность всех распределённых гидродинамических особенностей, имитирующих корпус судна, равной нулю. В.Кусака выполнил сравнительные расчёты с введением линейного интеграла и без него. Он аппроксимировал криволинейную поверхность модели Виглея многогранником из 720 плоских треугольников, на каждом из которых мощность источников распределена равномерно. Оказалось, что без линейного интеграла согласованное решение может быть получено только для погруженного тела. Когда тело пересекает свободную поверхность, то в полученном уравнении все члены сбалансированы, если общее действие всех особенностей равно нулю. С увеличением осадки решение становится подобным обтеканию дублированной модели.

В результате В.Кусака сделал следующие выводы: 1) линейный интеграл даёт серьёзный вклад при определении напряжений источников возле свободной поверхности; 2) введение линейного интеграла позволяет точнее определить волновое сопротивление; 3) линейный интеграл должен приниматься в расчёт для математической согласованности краевой задачи.

1. Формула волнового сопротивления [25]

Предполагая, что судно движется с постоянной скоростью U в отрицательном направлении оси Ox на глубокой воде, что жидкость идеальная и течение бесциркуляционное, линеаризованная форма потенциала скорости может быть написана в виде

$$\Phi = -\frac{1}{4\pi} \iint_S \left(G \frac{\partial \Phi}{\partial n} - \Phi \frac{\partial G}{\partial n} \right) dS + \frac{1}{4\pi v} \int_{L_0} \left(G \frac{\partial \Phi}{\partial x} - \Phi \frac{\partial G}{\partial x} \right)_{z=0} dy \quad (\text{II.198})$$

где v – волновое число, S – поверхность корпуса, L_0 – ватерлиния судна. Это выражение может быть приведено к более удобному виду

$$\Phi(x, y, z) = -\iint_S \sigma(x', y', z') G(x, y, z; x', y', z') dS + \frac{1}{v} \int_{L_0} \sigma(x', y', 0) \cdot n_x \frac{dy}{dx} G(x, y, z; x', y', 0) dS, \quad (\text{II.199})$$

где n_x – направляющий косинус нормали по отношению к x . Асимптотическое выражение (II.199) при $x \rightarrow +\infty$ получается в виде

$$\begin{aligned} \Phi(x, y, z) = & -4v \iint_S \sigma(x', y', z') dS \int_{-\pi/2}^{\pi/2} e^{-v \sec^2 \theta (z+z')} \sin[v \sec^2 \theta ((x-x') \cos \theta + (y-y') \sin \theta)] \sec^2 \theta d\theta \\ & + 4 \int_{L_0} \sigma(x', y', 0) \cdot n_x \frac{dy}{ds} dS \int_{-\pi/2}^{\pi/2} e^{-v \sec^2 \theta z} \sin[v \sec^2 \theta \{(x-x') \cos \theta + (y-y') \sin \theta\}] \sec^2 \theta d\theta \end{aligned} \quad (\text{II.200})$$

и может быть альтернативно приведено к виду

$$\begin{aligned} \Phi(x, y, z) = & -4v \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left\{ P \sin(v \sec^2 \theta \omega) - Q \cos(v \sec^2 \theta \omega) \right\} e^{-v \sec^2 \theta z} \sec^2 \theta d\theta + \\ & + 4v \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left\{ \tilde{P} \sin(v \sec^2 \theta \omega) - \tilde{Q} \cos(v \sec^2 \theta \omega) \right\} e^{-v \sec^2 \theta z} \sec^2 \theta d\theta, \end{aligned} \quad (\text{II.201})$$

где

$$\begin{aligned} \left. \begin{aligned} P(\theta) \\ Q(\theta) \end{aligned} \right\} = & \iint_S \sigma(x, y, z) \frac{\cos}{\sin} \left| v \sec^2 \theta (x \cos \theta + y \sin \theta) e^{-v \sec^2 \theta z} ds, \right. \\ \left. \begin{aligned} \tilde{P}(\theta) \\ \tilde{Q}(\theta) \end{aligned} \right\} = & \int \sigma(x, y, z) \cdot n_x \frac{\partial y}{\partial s} \frac{\cos}{\sin} \left| v \sec^2 \theta (x \cos \theta + y \sin \theta) \right\} d\theta. \end{aligned} \quad (\text{II.202})$$

где $ds = dx \cdot \cos \theta + dy \cdot \sin \theta$.

Легко видеть, что второй член в (II.201) представляет собой вклад линейного интеграла. Следующее выражение переписывается в виде

$$\begin{aligned} \Phi(x, y, z) = & U \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left\{ B(\theta) \sin(v \sec^2 \theta \omega) - A(\theta) \cos(v \sec^2 \theta \omega) \right\} \frac{e^{-vz \sec^2 \theta}}{\sec \theta} d\theta - \\ & U \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left\{ \tilde{B}(\theta) \sin(v \sec^2 \theta \omega) - \tilde{A}(\theta) \cos(v \sec^2 \theta \omega) \right\} \frac{e^{-vz \sec^2 \theta}}{\sec \theta} d\theta \end{aligned}$$

где

$$A(\theta) = A_0 + A_e = -\frac{4v}{U} Q(\theta) \sec^3 \theta, \quad B(\theta) = B_0 + B_e = -\frac{4v}{U} P(\theta) \sec^3 \theta,$$

$$\tilde{A}(\theta) = \tilde{A}_0 + \tilde{A}_e = -\frac{4}{U} \tilde{Q}(\theta) \sec^3 \theta, \quad \tilde{B}(\theta) = \tilde{B}_0 + \tilde{B}_e = -\frac{4}{U} \tilde{P}(\theta) \sec^3 \theta.$$

или в виде

$$\Phi = -\frac{U}{v} \int_0^\infty \frac{\cos^4 \theta}{1 + \sin^2 \theta} [(P_1 \cos a - P_3 \sin a) \cos yu + (-P_2 \sin a + P_4 \cos a \sin yu)] \exp(-vz \sec^2 \theta) d\theta +$$

$$+ \frac{U}{v} \int_0^\infty \frac{\cos^4 \theta}{1 + \sin^2 \theta} [(\tilde{P}_1 \cos a - \tilde{P}_3 \sin a) \cos yu + (-\tilde{P}_2 \sin a + \tilde{P}_4 \cos a \sin yu)] \exp(-vz \sec^2 \theta) d\theta$$

(II.203)

где

$$a = vx \sec \theta, \quad u = v \sin \theta \sec^2 \theta m, \quad P_1 = 2A_e; P_2 = 2A_0; P_3 = 2B_e; P_4 = -2B_0;$$

$$\tilde{P}_1 = 2\tilde{A}_e; \tilde{P}_2 = 2\tilde{A}_0; \tilde{P}_3 = 2\tilde{B}_e; \tilde{P}_4 = -2\tilde{B}_0.$$

$$R = \frac{\rho}{2v} \int_{-\infty}^\infty \left\{ \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 - \Phi \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \right) \right\}_{z=0} dy - \frac{\rho}{2} \int_{-\infty}^\infty dy \int_{-\infty}^\infty \left\{ \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 - \Phi \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \right) \right\} dz$$

(II.204)

Выражение (II.204) представляет собой более удобную форму потенциала скорости для использования в уравнении волнового сопротивления, как получается при использовании метода энергии. Следуя Т.Хавелоку [23], некоторые члены в написанных выражениях оцениваются с помощью интегральной теоремы Фурье для двух функций F(y) и G(y). По этой теореме

$$\int_{-\infty}^\infty F(y)G(y)dy = \pi \int_0^\infty (F_1 G_1 + F_2 G_2) du$$

где

$$F(y) = \int_0^\infty (F_1 \cos uy + F_2 \sin uy) du, \quad F_1 = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^\infty F(\alpha) \cos u\alpha d\alpha, \quad F_2 = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^\infty F(\alpha) \sin u\alpha d\alpha$$

$$G(y) = \int_0^\infty (G_1 \cos uy + G_2 \sin uy) du, \quad G_1 = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^\infty G(\alpha) \cos u\alpha d\alpha, \quad G_2 = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^\infty G(\alpha) \sin u\alpha d\alpha.$$

После некоторых преобразований получается следующее выражение для волнового сопротивления

$$R_w = 8\rho\pi k_o^2 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \{ [P(\theta)]^2 + [Q(\theta)]^2 \} \sec^3 \theta d\theta + 8\rho\pi k_o^2 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \{ [\tilde{P}(\theta)]^2 + [\tilde{Q}(\theta)]^2 \} \sec^3 \theta d\theta -$$

$$- 16\rho\pi k_o^2 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \{ P(\theta) \cdot \tilde{P}(\theta) - Q(\theta) \cdot \tilde{Q}(\theta) \} \sec^3 \theta d\theta$$

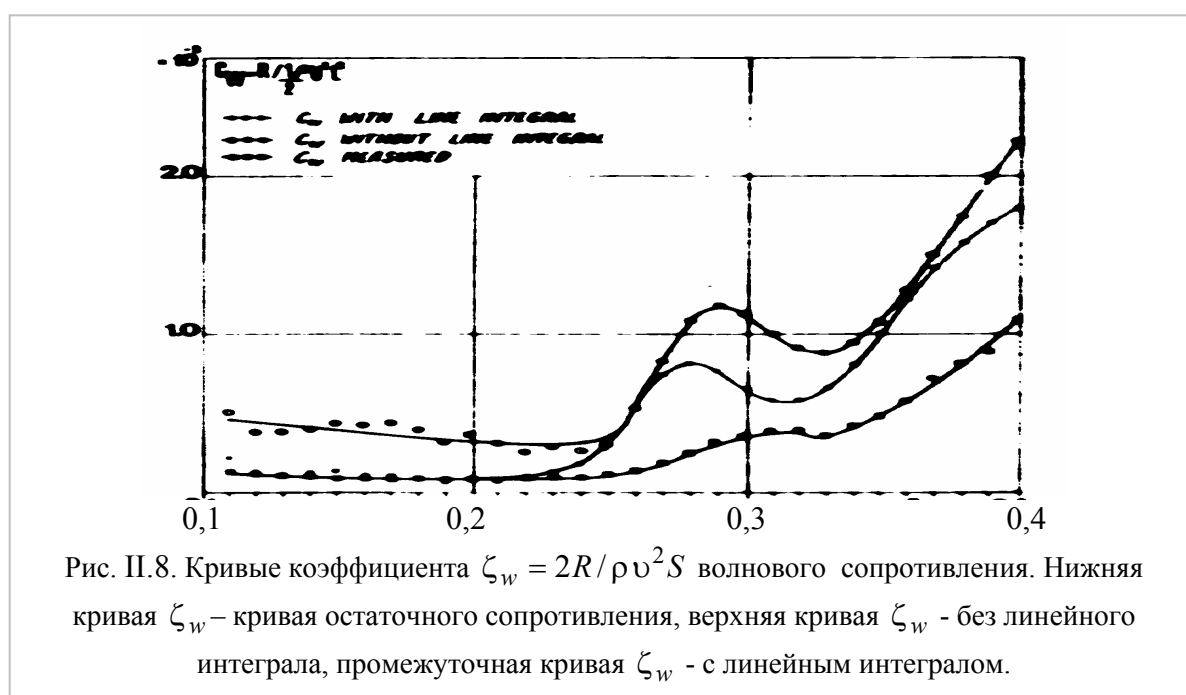
(II.205)

Первый интеграл обыкновенный и даёт действие поверхностного распределения источников. Второй интеграл представляет линейное распределение особенностей, и третий интеграл - результат их взаимодействия.

М.Хирата и С.А.Леви де Консю посчитали волновое сопротивление численными методами по формуле (II.205). Для того, чтобы найти напряжения источников, которые появляются в уравнении (II.202), они решили интегральное уравнение, которое получается из граничных условий. Это можно сделать только численно. Однако, точное решение показало

бы расходимость возле свободной поверхности, которая как-то должна быть устранена перед численным решением уравнения (II.205). С другой стороны, была сделана попытка найти аппроксимации, предполагая, что напряжения источников также аппроксимированы. Для этого можно использовать метод Гесса-Смита. М.Хирата использовал приближённые напряжения источников, которые были рассчитаны с помощью метода, развитого С.Огивара, М.Икехата и Х.Маруо [47]. Этот метод основан на асимптотике удлиённого судна и технике конформных отображений. Предположения теории удлиённого судна ограничены, и математически это делает процедуру несогласованной, так как при этих предположениях линейный интеграл становится величиной высшего порядка. Но этот подход был использован, потому что численные результаты, полученные С.Огихара, М.Икехата и Х.Маруо были не так плохи.

Численные расчёты были выполнены Хирата и Леви де Консью для модели 60-ой серии с коэффициентом полноты 0,60. Результаты расчётов показали (рис. II.8), что линейный интеграл важен. Действие линейного распределения источников более важно, чем взаимодействие.



Авторы отметили, что дополнительное распределение источников по ватерлинии не вызывает существенного изменения в положении горбов и впадин.

Здесь следует сделать важное замечание. Во всех расчётах волнового сопротивления в идеальной жидкости положение горбов и впадина расчётных кривых не может совпадать с их положением на экспериментальных кривых, потому что ни в одном таком расчёте не может учитываться сдвиг носовой системы волн вихревой зоной подпорных волн в носу судна или его модели. Кроме того, мощность и память компьютеров того времени не давали возможности точно рассчитывать линейный интеграл этой задачи.

Авторы пишут, что существование потенциала второго порядка, не содержащего линейный интеграл, приводит его к такой же формуле, как и для погруженного узкого тела. Линейные интегралы появляются при формулировке потенциала второго порядка, соответствующего изменению смоченной поверхности или при интегрировании по свободной поверхности, но конечная формула не включает линейного интеграла. Этот факт подразумевает, что даже если смоченная поверхность сильно изменяется на высоких числах Фруда, классический потенциал первого порядка может быть хорошо аппроксимирован для плавающего судна, поэтому мы не нуждаемся в рассмотрении влияния изменения смоченной поверхности на потенциал второго порядка.

Самые тщательные исследования смысла и роли линейного интеграла были выполнены К.Эггерсом и М.Бесшо. К.Эггерс использовал линейный интеграл для объяснения парадокса Гедда, рассмотрел линейный интеграл в расчёте Х.Маруо, получил выражение сопротивления в зависимости от сил источников, вихрей и дублетов, рассмотрел связь с линейным интегралом от форштевень до кормы Вехаузена и, наконец, выполнил расчёт составляющих сопротивления из интеграла Маруо I_M .

2. Связь парадокса Гедда с необходимостью введения линейного интеграла в расчёт волнового сопротивления [19]

Парадокс Гедда: величина сопротивления, полученного из волн дальнего поля и из распределения давления по корпусу судна получается разной.

Для доказательства К.Эггерс рассмотрел разные формулы определения волнового сопротивления: 1) формулу для выражения волнового сопротивления судна в зависимости от характеристик на поперечной плоскости, то есть из волнового анализа, и 2) формулу определения волнового сопротивления через распределение давлений по корпусу до невозмущённой свободной поверхности.

1) Точная формула для выражения волнового сопротивления судна в зависимости от характеристик на поперечной плоскости $x = x_s$ позади судна, известна [3] как

$$R = \frac{\rho}{2} \iint_{\Sigma_S} \{(\varphi_y^2(x_S, y, z) + \varphi_z^2 - \varphi_x^2)\} dzdy + \frac{\rho g}{2} \oint_{\Sigma_k \cup S_k} \zeta^2(x_S, y) dy \quad (\text{II.206})$$

или

$$R = \frac{g}{2} \iint_{\Sigma_S} \{(\varphi_y^2(x_S, y, z) + \varphi_z^2 - \varphi_x^2)\} dzdy + \frac{\rho g}{2} \oint_{S \cup \Sigma} \zeta^2(x_S, y) dy$$

Если e - некоторый принятый малый параметр и если как потенциал скорости φ , так и подъём свободной поверхности ζ точны до членов порядка e^4 в (II.206) и могут быть использованы для определения соответствующих приближений $R^{(1)}$ и $R^{(3)}$ для R через

$$R^{(2)} = \frac{\rho}{2} \iint_{\Sigma_S} (\varphi_y^2 + \varphi_z^2 - \varphi_x^2) dzdy + \rho \oint_{S_k \cup \Sigma_k} \varphi_x^2 / 2k_o dy \quad (\text{II.207})$$

$$R^{(3)} = R^{(2)} + \frac{\rho V}{2g} \oint_{S_k \cup \Sigma_k} \varphi_x \{ \varphi_{xx} / k_o - \varphi_x \} dy,$$

где V скорость судна считается положительной вдоль $+x$ -оси и $k_o = g/V^2$ - основное волновое число, тогда $R^{(3)}$ будет зависеть только от x_s через члены, меньшие, чем e^4 даже если плоскость $x = x_s$ недалеко от судна. В рамках теории узкого судна первого порядка соответствующее выражение сопротивления – это $R^{(2)}$.

2) Известно, что подъём волны относится к потоку невозмущённой свободной поверхности $z = 0$ через выражение

$$\zeta(x, y) = \frac{V}{g} \varphi_x(x, y, 0) - \frac{1}{2g} (\nabla \varphi \cdot \nabla \varphi) + \varphi_x \varphi_{xz} / gk_o + O(e^3) \quad (\text{II.208})$$

с $(\nabla \varphi \cdot \nabla \varphi) = \varphi_x^2 + \varphi_y^2 + \varphi_z^2$, и что на $z = 0$ мы имеем

$$\varphi_{xx} + k_o \varphi_z = \delta_f(x, y) = \frac{1}{V} \{ (\nabla \varphi \cdot \nabla \varphi)_x - \frac{\varphi_x}{k_o} (\varphi_{xx} + k_o \varphi_z)_z \} + O(e^3) \quad (\text{II.209})$$

и при использовании уравнения Лапласа

$$\varphi_{xx} + \varphi_{yy} + \varphi_{zz} = 0 \quad (\text{II.210})$$

можно показать, что [19]

$$\varphi_x(x, y, 0)\delta_f(x, y) = \frac{g}{V} \{-(\varphi_x \varphi_{xz} / k_o - \varphi_x^3)_x + (\varphi_x^2 \varphi_y)_y\} + O(e^4). \quad (\text{II.211})$$

Теперь для области D , где (II.210) сохраняется внутри некоторой поверхности S с вектором $m = (n_x, n_y, n_z)$, имеется

$$\iint_S \{(\nabla \varphi \cdot \nabla \varphi) n_x / 2 - \varphi_x (n \cdot \nabla \varphi)\} dS = 0 \quad (\text{II.212})$$

Теперь D рассматривается как область $z \leq 0$ впереди $x = x_s$ с областью D^i , включающей ту, которая охвачена судном, пусть S_o - поверхность корпуса, отделяющая D^i от D . Пусть S_f относится к верхней границе $z = 0$ области D , встречающей S_o вдоль ватерлинии C погруженного судна. Тогда из (II.207) и (II.212) получается (кроме последних членов)

$$R^{(3)} / \rho = \iint_{S_o} \{(\nabla \varphi \cdot \nabla \varphi) / 2 \cdot n_x - \varphi_x (n \cdot \nabla \varphi)\} dS_o + \iint_{S_f} \varphi_x (n \cdot \nabla \varphi) dS_f + \int_{x=x_s} \varphi_x^2 / 2k_o dy, \quad (\text{II.213})$$

если ориентировать \mathbf{n} так, что n_x положительна в корме, то есть вне D . Используя (II.211), получают

$$R^{(3)} / \rho = \iint_{S_o} \{(\nabla \varphi \cdot \nabla \varphi) / 2 - V \varphi_x\} n_x dS_o - \iint_{S_o} \varphi_x \{n \cdot \nabla \varphi - V n_x\} dS_o + \oint_C \varphi_x^2 / 2k_o dy + \frac{V}{g} \oint_C \varphi_x^2 \{ \varphi_{xz} / k_o - \varphi_x + \varphi_y \cdot \frac{dx}{dy} \} dy + O(e^4) \quad (\text{II.214})$$

Здесь и во всех выражениях сопротивления дальше линейный интеграл должен быть взят вдоль C в том смысле, что dy положительно вдоль кормы.

Когда давление сохраняется постоянным и дано в виде $p / \rho = -(\nabla \varphi \cdot \nabla \varphi) / 2 + V \varphi_x - gz$, соответствующая аппроксимация R , полученная из интеграла давлений по корпусу до членов порядка e^3 и e^4 соответственно равна

$$R_p^{(2)} = \rho \iint_{S_o} \{(\nabla \varphi \cdot \nabla \varphi) / 2 - V \varphi_x\} n_x dS - \rho g \oint_C (\zeta^2 / 2) dy, \quad (\text{II.215})$$

$$R_p^{(3)} = R_p^{(2)} - \rho \oint_C \zeta \{V \varphi_x - (\nabla \varphi \cdot \nabla \varphi) / 2\} dy + \frac{\rho}{2} \oint_C \zeta^2 V \varphi_{xz} dy.$$

Теперь граничное условие на S_o равно

$$\delta_S \equiv (\mathbf{n} \cdot \nabla \varphi) - V \cdot n_x = 0, \quad (\text{II.216})$$

и при допущении вертикального шпангоута вдоль C может быть выражено как

$$\delta_C = \{ \varphi_x - V \} \frac{dy}{dx} - \varphi_y = 0. \quad (\text{II.217})$$

3) Разности сопротивлений разных порядков. Итак, разности

$$R^{(3)} - R_p^{(3)} \text{ и } R^{(2)} - R_p^{(2)}$$

могут быть выражены как

$$R^{(2)} - R_p^{(2)} = -\rho \iint_{S_o} \delta_S \varphi_x dS_o + \rho \oint_C \varphi_x^2 / k_o dy + O(e^3) \quad (\text{II.218})$$

$$R^{(3)} - R_p^{(3)} = -\rho \iint_{S_o} \delta_S \varphi_x dS_o - \rho \oint_C \frac{V}{g} \varphi_x^2 \delta_C dy + \frac{\rho V}{2g} \oint_C \varphi_x^2 \varphi_{xz} / k_o dy + O(e^4)$$

Тогда, даже, если и (II.216), и (II.217) сохраняются, здесь остаётся ещё e^3 между $R^{(3)}$ и $R_p^{(3)}$ и при допущении о линеаризации условия на свободной поверхности $\delta_f = 0$ в (II.209))

можно даже найти расхождение порядка e^3 между $R^{(2)}$ и $R_p^{(2)}$, как было отмечено Г.Геддом [21].

Можно здесь видеть, что $\delta_s = 0$ на S_o не применяется автоматически к $\delta_c = 0$ вдоль C ! А именно, если ϕ генерируется распределением источников по S_o и если σ установлено для абсолютных значений шага нормальной скорости, когда проходит из D к D^i через S_o , подходящей к $z = -0$ и, если $\delta_s = 0$ при $z < 0$, можно допустить, что

$$|\delta_c| = \frac{\sigma}{2} \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} \quad (\text{II.219})$$

Это следствие частного поведения функции потенциала Кельвина $G(x, y, z : x', y', z')$, как определено у Вехаузена, когда точка источника (x', y', z') , взята на поверхности $z = 0$. Источники - подобный характер потерян [17]. Это становится очевидным из выражения G в зависимости от $k_o r_1$, где r_1 - расстояние от отображённой точки $(x', y', -z')$, r - расстояние от точки потока (x, y, z) до точки источника (x', y', z')

$$G \approx \frac{1}{r} - \frac{1}{r_1} + 2k_o r_1 (z + z_1) / \{(y - y')^2 + (z + z')^2\} + O(k_o^{3/2}) \quad (\text{II.220})$$

3. *Линейный интеграл Маруо – как способ обеспечить единственность сопротивления первого порядка.*

Если бы потенциал скорости включал член $-I_M = \lim z' \rightarrow -0$ в

$$-\frac{1}{k_o} \oint_C \phi_x(x', y', 0) G(x, y, z, x', y', z') / 4\pi dy, \quad (\text{II.221})$$

соответствующем некоторому распределению источников мощности $-\oint \phi_x / k_o dy$, где теперь интеграл должен быть взят против часовой стрелки, по закону Лагалли это распределение может вызвать компоненту сопротивления $R_M = \rho / k_o \oint \phi_x^2 dy$, которая вместе $R_p^{(2)}$ сразу компенсирует $R^{(2)}$, если сохраняется (II.216).

Интегральный член I_M можно проследить у Маруо [38] в интерпретации работы Сизова. Автор смог показать, что его присутствие в потенциале второго порядка Вехаузена только виртуально [63]. Это может быть получено формально, если принять в расчёт волновой профиль, когда удовлетворено (II.216). Благодаря специальному основному допущению, он не содержится в упомянутых работах Эггерса [17] и Брара [14].

Здесь есть один аргумент (у Гедда) в пользу члена I_M в потенциалах из-за непрерывного распределения источников с подчинением линеаризованному условию на свободной поверхности. Как следует из (II.220), здесь не может быть разрыва ϕ , ϕ_x , ϕ_y на плоскости $z = 0$ поперёк C , для такого потенциала интеграл по вертикальному потоку через целую плоскость $z = 0$ должен кончиться из-за линеаризованного условия на свободной поверхности. Однако, поток вверх вне C , следуя ненулевой полной мощности распределения источников по S_o , был бы сбалансирован только мощностью $-\oint \phi_x / k_o dy$, благодаря I_M , если сохраняется граничное условие на теле (II.216) точно!

Следует заметить, что (Эггерс, [19]) и (Брар, [15]) знак «минус» I_M появляется органически связанным с членом $I_w = -\oint \phi G_x / k_o dy$ и что анализ Вехаузена может быть сформулирован только с этими членами (для судна в зафиксированном положении). Но разность $I_w - I_M$ может быть включена в интеграл по S_o , как это сделано в работе Эггерса [17] и в более общем виде показано Л.Ландвебером [35]. Дополнительный член $-I_M$ может

быть рассмотрен как собственное решение задачи Неймана-Кельвина [15], вызываемое «условием Кутта» о том, что нет противоречия второго порядка между определением $R^{(2)}$ и $R_p^{(2)}$. В свете (II.210) и (II.203) $-I_M$ может быть рассмотрен как компенсация игнорированной правой части (II.201).

4. Выражение сопротивления в зависимости от сил источников, вихрей и дублетов [19]

К.Эггерс рассмотрел потенциал некоторого фиктивного внутреннего потока ϕ^i , определённый в D^i , удовлетворяющий уравнению Лапласа (II.210) и линеаризованному граничному условию на свободной поверхности (II.209) с $\delta_f \equiv 0$, где \mathbf{e}_1 - единичный вектор в направлении $+x$ из (II.202). Тогда имеется

$$\iint_{S_o} \left((\nabla \phi^i \nabla \phi^i) / 2 (\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{n}) - (\mathbf{e}_1 \cdot \nabla \phi^i) (\mathbf{n} \nabla \phi^i) \right) dS_o + 1/2 k_o \oint_C \phi_x^i{}^2 dy = 0. \quad (\text{II.222})$$

Для выделения этого из (II.221) определяется :

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_n &= (\mathbf{n} \cdot \nabla \phi) \cdot \mathbf{n}, \quad \mathbf{V}_t = \mathbf{V} - \mathbf{V}_n = [\mathbf{n} \times [\nabla \phi \times \mathbf{n}]], \quad \sigma = \{ \mathbf{V}_n - \mathbf{V}_n^i \} \cdot \mathbf{n}, \\ \mathbf{V}_n^i &= (\mathbf{n} \cdot \nabla \phi^i) \cdot \mathbf{n}, \quad \mathbf{V}_t^i = \mathbf{V}^i - \mathbf{V}_n^i = [\mathbf{n} \times [\nabla \phi^i \times \mathbf{n}]], \quad \gamma = \{ \mathbf{V}_t - \mathbf{V}_t^i \} \times \mathbf{n}. \end{aligned} \quad (\text{II.223})$$

Далее, используется верхняя линия для обозначения оператора осреднения значений обеих сторон S_o , так что

$$\bar{\mathbf{V}}_n = \{ \mathbf{V}_n + \mathbf{V}_n^i \} / 2, \quad \bar{\mathbf{V}}_t = \{ \mathbf{V} - \mathbf{V}_t^i \} / 2, \quad \bar{\phi}_x = \{ \phi_x + \phi_x^i \} / 2$$

и подобным путём используется нижняя линия для разности так:

$$\underline{\mathbf{V}}_n = \mathbf{V}_n - \mathbf{V}_n^i, \quad \underline{\mathbf{V}}_t = \mathbf{V}_t - \mathbf{V}_t^i, \quad \underline{\mathbf{V}}(\mathbf{V}\mathbf{n}) = \underline{\mathbf{V}}(\bar{\mathbf{V}}\mathbf{n}) + \bar{\mathbf{V}}(\underline{\mathbf{V}}\mathbf{n}) = \underline{\mathbf{V}}_n(\mathbf{V}\mathbf{n}) + \underline{\mathbf{V}}_t(\mathbf{V}\mathbf{n}).$$

Тогда можно проверить, что

$$\begin{aligned} (\mathbf{V}\mathbf{V}) \cdot \mathbf{n} / 2 &= (\mathbf{V}_n \mathbf{V}_n) \mathbf{n} / 2 + (\mathbf{V}_t \mathbf{V}_t) \mathbf{n} / 2, \quad (\mathbf{V}_n \mathbf{V}_n) / 2 = (\bar{\mathbf{V}}_n \cdot \mathbf{n}) \sigma, \\ (\mathbf{V}_t \mathbf{V}_t) \mathbf{n} / 2 &= (\underline{\mathbf{V}}_t \bar{\mathbf{V}}_t) \mathbf{n} = [\underline{\mathbf{V}}_t \times [\bar{\mathbf{V}}_t \times \mathbf{n}]] = [\underline{\mathbf{V}}_t \times \gamma], \\ \underline{\mathbf{V}}(\mathbf{V}\mathbf{n}) &= -\bar{\mathbf{V}} \sigma - \underline{\mathbf{V}}(\bar{\mathbf{V}} \cdot \mathbf{n}); \quad \underline{\mathbf{V}}(\bar{\mathbf{V}}\mathbf{n}) = \underline{\mathbf{V}}(\bar{\mathbf{V}}_n \cdot \mathbf{n}) = \bar{\mathbf{V}}_n \sigma + [\underline{\mathbf{V}}_n \times \gamma], \end{aligned} \quad (\text{II.224})$$

Путём вычитания (II.222) из (II.224) окончательно получают

$$\begin{aligned} R^{(3)} / \rho &= \iint_{S_o} \{ \sigma (\bar{\mathbf{V}} \cdot \mathbf{e}_1) + (\mathbf{e}_1 \cdot [\bar{\mathbf{V}} \cdot \gamma]) \} dS_o + \oint_C \bar{\phi}_x \cdot \phi_x / k_o dy + \\ &+ \mathbf{V}/g \oint_C \phi_x^2 \left\{ \phi_{xz} / k_o - \phi_x + \phi_y \frac{dx}{dy} \right\} dy + O(e^4). \end{aligned} \quad (\text{II.225})$$

Первый член – это сила Лагалли с мощностью источника σ , второй член – это сила Кутта-Жуковского от распределения вихрей γ . Третий член должен исчезать на C из-за (II.213).

Рассматривается начальное выражение (II.213) снова, теперь оно свёртывается к выражению, главным образом, содержащему силы источников и дублетов. Привлекая теорему Стокса для поля вектора $[\mathbf{e}_1 \phi \times \nabla \phi]$, при использовании уравнения Лапласа (II.210), можно показать

$$\iint_{S_o} (\nabla \phi \nabla \phi) \mathbf{n}_x dS_o = \oint_C \phi \phi_z dy + \iint_{S_o} (\mathbf{n} \cdot \nabla \{ \phi \phi_x \}) dS_o \quad (\text{II.226})$$

при условии $\nabla \phi$ непрерывна на S_o , и таким образом

$$R^{(3)} / \rho = 1/2 \iint_{S_o} \{ \varphi (\mathbf{n} \cdot \nabla \varphi_x) - \varphi_x (\mathbf{n} \cdot \nabla \varphi) \} dS_o + 1/2 k_o \oint_C \{ \varphi_x^2 + k_o \varphi \varphi_z \} dy +$$

$$+ \mathbf{V}/g \oint_C \varphi_x^2 \left\{ \varphi_{xz} / k_o - \varphi_x + \varphi_y \frac{dx}{dy} \right\} dy + O(e^4) \quad (\text{II.227})$$

Последний член в двойном интеграле происходит из силы Лагалли на распределении источников $\sigma = (\mathbf{n} \cdot \nabla \varphi)$, первый отражает подобную силу от распределения дублетов с вектором момента $\mathbf{n}\varphi$. Инвариантность постоянных в φ является результатом из $\rho/2 \oint_C \varphi \varphi_z dy$. Это, кажется, отражено Р.Цукером [69] как предупреждение против использования формулы Лагалли в случае слоёв дублетов, изначально не ограниченных во внутренней части области жидкости.

5. Связь с линейным интегралом от форштевня до кормы по Вехаузену [63]

Член источников в (II.227) с убыванием отношения ширины к длине ε будет стремиться только к одной половине волнового сопротивления Мичелла, хотя хорошо известно, что вклад слоя дублетов в потоке низшего порядка, чем от источников [63], [17]. Другая половина может быть выделена из второго члена по частному интегрированию по x , дающему

$$R^{(3)} / \rho = - \iint_{S_o} \varphi_x (\mathbf{n} \cdot \nabla \varphi) dS + \int \varphi \cdot (\mathbf{n} \cdot \nabla \varphi) dz + 1/2 k_o \oint_C \{ \varphi_x^2 + k_o \varphi \varphi_z \} dy + O(e^3) + O(e^2 \varepsilon) \quad (\text{II.228})$$

второй интеграл в этом выражении берётся вдоль форштевня и кормы.

Здесь дополнительный линейный интеграл по dz должен быть оценён в смысле, что $(\mathbf{n} \cdot \nabla \varphi) dz$ всегда отрицательно (n_x положительно в корме!), если $(\mathbf{n} \cdot \nabla \varphi)$ имеет знак, предписанный в (II.216). С замеченным (II.216), удвоенный этот член прямо относится к соответствующему интегралу Вехаузена [64], полученному с использованием Лагранжевых координат, но в подходе узкого судна мы должны вычесть некоторый остаточный вклад от привлечения теоремы Стокса, из-за разрыва φ_y вдоль форштевня и ахтерштевня в теории Мичелла.

6. Расчёт составляющих сопротивления из интеграла Маруо I_M

В принципе, интегральное уравнение должно быть решено для определения φ_x на C при (II.217). Игнорируя это требование, итерации могут быть выполнены, начиная с потока первого порядка типа Мичелла $\varphi^{(o)}$, используя рекуррентное отношение

$$4\pi \varphi^{(n)} = -1/k_o \oint_C \varphi_x^{(n-1)}, G dy$$

Это подразумевает последовательное приближений к R_M , начиная с

$$R_M^{(o)} = -\rho \oint_C \varphi_x^{(o)2} / k_o dy, \quad (\text{II.229})$$

$$R_M^{(1)} = 2/k_o^2 g \oint_C \varphi_x^{(o)}(x, y, 0) \oint_C \varphi_x^{(o)}(x, y, 0) G_x(x, y, 0, x', y', -0) / 4\pi dy dy,$$

$$R_M = R_M^{(o)} + R_M^{(1)} + O(e^2, \varepsilon^3);$$

Можно показать, что

$$R_M^{(o)} = O(e^2 \varepsilon); \quad R_M^{(1)} = O(e^2, \varepsilon^3 \log \varepsilon).$$

$R_M^{(1)}$ никогда не может быть отрицательным. Для симметричного судна относительно миделевого сечения только часть свободной поверхности $\varphi^{(o)}$ даёт вклад, и сила потока $\nabla\varphi_M^{(o)}$ от сингулярности, генерирующая $\varphi^{(o)}$, исчезает. $R_M^{(o)}$ значительна даже для такой узкой модели как планка Вейнблюма, Кендрика, Тодда [66] с $\varepsilon = 0,027$. Она показывает осциллирующую синхронность с такими значениями, какие даёт интеграл Мичелла. Сравнительные расчёты показаны на рис. П.9 [19].

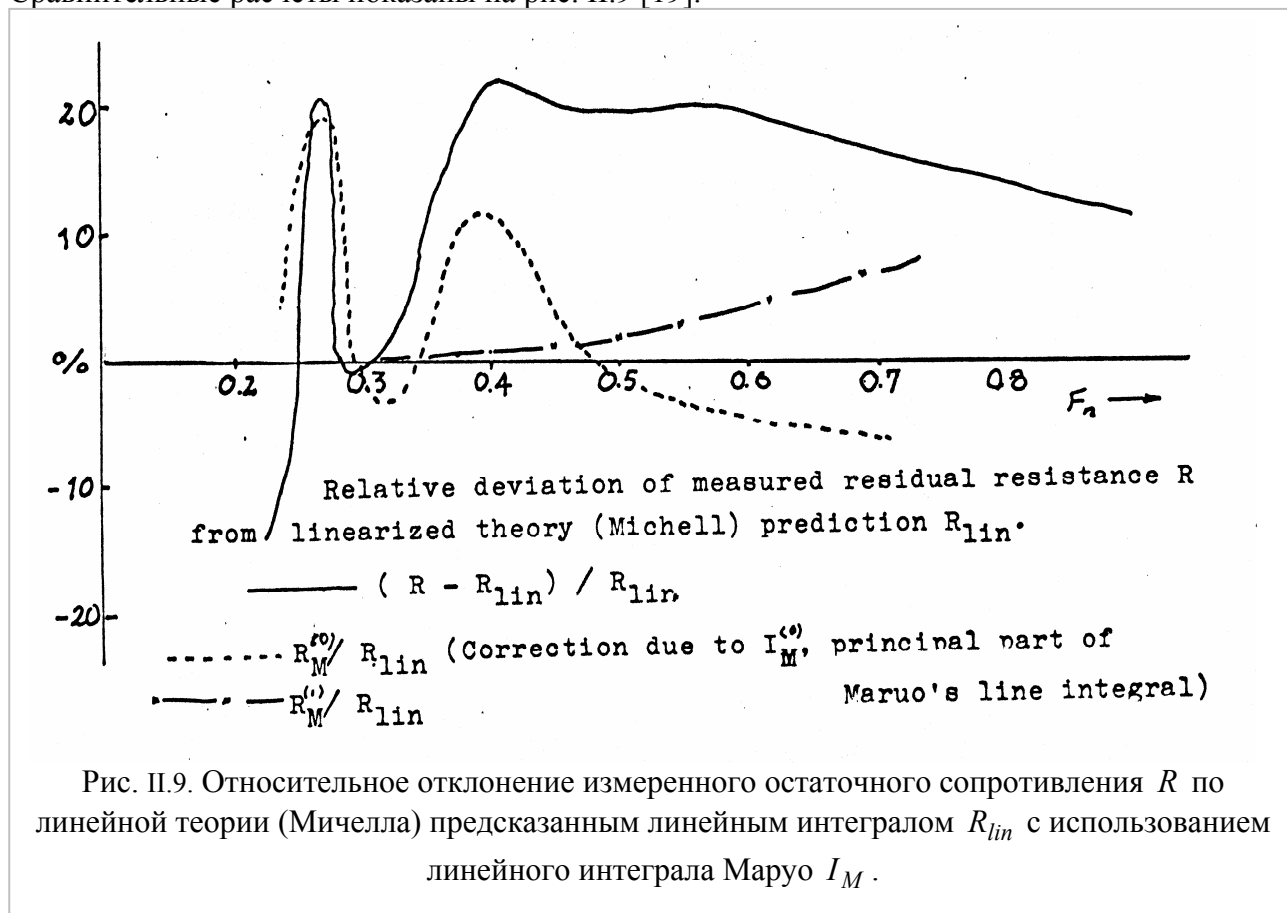


Рис. П.9. Относительное отклонение измеренного остаточного сопротивления R по линейной теории (Мичелла) предсказанным линейным интегралом R_{lin} с использованием линейного интеграла Маруо I_M .

7. Исследования М.Бесшо

Профессор М. Бесшо изучал роль линейного интеграла в Национальной Академии Японии. К тому времени, как М. Бесшо начал заниматься этим вопросом, существовало два мнения о вкладе линейного интеграла в волновое сопротивление плавающего тела. Одно мнение Х.Маруо [38] и Дж.Вехаузена [65] состояло в том, что линейный интеграл даёт вклад высшего порядка и не должен учитываться в линейной теории. По другому мнению Р. Брава [15] и К.Эггерса [19] вклад этот очень велик и должен быть учтён в расчёте волнового сопротивления по линейной теории.

Для первого мнения послужила гипотеза о том, что изменение волнового сопротивления мало, если потенциал скорости меняется на величину высшего порядка. М.Бесшо считает, что эта гипотеза не всегда справедлива, потому что волновое сопротивление не имеет ни верхнего, ни нижнего пределов, а зависит от данной формы корпуса судна. Правильнее поставить вопрос о том, в каком случае можно пренебречь линейным интегралом, а когда нельзя.

Другая трудность, связанная с линейным интегралом, заключается в представлении краевой задачи. Возникает вопрос о единственности решения обычной краевой задачи. Такой вопрос возникает в теории глиссирующих судов, когда смоченная поверхность не может быть легко определена.

Путь для обхода этой трудности в использовании собственного решения, когда граничное условие однородно. Например, для тонкого подводного крыла с малой осадкой решается граничная задача, когда можно подсчитать подъём смоченной поверхности на носике крыла. Если же поверхность жидкости задаётся заранее на нижней поверхности крыла, то это и есть глиссирующая поверхность. М.Бесшо для случая плавающего тела предложил такую же процедуру. Преобразуя путём интегрирования по частям выражение для потенциала и оценивая затем все слагаемые, М.Бесшо показал, что линейный интеграл даёт не очень большой вклад в движение жидкости на высокой скорости, и это сравнивается с результатами эксперимента.

Пусть [10] судно движется по поверхности спокойной воды и пусть его смоченная поверхность обозначена S , а свободная поверхность обозначена F . Тогда пусть судно движется с постоянной единичной скоростью, а его дифферент и крен не принимаются во внимание, его смоченная поверхность изменена до S^* и свободная поверхность до F^* , движение жидкости имеет потенциал $\varphi(P)$, где $P(x,y,z)$.

Координатная система взята так: ось X направлена по движению судна, Y - на левый борт, а Z вверх. Судно симметрично относительно диаметральной плоскости.

Потенциал скорости записывается в виде

$$S(P,Q) = \frac{1}{4\pi r(P,Q)} + A(P,Q), \quad (\text{II.230})$$

где $P(x,y,z)$, $Q(x',y',z')$ точки в пространстве и на поверхности тела, $r = \overline{PQ}$ и $A(P,Q)$ регулярная функция во всей области жидкости. Тогда при обычных допущениях о свойствах на бесконечности получается представление

$$\varphi(P) = \iint_{S^*+F^*} \left(\varphi(Q) \frac{\partial S(P,Q)}{\partial n} - \frac{\partial \varphi}{\partial n} S(P,Q) \right) dS(Q) \quad (\text{II.231})$$

по теореме Грина.

В линеаризованной теории условие на поверхности жидкости F^* приблизительно равно

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + g \frac{\partial}{\partial z} \right) \varphi(x,y,0) = 0 \quad \text{на } F, \quad (\text{II.232})$$

где g – гравитационная постоянная в принятой системе единиц, и подъём поверхности $\zeta(x,y)$ задается в виде

$$\zeta(x,y) = -\frac{1}{g} \frac{\partial}{\partial x} \varphi(x,y,0). \quad (\text{II.233})$$

Более того, регулярная часть $S(P,Q)$, записанная ниже, известна как

$$A(P,Q) = -\frac{1}{4\pi^2} \lim_{\mu \rightarrow +0} \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^{\infty} \frac{(k \cos^2 \theta + g) e^{k(z+z') + ik(\varpi - \varpi')}}{k \cos^2 \theta - g + \mu i \cos \theta} dk d\theta, \quad (\text{II.234})$$

где $\varpi = x \cos \theta + y \sin \theta$ и $\varpi' = x' \cos \theta + y' \sin \theta$.

Тогда интеграл по F^* в формуле (II.231) становится после интегрирования по частям

$$\iint_{F^*} \left(\varphi \frac{\partial S}{\partial n} - \frac{\partial \varphi}{\partial n} S \right) dS - \iint_F \left(\varphi \frac{\partial S}{\partial z} - \frac{\partial \varphi}{\partial z} S \right) dx' dy' = \frac{1}{g} \int_C \left(\varphi \frac{\partial S}{\partial x} - \frac{\partial \varphi}{\partial x} S \right) dy', \quad (\text{II.235})$$

где C кривая пересечения S с F (М.Бесшо [11], Р.Брар [14], Дж. Вехаузен [63], Б. Йим [68]). Это и есть линейный интеграл.

Перед обсуждением можно вспомнить случаи плоского судна или глиссирующую поверхность. В этих случаях нет такой трудности, как линейный интеграл, и существует состоятельная линейная теория, и теория хорошо согласуется с экспериментом (Н.Хогбен [26]).

Тогда вводится линеаризованное давление

$$\frac{1}{\rho} p(x, y) = -\frac{\partial}{\partial x} \varphi(x, y, 0) - g\zeta(x, y), \quad (\text{II.236})$$

где ρ - плотность жидкости, подъём поверхности предполагается непрерывным, и делается частное интегрирование по формуле

$$\varphi(P) = \frac{1}{\rho g} \iint_S P(x', y') \frac{\partial}{\partial x'} S(P; x', y', 0) dx' dy'. \quad (\text{II.237})$$

Для продумывания этого процесса будут даны следующие аргументы. Сначала рассматривается общая сумма линейных источников во втором члене в правой части уравнения (II.235). С помощью (II.232) и (II.233) это даёт

$$\frac{1}{g} \int \frac{\partial \varphi}{\partial x} dy = \int_C \zeta(x, y) dy = - \iint_F \frac{\partial}{\partial z} \varphi dx dy, \quad (\text{II.238})$$

отсюда возникает поток, направленный наружу от поверхности F за единицу времени. Это не должно быть конечным, но не исчезать фактически (Р.Брар [14], М.Бесшо [9]), а гаситься потоком от поверхности судна следующим образом.

Поток от S^* имеет вид

$$- \iint_{S^*} \frac{\partial \varphi}{\partial n} dS = \iint_{S^*} \frac{\partial x}{\partial n} dS, \quad (\text{II.239})$$

потому что

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = -\frac{\partial x}{\partial n} \quad \text{на } S^*. \quad (\text{II.240})$$

Если интегрировать эту нормальную скорость по S , поток становится равным нулю, но S^* не совпадает с S , и тогда это не нуль. Эта разница потоков между S и S^* будет

$$\frac{\partial x}{\partial n} dS^* \cdot \zeta(x, y) dy, \quad (\text{II.241})$$

если поверхность судна пересекает свободную поверхность вертикально.

Так поток от поверхности судна (II.241) не совпадают с потоком (II.238). Отсюда, пренебрегая членами более высоких порядков, возникающих от изменения смоченной поверхности, можно иметь новое представление потенциала скорости

$$\varphi(P) = \varphi_S(P) + \varphi_L(P), \quad (\text{II.242})$$

$$\varphi_S(P) = \iint_S (\varphi(Q) \frac{\partial}{\partial n} S(P, Q) - S(P, Q) \frac{\partial}{\partial n} \varphi) dS(Q), \quad (\text{II.243})$$

$$\varphi_L(P) = \frac{1}{g} \int_C \varphi(Q) \frac{\partial}{\partial x} S(P; x', y', 0) dy' \quad (\text{II.244})$$

и последний - это предложенный линейный интеграл (II.232).

Хорошо известно, что на высоких скоростях

$$\varphi(P) \xrightarrow{g \rightarrow 0} o(g) \quad (\text{II.245})$$

и для узкого судна

$$\varphi(P) = O(B/L), \quad (\text{II.246})$$

тогда мы имеем

$$\varphi_L(P) \xrightarrow{g \rightarrow 0} o(g) \cdot O(B/L), \quad (\text{II.247})$$

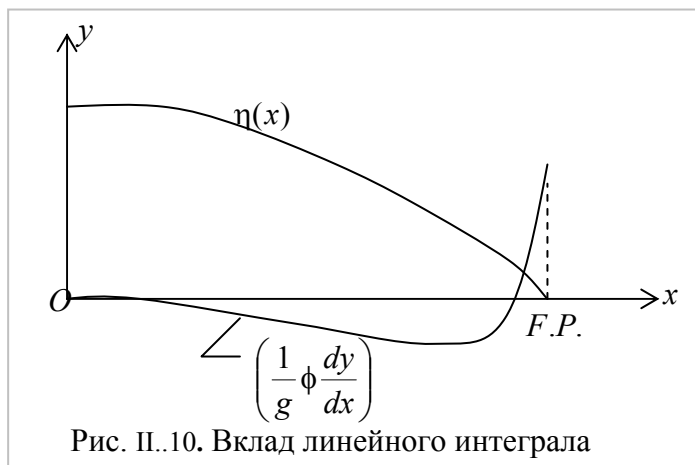


Рис. II.10. Вклад линейного интеграла

который показывает, что линейный интеграл даёт не очень большой вклад на высоких скоростях, и это заключение может быть действительно сравнимо с экспериментальными результатами.

Однако ситуация резко меняется на малых скоростях или в практическом диапазоне скоростей водоизмещающих судов, и вклад линейного интеграла в волновое сопротивление становится настолько большим, что кривая сопротивления может изменить свой асимптотический характер на малых скоростях (Е.Баба [5], Р.Брар [14]). Общая тенденция влияния линейного интеграла на волновое сопротивление может быть понята следующим образом: пусть потенциал узкого судна φ_s представлен распределением диполей, и сравним это с потенциалом φ_L на рис. II.10. Отсюда можно понять, что линейный интеграл вызывает большие изменения сопротивления на низких скоростях, потому что поправка диполя будет относительно больше, чем начальные значения возле носа и кормы. Можно посчитать влияние этого поправочного члена с помощью приближения в виде удлинённого судна, но при этом можно потерпеть неудачу, в общем, потому что поправочный член и его производная не исчезают на обоих концах, так что сопротивление может стремиться к бесконечности. Следовательно, для того, чтобы получить конечное сопротивление, нужно посчитать его, когда линия диполей имеет правильное положение. Другая черта влияния может состоять в том, что это влияние может быть малым или большим в зависимости от формы судна, потому что вклад линейного интеграла очень сильно связан с формой корпуса. Итак, возможно, что чем меньше волновое сопротивление, тем меньше влияние линии диполей и лучше согласование теории с экспериментом.

Последняя черта линии диполей состоит в том, что они связаны с вертикальной силой, действующей на судно, потому что их общая сумма станет

$$\frac{1}{g_c} \int \varphi(x, y, 0) dy = - \frac{2}{g_c} \int \eta(x) \frac{\partial}{\partial x} \varphi(x, \eta, 0) dx = 2 \int_C \zeta(x, \eta) \eta(x) dx, \quad (\text{II.248})$$

так что воображаемое возрастание объёмного водоизмещения и его приращении в ρg раз, и приращение статической плавучести (М.Бесшо [9]) должно быть добавлено к силе Лагалли, так что вертикальная сила может совпасть с силой, выведенной из теории узкого судна (М.Бесшо [10]; Вехаузен [65]), где $\eta(x)$ – это половина ширины корпуса судна.

Между прочим, мы имеем также

$$\frac{1}{g_c} \int \varphi(x, y, 0) dy = \iint_F \zeta(x, y) dx dy, \quad (\text{II.249})$$

что является приращением воды над уровнем главной ватерлинии.

В правой части уравнения (II.249), если мы предположим, что подъём поверхности действительный и не линеаризованный, это даёт общую вертикальную силу поддержания по закону Архимеда.

Конечно, в этом параграфе невозможно подробно рассмотреть все работы, посвящённые изучению роли линейного интеграла. В заключение приводится выполненная нами проверка величины линейного интеграла по схеме, приведённой в обзорной работе К.Эггерса. В 1981 году на Ленинградской Международной конференции опытовых бассейнов К.Эггерс указал на противоречивость толкования роли линейного интеграла, как в представлении поля потока, так и при учёте его вклада в волновое сопротивление. Он указал, что нельзя линейный интеграл упрощённо принимать как поправку к теории Мичелла. Он высказал предположение, что необходимость введения линейного интеграла вызвана скорее линеаризацией условий на свободной поверхности, а не на поверхности корпуса. К.Эггерс говорил, что при обычной линеаризации условий на свободной поверхности и последующей линеаризации высоты волны этот член линейного интеграла $\rho g \zeta^2 / 2 dy$ (с такой ориентацией, что вклад кормы положителен) должен быть учтён.

Для проверки этого мнения нами были выполнены расчёты по его схеме, приводящейся ниже.

С учётом линейного интеграла потенциал скорости записывается в виде

$$\Phi = -\frac{1}{4\pi} \iint_S \left(G \frac{\partial \Phi}{\partial n} - \Phi \frac{\partial G}{\partial n} \right) dS + \frac{1}{4\pi k_o} \int_{L_o} \left(G \frac{\partial \Phi}{\partial x} - \Phi \frac{\partial G}{\partial x} \right)_{z=0} dy \quad (\text{II.250})$$

где k_o - волновое число, S - поверхность корпуса, L - ватерлиния, G - функция Грина.

Отсюда волновое сопротивление получается в виде

$$R_w = \frac{4\rho g^2}{\pi v^2} \int_0^{\pi/2} \left\{ P^2(\theta) + Q^2(\theta) + \frac{v^4}{g^2} [I^2(\theta) + J^2(\theta)] - 2 \frac{v^2}{g} [P(\theta) \cdot I(\theta) + Q(\theta) \cdot J(\theta)] \right\} \frac{d\theta}{\cos^3 \theta} \quad (\text{II.251})$$

где

$$\begin{aligned} P(\theta) &= \iint_S \sigma(x, y, z) \cdot e^{-pz} \cos(kx) ds, & Q(\theta) &= \iint_S \sigma(x, y, z) \cdot e^{-pz} \sin(kx) ds, \\ I(\theta) &= \iint_S \sigma(x, y, z) \cdot n_x \cdot e^{-pz} \cos(kx) ds, & J(\theta) &= \iint_S \sigma(x, y, z) \cdot n_x \cdot e^{-pz} \sin(kx) ds. \end{aligned} \quad (\text{II.252})$$

Интенсивности гидродинамических особенностей определяются при точных расчётах из интегрального уравнения в виде, предложенном Р.Брамом:

$$\sigma(x, y, z) - \frac{1}{2\pi} \iint_S \sigma(\xi, \eta, \zeta) \frac{dG}{dn} dS + \frac{1}{2\pi k_o} \int_L \sigma(\xi, \eta, \zeta) \frac{dG}{dn} n_\xi d\eta = \psi(x, y, z), \quad (\text{II.253})$$

где

$$\psi(x, y, z) = 2 \cdot v \cdot \cos(n, x), \quad k_o = g/v^2. \quad (\text{II.254})$$

В первом приближении при расчёте по линейной теории приняты интенсивности источников для линейного интеграла в виде (как у Мичелла)

$$\sigma(x) = -\frac{2 \cdot v \cdot f'_x}{\sqrt{1 + f_x'^2}}. \quad (\text{II.255})$$

Учитывая, что

$$n_x = \frac{f'_x}{\sqrt{1 + f_x'^2}} \quad (\text{II.256})$$

получается, что для $I(\theta)$ и $J(\theta)$ выражения имеют вид

$$I(\theta) = \frac{1}{k_o} \int_L \frac{f_x'^3}{1 + f_x'^2} \cos(kx) dx, \quad J(\theta) = \frac{1}{k_o} \int_L \frac{f_x'^3}{1 + f_x'^2} \sin(kx) dx. \quad (\text{II.257})$$

Окончательная расчётная формула для волнового сопротивления с учётом линейного интеграла получается в виде

$$R_w = \frac{4\rho g^2}{\pi v^2} \int_0^{\pi/2} \left\{ H^2(\theta) + G^2(\theta) + \frac{v^4}{g^2} [I^2(\theta) + J^2(\theta)] - 2 \frac{v^2}{g} [H(\theta) \cdot I(\theta) + G(\theta) \cdot J(\theta)] \right\} \frac{d\theta}{\cos^3 \theta}, \quad (\text{II.258})$$

где

$$\begin{aligned} H(\theta) &= \iint_S f'_x \cdot e^{-pz} \cos(kx) ds, \\ G(\theta) &= \iint_S f'_x \cdot e^{-pz} \sin(kx) ds, \end{aligned} \quad (\text{II.259})$$

$$I(\theta) = \int_{-L/2}^{L/2} \frac{f_x'^3(x,0)}{1 + f_x'^2(x,0)} \cdot \cos(kx) dx$$

$$J(\theta) = \int_{-L/2}^{L/2} \frac{f_x'^3(x,0)}{1 + f_x'^2(x,0)} \cdot \sin(kx) dx.$$
(II.260)

Интегралы $H(\theta)$ и $G(\theta)$ определяются, как в обычном расчёте по Мичеллу, а линейные интегралы $I(\theta)$ и $J(\theta)$ приходится вычислять численно, потому что они не берутся ни в элементарных, ни в специальных функциях. При аналитических обводах это оказалось очень просто. Производная $f_x'(x,0)$ определяется из уравнения поверхности корпуса.

Расчёты интегралов (II.260) были выполнены для разных обводов. Оказалось, что, независимо от формы ватерлинии, интегралы (II.269) сходятся очень плохо. На компьютерах 60 - 70 годов прошлого века процесс вычисления линейного интеграла занимал около трёх часов. На современных компьютерах этой проблемы нет. Но важно другое, величина этих интегралов зависит от числа разбиений интервала интегрирования ещё больше, чем поверхностные интегралы. Число разбиений интервала интегрирования пришлось выбирать большим (до 3000) для того, чтобы разница в расчётных значениях оказалась ничтожно малой при дальнейшем увеличении числа разбиений интервала интегрирования. При малом числе разбиений величина интеграла оказалась намного больше, чем тогда, когда число разбиений интервала интегрирования превысила 2 - 3 тысячи. Можно допустить, что многие авторы, утверждавшие, что величина линейного интеграла настолько велика, что её требуется учитывать в оценке волнового сопротивления, принимали число разбиений интервала интегрирования такое же, как в поверхностном интеграле, и получали при этом завышенное значение.

Литература к главе II.

1. Готман А.Ш. Изыскание метода расчёта волнового сопротивления с учётом турбулентной вязкости/ А.Ш.Готман // Отчёт по научно-исследовательской работе.- Гос. регистрация № 88.0000800.-НИИВТ, Новосибирск.- 1990.- 64 с., библи. 49.
2. Лайтхилл Л. Волны в жидкостях /Л. Лайтхилл. Мир.- М.- 1981.-600 с.
3. Ламб, Г. Гидродинамика / Г. Лемб.– ОГИЗ.- Гостехиздат.-М.-Л.-1947.- 928с.
4. Милн-Томсон, Л.М. Теоретическая гидромеханика /Л.М.Милн-Томсон.- Мир.-1964.-656 с.
5. Baba, E. Study on separation of ship resistance components /E.Baba// J. of Society Nav. Arch. Japan.- 1969,125.-P.9 – 22.
6. Baba, E. A study on free-surface flow of slowly moving full forms /E.Baba, K.Takekuma// «J. Soc. Nav. Arch. Japan».- 1975 ,137.- P.1-10.
7. Bessho, M. On the Theory of the Wave Resistance. (1st Report) /M. Bessho// Journal of the Society of Naval Architects of Japan.-1959, 105.-P. 1-6.(Japanese).
8. Bessho, M. On the Theory of the Wave Resistance. (2nd Report) /M. Bessho// Journal of the Society of Naval Architects of Japan.- 1960, 106.- P.1-7.(Japanese)
- 9..Bessho, M. On the formula of wave-making force acting on a ship /M. Bessho// Journal of the Society of Naval Architects of Japan.- 1961, 110.- P. 65-73.(Japanese)
10. Bessho, M. Line integral, uniqueness and diffraction of wave in the linearized theory /M. Bessho// Proc. Intern. Seminar on Wave Resistance».-Tokyo.- 1976.- P.45-55.
11. Bessho, M. On the fundamental singularity in a theory of ship motion in a seaway /M. Bessho// Memoirs Def. Acad., Japan.- 1977,17.-P. 95-105.
12. Birkhoff G. Jets, Wakes, and Cavities / G.Birkhoff, K.H.Zarantonello // Academic Press, INC.- 1957.
13. Brard R. Viscosity, Wake, and Ship Waves /R.Brard// Journal of Ship Research.-1970, 14, 4.- P.207 – 240.

14. Brard, R. The Representation of a Given Ship Form by Singularity Distributions When the Boundary Condition on the Free Surface is Linearized /R.Brard// Journal of Ship Research. - 1972, 16, № 1.- P.79 – 92.
15. Brard, R. The fundamentals and applications of the Neumann-Kelvin problem theory /R.Brard// Report No 18 CST Bassin d'Essais des Carenes».-1973.- P. 7 – 56.
16. Dagan, G. Non-linear ship theory /G.Dagan// Ninth Symposium of Naval Hydrodynamics.- Paris.- 1972.-P.1697 – 1737.
17. Eggers, K.W.H. On Second-Order Contributions to Ship Wave and Wave Resistance /K.W.H. Eggers// 6th Naval Hydrodynamics Symposium.- Washington.- 1966 .- P. 649 – 679.
18. Eggers, K.W.H. On the calculation of stationary ship flow components /K.W.H.Eggers, H.S.Choi// First Int. Conf. on Numerical Ship Hydrodynamics.- Gaithersburg.- 1975 .- P. 455 – 479.
19. Eggers, K.W.H. On the role of line integral terms for the improvement of wave resistance Calculations /K.W.H. Eggers// – Contribution to the Report of the Resistance Committee 14th ITTC.- Ottawa.- 1975, P. 259 – 268.
20. Faltinsen O. M. Bow Flow and Added resistance of Slender Ships at High Froude Number and Low Wave Lengths /O.M Faltinsen// Journal of Ship Research.- 1983, 27.- № 3.-P. 160-171.
21. Gadd, G.E. Calculated and Measured Pressure on Practical Hulls /G.E Gadd// Ship Report 156, NPL.-1971.
22. Havelock, T. The theory of wave resistance /T. Havelock// Proc. Royal Soc. of London, Ser. A.- 1932, 138.- P.339-348.
23. Havelock, T. The calculation of wave resistance /T. Havelock// Proc. Roy. Soc. London., Ser. A.- 1934,144 (856).- P. 514 -521.
24. Havelock, T.H. The Collected Papers of Sir T. Havelock on Hydrodynamics, ONR.- 1963.-240.
25. Hirata, M.H., Levi de Conceição, C.A. The line integral term in the wave resistance /M.H.Hirata, C.A.Levi de Conceição// «Proc. Intern. Seminar on Wave Resistance».-Tokyo.- 1976 .- P. 245 -248.
26. Hogben, N. An Investigation of Hovercraft Wave-Making /N.Hogben // Journal Royal Aeron. Soc. – 1966, 70.- P. 662.
27. Hogner, E. Eine interpolationsformel für den Wellenwiderstand von schiffen /E.Hogner// Jahrbuch der Schiffbautechnischen Gessellschaft.- 1932 ,33.-P. 452 -460.
28. Inui, T. A New Theory of Wave-Making Resistance, Based on the Exact Condition of the Surface of Ships (The Second Report)/T.Inui// J.S.N.A., Japan.- July 1953, 93.- P.11-21.
29. Joosen W.P.A. The velocity potential and wave resistance arising from the motion of a slender ship /W.P.A. Joosen// Proc. Intern. Seminar on Ther. Wave Resistance.- Ann. Arbor, 1963, 2.- P. 713 – 748.
30. Kotik, J. Various Wave Resistance theories for slender ships /J.Kotik, P.Thomsen// Schiffstechnik, 1963, 10.- P.178-186.
31. Kotik, J. The Uniqueness Problem for Wave Resistance from Singularity Distributions Which are Exact at Zero Froude Number / J.Kotik, R.Morgan //.- Journal of Ship Research.- 1969, 13.- № 1.- P. 61-68.
32. Kusaka, V. On the contribution of line integral to the wave resistance of surface ships /V.Kusaka// Proc. Intern. Seminar on Wave Resistance.- Tokyo.- 1976.-P. 249-254.
33. Landweber, L. The Determination of the Viscous Drag of Submerged and Floating Bodies by Wake Surveys /L. Landweber, J.Wu // J. Ship Research.-1963,7.-№1.-P.1 – 6.
34. Landweber, L. Contributions on Wave Current Problem of Ship Resistance /L.Landweber// - Intern. Jubilee Meeting NSMB.- Wageningen.- 1972 .- P. 32 – 45.
35. Landweber, L. Contributions on Some Current Problems of Ship Resistance /L.Landweber// Intern. Jubilee Meeting N.S.M.R.- 1973.
36. Maruo, H. Calculation of the wave resistance of ships, the draft of which is as small as the Beam /H.Maruo // J. Zosen Kiokai.- 1962, 112.- P.21 – 37.

37. Maruo, H. On the Higher Order theory of wave resistance /H.Maruo// Proc. 11th ITTC.-Tokyo.- 1966.- P. 63 – 65.
38. Maruo, H. A Note on the Higher-Order Theory of Thin Ship /H.Maruo// Bulletin Faculty of Engineering Yokohama National University.- 1966,15.-P. 1 -21.
- 39.. Maruo H. Computation of ship wave pattern by the slender body approximation /H.Maruo, M.Ikehata, Y.Takekuma, T.Masuya// J. Soc. Nav. Arch. of Japan.- 1983,154.- P. 9-16.
40. Newman J.N., Tuck E. Current Progress in slender body theory for ship motions /J.N.Newman, E.Tuck // 5th Symp. Nav. Hydrod.-Washington.- 1964. –P.129-166.
41. Newman, J.N. Application of slender-body in ship hydrodynamics /J.N.Newman// Annual review of Fluid Mechanics.- 1970, 2.- P. 67-94.
- 42.. Newman, J.N. Linearized wave resistance theory /J.N.Newman// Int. Seminar on Wave Resist.-Tokyo.-1976.- P. 31-43.
- 43.. Noblesse, F. A Slender-Ship Theory of Wave Resistance /F.Noblesse// J. Ship Research.- 1983, 27.- №1.- P. 13 - 33.
44. Noblesse, F. Convergence of a Sequence of Slender -Ship Low-Froude-Number Wave Resistance Approximations /F.Noblesse// J. Ship Research.-1984, 28.- №3 -P. 155-162.
45. Noblesse, F. Numerical Study of a Slender-Ship Theory of Wave Resistance /F.Noblesse// Journal Ship Research.- 1985,29. - № 2.- P. 81-93.
46. Ogilvie, T.F. Singular Perturbation Problems in Ship Hydrodynamics /T.F. Ogilvie // 8th Symposium on Naval Hydrodynamics .- Pasadena.- 1970.- P.663 – 806.
47. Ogivara, S. On the method for calculating the approximate solution of source distribution over the hull surface /S.Ogivara, M.Ikehata, H.Maruo// J. Soc. Nav. Arch. of Japan.- 1969, 126.- P.1.
48. Peters, A.S. The motion of a ship, as floating rigid body in a seaway /A.S.Peters, J.J.Stoker// Communic. Pure and Applied Mathematics.- 1957, 10.- P. 339-490. (существует перевод).
49. Pien, P.C. Potential Flow about a General Three-Dimensional Body /P.C. Pien, N.S.Chang //.- NSRDC.- Report 3608.- 1971.
50. Sharma, S.D. Untersuchungen über den Zähigkeits Wellenwiderstand mit besonderer Berücksichtigung ihrer Wechselwirkung /S.D.Sharma// Inst.Schiffbau Univ..- Hamburg.- Dec.1964,138 499 p..
- 51 Sharma, S.D. Zür Problematik der Aufteilung des Schiffswiderstandes in zähigkeits und wellenbedingte Anteile /S.D.Sharma// Jahrb. Schiffbautech..-1965, 59.-P. 458-504.
52. M. de Sendagorta. A Method for Calculating the Michell and Havelock Integrals //M.de Sendagorta, J.Grases//.- Journal of Ship Research.- 1988, 32.-P.19-28
53. Tsou K.T.S. Determination of the Viscous Drag of a Ship Model /K.T.S.Tsou, L.Landweber//. IIHR Report 1967 .-№. 101.
54. Tuck E.O. On Vossers Integral /E.O.Tuck// Proc. Intern. – Seminar on Theoret. Wave Resistance.- Ann Arbor.- 1963,2.- P. 699-710.
55. Tuck, E.O. Some methods for flows past blunt slender bodies /E.O.Tuck//.- J. Fluid Mechanics..- London.-1964,18.- № 4.- P.619 - 635.
56. Tuck, E.O. A Systematic asymptotic expansion procedure for slender ships /E.O.Tuck// Journal of Ship Research.-1964, 8.- № 1.- P.15-23.
57. Tulin M.P. The Separation of Viscos Drag and Wave Drag By Means of the Wake Survey /M.P. Tulin // DTMB Report 772.- 1951.
58. Ursell, F. Slender oscillating ships at zero forward speed /F.Ursell// J. Fluid Mechanics.- 1962,14.- P. 406 – 516.
59. Ursell, F. A note on slender – body theory /F.Ursell// Intern. Seminar on Theor. Wave Resistance.- Ann Arbor.-1963,2.- P. 813-818.
60. Vossers, G. Wave resistance of slender ships /Vossers, G.//.- Schiffstechnik.-1962, 9.- № 46.- P. 73 – 78.
61. Vossers, G. Some Application of the Slender Body Theory in Ship Hydrodynamics /Vossers, G.//.- Ph. Thesis.- Delft, The Netherlands.- 1962.

62. Wehausen, J.V. and Laitone E.V. Surface waves /J.V. Wehausen// Encyclopedia of Physics.- Berlin.- 1960, 9.- P. 446 – 778.
63. Wehausen, J.V. An approach to thin ship theory /J.V. Wehausen // Proc. Int. Seminar on Theor. WaveResistance».-Ann-Arbor.-1963,2.- P.821-855.
64. Wehausen, Use of Lagrangian coordinates for ship wave resistance (first- and second-order thin ship theory) /J.V. Wehausen// Journal of Ship Research.-1969, 13.- №1.-P. 12-22.
65. Wehausen, J.V. The wave resistance of ships /J.V. Wehausen // Advances in Applied Mechanics.- 1973 13. P.93-245.
66. Weinblum, G.P. Investigation of wave effects produced by a thin body /G.P.Weinblum, J.J.Kendrick, M.A. Todd // TMB Model 4125. - Navy Department, the David W.Taylor Model Basin.- Washington.-« 7.DC, Report 840».- 1952.
67. Wu, J. The separation of viscous from wave-making drag of ship forms /J.Wu // Journal of Ship Research, 1962, 6.-№1.-P.21 – 39.
68. Yim, B. Higher-order Theory of Ships /B.Yim // Journal of Ship Research.- 1968 ,12.- P.237 – 245.
69. Zucker, R.D. Lagally's Theorem and the Lifting Body Problem /R.D.Zucker // Journal of Ship Research.- 1970, 14.- № 2.- P. 135 – 140.

ПРИЛОЖЕНИЕ к главе II.

Программа **PRB_RESID.FOR** для расчёта остаточного сопротивления параболической модели Вигля. Для расчёта остаточного сопротивления необходимо знать коэффициент сдвига KSH, который зависит от типа судна. В данном случае этот коэффициент просто подобран и равен $KSH = .84 + .25 * (FR - 0.15)$

PROGRAM MICHELL PARABOL MODEL

```

DOUBLE PRECISION YC(1500),YS(1500),YCS(1500),YCG(350),
*YSG(350),YV(1500),HH,HK,PI,RO,RK1,A2,A4,C1,C2,C3,CC1,SS1,
*G,W,FR,K0,P0,DL,B,T,EP,DC,DS,DKK,DF0,YC1,YC2,YC11,YS11,
*YC12,YS12,YCB1,YSB1,F2,F3,XKN,TKN,TW,AWL,WL,S,V1,DF1,
*DLV,DELT,DDV,K9,P9,DDV1,D,C15,K5,KG,DCG,DSG,P5,EPG,DFG,
*DKG,DZR,DZG,RR,RG,G0,G1,G2,G3,G4,G5,G10,G11,G12,G13,G14,
*G15,DKN,DK1,DK2,F22,F33,FM1,FFF,FF,FF1,AP,K1,P1,F,F1,AN,
*AK,AL,AA,RGG,GV,V,PS,DLTA,NNN,EPP,NU,NNUU,EPK,KSH,
*YV1,YV2
INTEGER I,J,W1,K,NN
OPEN(6,FILE='PRB_WITH_SHIFT')
WRITE(*,53)
WRITE(6,53)
53 FORMAT(10X,'WIG-PRB'/10X,'22.06.2016'/5X,
*15X,'Cw=2R/RO/V/V/S/')
C   NNN=1.
   DL=16.
   PI=3.1415926
   RO=102
   G=9.80665
   B=1.6
   T=1.
   A2=0.
   A4=0.
   B4=B*B/4.
   DELT=.444444
   PS=DL*(1.36*T+1.13*DELT*B)
   GV=(DL*G)**.5
   WRITE(*,44)NU,PS,DL
   WRITE(6,44)NU,PS,DL
44 FORMAT(3X,'NU=',E10.4,3X,
*PS=',E10.4,3X,'DL=',E10.4/)
   DLV=DELT*DL*T*B
   D=DLV*1000
   WRITE(*,54)DL,B,T,D,A2,A4,DELT
   WRITE(6,54)DL,B,T,D,A2,A4,DELT
54 FORMAT(2X,'DL=',E12.6,2X,'B=',E10.4,2X,'T=',E10.4,2X,
*D=',E12.6/10X,'A2=',E10.4,2X,'A4=',E10.4,2X,
*DELT=',E10.4/)
   C1=2.*(A2-1.)
   C2=4.*(A4-A2)
   C3=-6.*A4
   WRITE(*,32)C1,C2,C3
   WRITE(6,32)C1,C2,C3
32 FORMAT(2X,'C1=',E10.4,2X,'C2=',E10.4,2X,'C3=',E10.4/)
   G0=C1+C2+C3
   G1=C1+3.*C2+5.*C3
   G2=6.*C2+20.*C3
   G3=6.*C2+60.*C3
   G4=120.*C3
   G5=G4
   G10=-G0
   G11=G1
   G12=-G2
   G13=G3
   G14=-G4
   G15=G5
   WRITE(*,33)G0,G1,G2,G3,G4,G5
   WRITE(6,33)G0,G1,G2,G3,G4,G5
33 FORMAT(2X,'G0=',E10.4,2X,'G1=',E10.4,2X,'G2=',E10.4,
*2X,'G3=',E10.4,2X,'G4=',E10.4,2X,'G5=',E10.4/)
   DO 10 M=1,36
   FR=.15+(M-1)*.01
   V=FR*GV
   FR1=FR
   KSH=.84+.25*(FR-0.15)
   KSH=1.

```

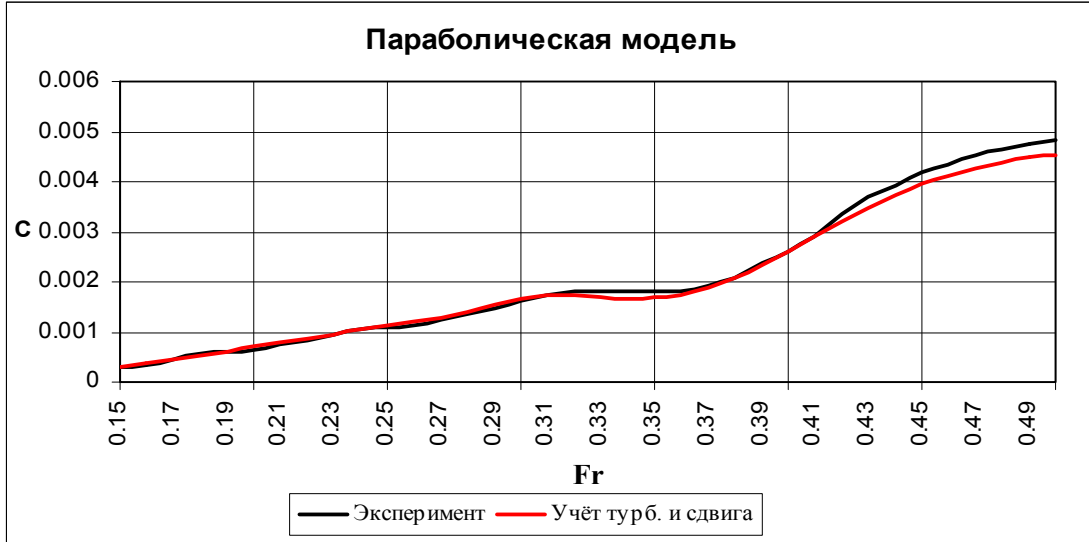
```

NU=0.9
  NNUU=NU/G**.5/DL**1.5/FR**5
YC1=0.
YC2=0.
YV1=0.0
YV2=0.0
V=0.
VV=0.
NN=1201
DLTA=PI/NN/2.
11 FORMAT(5X,'DLTA=',E12.6,2X,'NN='I4)
DO 20 W1=1,NN
W=(W1-1)*DLTA
K=W1
C0=DCOS(W)
P0=1./FR/FR/C0/C0/DL
K0=1./2./FR/FR/C0
P1=1./FR1/FR1/C0/C0/DL
K1=1./2./FR1/FR1/C0
FF=1./(K0**2)
FF1=1./K0
F=1./(K1**2)
F1=1./K1
C  WRITE(*,17)K0,P0,K1,P1
17 FORMAT(2X,'K0=',E10.4,2X,'P0=',E10.4,2X,'K1=',E10.4,
*3X,'P1=',E10.4)
DC=DCOS(K0)
DS=DSIN(K0)
CC1=DCOS(K0+K1)
SS1=DSIN(K0+K1)
EP=DEXP(-P0*T)
EPP=DEXP(-T*P0*1.3)
EPP=1.
EP1=DEXP(-P1*T)
EPK=EXP(-NNUU)
C  EPK=1.0
18 FORMAT(2X,'DC=',E10.4,2X,'DS=',E10.4,2X,'EP=',E10.4,2X,
*'EP1=',E10.4)
C15=C0**1.5
DF0=(EPP*((2.*P0*T+2)*EP+T*T*P0*P0-2))/(P0**3)/(T**2)/C15
DF1=((2*P1*T+2)*EP1+T*T*P1*P1-2)/(P1**3)/(T**2)/C15
GP0=G0*KSH-G2*FF+G4*FF*FF
GP1=G1-G3*FF+G5*FF*FF
GM0=G10-G12*F+G14*F*F
GM1=G11-G13*F+G15*F*F
IF(W1.NE.1)GO TO 99
C  WRITE(6,90)DF0,DF1
90 FORMAT(3X,'DF0=',E10.4,2X,'DF1=',E10.4)
99 DKN=FF*((GP0**2)+FF*(GP1**2))
DKK=F*((GM0**2)+F*(GM1**2))
DK1=FF1*F1*GP0*GM0+FF*F*GP1*GM1
DK2=FF1*F*GP0*GM1-FF*F1*GP1*GM0
FMN=B4*DKN
FMK=B4*DKK
F22=B4*DK1
F33=B4*DK2
FFF=2.*(F22*CC1+F33*SS1)*EPK
19 FORMAT(3X,'DK1=',E10.4,2X,'DK2=',E10.4,2X,
*'DKN=',E10.4,2X,'DKK=',E10.4)
77 YC(K)=(DF1**2)*FMN+(DF1**2)*FMK-DF0*DF1*FFF
YS(K)=(DF0**2)*FMN+(DF1**2)*FMK-DF0*DF1*FFF
YV(K)=(DF1**2)*FMN+(DF1**2)*FMK
YCS(K)=(YC(K)**2+YS(K)**2+2.*YC(K)*YS(K))
55 FORMAT(2X,'YCS(K)=',E10.4,2X,'YG(K)=',E10.4)
RK1=INT(K/2.)
57 FORMAT(2X,'RK1=',F10.4,2X,'K=',I3,2X,'W1=',I3)
IF((2*RK1-K).EQ.0)GO TO 315
YC1=YC1+YC(K)
YV1=YV1+YV(K)
GO TO 20
315 YC2=YC2+YC(K)
YV2=YV2+YV(K)
58 FORMAT(2X,'YC1=',E12.6,2X,'YC2=',E12.6,3X,
*'YV1=',E12.6,2X,'YV2=',E12.6)
20 CONTINUE
V=(DLTA/3)*(2.*YC1-YC(1)-YC(NN)+4.*YC2)
VV=(DLTA/3)*(2.*YV1-YV(1)-YV(NN)+4.*YV2)
630 FORMAT(5X,'V=',E12.6,2X,'VV=',E12.6)
PRP=(4.*G*RO)/FR/FR/PI/DL

```

```

R=PRP*V
RG=PRP*VV
RR=R-RG
DDV=(DLV*1000)**.6666667
DZ=2./RO/V/V/PS
DZG=RG*DZ
DZ0=R*DZ
DZR=RR*DZ
WRITE(*,885)DZ0
WRITE(6,885)DZ0
885 FORMAT(5X,E10.4)
10 CONTINUE
STOP
END
    
```



ГЛАВА III. НЕЛИНЕЙНЫЕ ТЕОРИИ ВОЛНОВОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ СУДНА

III.1. Теории волнового сопротивления судна второго порядка.

В начале шестидесятых годов двадцатого столетия было получено четыре фундаментальных решения задачи о волновом сопротивлении второго порядка. Авторы этих теорий считали, что при определении волнового сопротивления необходимо учитывать нелинейные условия на свободной поверхности жидкости, а также изменение посадки и дифферент судна при движении.

Первой была работа В.Г. Сизова [6]. В.Г. Сизов с помощью метода малого параметра сформулировал граничные условия на свободной поверхности и на поверхности движущегося тела первого и второго порядка. Потенциал точечного источника для функции Грина он получил достаточно сложным путём, используя метод рассеивающих сил Релея. Х.Маруо [17] в своей работе пошёл таким же путём, но использовал для функции Грина потенциал источника Хавелока, что значительно упростило его решение. В своей работе Х.Маруо обнаружил расхождения с решением В.Г.Сизова, считая, что В.Г.Сизов не учёл условий на бесконечности. Однако причина была не в этом. Просто при определении коэффициента рассеивающих сил В.Г.Сизов опустил особую точку. После учёта этой особой точки Сизов получил решение, совпадающее с решением Маруо.

Это было одно направление решения поставленной краевой задачи. Второе направление было выбрано Дж.Вехаузенем [23]. В этом же направлении выполнил свою работу К.Эггерс [10]. В отличие от других авторов, К.Эггерс выполнил свою работу для судна, движущегося в канале, имея в виду необходимость получения волнового сопротивления судна по результатам модельных испытаний, выполненных в опытовом бассейне.

Дж.Вехаузен формулирует краевую задачу в общем виде, считая движение неустановившимся, а судно, имеющим ходовой дифферент и соответствующее изменение посадки. Он делает такие преобразования функции Грина, которые позволяют удовлетворить кинематические условия на свободной поверхности. После этого с помощью формулы Стокса выделяет высоту волны. Это даёт возможность вставить динамическое условие на свободной поверхности непосредственно в функцию Грина. После этого подынтегральная функция раскладывается в ряд Тейлора. Таким образом была получена та часть функции Грина, которая связана со свободной поверхностью. Вторая часть, содержащая интегралы по смоченной поверхности корпуса судна получается аналогичным путём.

Все теории второго порядка получены с помощью асимптотических методов. Для упрощения решения нелинейная задача сводится к ряду линейных задач, решение которых можно получить аналитическим путём, с помощью метода малых параметров.

Разные авторы применяют разложение по малому параметру на разных этапах решения задачи. Но, так или иначе, сначала получают граничные условия на свободной поверхности и на поверхности движущегося тела.

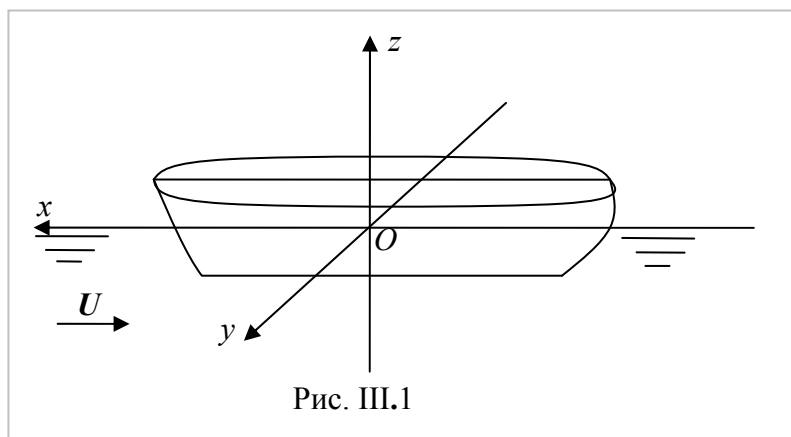
Граничные условия на свободной поверхности были получены ещё А.Питерсом и Дж.Стокером [19], а также в работе Дж.Вехаузена и Е.Лайтоне [24].

Здесь приводится решение задачи для судна, движущегося без изменения посадки и дифферента по двум причинам. Во-первых, нелинейная задача с учётом этих изменений решена всеми четырьмя упомянутыми выше авторами, а, во-вторых, нас интересует волновое сопротивление на коммерческих скоростях, на которых посадка и дифферент почти не изменяются. Кроме того, решение задачи проще сравнивать с теорией узкого судна

Мичелла. Таким образом, полученное здесь решение примет в расчёт только квадраты вызванных скоростей, а также будет относиться к судам с конечной шириной.

Постановка задачи.

Судно рассматривается в покое на поверхности потока, натекающего на него со скоростью U . Начало декартовой системы координат берется на невозмущенной поверхности воды, ось Ox направлена против потока, ось Oy горизонтальна, а ось Oz направлена вверх (рис. III.1).



Движение считается установившимся. Потенциал скорости представляется в виде суммы потенциала натекающего потока и потенциала вызванных скоростей

$$\Phi(x, y, z) = Ux + \varphi(x, y, z). \quad (\text{III.1})$$

Скорости получаются в виде

$$\Phi_x = U + \varphi_x; \quad \Phi_y = \varphi_y; \quad \Phi_z = \varphi_z. \quad (\text{III.2})$$

где вызванные скорости равны

$$u = \varphi_x, \quad v = \varphi_y, \quad w = \varphi_z. \quad (\text{III.3})$$

а их градиент равен

$$\nabla \varphi = (U + \varphi_x)\mathbf{i} + \varphi_y\mathbf{j} + \varphi_z\mathbf{k} \quad (\text{III.4})$$

Потенциал скорости должен удовлетворять кинематическому и динамическому условию на свободной поверхности жидкости, кинематическому условию на поверхности тела и условиям на бесконечности перед движущимся судном и за ним.

Ищется потенциал вызванных скоростей, который должен удовлетворять следующим условиям:

1) уравнению Лапласа во всей области, занятой жидкостью

$$\nabla^2 \varphi = \Delta \varphi = 0; \quad (\text{III.5})$$

2) кинематическому условию на свободной поверхности, которое представляет собой условие непротекания и состоит в том, что скалярное произведение нормали к поверхности на градиент скорости равно нулю, так как нормаль перпендикулярна поверхности потока:

$$\nabla \varphi \cdot \mathbf{n}_f = 0, \quad (\text{III.6})$$

где уравнение свободной поверхности записывается явно в виде

$$z = \zeta(x, y) \quad (\text{III.7})$$

а нормаль

$$\mathbf{n}_f = \zeta_x \mathbf{i} + \zeta_y \mathbf{j} - \mathbf{k}, \quad (\text{III.8})$$

откуда

$$(U + \varphi_x) \cdot \zeta_x + \varphi_y \zeta_y - \varphi_z = 0; \quad (\text{III.9})$$

3) динамическому условию, которое заключается в том, что на свободной поверхности давление постоянно. Если атмосферное давление обозначить p_0 , то по теореме Бернулли получается

$$gz + \frac{1}{2}(\Phi_x^2 + \Phi_y^2 + \Phi_z^2) + \frac{p}{\rho} = \frac{p_0}{\rho}. \quad (\text{III.10})$$

Сумма $\frac{U^2}{2} + \frac{p}{\rho} + gz = \text{const.}$, а на свободной поверхности $\frac{U^2}{2} + \frac{p}{\rho} = 0$, так как $z = 0$, а константа принимается равной нулю. Если принять атмосферное давление p_0 равным нулю, то динамическое граничное условие получается в виде

$$U\varphi_x + \frac{1}{2}(\nabla\varphi\nabla\varphi) + gz = 0 \quad (\text{III.11})$$

на $z = \zeta(x, y)$.

4) условию непротекания на поверхности корпуса судна, заданной уравнением

$$y = f(x, z) \quad (\text{III.12})$$

и нормалью к поверхности

$$\mathbf{n}_h = f_x \mathbf{i} \pm \mathbf{j} + f_z \mathbf{k}. \quad (\text{III.13})$$

Тогда условие непротекания записывается в виде

$$\nabla\varphi \cdot \mathbf{n}_h = 0, \quad (\text{III.14})$$

или

$$(U + \varphi_x) \cdot f_x \pm \varphi_y + \varphi_z f_z = 0 \quad (\text{III.15})$$

5) условиям на бесконечности, которые необходимо вводить для единственности¹² решения задачи, и которое состоит в том, что далеко перед судном и далеко за судном, а также на $z = -\infty$ отсутствуют волны. Для установившегося движения эти условия записываются в виде¹³

$$\text{grad}\varphi \rightarrow 0 \text{ при } \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \rightarrow \infty \quad (\text{III.16})$$

Для установившегося движения Вехаузен записывает это условие в виде

$$\varphi(x, y, z) = 0 \left([x^2 + y^2]^{-1/2} \right), \quad \text{когда } x^2 + y^2 \rightarrow \infty \text{ для } x > 0, \quad (\text{III.17})$$

$$\varphi(x, y, z) = 0(1), \quad \text{когда } x^2 + y^2 \rightarrow \infty \text{ для } x < 0,$$

Маруо записывает условие на бесконечности в виде

$$\sqrt{x}\varphi \rightarrow 0 \text{ для } x \rightarrow -\infty \quad (\text{III.18})$$

Это значит, что волны на воде появляются только вниз по потоку.

Общие формулы для введения малого параметра

Сформулированная таким образом краевая задача не может быть решена прямо, так как она усложнена нелинейностью, поэтому применяется метод малого параметра. Для получения решения применяется метод возмущений Ван – Дайка [1]. Предполагая, что у узкого судна отношение $\varepsilon = B/L$ много меньше единицы, ордината y на поверхности судна принимается малой, имеющей порядок ε . Тогда уравнение поверхности корпуса судна записывается в виде

$$y = \varepsilon f^{(1)}(x, z) = y(x, z, \varepsilon) \quad (\text{III.19})$$

¹² Общее решение поставленной задачи содержит свободные волны, что приводит к тому, что решение задачи не является единственным. Для устранения этой неединственности обычно вводят условие рассеяния волн на бесконечности на свободной поверхности и на глубине жидкости.

¹³ Иногда указывают, по каким законам должны убывать волны перед движущимся судном и за ним.

потенциал скорости и деформации свободной поверхности могут быть выражены как:

$$\varphi(x, y, z, \varepsilon) = \varepsilon \varphi^{(1)}(x, y, z) + \varepsilon^2 \varphi^{(2)}(x, y, z) + \varepsilon^3 \varphi^{(3)}(x, y, z) + \dots = \sum_{i=1}^N \varepsilon^i \varphi^{(i)}(x, y, z) \quad (\text{III.20})$$

$$\zeta(x, y, \varepsilon) = \varepsilon \zeta^{(1)}(x, y) + \varepsilon^2 \zeta^{(2)}(x, y) + \varepsilon^3 \zeta^{(3)}(x, y) + \dots = \sum_{i=1}^N \varepsilon^i \zeta^{(i)}(x, y) \quad (\text{III.21})$$

где $\varphi^{(i)}$ являются потенциалом скорости и $\zeta^{(i)}$ - деформацией свободной поверхности i -того порядка.

Общая формула разложения любой функции по параметру ε до второго порядка включительно имеет вид

$$u[x, y, \zeta(x, y)] = \varepsilon u^{(1)}(x, y, 0) + \varepsilon^2 [u^{(2)}(x, y, 0) + \zeta^{(1)} u_z^{(1)}(x, y, 0) + \dots] + \dots$$

Для того, чтобы перенести граничные условия с взволнованной поверхности $z = \zeta(x, y)$ на плоскость $z = 0$, делается разложение в ряд Тейлора функции $\varphi^{(1)}(x, y, z)$ следующим образом:

$$\varphi^{(1)}(x, y, z) \approx \varepsilon \varphi^{(1)}(x, y, 0) + \varepsilon \varphi_z^{(1)}(x, y, 0) \zeta(x, y) + \dots$$

но учитывая, что $z = \zeta(x, y)$ тоже раскладывается по малому параметру по формуле (III.21), то эта формула записывается в виде

$$\varphi^{(1)}(x, y, z) \approx \varepsilon \varphi^{(1)}(x, y, 0) + \varepsilon \varphi_z^{(1)}(x, y, 0) [\varepsilon \zeta^{(1)}(x, y) + \varepsilon^2 \zeta^{(2)}(x, y)] + \dots$$

Тогда

$$\varphi(x, y, z, \varepsilon) \approx \varepsilon \varphi^{(1)}(x, y, 0) + \varepsilon^2 \varphi^{(2)}(x, y, 0) + \varepsilon \varphi_z^{(1)}(x, y, 0) [\varepsilon \zeta^{(1)}(x, y) + \varepsilon^2 \zeta^{(2)}(x, y) + \dots] + \dots \quad (\text{III.22})$$

а её производные имеют вид

$$\begin{aligned} \varphi_x^{(1)}(x, y, z) &\approx \varepsilon \varphi_x^{(1)}(x, y, 0) + \varepsilon^2 \varphi_{xz}^{(1)}(x, y, 0) \zeta^{(1)}(x, y) + \dots \\ \varphi_y^{(1)}(x, y, z) &\approx \varepsilon \varphi_y^{(1)}(x, y, 0) + \varepsilon^2 \varphi_{yz}^{(1)}(x, y, 0) \zeta^{(1)}(x, y) + \dots \\ \varphi_z^{(1)}(x, y, z) &\approx \varepsilon \varphi_z^{(1)}(x, y, 0) + \varepsilon^2 \varphi_{zz}^{(1)}(x, y, 0) \zeta^{(1)}(x, y) + \dots \end{aligned} \quad (\text{III.23})$$

Разложение по малому параметру граничного условия на свободной поверхности

Подстановка выражений (III.21), (III.22) и (III.23) в динамическое условие (III.11), записанное в виде

$$z = -\frac{U}{g} \varphi_x - \frac{1}{2g} (\nabla \varphi \nabla \varphi)$$

даёт

$$\varepsilon \zeta^{(1)}(x, y) + \varepsilon^2 \zeta^{(2)}(x, y) = -\varepsilon \frac{U}{g} \varphi_x^{(1)}(x, y, z) + \varepsilon^2 \left[-\frac{U}{g} \varphi_x^{(2)}(x, y, z) - \frac{1}{2g} (\varphi_x^{(1)2} + \varphi_y^{(1)2} + \varphi_z^{(1)2}) \right].$$

После подстановки производных потенциала по формулам (III.23) получается

$$\begin{aligned} \varepsilon \zeta^{(1)}(x, y) + \varepsilon^2 \zeta^{(2)}(x, y) &\approx -\frac{U}{g} \varepsilon \varphi_x^{(1)}(x, y, 0) + \\ &+ \varepsilon^2 \frac{U}{g} \left[-\frac{U}{g} \varphi_x^{(1)}(x, y, 0) \varphi_{xz}^{(1)}(x, y, 0) + \varphi_x^{(2)}(x, y, 0) \right] + \frac{1}{2g} (\varphi_x^{(1)2} + \varphi_y^{(1)2} + \varphi_z^{(1)2}) \end{aligned} \quad (\text{III.24})$$

Из формулы (III.24) легко получить равенство

$$\zeta^{(1)}(x, y) \approx -\frac{U}{g} \varphi_x^{(1)}(x, y, 0) \quad (\text{III.25})$$

$$\zeta^{(2)}(x, y) \approx \frac{U}{g} \left[-\frac{U}{g} \varphi_x^{(1)}(x, y, 0) \varphi_{xz}^{(1)}(x, y, 0) + \varphi_x^{(2)}(x, y, 0) \right] + \frac{1}{2g} (\varphi_x^{(1)2} + \varphi_y^{(1)2} + \varphi_z^{(1)2}) \quad (\text{III.26})$$

Подстановка (III.25) в (III.23) даёт следующие выражения:

$$\begin{aligned}
 \varphi_x(x, y, z) &= \varepsilon \varphi_x^{(1)}(x, y, 0) + \varepsilon^2 \left[\frac{U}{g} \varphi_{xz}^{(1)}(x, y, 0) \varphi_x^{(1)}(x, y, 0) + \varphi_x^{(2)}(x, y, 0) \right] \dots \\
 \varphi_y(x, y, z) &= \varepsilon \varphi_y^{(1)}(x, y, 0) + \varepsilon^2 \left[\frac{U}{g} \varphi_{xz}^{(1)}(x, y, 0) \varphi_x^{(1)}(x, y, 0) + \varphi_y^{(2)}(x, y, 0) \right] \dots \\
 \varphi_z(x, y, z) &= \varepsilon \varphi_z^{(1)}(x, y, 0) + \varepsilon^2 \left[\frac{U}{g} \varphi_{zz}^{(1)}(x, y, 0) \varphi_x^{(1)}(x, y, 0) + \varphi_z^{(2)}(x, y, 0) \right]
 \end{aligned} \tag{III.27}$$

Из формул (III.25) и (III.26) получаются выражения для производных

$$\begin{aligned}
 \zeta_x(x, y) &= \varepsilon \left[-\frac{U}{g} \varphi_{xx}^{(1)}(x, y, 0) \right] + \\
 &+ \varepsilon^2 \left[-\frac{U^2}{g^2} \varphi_x^{(1)}(x, y, 0) \varphi_{xz}^{(1)}(x, y, 0) - \frac{U}{g} \varphi_x^{(2)}(x, y, 0) \right] - \frac{1}{2g} (\nabla \varphi^{(1)} \nabla \varphi^{(1)})_x, \\
 \zeta_y(x, y) &= \varepsilon \left[-\frac{U}{g} \varphi_{xy}^{(1)}(x, y, 0) \right] + \\
 &+ \varepsilon^2 \left[-\frac{U^2}{g^2} \varphi_x^{(1)}(x, y, 0) \varphi_{xz}^{(1)}(x, y, 0) - \frac{U}{g} \varphi_x^{(2)}(x, y, 0) \right] - \frac{1}{2g} (\nabla \varphi^{(1)} \nabla \varphi^{(1)})_y.
 \end{aligned} \tag{III.28}$$

Подстановка этих выражений в кинематическое условие (III.9) даёт

$$\begin{aligned}
 &\left(U + \varepsilon \varphi_x^{(1)}(x, y, 0) + \varepsilon^2 \left[\frac{U}{g} \varphi_{xz}^{(1)}(x, y, 0) \varphi_x^{(1)}(x, y, 0) + \varphi_x^{(2)}(x, y, 0) \right] \right) \times \\
 &\times \left(\varepsilon \left[-\frac{U}{g} \varphi_{xx}^{(1)}(x, y, 0) \right] + \varepsilon^2 \left[-\frac{U^2}{g^2} \varphi_x^{(1)}(x, y, 0) \varphi_{xz}^{(1)}(x, y, 0) - \frac{U}{g} \varphi_x^{(2)}(x, y, 0) \right] - \frac{1}{2g} (\nabla \varphi^{(1)} \nabla \varphi^{(1)})_x \right) + \\
 &+ [\varepsilon \varphi_y^{(1)}(x, y, 0) + \varepsilon^2 \left[\frac{U}{g} \varphi_{yz}^{(1)}(x, y, 0) \varphi_x^{(1)}(x, y, 0) + \varphi_y^{(2)}(x, y, 0) \right]] \times \\
 &\times \left(\varepsilon \left[-\frac{U}{g} \varphi_{xy}^{(1)}(x, y, 0) \right] + \varepsilon^2 \left[-\frac{U^2}{g^2} \varphi_x^{(1)}(x, y, 0) \varphi_{xz}^{(1)}(x, y, 0) - \frac{U}{g} \varphi_x^{(2)}(x, y, 0) \right] - \frac{1}{2g} (\nabla \varphi^{(1)} \nabla \varphi^{(1)})_y \right) - \\
 &- [\varepsilon \varphi_z^{(1)}(x, y, 0) + \varepsilon^2 \left[\frac{U}{g} \varphi_{zz}^{(1)}(x, y, 0) \varphi_x^{(1)}(x, y, 0) + \varphi_z^{(2)}(x, y, 0) \right]] = 0
 \end{aligned}$$

После перегруппировки получается выражение

$$\begin{aligned}
 &- \varepsilon \left[\frac{U^2}{g} \varphi_{xx}^{(1)}(x, y, 0) + \varphi_z^{(1)}(x, y, 0) \right] - \varepsilon^2 \left[\frac{U^2}{g} \varphi_x^{(2)}(x, y, 0) + \varphi_z^{(2)}(x, y, 0) \right] + \\
 &+ \varepsilon^2 \left[-\frac{U}{g} \frac{U^2}{g} \varphi_{xx}^{(1)}(x, y, 0) \varphi_{zz}^{(1)}(x, y, 0) - \frac{U^3}{g^2} \varphi_x^{(1)}(x, y, 0) \varphi_{xxz}^{(1)}(x, y, 0) - \frac{U}{2g} (\nabla \varphi^{(1)} \nabla \varphi^{(1)})_x \right] - \\
 &- \varepsilon^2 \frac{U}{g} [\varphi_x^{(1)}(x, y, 0) \varphi_{xx}^{(1)}(x, y, 0) + \varphi_y^{(1)}(x, y, 0) \varphi_{xy}^{(1)}(x, y, 0) + \varphi_{zz}^{(1)}(x, y, 0) \varphi_x^{(1)}(x, y, 0)] = 0
 \end{aligned} \tag{III.29}$$

Заменяя в третьей квадратной скобке $\frac{U^2}{g} \varphi_{xx}^{(1)}$ на $\varphi_z^{(1)}$,

Получаем

$$\begin{aligned}
 & -\varepsilon \left[\frac{U^2}{g} \varphi_{xx}^{(1)}(x, y, 0) + \varphi_z^{(1)}(x, y, 0) \right] - \varepsilon^2 \left[\frac{U^2}{g} \varphi_x^{(2)}(x, y, 0) + \varphi_z^{(2)}(x, y, 0) \right] + \\
 & + \varepsilon^2 \left[-\frac{U}{g} \varphi_z^{(1)}(x, y, 0) \varphi_{xz}^{(1)}(x, y, 0) - \frac{U^3}{g^2} \varphi_x^{(1)}(x, y, 0) \varphi_{xxz}^{(1)}(x, y, 0) - \frac{U}{2g} (\nabla \varphi^{(1)} \nabla \varphi^{(1)})_x \right] + \quad (\text{III.30}) \\
 & - \varepsilon^2 \frac{U}{g} [\varphi_x^{(1)}(x, y, 0) \varphi_{xx}^{(1)}(x, y, 0) + \varphi_y^{(1)}(x, y, 0) \varphi_{xy}^{(1)}(x, y, 0) + \varphi_{zz}^{(1)}(x, y, 0) \varphi_x^{(1)}(x, y, 0)] = 0
 \end{aligned}$$

Затем при перемене мест первый член в квадратной скобке второй строчки и последний член в квадратной скобке третьей строчки, получаем то, что нужно

$$\begin{aligned}
 & -\varepsilon \left[\frac{U^2}{g} \varphi_{xx}^{(1)}(x, y, 0) + \varphi_z^{(1)}(x, y, 0) \right] - \varepsilon^2 \left[\frac{U^2}{g} \varphi_x^{(2)}(x, y, 0) + \varphi_z^{(2)}(x, y, 0) \right] + \\
 & + \varepsilon^2 \left[-\frac{U}{g} \varphi_x^{(1)}(x, y, 0) \varphi_{zz}^{(1)}(x, y, 0) - \frac{U^3}{g^2} \varphi_x^{(1)}(x, y, 0) \varphi_{xxz}^{(1)}(x, y, 0) - \frac{U}{2g} (\nabla \varphi^{(1)} \nabla \varphi^{(1)})_x \right] + \quad (\text{III.31}) \\
 & - \varepsilon^2 \frac{U}{g} [\varphi_x^{(1)}(x, y, 0) \varphi_{xx}^{(1)}(x, y, 0) + \varphi_y^{(1)}(x, y, 0) \varphi_{xy}^{(1)}(x, y, 0) + \varphi_{xz}^{(1)}(x, y, 0) \varphi_x^{(1)}(x, y, 0)] = 0.
 \end{aligned}$$

Тогда

$$\begin{aligned}
 & -\varepsilon \left[\frac{U^2}{g} \varphi_{xx}^{(1)}(x, y, 0) + \varphi_z^{(1)}(x, y, 0) \right] - \varepsilon^2 \left[\frac{U^2}{g} \varphi_x^{(2)}(x, y, 0) + \varphi_z^{(2)}(x, y, 0) \right] + \\
 & + \varepsilon^2 \left[-\frac{U}{g} \varphi_x^{(1)}(x, y, 0) \varphi_{zz}^{(1)}(x, y, 0) - \frac{U^3}{g^2} \varphi_x^{(1)}(x, y, 0) \varphi_{xxz}^{(1)}(x, y, 0) - \frac{U}{2g} (\nabla \varphi^{(1)} \nabla \varphi^{(1)})_x \right] + \\
 & - \varepsilon^2 \frac{U}{2g} (\nabla \varphi^{(1)} \nabla \varphi^{(1)})_x = 0
 \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned}
 & -\varepsilon \left[\frac{U^2}{g} \varphi_{xx}^{(1)}(x, y, 0) + \varphi_z^{(1)}(x, y, 0) \right] - \varepsilon^2 \left[\frac{U^2}{g} \varphi_x^{(2)}(x, y, 0) + \varphi_z^{(2)}(x, y, 0) \right] + \\
 & + \varepsilon^2 \left[-\frac{U}{g} \varphi_x^{(1)}(x, y, 0) \varphi_{zz}^{(1)}(x, y, 0) - \frac{U^3}{g^2} \varphi_x^{(1)}(x, y, 0) \varphi_{xxz}^{(1)}(x, y, 0) - \frac{U}{g} (\nabla \varphi^{(1)} \nabla \varphi^{(1)})_x \right] = 0. \quad (\text{III.32})
 \end{aligned}$$

Откуда получаются условия на свободной поверхности в виде

$$\frac{U^2}{g} \varphi_{xx}^{(1)} - \varphi_z^{(1)} = 0 \quad (\text{III.33})$$

для первого порядка, а

$$\frac{U^2}{g} \varphi_{xx}^{(2)} + \varphi_z^{(2)} = -\frac{U}{g} \frac{\partial}{\partial x} [\nabla \varphi^{(1)} \nabla \varphi^{(1)}]_{z=0} + \frac{U}{g} \varphi_x^{(1)} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{U^2}{g} \varphi_{xx}^{(1)} + \varphi_z^{(1)} \right]_{z=0} \quad (\text{III.34})$$

для второго порядка.

Эти выражения записываются Сизовым в виде общей формулы¹⁴

$$\frac{U^2}{g} \varphi_{xx}^{(n)} - \varphi_z^{(n)} = \gamma_n \quad (\text{III.35})$$

$$\gamma_1 = 0$$

где

$$\gamma_2 = -\frac{U}{g} \frac{\partial}{\partial x} [\nabla \varphi^{(1)} \nabla \varphi^{(1)}]_{z=0} + \frac{U}{g} \varphi_x^{(1)} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{U^2}{g} \varphi_{xx}^{(1)} + \varphi_z^{(1)} \right]_{z=0} \quad (\text{III.36})$$

¹⁴ Вслед за Сизовым такую же форму записи граничного условия на свободной поверхности принял Маруо

$$\frac{U^2}{g} \varphi_{xx}^{(2)} + \varphi_z^{(2)} = -\frac{U}{g} \frac{\partial}{\partial x} \left[\nabla \varphi^{(1)} \nabla \varphi^{(1)} \right]_{z=0} + \frac{U}{g} \varphi_x^{(1)} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{U^2}{g} \varphi_{xx}^{(1)} + \varphi_z^{(1)} \right]_{z=0} \quad (\text{III.37})$$

Разложение по малому параметру кинематического условия на свободной поверхности

Разложение по малому параметру производных от высоты волны $\zeta = \zeta(\xi, \eta)$

$$\begin{aligned} \zeta_x(x, y, \varepsilon) &= \varepsilon \zeta_x^{(1)}(x, y) + \varepsilon^2 \zeta_x^{(2)}(x, y) + O(\varepsilon^3), \\ \zeta_y(x, y, \varepsilon) &= \varepsilon \zeta_y^{(1)}(x, y) + \varepsilon^2 \zeta_y^{(2)}(x, y) + O(\varepsilon^3). \end{aligned} \quad (\text{III.38})$$

Используя формулы (III.23) при подстановке в формулу (III.9), получается

$$\begin{aligned} (U + \varepsilon \varphi_x^{(1)} + \varepsilon^2 \varphi_x^{(2)} + \varepsilon^2 \zeta^{(1)} \varphi_z^{(1)}) \cdot (\varepsilon \zeta_x^{(1)} + \varepsilon^2 \zeta_x^{(2)}) + \\ [\varepsilon \varphi_y^{(1)} + \varepsilon^2 \varphi_y^{(2)} + \varepsilon^2 \zeta^{(1)} \varphi_{yz}^{(1)}] \cdot (\varepsilon \zeta_y^{(1)} + \varepsilon^2 \zeta_y^{(2)}) - [\varepsilon \varphi_z^{(1)} + \varepsilon^2 \varphi_z^{(2)} + \varepsilon^2 \zeta^{(1)} \varphi_{zz}^{(1)}] = 0 \end{aligned}$$

Отсюда можно получить $\zeta^{(1)} = \zeta^{(1)}(x, y)$ и $\zeta^{(2)} = \zeta^{(2)}(x, y)$. Сохраняя члены, не превышающие второго порядка малости, получают

$$\varepsilon [\zeta_x^{(1)} U - \varphi_z^{(1)}] + \varepsilon^2 [\zeta_x^{(2)} U + \varphi_x^{(1)} \zeta_x^{(1)} + \varphi_y^{(1)} \zeta_y^{(1)} - \varphi_z^{(2)} - \zeta^{(1)} \varphi_{zz}^{(1)}] = 0$$

Откуда

$$\begin{aligned} \varepsilon : \quad U \zeta_x^{(1)} - \varphi_z^{(1)} &= 0 \quad \text{на} \quad \zeta(x, y) = 0 \\ \varepsilon^2 : \quad U \zeta_x^{(2)} - \varphi_z^{(2)} + \varphi_x^{(1)} \zeta_x^{(1)} + \varphi_y^{(1)} \zeta_y^{(1)} - \varphi_{zz}^{(1)} \zeta^{(1)} &= 0 \quad \text{на} \quad \zeta(x, y) = 0 \end{aligned} \quad (\text{III.39})$$

Разложение уравнения поверхности корпуса по малому параметру имеет вид

$$y(x, z, \varepsilon) = \varepsilon f^{(1)}(x, z) + \dots \quad (\text{III.40})$$

а кинематическое условие на поверхности корпуса получается как

$$(U + \varepsilon \varphi_x^{(1)}) \cdot \varepsilon f_x^{(1)} - \varepsilon \varphi_y^{(1)} \varepsilon f_y^{(1)} + \varepsilon \varphi_z^{(1)} \varepsilon f_z^{(1)} + \varepsilon^2 \varphi_x^{(2)} \varepsilon f_x^{(1)} - \varepsilon^2 \varphi_y^{(2)} \varepsilon f_y^{(1)} + \varepsilon^2 \varphi_z^{(2)} \varepsilon f_z^{(1)} \dots = 0 \quad (\text{III.41})$$

или

$$\varepsilon (U \cdot f_x^{(1)} - \varphi_y^{(1)}) + \varepsilon^2 [\varphi_x^{(1)} f_x^{(1)} + \varphi_z^{(1)} f_z^{(1)} - \varphi_y^{(2)}] + \varepsilon^3 [\varphi_x^{(2)} f_x^{(1)} + \varphi_z^{(2)} f_z^{(1)} - \varphi_y^{(3)}] + \dots = 0 \quad (\text{III.42})$$

Однако, далее ограничиваются только величинами не выше второго порядка. Разложение в ряд Тейлора производной потенциала по y имеет вид

$$\varphi_y(x, y, z) = \varphi_y(x, 0, z) + \frac{\varphi_{yy}(x, 0, z)}{1!} f^{(1)}(x, z) + \dots \quad (\text{III.43})$$

а в ряд по малому параметру

$$\varphi_y = \varepsilon \varphi_y^{(1)} + \varepsilon^2 \varphi_y^{(2)} + \dots \quad (\text{III.44})$$

Отсюда $\varphi_y^{(2)}$ получается равным

$$\varphi_y^{(2)} = \varphi_{yy}^{(1)} f^{(1)} \quad (\text{III.45})$$

Приравнявая нулю выражения при разных степенях ε в формуле (III.40) и используя равенство (III.43), получают граничные условия первого и второго порядка в виде

$$\varepsilon : \quad \varphi_y^{(1)}(x, 0, z) = U f_x^{(1)}(x, z) \quad \text{на} \quad y = 0 \quad (\text{III.46})$$

$$\varepsilon^2 : \quad \varphi_y^{(2)}(x, 0, z) = f_x^{(1)} \varphi_x^{(1)} + f_z^{(1)} \varphi_z^{(1)} - f^{(1)} \varphi_{yy}^{(1)} \quad \text{на} \quad y = 0 \quad (\text{III.47})$$

Отметим, что приведенные здесь граничные условия первого и второго порядков используются всеми авторами, разработавшими теории волнового сопротивления второго порядка. Разница между ними может быть только в том, что они принимают судно неподвижным, а поток натекающим на судно со скоростью U или $-U$ в зависимости от выбранного направления оси Ox в нос или в корму.

Определение потенциала скорости

Для определения потенциала скорости выбирается определённая картина жидкости, окружающая движущееся судно, или, так называемый, контрольный объём.. Дж.Вехаузен выбирает границу жидкости в виде кругового цилиндра бесконечно большого радиуса и бесконечно удалённое дно. Свободная поверхность и смоченная поверхность корпуса судна представляют собой естественную границу. А.Альдоган [8] решив перепроверить все теории волнового сопротивления высших порядков, выбирает ограничивающую поверхность в виде призматического цилиндра. Х.Маруо и В.Г.Сизов просто считают жидкость ограниченной только свободной поверхностью.

Итак, потенциал скорости ищется в виде

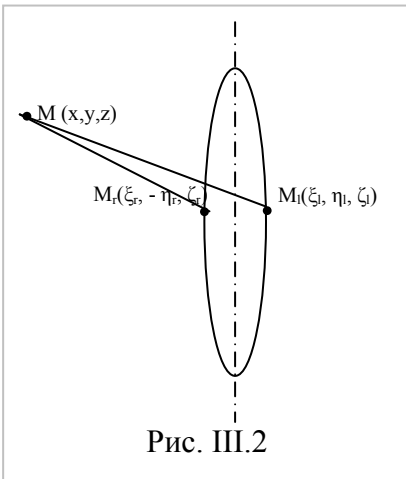
$$\begin{aligned} \varphi(x, y, z) &= \frac{1}{4\pi} \iint_S [\varphi_n(Q)G(P, Q) - \varphi(Q)G_n(P, Q)]dS(s) = \\ &= \frac{1}{4\pi} \iint_{S_R} [\varphi_R G - \varphi G_R]dS - \frac{1}{4\pi} \iint_{S_B} \varphi G_\eta dS + \\ &+ \frac{1}{4\pi} \iint_{S_F} [\varphi_n G - \varphi G_n]dS + \frac{1}{4\pi} \iint_{S_W} [\varphi_n G - \varphi G_n]dS \end{aligned} \quad (III.48)$$

где $G(x, y, z; \xi, \eta, \zeta)$ - функция Грина, $P(x, y, z)$ - координаты произвольной точки в жидкости, $Q(\xi, \eta, \zeta)$ - точка на границе, S_B - поверхность дна, S_F - свободная поверхность, S_W - смоченная поверхность тела и S_R - цилиндр радиусом R , который впоследствии будет устремлён к бесконечности, n - нормаль к поверхности.

Функция Грина $G(x, y, z; \xi, \eta, \zeta)$

Эта функция Грина входит во все последующие выражения, поэтому необходимо заранее оговорить её свойства. В качестве этой функции может быть принят потенциал источника или диполя. В данном случае рассматривается потенциал волнового источника в виде

$$\begin{aligned} G(x, y, z; \xi, \eta, \zeta) &= \frac{1}{\sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z+\zeta)^2}} - \\ &- \frac{2g}{\pi U^2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sec^2 \theta d\theta \int_0^\infty e^{k(z+\zeta)} \frac{\cos[k \cos \theta (x-\xi)] \cos[k \sin \theta (y-\eta)]}{k - K_o \sec^2 \theta} dk + \\ &+ \frac{2g}{U^2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} e^{K_o \sec^2 \theta (z+\zeta)} \sin[K_o \sec \theta (x-\xi)] \cos[K_o \sec^2 \theta \sin \theta (y-\eta)] \sec^2 \theta d\theta \end{aligned} \quad (III.49)$$



Очень важно отметить, что эта функция удовлетворяет условию на бесконечности вместе с условием рассеяния. Влияние на точку $M(x, y, z)$ источников, расположенных на разных бортах судна, но имеющих одинаковые координаты по осям ξ и ζ , выражается в виде суммы $G^+ + G^-$. При этом G^+ записывается в виде (III.49), а G^- в таком же виде, но вместо η подставляется $-\eta$ (рис. III.2), а это означает, что влияние правого и левого борта разное, если считать судно широким. Если применяется приближение узкого судна, то источники, имитирующие корпус судна, располагаются на диаметральной плоскости. В таком случае точки расположения источников совпадают и равны

$(\xi, 0, \varsigma)$. Тогда сумма $G^+ + G^-$ просто равна удвоенному значению G . Но, как будет видно дальше, в выражение той части потенциала, которая связана с влиянием корпуса судна, входят производные от G , поэтому необходимо учитывать, какие производные являются чётными функциями G , а какие нечётными. Например, производная по η является нечётной функцией, когда $\eta = 0$. Для доказательства получим эти производные. Производная G_η^+ равна

$$\begin{aligned}
 G_\eta^+(x, y, z; \xi, \eta, \varsigma) &= (y - \eta)[(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \varsigma)^2]^{-3/2} - \\
 &- (y - \eta)[(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z + \varsigma)^2]^{-3/2} - \\
 &- \frac{2gk \sin \theta}{\pi U^2} \sin[k \sin \theta (y - \eta)] \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sec^2 \theta d\theta \times \\
 &\times \int_0^\infty e^{k(z+\varsigma)} \frac{\cos[k \cos \theta (x - \xi)] \cos[k \sin \theta (y - \eta)]}{k - K_o \sec^2 \theta} dk + \\
 &+ \frac{2gK_o \sec^2 \theta \sin \theta}{U^2} \sin[K_o \sec^2 \theta \sin \theta (y - \eta)] \times \\
 &\times \int_{-\pi/2}^{\pi/2} e^{K_o \sec^2 \theta (z+\varsigma)} \sin[K_o \sec \theta (x - \xi)] \cos[K_o \sec^2 \theta \sin \theta (y - \eta)] \sec^2 \theta d\theta
 \end{aligned} \tag{III.50}$$

Производная G_η^- записывается в виде

$$\begin{aligned}
 G_\eta^-(x, y, z; \xi, \eta, \varsigma) &= -(y + \eta)[(x - \xi)^2 + (y + \eta)^2 + (z - \varsigma)^2]^{-3/2} + \\
 &+ (y + \eta)[(x - \xi)^2 + (y + \eta)^2 + (z + \varsigma)^2]^{-3/2} + \\
 &+ \frac{2gk \sin \theta}{\pi U^2} \sin[k \sin \theta (y + \eta)] \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sec^2 \theta d\theta \times \\
 &\times \int_0^\infty e^{k(z+\varsigma)} \frac{\cos[k \cos \theta (x - \xi)] \cos[k \sin \theta (y + \eta)]}{k - K_o \sec^2 \theta} dk - \\
 &+ \frac{2gK_o \sec^2 \theta \sin \theta}{U^2} \sin[K_o \sec^2 \theta \sin \theta (y + \eta)] \times \\
 &\times \int_{-\pi/2}^{\pi/2} e^{K_o \sec^2 \theta (z+\varsigma)} \sin[K_o \sec \theta (x - \xi)] \cos[K_o \sec^2 \theta \sin \theta (y + \eta)] \sec^2 \theta d\theta
 \end{aligned} \tag{III.51}$$

Если положить $\eta = 0$, то эти производные получаются в виде

$$\begin{aligned}
 G_\eta^+(x, y, z; \xi, 0, \varsigma) &= y[(x - \xi)^2 + y^2 + (z - \varsigma)^2]^{-3/2} - y[(x - \xi)^2 + y^2 + (z + \varsigma)^2]^{-3/2} - \\
 &- \frac{2gk \sin \theta}{\pi U^2} \sin[k \sin \theta y] \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sec^2 \theta d\theta \times \int_0^\infty e^{k(z+\varsigma)} \frac{\cos[k \cos \theta (x - \xi)] \cos[k \sin \theta y]}{k - K_o \sec^2 \theta} dk + \\
 &+ \frac{2gK_o \sec^2 \theta \sin \theta}{U^2} \sin[K_o \sec^2 \theta \sin \theta y] \times \\
 &\times \int_{-\pi/2}^{\pi/2} e^{K_o \sec^2 \theta (z+\varsigma)} \sin[K_o \sec \theta (x - \xi)] \cos[K_o \sec^2 \theta \sin \theta y] \sec^2 \theta d\theta
 \end{aligned} \tag{III.52}$$

и, соответственно, G_η^- запишется как

$$\begin{aligned}
 G_{\eta}^{-}(x, y, z; \xi, \eta, \zeta) = & -y[(x - \xi)^2 + y^2 + (z - \zeta)^2]^{-3/2} + y[(x - \xi)^2 + y^2 + (z + \zeta)^2]^{-3/2} + \\
 & + \frac{2gk \sin \theta}{\pi U^2} \sin[k \sin \theta y] \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sec^2 \theta d\theta \int_0^{\infty} e^{k(z+\zeta)} \frac{\cos[k \cos \theta(x - \xi)] \cos[k \sin \theta y]}{k - K_o \sec^2 \theta} dk - \\
 & - \frac{2gK_o \sec^2 \theta \sin \theta}{U^2} \sin[K_o \sec^2 \theta \sin \theta y] \times \\
 & \times \int_{-\pi/2}^{\pi/2} e^{K_o \sec^2 \theta(z+\zeta)} \sin[K_o \sec \theta(x - \xi)] \cos[K_o \sec^2 \theta \sin \theta y] \sec^2 \theta d\theta
 \end{aligned} \tag{III.53}$$

Из сравнения (III.52) и (III.53) легко видеть, что G_{η}^{-} равна $-G_{\eta}^{+}$, что и доказывает нечётность производной G_{η} для случая узкого судна.

Вклад свободной поверхности

Для получения вкладов в волновое сопротивление свободной поверхности и смоченной поверхности корпуса К.Эггерс записывает обобщённое выражение. Он вводит обозначения для уравнений свободной поверхности и корпуса судна в виде

$$Z(x, y, z) = \zeta(x, y) - z = 0 \tag{III.54}$$

где z направлена вверх, x – в направлении скорости натекания U , \mathbf{n} – вектор внешней нормали на S_F и S_B , так что $\mathbf{n}dS$ можно записать как $\nabla Z dx dy$. Вектор

$$\mathbf{w} = \varphi \nabla G - G \nabla \varphi^{15} \tag{III.55}$$

и теорема Грина дают для любой точки внутри области, занятой жидкостью и ограниченной поверхностью интегрирования,

$$I_F = \iint_{S_F} \mathbf{w} \cdot \nabla Z dx dy \tag{III.56}$$

выражение для свободной поверхности и

$$I_w = \iint_{S_w} \mathbf{w} \cdot \nabla H dx dz \tag{III.57}$$

для смоченной поверхности корпуса.

Подынтегральная функция (III.49) на свободной поверхности получается следующим образом:

$$\mathbf{w} \cdot \nabla Z = (\varphi \nabla G - G \nabla \varphi) \cdot \nabla Z = \varphi \nabla G \cdot \nabla Z - G \nabla \varphi \cdot \nabla Z \tag{III.58}$$

где

$$\nabla G = G_x \mathbf{i} + G_y \mathbf{j} + G_z \mathbf{k}, \quad \nabla Z = \zeta_x \mathbf{i} + \zeta_y \mathbf{j} - \mathbf{k}, \quad \nabla \varphi = \varphi_x \mathbf{i} + \varphi_y \mathbf{j} + \varphi_z \mathbf{k} \tag{III.59}$$

Отсюда

$$\nabla \varphi \cdot \nabla Z = \varphi_x \zeta_x + \varphi_y \zeta_y - \varphi_z \tag{III.60}$$

С учётом граничного условия (III.9)

$$\nabla \varphi \cdot \nabla Z = -U \zeta_x \tag{III.61}$$

Тогда

$$\varphi \nabla G \cdot \nabla Z - G \nabla \varphi \cdot \nabla Z = \varphi (G_x \zeta_x + G_y \zeta_y - G_z) + GU \zeta_x$$

¹⁵ $G(P, Q)$ – это функция, удовлетворяющая уравнению Лапласа и линейным условиям на свободной поверхности, её принимают в виде функции Хавелока. Сизов ищет функцию $G(P, Q)$ иначе, чем Маруо, Эггерс и Вехаузен.

Отсюда интеграл $\Phi_F = \iint_{S_F} \mathbf{w} \cdot \nabla Z \, dx dy$ записывается в виде

$$\varphi_F = \iint_S U \zeta_x G \, dx dy + \iint_S \varphi [G_x \zeta_x - G_z + G_y \zeta_y] \, dx dy, \quad (III.62)$$

где при использовании формул (III.22) и (III.23) для выражения $\varphi(\xi, \eta, \zeta, \varepsilon)$, а также, записывая $G[P; \xi, \eta, \zeta(\xi, \eta, \varepsilon)]$ в виде усечённого ряда Тейлора на $\zeta = 0$

$$\begin{aligned} G_x &= G_\xi \Big|_{\zeta=0} = G_\xi[P; \xi, \eta, 0] + G_\zeta[P; \xi, \eta, 0] \cdot \zeta(\xi, \eta), \\ G_y &= G_\eta \Big|_{\zeta=0} = G_\eta[P; \xi, \eta, 0] + G_\zeta[P; \xi, \eta, 0] \cdot \zeta(\xi, \eta), \end{aligned} \quad (III.63)$$

и, подставляя $\zeta = \zeta(\xi, \eta)$ по формуле (III.21), (III.56) получается в виде

$$\begin{aligned} G[P; \xi, \eta, \zeta(\xi, \eta, \varepsilon)] &= G(P; \xi, \eta, 0) + G_\zeta(P; \xi, \eta, 0) \cdot (\varepsilon \zeta^{(1)} + \varepsilon^2 \zeta^{(2)}), \\ G_\xi[P; \xi, \eta, \zeta(\xi, \eta, \varepsilon)] &= G_\xi(P; \xi, \eta, 0) + G_{\xi\zeta}(P; \xi, \eta, 0) \cdot (\varepsilon \zeta^{(1)} + \varepsilon^2 \zeta^{(2)}), \\ G_\eta[P; \xi, \eta, \zeta(\xi, \eta, \varepsilon)] &= G_\eta(P; \xi, \eta, 0) + G_{\eta\zeta}(P; \xi, \eta, 0) \cdot (\varepsilon \zeta^{(1)} + \varepsilon^2 \zeta^{(2)}). \end{aligned} \quad (III.64)$$

Для подстановки этих разложений удобно представить интеграл (III.62) в виде

$$\begin{aligned} \varphi_F(x, y, z) &= \frac{1}{4\pi} \iint_S \{ U \zeta_\xi(\xi, \eta) G[x, y, z; \xi, \eta, \zeta(\xi, \eta)] + \varphi(\xi, \eta, \zeta) \cdot \\ &[\zeta_\xi(\xi, \eta) G_\xi + \zeta_\eta(\xi, \eta) G_\eta[x, y, z; \xi, \eta, \zeta(\xi, \eta)] - G_\zeta[x, y, z; \xi, \eta, \zeta(\xi, \eta)] \} d\xi d\eta \end{aligned} \quad (III.65)$$

Подставляя в (III.60) формулы (III.39), получаем для $U \zeta_\xi^{(1)}$ и $U \zeta_\xi^{(2)}$ выражение

$$\begin{aligned} U \zeta_\xi^{(2)} &= \varphi_\zeta^{(2)} - \varphi_\xi^{(1)} \zeta_\xi^{(1)} - \varphi_\eta^{(1)} \zeta_\eta^{(1)} + \varphi_{\zeta\zeta}^{(1)} \zeta^{(1)} \\ U \zeta_\xi^{(1)} &= \varphi_\zeta^{(1)} \end{aligned} \quad (III.66)$$

Подставляя (III.39) и (III.66) в подынтегральное выражение формулы (III.65), получаем

$$\begin{aligned} U \zeta_\xi G + \varphi[\zeta_\xi G_\xi + \zeta_\eta G_\eta - G_\zeta] &= \\ &= G \varepsilon \zeta_\xi^{(1)} U + \varepsilon^2 \zeta_\xi^{(2)} G U + \varepsilon^2 \zeta_\xi^{(1)} G_\zeta \varphi_\zeta^{(1)} + \varepsilon^2 \varphi_\xi^{(1)} \zeta_\xi^{(1)} G_\xi + \varphi_\eta^{(1)} \zeta_\eta^{(1)} G_\eta - \\ & - [\varepsilon \varphi_\zeta^{(1)} G_\zeta + \varepsilon^2 \varphi_\zeta^{(2)} G_\zeta + \varepsilon^2 \zeta_\xi^{(1)} \varphi_\xi^{(1)} G_\zeta + \varepsilon^2 \varphi_\xi^{(1)} \zeta_\xi^{(1)} G_{\zeta\zeta}] \end{aligned}$$

После перегруппировки получается

$$\begin{aligned} U \zeta_\xi G + \varphi(G_\xi \zeta_\xi + G_\eta \zeta_\eta - G_\zeta) &= \varepsilon [\zeta_\xi^{(1)} U G - G_\zeta \varphi^{(1)}] + \varepsilon^2 [\varphi_\zeta^{(2)} G - \varphi^{(2)} G_\zeta] + \\ & + \varepsilon^2 [\zeta_\xi^{(1)} G_\xi \varphi^{(1)} - \varphi_\xi^{(1)} \zeta_\xi^{(1)} G + \zeta_\eta^{(1)} G_\eta \varphi^{(1)} - \varphi_\eta^{(1)} \zeta_\eta^{(1)} G - \zeta_\xi^{(1)} G_{\zeta\zeta} \varphi^{(1)}] \end{aligned}$$

Подставляя это выражение в (III.65), получаем вклад свободной поверхности в виде

$$\begin{aligned} 4\pi \varphi_F(x, y, z) &= \iint_S \varepsilon [\zeta_\xi^{(1)} G U - \varphi^{(1)} G_\zeta] + \varepsilon^2 [G(\varphi_\zeta^{(2)} - \varphi^{(2)} G_\zeta - \varphi_\xi^{(1)} \zeta_\xi^{(1)} - \varphi_\eta^{(1)} \zeta_\eta^{(1)} + \\ & + \varphi_{\zeta\zeta}^{(1)} \zeta^{(1)}) + \varphi_\xi^{(1)} \zeta_\xi^{(1)} G_\xi + \varphi_\eta^{(1)} \zeta_\eta^{(1)} G_\eta - \zeta_\xi^{(1)} G_{\zeta\zeta} \varphi^{(1)}] d\xi d\eta, \end{aligned}$$

откуда, группируя слагаемые, представляем потенциал в форме

$$\begin{aligned} 4\pi \varphi_F &= \iint_S \varepsilon [\zeta_\xi^{(1)} G U - \varphi^{(1)} G_\zeta] d\xi d\eta + \varepsilon^2 \iint_S [G(\varphi_\zeta^{(2)} - \varphi^{(2)} G_\zeta - \\ & - \varphi_\xi^{(1)} \zeta_\xi^{(1)} G - \varphi_\eta^{(1)} \zeta_\eta^{(1)} G + \varphi_{\zeta\zeta}^{(1)} \zeta^{(1)} G + \varphi_\xi^{(1)} \zeta_\xi^{(1)} G_\xi + \varphi_\eta^{(1)} \zeta_\eta^{(1)} G_\eta - \zeta_\xi^{(1)} G_{\zeta\zeta} \varphi^{(1)}] d\xi d\eta \end{aligned} \quad (III.67)$$

Для преобразования первого интеграла используем линейное граничное условие на свободной поверхности для потенциала источника $G_{\xi\xi} + k_0 G_\zeta = 0$, т.е. $G_\zeta = -G_{\xi\xi}/k_0$, (где

$k_0 = g/U^2$), а также полученное из (III.25) равенство $\zeta_\xi^{(1)}(x, y) = -\frac{U}{g} \varphi_{\xi\xi}^{(1)}(x, y, 0)$. Отсюда

можно получить первый интеграл в виде линейного контурного интеграла

$$\frac{U^2}{g} \iint_S [\varphi G_{\xi\xi} + \varphi_\xi G_\xi - \varphi_\xi G_\xi - \varphi_{\xi\xi} G] dS_F = \frac{U^2}{g} \iint_S [\varphi G_\xi - \varphi_\xi G]_\xi d\xi d\eta = \frac{U^2}{g} \oint_{L_0} [\varphi G_\xi - \varphi_\xi G] d\eta$$

Это известная формула Р.Брава на $z = 0$

$$\iint_S [\varphi_\xi^{(1)} G - \varphi^{(1)} G_\xi] d\xi d\eta = -\frac{1}{k_o} \oint_{L_0} [\varphi_\xi^{(1)} G - \varphi^{(1)} G_\xi] d\eta \quad (\text{III.68})$$

Теперь формула (III.62) приобретает вид

$$\begin{aligned} \varphi_F = & -\frac{\varepsilon}{4\pi k_o} \oint_{L_0} [\varphi_\xi^{(1)} G - \varphi^{(1)} G_\xi] d\eta + \frac{\varepsilon^2}{4\pi} \iint_S [G\varphi_\xi^{(2)} - \varphi^{(2)} G_\xi - \\ & - \varphi_\xi^{(1)} \zeta_\xi^{(1)} G - \varphi_\eta^{(1)} \zeta_\eta^{(1)} G + \varphi_{\zeta\zeta}^{(1)} G + \varphi^{(1)} \zeta_\xi^{(1)} G_\xi + \varphi^{(1)} \zeta_\eta^{(1)} G_\eta - \zeta^{(1)} G_{\zeta\zeta} \varphi^{(1)}] d\xi d\eta \end{aligned} \quad (\text{III.69})$$

где L_0 – линия пересечения поверхности тела со свободной поверхностью, и можно показать, что вклад от линии пересечения свободной поверхности и поверхности вертикальных границ равен нулю [8].

Здесь следует отдельно рассмотреть интегралы

$$\iint_S \zeta_\xi^{(1)} (\varphi^{(1)} G_\xi - \varphi_\xi^{(1)} G) d\xi d\eta = \oint_{L_0} (\varphi^{(1)} G_\xi - \varphi_\xi^{(1)} G) \zeta^{(1)} d\eta - \iint_S \zeta^{(1)} (\varphi^{(1)} G_{\xi\xi} - \varphi_{\xi\xi}^{(1)} G)_\xi d\xi d\eta \quad (\text{III.70})$$

и

$$\iint_S \zeta_\eta^{(1)} (\varphi^{(1)} G_\eta - \varphi_\eta^{(1)} G) d\xi d\eta = \oint_{L_0} (\varphi^{(1)} G_\eta - \varphi_\eta^{(1)} G) \zeta^{(1)} d\xi - \iint_S \zeta^{(1)} (\varphi^{(1)} G_{\eta\eta} - \varphi_{\eta\eta}^{(1)} G) d\xi d\eta \quad (\text{III.71})$$

Заменяя в формуле (III.69) выражения $\varphi_{\zeta\zeta}^{(1)} = -\varphi_{\xi\xi}^{(1)} - \varphi_{\eta\eta}^{(1)}$ и $G_{\zeta\zeta} = -G_{\xi\xi} - G_{\eta\eta}$ и подставляя (III.70) и (III.71), получим

$$\begin{aligned} \varphi_F = & -\frac{\varepsilon}{4\pi k_o} \oint_{L_0} [\varphi_\xi^{(1)} G - \varphi^{(1)} G_\xi] d\eta + \frac{\varepsilon^2}{4\pi} \iint_S [G\varphi_\xi^{(2)} - \varphi^{(2)} G_\xi] d\xi d\eta + \\ & + \frac{\varepsilon^2}{4\pi} \oint_{L_0} (\varphi^{(1)} G_\xi - \varphi_\xi^{(1)} G) \zeta^{(1)} d\eta - \frac{\varepsilon^2}{4\pi} \iint_S \zeta^{(1)} (\varphi^{(1)} G_{\xi\xi} - \varphi_{\xi\xi}^{(1)} G)_\xi d\xi d\eta + \\ & + \frac{\varepsilon^2}{4\pi} \oint_{L_0} (\varphi^{(1)} G_\eta - \varphi_\eta^{(1)} G) \zeta^{(1)} d\xi - \frac{\varepsilon^2}{4\pi} \iint_S \zeta^{(1)} (\varphi^{(1)} G_{\eta\eta} - \varphi_{\eta\eta}^{(1)} G) d\xi d\eta - \\ & - \frac{\varepsilon^2}{4\pi} \iint_S \zeta^{(1)} G (\varphi_{\xi\xi}^{(1)} + \varphi_{\eta\eta}^{(1)}) - \zeta^{(1)} \varphi^{(1)} (G_{\xi\xi} + G_{\eta\eta})] d\xi d\eta \end{aligned} \quad (\text{III.72})$$

Легко видеть, что четвёртый и шестой интегралы взаимно уничтожаются с последним. Но остаются ещё два линейных интеграла. Здесь следует учесть, что интеграл $\oint_{L_0} (\varphi^{(1)} G_\xi - \varphi_\xi^{(1)} G) \zeta^{(1)} d\eta = \oint_{L_0} (\varphi^{(1)} G_\xi - \varphi_\xi^{(1)} G) \zeta^{(1)} f_\xi^{(1)} d\xi$ является интегралом третьего порядка и

может быть опущен. В результате с учётом того, что $G_\xi = -\frac{1}{k_o} G_{\xi\xi}$ получается интеграл

$$\iint_S \varphi^{(2)} G_\xi d\xi d\eta = -\frac{1}{k_o} \oint_{L_0} [\varphi^{(2)} G_\xi - \varphi_\xi^{(2)} G] f_\xi^{(1)} d\xi - \frac{1}{k_o} \iint_S \varphi_{\xi\xi}^{(2)} G d\xi d\eta, \quad (\text{III.73})$$

в котором линейный интеграл также является интегралом третьего порядка и может быть опущен. В результате после подстановки (III.68) в (III.67) приводит к выражению

$$\begin{aligned} \varphi_F = & -\frac{\varepsilon}{4\pi k_o} \oint_{L_o} [\varphi_\xi^{(1)} G - \varphi^{(1)} G_\xi] d\eta + \frac{\varepsilon^2}{4\pi} \oint_{L_o} (\varphi^{(1)} G_\eta - \varphi_\eta^{(1)} G) \zeta^{(1)} d\xi + \\ & + \frac{\varepsilon^2}{4\pi} \iint_S G [\varphi_\zeta^{(2)} + \frac{U^2}{g} \varphi_{\xi\xi}^{(2)}] d\xi d\eta \end{aligned} \quad (\text{III.74})$$

Итак, получается, что потенциал можно представить в виде суммы двух выражений

$$\varphi_{ILO}^{(2)} = -\frac{1}{4\pi k_o} \oint_{L_o} [\varphi_\xi^{(1)} G - \varphi^{(1)} G_\xi] d\eta + \frac{1}{4\pi} \oint_{L_o} (\varphi^{(1)} G_\eta - \varphi_\eta^{(1)} G) \zeta^{(1)} d\xi \quad (\text{III.75})$$

$$\varphi_I^{(2)} = \frac{1}{4\pi} \frac{U}{g} \iint_S G [-(\nabla \varphi^{(1)} \nabla \varphi^{(1)})_\xi + \varphi_\xi^{(1)} (\frac{U^2}{g} \varphi_{\xi\xi}^{(1)} + \varphi_\zeta^{(1)})_\zeta] d\xi d\eta \quad (\text{III.76})$$

Вклад корпуса судна

Потенциал, связанный с влиянием корпуса, записывается в виде, предложенном К.Эггерсом

$$\Phi_b = \iint_{S_b} \mathbf{w} \cdot \nabla H \, dx dz \quad (\text{III.77})$$

где функция H записывается в виде

$$H(x, y, z) = f(x, z) \pm y = 0 \quad (\text{III.78})$$

для смоченной поверхности корпуса S_b , а \mathbf{w} , как и для свободной поверхности, определяется по формуле (III.55) в виде $\mathbf{w} = \varphi \nabla G - G \nabla \varphi$. Вектор \mathbf{n} имеет разное направление на разных сторонах тела, что учитывается в дальнейшем знаком \pm перед соответствующими функциями. Подынтегральная функция $\mathbf{w} \nabla H$ получается следующим образом:

$$\mathbf{w} \nabla H = (\varphi \nabla G - G \nabla \varphi) \nabla H = \varphi \nabla G \nabla H - G \nabla \varphi \cdot \nabla H \quad (\text{III.79})$$

где

$$\nabla G = G_x \mathbf{i} + G_y \mathbf{j} + G_z \mathbf{k}, \quad \nabla H = f_x \mathbf{i} \pm \mathbf{j} + f_z \mathbf{k}, \quad \nabla \varphi = \varphi_x \mathbf{i} + \varphi_y \mathbf{j} + \varphi_z \mathbf{k} \quad (\text{III.80})$$

Отсюда

$$\nabla \varphi \cdot \nabla H = \varphi_x f_x \pm \varphi_y + \varphi_z f_z = 0 \quad (\text{III.81})$$

С учётом граничного условия (III.15) $(U + \varphi_x) f_x \pm \varphi_y + \varphi_z f_z = 0$,

или в виде

$$\varphi_x f_x \pm \varphi_y + \varphi_z f_z = -U f_x \quad (\text{III.82})$$

получается

$$\nabla \varphi \cdot \nabla H = -U f_x \quad (\text{III.83})$$

И тогда

$$\varphi \nabla G \nabla H - G \nabla \varphi \cdot \nabla H = \varphi (G_x f_x \pm G_y + G_z f_z) + G U f_x \quad (\text{III.84})$$

Интеграл $\Phi_b = \iint_D (\mathbf{w} \cdot \nabla H) \, dx dz$ имеет вид

$$\varphi_b = \iint_{S_b} U f_x G \, dS_b + \iint_{S_b} \varphi [G_x f_x \pm G_y + G_z f_z] \, dS_b \quad (\text{III.85})$$

В связи с тем, что в дальнейшем интегрирование производится по точкам Q , принадлежащим поверхности корпуса, а функция Грина записывается в виде $G(P, Q) = G[P; \xi, \eta(\xi, \zeta, \varepsilon), \zeta]$, то вместо x, y, z вводятся обозначения ξ, η, ζ .

Функция Грина G раскладывается в усечённый ряд Тейлора по y

$$\begin{aligned}
 G &= G|_{\eta=0} = G(P; \xi, 0, \zeta) + G_{\eta}(P; \xi, 0, \zeta) \cdot f(\xi, \zeta), \\
 G_x &= G_{\xi}|_{\eta=0} = G_{\xi}(P; \xi, 0, \zeta) + G_{\xi\eta}(P; \xi, 0, \zeta) \cdot f(\xi, \zeta), \\
 G_y &= G_{\eta}|_{\eta=0} = G_{\eta}(P; \xi, 0, \zeta) + G_{\eta\eta}(P; \xi, 0, \zeta) \cdot f(\xi, \zeta), \\
 G_z &= G_{\zeta}|_{\eta=0} = G_{\zeta}(P; \xi, 0, \zeta) + G_{\zeta\eta}(P; \xi, 0, \zeta) \cdot f(\xi, \zeta)
 \end{aligned}
 \tag{III.86}$$

Функция $\varphi^{(1)}(x, y, z)$ также раскладывается в усечённый ряд Тейлора

$$\varphi^{(1)}(\xi, \eta, \zeta) \approx \varphi^{(1)}(\xi, 0, \zeta) + \varphi_y^{(1)}(\xi, 0, \zeta) f(\xi, \zeta) + \dots
 \tag{III.87}$$

при этом $y = \varepsilon f^{(1)}(x, z)$. Тогда

$$\varphi^{(1)}(\xi, \eta, \zeta) \approx \varepsilon \varphi^{(1)}(\xi, 0, \zeta) + \varepsilon \varphi_y^{(1)}(\xi, 0, \zeta) [\varepsilon f^{(1)}(\xi, \zeta)] + \dots
 \tag{III.88}$$

и разложение функции $\varphi(x, y, z)$ по малому параметру в данном случае имеет вид

$$\varphi(\xi, \eta, \zeta, \varepsilon) \approx \varepsilon \varphi^{(1)}(\xi, 0, \zeta) + \varepsilon^2 [\varphi^{(2)}(\xi, 0, \zeta) + \varphi_{\eta}^{(1)}(\xi, 0, \zeta) f^{(1)}(\xi, \zeta)] + \dots
 \tag{III.84}$$

а её производные с точностью до второго порядка записывается как

$$\begin{aligned}
 \varphi_{\xi}^{(1)}(\xi, \eta, \zeta) &\approx \varepsilon \varphi_{\xi}^{(1)}(\xi, 0, \zeta) + \varepsilon^2 \varphi_{\xi\eta}^{(1)}(\xi, 0, \zeta) f^{(1)}(\xi, \zeta) + \dots \\
 \varphi_{\eta}^{(1)}(\xi, \eta, \zeta) &\approx \varepsilon \varphi_{\eta}^{(1)}(\xi, 0, \zeta) + \varepsilon^2 \varphi_{\eta\eta}^{(1)}(\xi, 0, \zeta) f^{(1)}(\xi, \zeta) + \dots \\
 \varphi_{\zeta}^{(1)}(\xi, \eta, \zeta) &\approx \varepsilon \varphi_{\zeta}^{(1)}(\xi, 0, \zeta) + \varepsilon^2 \varphi_{\zeta\eta}^{(1)}(\xi, 0, \zeta) f^{(1)}(\xi, \zeta) + \dots
 \end{aligned}
 \tag{III.89}$$

Подынтегральное выражение формулы (III.85) получается следующим образом

$$\begin{aligned}
 \varphi[G_x f_x \pm G_y + G_z f_z] &= [\varepsilon \varphi^{(1)}(\xi, 0, \zeta) + \varepsilon^2 [\varphi^{(2)}(\xi, 0, \zeta) \pm \varphi_y^{(1)}(\xi, 0, \zeta) f^{(1)}(\xi, \zeta)] \times \\
 &\times \{ [G_{\xi}(P; \xi, 0, \zeta) + G_{\xi\eta}(P; \xi, 0, \zeta) \cdot \varepsilon f^{(1)}(\xi, \zeta)] \varepsilon f_{\xi}^{(1)} + \\
 &+ [G_{\zeta}(P; \xi, 0, \zeta) + G_{\zeta\eta}(P; \xi, 0, \zeta) \cdot \varepsilon f^{(1)}(\xi, \zeta)] \varepsilon f_{\zeta}^{(1)} - \\
 &- [G_{\eta}(P; \xi, 0, \zeta) + G_{\eta\eta}(P; \xi, 0, \zeta) \cdot \varepsilon f^{(1)}(\xi, \zeta)] \} = \\
 &= \varepsilon \varphi^{(1)}(\xi, 0, \zeta) \varepsilon f_{\xi}^{(1)} G_{\xi}(P; \xi, 0, \zeta) + \varepsilon \varphi^{(1)}(x, 0, z) \varepsilon f_{\zeta}^{(1)} G_{\zeta}(P; \xi, 0, \zeta) - \\
 &- \varepsilon \varphi^{(1)}(\xi, 0, \zeta) [\pm G_{\eta}(P; \xi, 0, \zeta) + G_{\eta\eta}(P; \xi, 0, \zeta) \cdot \varepsilon f^{(1)}(\xi, \zeta)]
 \end{aligned}$$

т.е. можно записать, что

$$\begin{aligned}
 \varphi[G_x f_x \pm G_y + G_z f_z] &= \varepsilon \varphi^{(1)}(\xi, 0, \zeta) [G_{\eta}^{+}(P; \xi, 0, \zeta) + G_{\eta}^{-}(P; \xi, 0, \zeta)] + \\
 &+ \varepsilon^2 \varphi^{(1)}(\xi, 0, \zeta) [f_{\xi}^{(1)} G_{\xi}(P; \xi, 0, \zeta) + f_{\zeta}^{(1)} G_{\zeta}(P; \xi, 0, \zeta) - f^{(1)}(\xi, \zeta) G_{\eta\eta}(P; \xi, 0, \zeta)]
 \end{aligned}
 \tag{III.90}$$

Обозначим вклад от смоченной поверхности тела в потенциал скорости как $\varphi_b(x, y, z)$, и тогда потенциал записывается в виде

$$\begin{aligned}
 \varphi_b(x, y, z) &= \frac{1}{4\pi} \iint_D \left\{ \varepsilon \varphi(\xi, f(\xi, \zeta), \zeta) \{ \varepsilon f_{\xi}(\xi, \zeta) [G_{\xi}^{+}(P, \xi, f(\xi, \zeta), \zeta) + G_{\xi}^{-}(P, \xi, -f(\xi, \zeta), \zeta)] + \right. \\
 &\cdot + \varepsilon f_{\zeta}(\xi, \zeta) [G_{\zeta}^{+}(P, \xi, f, \zeta) + G_{\zeta}^{-}(P, \xi, -f, \zeta)] - [G_{\eta}^{+}(P, \xi, f, \zeta) + G_{\eta}^{-}(P, \xi, -f, \zeta)] - \\
 &\left. - \varepsilon f(\xi, \zeta) [G_{\eta\eta}^{+}(P, \xi, f, \zeta) + G_{\eta\eta}^{-}(P, \xi, -f, \zeta)] \right\} + +U \varepsilon f_{\xi}(\xi, \zeta) [G^{+}(P, \xi, f, \zeta) + G^{-}(P, \xi, -f, \zeta)] d\xi d\zeta
 \end{aligned}
 \tag{III.91}$$

где D - диаметральная плоскость корпуса судна, а направление для G учитывается знаком плюс + или минус -, когда

$$y = f(x, z) \quad \text{и} \quad y = -f(x, z)$$

в зависимости от направления нормали \mathbf{n} к поверхности корпуса. Здесь следует учитывать, что $\zeta, \varphi, \varphi_x, \varphi_z$ чётные функции по y , в то время как φ_y является нечётной функцией y . Такая же зависимость присуща функции Грина, т.е. $G, G_{\xi}, G_{\zeta}, G_{\eta\eta}$ чётные функции, так как не зависят от направления нормали к поверхности корпуса, а G_{η} является нечётной

функцией, что было показано в формулах (III.52) и (III.53). Таким образом, все слагаемые в (III.91) удваиваются, за исключением суммы $G_{\eta}^{+} + G_{\eta}^{-}$. Тогда с учётом того, что

$$(f G_{\xi})_{\xi} + (f G_{\zeta})_{\zeta} = f_{\xi} G_{\xi} + f_{\zeta} G_{\zeta} - f G_{\eta\eta},$$

получаются выражения для потенциала первого и второго порядка в виде

$$\begin{aligned} \varphi_b^{(1)}(x, y, z) &= \frac{1}{2\pi} \iint_D U f_{\xi}^{(1)} G(x, y, z; \xi, 0, \zeta) d\xi d\zeta \\ \varphi_b^{(2)}(x, y, z) &= \frac{1}{2\pi} \iint_D \varphi^{(1)} [(f^{(1)} G_{\xi})_{\xi} + (f^{(1)} G_{\zeta})_{\zeta}] d\xi d\zeta \end{aligned} \quad (III.92)$$

Интегрирование по ξ и ζ второго интеграла дважды по частям дает

$$\begin{aligned} \varphi_b^{(2)}(x, y, z) &= \frac{1}{2\pi} \iint_D \varphi^{(1)} [(f^{(1)} G_{\xi})_{\xi} + (f^{(1)} G_{\zeta})_{\zeta}] d\xi d\zeta = \\ &= \frac{1}{2\pi} \oint_{L_0} \varphi^{(1)} f^{(1)} G_{\xi} d\zeta + \frac{1}{2\pi} \oint_{L_0} \varphi^{(1)} f^{(1)} G_{\zeta} d\xi - \frac{1}{2\pi} \iint_D f^{(1)} [\varphi_{\xi}^{(1)} G_{\xi} + \varphi_{\zeta}^{(1)} G_{\zeta}] d\xi d\zeta = \\ &= \frac{1}{2\pi} \oint_{L_0} \varphi^{(1)} f^{(1)} G_{\xi} d\zeta + \frac{1}{2\pi} \oint_{L_0} \varphi^{(1)} f^{(1)} G_{\zeta} d\xi - \frac{1}{2\pi} \oint_{L_0} \varphi_{\xi}^{(1)} f^{(1)} G d\zeta - \frac{1}{2\pi} \oint_{L_0} \varphi_{\zeta}^{(1)} f^{(1)} G d\xi + \\ &+ \frac{1}{2\pi} \iint_D [(f^{(1)} \varphi_{\xi}^{(1)})_{\xi} + (f^{(1)} \varphi_{\zeta}^{(1)})_{\zeta}] G d\xi d\zeta \end{aligned} \quad (III.93)$$

но здесь линейные интегралы $\frac{1}{2\pi} \oint_{L_0} \varphi^{(1)} f^{(1)} G_{\xi} d\zeta$ и $\frac{1}{2\pi} \oint_{L_0} \varphi_{\xi}^{(1)} f^{(1)} G d\zeta$ имеют третий порядок

по ε , если учесть, что $\zeta(\xi, \eta, \varepsilon) = \varepsilon \zeta^{(1)} + \varepsilon^2 \zeta^{(2)} + \dots$. Окончательно получается

$$\begin{aligned} \varphi_b^{(2)}(x, y, z) &= \\ &= \frac{1}{2\pi} \oint_{L_0} \varphi^{(1)} f^{(1)} G_{\zeta} d\xi - \frac{1}{2\pi} \oint_{L_0} \varphi_{\zeta}^{(1)} f^{(1)} G d\xi + \frac{1}{2\pi} \iint_D [f_{\xi}^{(1)} \varphi_{\xi}^{(1)} + f_{\zeta}^{(1)} \varphi_{\zeta}^{(1)} - \varphi_{\eta\eta} f^{(1)}] G d\xi d\zeta \end{aligned}$$

Отсюда искомые выражения потенциала первого и второго порядка записываются как

$$\varphi_b^{(2)} = \frac{1}{2\pi} \oint_{L_{\eta}} \varphi^{(1)} f^{(1)} G_{\zeta} d\xi - \frac{1}{2\pi} \oint_{L_{\eta}} \varphi_{\zeta}^{(1)} f^{(1)} G d\xi \quad (III.94)$$

$$\varphi_b^{(2)}(x, y, z) = \frac{1}{2\pi} \iint_D [f_{\xi}^{(1)} \varphi_{\xi}^{(1)} + f_{\zeta}^{(1)} \varphi_{\zeta}^{(1)} - \varphi_{\eta\eta} f^{(1)}] G d\xi d\zeta \quad (III.95)$$

Линейный интеграл

Роли линейного интеграла в изучении теорий второго порядка посвящен отдельный параграф, поэтому здесь рассматриваются только формулы, полученные выше. При получении вклада в потенциал свободной поверхности получились линейные интегралы (III.70) в виде

$$\varphi_{L_0}^{(2)} = -\frac{1}{4\pi k_o} \oint_{L_0} [\varphi_{\xi}^{(1)} G - \varphi^{(1)} G_{\xi}] d\eta + \frac{1}{4\pi} \oint_{L_0} (\varphi^{(1)} G_{\eta} - \varphi_{\eta}^{(1)} G) \zeta^{(1)} d\xi, \quad (III.96)$$

а вклад корпуса привёл к линейным интегралам (III.88) вида

$$\varphi_{bL_0}^{(2)} = \frac{1}{2\pi} \oint_{L_0} \varphi^{(1)} f^{(1)} G_{\zeta} d\xi - \frac{1}{2\pi} \oint_{L_0} \varphi_{\zeta}^{(1)} f^{(1)} G d\xi. \quad (III.97)$$

Здесь представляет интерес контур L_0 , по которому должны быть взяты эти интегралы.

При точной постановке задачи этот контур должен проходить по линии пересечения волновой поверхности с корпусом и представлять собой волновую кривую L . Но при тех допущениях, которые сделаны в процессе выводов, когда судно считается узким, а волны

малыми, и после разложения нелинейной задачи по малому параметру этот контур совпадает с линией пересечения невозмущённой свободной поверхности с корпусом. Путём разложения в ряды Тейлора интегрирование переносится с поверхности корпуса на диаметрально плоскость.

$$\begin{aligned} \varphi_{L_0}^{(2)} + \varphi_{1L_0}^{(2)} + \varphi_{11L_0}^{(2)} + \varphi_{11LL_0}^{(2)} &= \frac{1}{2\pi k_o} \int_{L_0} f_{1\xi} (\varphi_{\xi}^{(1)} G - \varphi^{(1)} G_{\xi}) d\xi + \frac{1}{4\pi} \int_{L_0} \zeta^{(1)} (\varphi_{\eta}^{(1)} G - \varphi^{(1)} G_{\eta}) d\xi + \\ &+ \frac{1}{2\pi} \int_{L_0} f_1 (\varphi^{(1)} G_{\zeta} - \varphi_{\zeta}^{(1)} G) d\xi - \frac{1}{4\pi} \int_{L_0} \zeta^{(1)} (\varphi_{\eta}^{(1)} G - \varphi^{(1)} G_{\eta}) d\xi \end{aligned} \quad (III.98)$$

Здесь первый интеграл можно преобразовать путём интегрирования по частям:

$$\begin{aligned} &\frac{1}{k_o} \int_{L_0} f_{1\xi} (\varphi_{\xi}^{(1)} G - \varphi^{(1)} G_{\xi}) d\xi = \\ &= \frac{1}{k_o} f_1 (\varphi_{\xi}^{(1)} G - \varphi^{(1)} G_{\xi}) \Big|_{-L/2}^{L/2} - \frac{1}{k_o} \int_{L_0} f_1 (\varphi_{\xi\xi}^{(1)} G + \varphi_{\xi}^{(1)} G_{\xi} - \varphi_{\xi}^{(1)} G_{\xi} - \varphi^{(1)} G_{\xi\xi}) d\xi = \\ &= \frac{1}{k_o} [0 - 0] (\varphi_{\xi}^{(1)} G - \varphi^{(1)} G_{\xi}) + \int_{L_0} f_1 (\varphi_{\xi}^{(1)} G - \varphi^{(1)} G_{\xi}) d\xi = - \int_{L_0} f_1 (\varphi^{(1)} G_{\zeta} - \varphi_{\zeta}^{(1)} G) d\xi. \end{aligned} \quad (III.99)$$

Тогда сумма всех четырёх интегралов, выделенных таким образом, равна нулю.

$$\begin{aligned} \varphi_{L_0}^{(2)} + \varphi_{1L_0}^{(2)} + \varphi_{11L_0}^{(2)} + \varphi_{11LL_0}^{(2)} &= \\ &= - \frac{1}{2\pi} \int_{L_0} f_1 (\varphi^{(1)} G_{\zeta} - \varphi_{\zeta}^{(1)} G) d\xi + \frac{1}{4\pi} \int_{L_0} \zeta^{(1)} (\varphi_{\eta}^{(1)} G - \varphi^{(1)} G_{\eta}) d\xi + \\ &+ \frac{1}{2\pi} \int_{L_0} f_1 (\varphi^{(1)} G_{\zeta} - \varphi_{\zeta}^{(1)} G) d\xi - \frac{1}{4\pi} \int_{L_0} \zeta^{(1)} (\varphi_{\eta}^{(1)} G - \varphi^{(1)} G_{\eta}) d\xi = 0. \end{aligned} \quad (III.100)$$

Однако преобразования и выделение линейных интегралов могут быть сделаны иначе. Например, Р.Брар выделил линейный интеграл непосредственно из функции Грина, не разделяя потенциал на вклад свободной поверхности и тела.

Определение волнового сопротивления.

Волновое сопротивление судна можно получить путём интегрирования давлений по смоченной поверхности корпуса судна в виде

$$R = - \iint_{S_b} (p - p_0) n_x dS_b = \iint_D (p - p_0) \frac{\partial f}{\partial x} dx dz \quad (III.101)$$

Мичелл получил свою формулу именно таким путем. Подставляя выражение для давления по формуле Бернулли

$$p - p_o = -\rho U \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{1}{2} \rho \left\{ \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 \right\} - \rho g z, \quad (III.102)$$

в члены давления в (III.101) и раскладывая по ε , получают приближения волнового сопротивления на каждом этапе. В случае первого приближения результат по этому методу не очень сложен и совпадает с результатами, полученными другими методами, такими как анализ энергии. Однако второе приближение, данное интегралом давления, станет очень сложным.

Х.Маруо [17] кроме использования закона количества движения выполнил вывод формулы волнового сопротивления, используя теорему Лагалли.

Обычно используют формулу классической гидродинамики, по которой силы действующие на объём V , ограниченный замкнутой поверхностью S , могут быть выражены (Милн-Томсон, 1964) как

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \rho \mathbf{v} dV - \iint_S \rho \cdot \mathbf{v} (\mathbf{n} \cdot \mathbf{v}) dS = \iiint_V \rho \mathbf{F} dV + \iint_S \mathbf{n} \cdot p dS, \quad (\text{III.103})$$

где S представляет собой сумму плоскостей и поверхностей, ограничивающих объём V . В данном случае это смоченная поверхность судна, свободная поверхность и контрольные поверхности. Кроме этого используется уравнение неразрывности. Давление вычисляется по формуле

$$p = \frac{\rho}{2} (U^2 - u^2 - v^2 - w^2) - \rho g z. \quad (\text{III.104})$$

Отсюда получается формула, которая чаще всего используется как известная,

$$R_w = \frac{\rho}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\zeta} (-\varphi_x^2 + \varphi_y^2 + \varphi_z^2) d\sigma + \frac{\rho g}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \zeta^2 dy. \\ R = \frac{\rho}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\zeta} \left\{ \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 - \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 \right\} dy dz + \frac{\rho U^2}{2g} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 \Big|_{z=0} dy. \quad (\text{III.105})$$

Формула (III.105) записывается в виде

$$R_w = \frac{\rho}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\zeta} (-\varphi_x^2 + \varphi_y^2 + \varphi_z^2) dy dz + \frac{\rho g}{2} \cdot \frac{U^2}{g^2} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_x^2 dy \quad (\text{III.106})$$

Для подстановки потенциала скорости в формулу (III.106) необходимо использовать функцию Грина

$$\varphi_1 = \int_L \int_{\tau(x)}^{\zeta(x,0)} Q(x', z') G_1(x, y, z; x', 0, z') dx' dz' = \int_L \int_{\tau^{(o)}}^0 Q(x', z') G_1(x, y, z; x', 0, z') dx' dz' - \\ - \varepsilon \int_{L_0} \tau^{(1)}(x') Q(x', \tau^{(o)}) G_1(x, y, z; x', 0, \tau^{(o)}) dx' + \varepsilon \int_{L_0} \zeta^{(1)}(x', 0) Q(x', 0) G_1(x, y, z; x', 0, 0) dx' + \dots \quad (\text{III.107})$$

Для этого необходимо получить предельное значение G при удалении контрольной плоскости на бесконечное расстояние за судном. Асимптотическое выражение функции Грина G на $x \rightarrow \infty$

$$G \approx 4K_o \int_{-\pi/2}^{\pi/2} e^{k \sec^2 \theta (z+z')} \sin \{K_o \sec \theta (x-x')\} \cos \{K_o \sec^2 \theta \sin \theta (y-y')\} \sec^2 \theta d\theta \quad (\text{III.108})$$

После подстановки этого выражения в формулу

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = -\frac{1}{4\pi} \iint_{S_c} Q(x', z') G(x, y, z; x', 0, z') dx' dz' + \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma(x', y') G(x, y, z; x', y', 0) dx' dy', \quad (\text{III.109}),$$

получают асимптотическое выражение φ в виде

$$\varphi \approx -\frac{K_o}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left\{ (P_1 + P_2) \sin(K_o p \sec^2 \theta) - (Q_1 + Q_2) \cos \{K_o p \sec^2 \theta\} \right\} e^{K_o z \sec^2 \theta} \sec^2 \theta d\theta, \quad (\text{III.110})$$

где

$$\left. \begin{matrix} P_1 \\ P_2 \end{matrix} \right\} \approx \iint_{S_o} Q(x, z) e^{K_o z \sec^2 \theta} \begin{cases} \cos \\ \sin \end{cases} (K_o x \sec \theta) dx dz, \\ \left. \begin{matrix} Q_1 \\ Q_2 \end{matrix} \right\} \approx -\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma(x, z) \cos(K_o y \sec^2 \theta \sin \theta) \begin{cases} \cos \\ \sin \end{cases} (K_o x \sec \theta) dx dy, \quad p = x \cos \theta + y \sin \theta. \quad (\text{III.111})$$

Вводя эти выражения в интегралы формулы (III.106) и используя интегральную формулу, полученную по теореме Фурье, получают

$$\int_{-\infty}^{\infty} \{F(y)\}^2 dy = \pi \int_0^{\infty} (F_1^2 + F_2^2) du, \quad \text{если} \quad F(y) = \int_0^{\infty} (F_1 \cos uy + F_2 \sin uy) du,$$

окончательно получается формула для R_w в виде

$$R_w = \frac{\rho K_o^2}{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left\{ (P_1 + P_2)^2 + (Q_1 + Q_2)^2 \right\} \sec^3 \theta d\theta. \quad (\text{III.112})$$

При использовании разложения

$$Q = \varepsilon q^{(1)} + \varepsilon^2 q^{(2)} + \varepsilon^3 q^{(3)} + \dots,$$

$$\Gamma = \varepsilon \gamma^{(1)} + \varepsilon^2 \gamma^{(2)} + \varepsilon^3 \gamma^{(3)} + \dots$$

может быть получено приближение любого порядка. Для первого приближения

$$q^{(1)} = 2U \frac{\partial f_1}{\partial x}, \quad \gamma^{(1)} = 0, \quad (\text{III.113})$$

$$R_1 = \varepsilon^2 \frac{2\rho g}{\pi U^2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left\{ P^{(1)2} + Q^{(1)2} \right\} \sec^3 \theta d\theta, \quad (\text{III.114})$$

где

$$\left. \begin{matrix} P^{(1)} \\ Q^{(1)} \end{matrix} \right\} = \iint_{S_0} \frac{\partial f_1}{\partial x} e^{K_0 z \sec^2 \theta} \begin{cases} \cos \\ \sin \end{cases} (K_0 x \sec \theta) dx dz. \quad (\text{III.115})$$

Это идентично формуле Мичелла. Второе приближение порядка ε^3 получается следующим образом:

$$\varphi^{(1)} = \int_{L_0} \int_{\tau(x)}^0 q_1(x', z') G_1(x, y, z; x', 0, z') dx' dz' \quad (\text{III.116})$$

и второе станет

$$\begin{aligned} \varphi^{(2)} = & \int_{L_0} \int_{\zeta^{(0)}}^0 q^{(2)}(x', z') G_1(x, y, z; x', 0, z') dx' dz' - \int_{L_0} \tau(x') q^{(1)}(x', \tau^{(0)}) G_1(x, y, z; x', 0, \tau^{(0)}) dx' + \\ & + \int_{L_0} \zeta^{(1)}(x', 0) q^{(1)}(x', 0) G_1(x, y, z; x', 0, 0) dx' + \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \gamma^{(2)}(x', y') G_2(x, y, z; x', y', 0) dx' dy', \end{aligned} \quad (\text{III.117})$$

где

$$q^{(1)} = 2U \frac{\partial f_1}{\partial x} \quad (\text{III.118})$$

$$q^{(2)} = -2U \left\{ h^{(1)} \frac{\partial^2 f_1}{\partial x \partial z} - \psi^{(1)} \left(\frac{\partial f_1}{\partial z} - z \frac{\partial^2 f_1}{\partial x^2} + x \frac{\partial^2 f_1}{\partial x \partial z} \right) \right\} + 2 \left(\frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial x} \frac{\partial f_1}{\partial x} + \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial z} \frac{\partial f_1}{\partial z} - \frac{\partial^2 \varphi^{(1)}}{\partial y^2} f_1 \right)_{y=0}, \quad (\text{III.119})$$

$$\gamma^{(2)} = \frac{1}{U} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left(\frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial z} \right)^2 \right\}_{z=0} + \frac{1}{U} \left[\frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial x} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{U^2}{g} \frac{\partial^2 \varphi^{(1)}}{\partial x^2} + \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial z} \right) \right]_{z=0}. \quad (\text{III.120})$$

Если положить

$$\begin{aligned} P^{(2)} = & \iint_{S_0} q^{(2)} e^{K_o z \sec^2 \theta} \cos(K_o x \sec \theta) dx dz - \\ & - 2U \int_{L_0} \left(h^{(1)} - \psi^{(1)} x' - \psi^{(1)} \tau^{(0)} \frac{\partial \tau^{(0)}}{\partial x} \right) \frac{\partial f_1(x, \tau^{(0)})}{\partial x} e^{K_o \tau^{(0)} \sec^2 \theta} \cos(K_o x \sec \theta) dx - \\ & - \frac{2U^2}{g} \int_{L_0} \left. \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial x} \frac{\partial f_1}{\partial x} \right|_{y=z=0} \cos(K_o x \sec \theta) dx - \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \gamma^{(2)} \cos(K_o x \sec \theta) \sin(K_o y \sec^2 \theta \sec \theta) dx dy, \end{aligned} \quad (\text{III.121})$$

$$\begin{aligned}
 Q^{(2)} = & \iint_{S_o} q^{(2)} e^{K_o z \sec^2 \theta} \sin(K_o x \sec \theta) dx dz - \\
 & - \frac{2U^2}{g} \int_{L_o} (h^{(1)} - \psi^{(1)} x' - \psi^{(1)} \tau^{(0)} \frac{\partial \tau^{(0)}}{\partial x}) \frac{\partial f_1(x, \tau^{(0)})}{\partial x} e^{K_o \tau^{(0)} \sec^2 \theta} \sin(K_o x \sec \theta) dx - \\
 & - \frac{2U^2}{g} \int_{L_o} \left. \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial x} \frac{\partial f_1}{\partial x} \right|_{y=z=0} \sin(K_o x \sec \theta) dx - \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \gamma^{(2)} \sin(K_o x \sec \theta) \cos(K_o y \sec^2 \theta \sec \theta) dx dy,
 \end{aligned}
 \tag{III.122}$$

где $\tau(x)$ - это уравнение нулевого батокса, который дан уравнением $z = \tau(x)$ и может быть разложено по ε в виде

$$\tau(x) = \tau^{(0)} + \varepsilon \tau^{(1)} + \varepsilon^2 \tau^{(2)} + \varepsilon^3 \tau^{(3)} + \dots
 \tag{III.123}$$

тогда второе приближение для R_w получается в виде

$$R_2 = \varepsilon^3 \frac{2\rho g^2}{\pi U^3} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \{P^{(1)} P^{(2)} + Q^{(1)} Q^{(2)}\} \sec^3 \theta d\theta
 \tag{III.124}$$

III.2. Теория и решение В.Г. Сизова [6]

В 1898 году Мичелл дал решение задачи о волновом сопротивлении узкого судна произвольной формы, движущегося равномерно по поверхности спокойной воды. В его постановке предполагалось, что жидкость идеальная, движение потенциальное, касательная плоскость к поверхности судна всюду составляет малый угол с диаметральной плоскостью, амплитуда волн, поднимаемых судном, принимается малой, в связи с чем используется линейная теория волн, судно считается кинематически несвободным, его осадка и дифферент от хода не меняются, и наконец, смоченная поверхность судна ограничивается плоскостью невозмущённой поверхности воды. Исходя из этих допущений, Мичелл нашёл потенциал скоростей и волновое сопротивление судна. Решение Мичелла многократно подвергалось экспериментальной проверке. Общий вывод, вытекающий из результатов этих исследований, заключается в том, что с качественной стороны теория Мичелла в общем правильно описывает явление волнового сопротивления. Однако в отношении количественной оценки результаты могут считаться удовлетворительными только для тонких судов, соотношением длины к ширине порядка более восьми и при не очень больших скоростях. В противных же случаях расхождение теории Мичелла с экспериментом может быть значительным. Недостаточность теории Мичелла проявляется особенно наглядно при решении задачи о форме судна наименьшего сопротивления. Как показал М.Г.Крейн [4], наименьшее мичеллево сопротивление при заданном водоизмещении и диаметральной области достигается на вырожденных формах, выражаемых либо обобщёнными функциями (подводное судно), либо функциями с особенностями (надводное судно). Только введение в рассмотрение сопротивления трения приводит решение задачи о минимуме к единственной реальной форме [5]

1. Постановка задачи и граничные условия

Судно движется равномерно со скоростью v по спокойной поверхности воды, которая считается идеальной и несжимаемой. Задача преобразуется таким образом, что судно считается неподвижным в потоке, скорость которого на бесконечности равна $-v$.

Вследствие действия гидродинамических сил судно меняет свою посадку. В соответствии с этим берутся две системы координат, неподвижную и подвижную в пространстве XYZ и связанную с судном $X_o Y_o Z_o$. Изменение осадки t и дифферента ψ происходят под действием гидродинамических сил.

Пусть поверхность судна задаётся в виде

$$y_o = \pm \varepsilon f_o(x_o, z_o), \text{ когда } (x_o, z_o) \in D, \quad y_o \equiv 0 \text{ когда } (x_o, z_o) \notin D \quad (\text{III.125})$$

$$f(x, z, \varepsilon) = 0, \quad (x, z) \notin D(\varepsilon)$$

Здесь D – область, ограниченная диаметральной линией судна, уравнение которой $z_o = \tau_o \cdot x_o$, а ε – малый параметр, характеризующий поперечные размеры судна.

В осях XYZ уравнение поверхности судна

$$y = f(x, z, \varepsilon) = \varepsilon \cdot f_o(x \cdot \cos\psi + (z - t) \cdot \sin\psi, -x \cdot \sin\psi + (z - t) \cdot \cos\psi), \quad (x, z) \in D(\varepsilon) \quad (\text{III.126})$$

и уравнение диаметральной линии

$$-x \cdot \sin\psi + (z - t) \cdot \cos\psi - \tau_o(x \cos\psi + (z - t) \cdot \sin\psi) = 0$$

Скорость в точке (x, y, z) определяется с помощью потенциала

$$\Phi(x, y, z, \varepsilon) = -v \cdot x + \varphi(x, y, z, \varepsilon) \quad (\text{III.127})$$

Потенциал возмущённых скоростей φ должен удовлетворять уравнению Лапласа $\Delta\varphi = 0$, а также условиям на свободной поверхности: кинематическому условию

$$(-v + \varphi_x)F_x = \varphi_y F_y - \varphi_z = 0 \text{ при } z = F(x, y, \varepsilon) \quad (\text{III.128})$$

динамическому условию

$$z + \frac{v}{g} \varphi_x - \frac{1}{2g} (\varphi_x^2 + \varphi_y^2 + \varphi_z^2) = 0 \text{ при } z = F(x, y, z) \quad (\text{III.129})$$

и граничным условиям на поверхности судна:

кинематическому условию

$$(-v + \varphi_x) f_x - f_y - \varphi_z f_z \Big|_{y=f(x,z,\varepsilon)} = 0 \text{ при } (x, z) \in D(\varepsilon) \quad (\text{III.130})$$

$$\varphi_y \Big|_{y=0} = 0 \text{ при } (x, z) \notin D(\varepsilon) \quad (\text{III.131})$$

динамическому условию

$$\varepsilon D_\varepsilon + A(\varepsilon) - \gamma V(\varepsilon) = 0 \text{ (равновесие сил)} \quad (\text{III.132})$$

$$\varepsilon \cdot D_\varepsilon \cdot x_g(\varepsilon) + M(\varepsilon) - \gamma \cdot V(\varepsilon) x_c(\varepsilon) = 0 \text{ (равновесие моментов)} \quad (\text{III.133})$$

условию на бесконечности

$$\text{grad } \varphi \rightarrow 0 \text{ при } \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \rightarrow \infty \quad (\text{III.134})$$

Здесь $z = F(x, y, \varepsilon)$ – уравнение свободной поверхности, $\varepsilon D_o = \varepsilon \cdot \gamma V_o$ весовое водоизмещение судна, среднюю плотность которого мы считаем не зависящей от ε ; V – объём вытесненной судном воды, x_g и x_c – координаты центра тяжести и центра величины, $A(\varepsilon)$ и $M(\varepsilon)$ – вертикальная составляющая и момент гидродинамических сил, действующих на судно, $D'(\varepsilon)$ – погруженная под воду часть области $D(\varepsilon)$.

2. Сведение нелинейной системы к линейным краевым задачам.

Исследуем систему (III.128) – (III.134) путём разложения всех величин, связанных с движением жидкости, в ряды по параметру ε . Принимая во внимание, что при $\varepsilon = 0$

$$\varphi(x, y, z, 0) \equiv F(x, y, 0) \equiv f(x, z, 0) \equiv 0 \quad (\text{III.135})$$

будем иметь следующие разложения:

$$\varphi \cdot (x, y, z, \varepsilon) = \varepsilon \cdot \varphi_1(x, y, z) + \varepsilon^2 \cdot \varphi_2(x, y, z) + \dots \dots \dots \quad (\text{III.136})$$

$$F \cdot (x, y, \varepsilon) = \varepsilon \cdot F_1(x, y) + \varepsilon^2 \cdot F_2(x, y) + \dots \dots \dots \quad (\text{III.137})$$

$$f \cdot (x, z, \varepsilon) = \varepsilon \cdot f_1(x, z) + \varepsilon^2 \cdot f_2(x, z) + \dots \dots \dots \quad (\text{III.138})$$

Пользуясь этим, для граничного условия (III.129) получим ряд

$$F(x, y, \varepsilon) = \varepsilon \left[-\frac{v}{g} \varphi_{1x}(x, y, 0) \right] + \varepsilon^2 \left[-\frac{v}{g} \varphi_{1xz}(x, y, 0) F_1(x, y) + \right. \\ \left. + \frac{1}{2g} (\varphi_{1x}^2(x, y, 0) + \varphi_{1y}^2(x, y, 0) + \varphi_{1z}^2(x, y, 0)) - \frac{v}{g} \varphi_{2x}(x, y, 0) \right] + \dots \quad (\text{III.139})$$

Отсюда получим выражение составляющих формы свободной поверхности через производные составляющих потенциала

$$F_1(x, y) = -\frac{v}{g} \varphi_{1x} \leftrightarrow z = 0, \quad (\text{III.140})$$

$$F_2(x, y) = \frac{v^2}{g^2} \varphi_{1xz} \varphi_{1x} + \frac{1}{2g} (\varphi_{1x}^2 + \varphi_{1y}^2 + \varphi_{1z}^2) - \frac{v}{g} \varphi_{2x} \dots \leftrightarrow z = 0.$$

Отсюда найдём граничные условия для составляющих потенциалов

$$\varphi_{nz} - v \varphi_{nxx} = \gamma_n(x, y) \leftrightarrow z = 0 \left(v = \frac{v^2}{g} \right) \quad (\text{III.141})$$

$$\gamma_1(x, y) = 0$$

$$\gamma_2(x, y) = -\frac{\nu}{g}(\varphi_{1x}^2 + \varphi_{1y}^2 + \frac{1}{2}\varphi_{1z}^2)_x + \frac{\nu}{g}\varphi_{1x}(\varphi_{1z} - \nu\varphi_{1xx})_z \quad \text{при } z = 0 \quad (\text{III.142})$$

Для (III.130) получается ряд

$$\begin{aligned} & \varepsilon[-\nu f_{1x}(x, z) - \varphi_{1y}(x, 0, z)] + \varepsilon^2[-\nu f_{2x}(x, z) + \varphi_{1x}(x, 0, z)f_{1x}(x, z) - \\ & - \varphi_{1yy}(x, 0z)f_1(x, z) + \varphi_{1z}(x, 0z)f_{1z}(x, z) - \varphi_{2y}(x, 0, z)] + \dots \end{aligned}$$

Отсюда найдём граничные условия для составляющих потенциалов

$$\varphi_{ny} = \frac{1}{2}q_n(x, z) \quad \text{при } y = 0 \quad (\text{III.143})$$

где введены обозначения после использования (III.136)

$$\frac{1}{2}q_1(x, z) = -\nu f_{0x},$$

$$\frac{1}{2}q_2(x, z) = \nu f_{0xz}t_1 - \nu(f_{0xz} - f_{0z}x)_x \psi_1 + (\varphi_{1x}f_0)_x + (\varphi_{1z}f_0) \quad \text{при } y = 0 \quad (x, z) \in D^o(x), \quad (\text{III.144})$$

.....

$$q_n(x, z) \equiv 0 \quad (x, z) \notin D^o(x).$$

Здесь t_1 и ψ_1 представляют собой неизвестные коэффициенты разложений изменений осадки t и угла дифферента ψ ; последние представляются в виде

$$t(\varepsilon) = \varepsilon t_1 + \varepsilon^2 t_2 + \dots \quad \psi(\varepsilon) = \varepsilon t_1 + \varepsilon^2 t_2 + \dots \quad (\text{III.145})$$

Так как

$$\left. \varphi_{ny} \right|_{y \rightarrow +\infty} = - \left. \varphi_{ny} \right|_{y \rightarrow -\infty},$$

то продолжив аналитически каждую составляющую потенциала и область, занимаемую судном, можно считать, что в границах погруженной части диаметрали каждая составляющая φ_n имеет простой слой источников плотности $q_n(x, z)$. Обозначим:

$$\Gamma(x, y, \varepsilon) = \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon^n \gamma_n(x, y), \quad Q(x, y, \varepsilon) = \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon^n q_n(x, y), \quad (\text{III.146})$$

где $Q(x, z, \varepsilon)$ – плотность простого слоя потенциала φ .

Тогда обтекание судна можно рассматривать как течение, получающиеся в результате наложения поступательного потока на простой слой плотностью $Q(x, z, \varepsilon)$

Это течение будет иметь замкнутую поверхность тока, по форме совпадающую с погруженной поверхностью судна.

Таким образом, для определения φ будем иметь краевую задачу:

$$\begin{aligned} & \Delta\varphi = 0, \\ & \varphi_z - \nu\varphi_{xx} \Big|_{z=0} = \Gamma(x, y, \varepsilon), \quad \varphi_p \Big|_{y=0} = \begin{cases} Q(x, z, \varepsilon) & (x, z) \in D'(\varepsilon) \\ 0 & (x, z) \notin D'(\varepsilon) \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{III.147})$$

Мы получили линейные граничные условия на плоскостях $z = 0$ и $y = 0$, удовлетворение которым приводит к выполнению точных условий (III.128) – (III.131) на действительных границах.

Краевая задача (III.147) не единственным образом определяет потенциал φ ; к её решению всегда может быть добавлен потенциал произвольной системы прогрессивных волн с фазовой скоростью, параллельной оси Ox , являющийся решением соответствующей однородной краевой задачи. Однако выполнение условий на бесконечности (III.145) определяет уже единственное решение. Для выделения этого решения введём в рассмотрение рассеивающие силы, определяемые выражением $-\mu_1 \nabla\varphi$ (μ_1 – положительный коэффициент)

При таком виде рассеивающих сил по-прежнему будет существовать потенциал скоростей. Однако левая часть граничного условия при $z=0$ будет содержать дополнительный член вида

$$-\mu \varphi_x, (\mu = \mu_1 / g)$$

поэтому однородная краевая задача будет иметь лишь нулевое решение.

После окончательного выражения следует μ устремить к нулю, таким образом, мы устраним возможность появления установившихся волн на бесконечности. Согласно предыдущему, можно представить в виде

$$\varphi(x, y, z, \varepsilon) = \int_{D'(\varepsilon)} Q(\xi, \zeta, \varepsilon) G'(x, y, z; \xi, 0, \zeta) d\sigma + \int_{\Omega} \Gamma(\xi, \eta, 0) G''(x, y, z; \xi, \eta, 0) d\omega \quad (\text{III.148})$$

Здесь G' и G'' – предельные функции Грина

$$G'(x, y, z; \xi, \eta, \zeta) = \lim_{\mu \rightarrow 0} g'(x, y, z; \xi, \eta, \zeta, \mu)$$

$$G''(x, y, z; \xi, \eta, \zeta) = \lim_{\mu \rightarrow 0} g''(x, y, z; \xi, \eta, \zeta, \mu)$$

g' и g'' – функции Грина, определяемые условиями

$$\Delta g' = 0 \begin{cases} g'_z - \mu g'_x - \nu g'_{xx} = 0 & \leftrightarrow z = 0 \\ g'_y = \frac{1}{2} \delta(x - \xi, z - \zeta) & \leftrightarrow y = 0 \end{cases} \quad (\text{III.149})$$

$$\Delta g'' = 0 \begin{cases} g''_z - \mu g''_x - \nu g''_{xx} = \delta(x - \xi, y - \eta) & \leftrightarrow z = 0 \\ g''_y = 0 & \leftrightarrow y = 0 \end{cases} \quad (\text{III.150})$$

а Ω - полуплоскость $z = 0, y > 0$.

Таким образом, задача об отыскании потенциала скоростей в самом общем случае свелась к решениям простых линейных краевых задач.

Погруженная область диаметра $D'(\varepsilon)$ ограничена диаметральной линией $\tau(x, \varepsilon)$ и $F(x, 0, \varepsilon)$, представляющей сечение свободной поверхности плоскостью $y = 0$.

Пользуясь общей формулой

$$\int_{D'(\varepsilon)} \theta(x, z, \varepsilon) d\sigma = \int_{L(\varepsilon)} \int_{\tau(x, \varepsilon)}^{F(x, 0, \varepsilon)} \theta(x, z, \varepsilon) d\sigma = \int_{D_0} \theta(x, z, 0) d\sigma +$$

$$+ \left[\int_{D_0} \theta_x(x, z, 0) d\sigma + \int_{L_0} \tau_1(x) \theta(x, \tau(x), 0) - \int_{L_0} F_1(x, 0) \theta(x, F_1(x, 0), 0) dx + \dots \right]$$

где τ есть коэффициент разложения: $\tau(x, \varepsilon) = \tau_0(x) + \varepsilon \cdot \tau_1(x) + \dots$, так что

$$\tau_1(x) = t_1 + [x + \tau_{ox}(x) \cdot \tau_0(x)] \cdot \psi \cdot \dots$$

будем иметь

$$\varphi_1(x, y, z) = \int_{D_0} q_1(\xi, \zeta) G'(x, y, z; \xi, 0, \zeta) d\sigma$$

$$\varphi_2(x, y, z) = \int_{D_0} q_2(\xi, \zeta) G'(x, y, z; \xi, 0, \zeta) d\sigma + \int_{\Omega} \gamma_2(\xi, \eta) G''(x, y, z; \xi, \eta, 0) d\omega +$$

$$\int_{L_0} \tau_1(\xi) q_1(\xi, \tau_0(\xi)) G'(x, y, z; \xi, 0, \tau_0(\xi)) d\xi - \int_{L_0} F_1(\xi, 0) q_1(\xi, 0) G'(x, y, z; \xi, 0, 0) d\xi$$

.....

Таким образом, выражения для составляющих потенциалов будут определены.

Функция $G'(x, y, z; \xi, \eta, \zeta)$ представляет собой потенциал источника, находящиеся в точке (ξ, η, ζ) под свободной поверхностью набегающего потока. По существу, этот потенциал содержится в решении Мичелла, однако лишь в 1959 г. Б.Я. Левин сказал, что Мичеллу оставалось очень немного сделать, чтобы из найденного им потенциала скоростей, возмущённых судном, выделить потенциал точечного источника.

Решение Мичелла содержит методологический недостаток, связанный с выполнением условия на бесконечности. Устранение этого недостатка было выполнено А.А. Костюковым [2]. Им же показана тождественность выражений потенциала источника, введённого Н.Е.Кочинным [3] и получающегося из решения Мичелла. Ниже излагается способ отыскания функции G , по-видимому, наиболее быстро ведущей к цели.

Отыскание функции Грина.

Излагаемый ниже способ отыскания функции G' , по-видимому, является наиболее быстро ведущим к цели.

Сформулированная краевая задача не единственным образом определяет потенциал скоростей; к их решению всегда может быть добавлен потенциал произвольной системы волн с фазовой скоростью, параллельной оси OX , являющейся решением соответствующей однородной краевой задачи.

Однако выполнение условия на бесконечности определяет уже единственное решение. Для выделения этого решения, В.Г. Сизов использовал метод введения рассеивающих сил, предложенных Релеем.

К действующей силе тяжести добавлены ещё рассеивающие энергию силы, пропорциональные скоростям частиц

$$-\mu_1 \text{grad } \varphi,$$

где μ_1 - малый неотрицательный коэффициент.

При таком виде рассеивающих сил, по-прежнему, будет существовать потенциал скоростей, однако, теперь граничное условие на свободной поверхности будет содержать дополнительный член и для (III.152) запишется в виде $\varphi'_z - \mu \varphi'_x - \nu \varphi''_{xx} \Big|_{z=0} = 0$, где $\mu = \frac{\mu_1}{g}$.

Написанное условие не может быть удовлетворено гармоническими функциями, ограниченными во всём полупространстве $z \geq 0$, следовательно, устраняется возможность появления в решении волн установившегося вида.

Из решения волновой задачи с учётом рассеивающих сил решение первоначальной задачи получается переходом к пределу $\mu \rightarrow 0$. В этом предельном решении уже не будет лишних волновых движений.

Согласно сказанному, функция G' находится как предел

$$G'(x, y, z, \xi, \eta, \zeta) = \lim_{\mu \rightarrow 0} g'(x, y, z, \xi, \eta, \zeta, \mu),$$

где g' - функция Грина, определяемая условиями

$$\begin{aligned} \Delta g' &= 0, \\ g'_z - \mu g'_x - \nu g''_{xx} &= 0 \text{ при } z = 0, \\ g'_y &= \frac{1}{2} \delta(x - \xi, z - \zeta) \text{ при } y = 0. \end{aligned} \tag{III.152}$$

Рассматривается преобразованная функция

$$g^{*'}(p, y, z, \xi, 0, \zeta, \mu) = \int_{-\infty}^{\infty} g'(x, y, z, \xi, 0, \zeta, \mu) e^{i p x} dx,$$

которая, очевидно, определяется системой

$$\begin{aligned} g_{yy}^{*} + g_{zz}^{*} - pg^{*} &= 0, \\ g_z^{*} - kg^{*} &= 0, \quad z = 0, \\ g_y^{*} &= \frac{1}{2} e^{ip\xi} \delta(z - \zeta), \quad y = 0, \end{aligned} \quad (\text{III.153})$$

где обозначено

$$k = -v p^2 + i\mu p.$$

Нетрудно непосредственно проверить, что функции

$$\psi(m, z) = \cos mz + \frac{k}{m} \sin mz$$

удовлетворяют условию при $z = 0$ при любом k и представляют собой ортогональную систему функций на интервале $(0, \infty)$ с весом $\frac{m^2}{k^2 + m^2}$. Если $k \geq 0$, то система функций ψ является полной; при $k < 0$ её следует дополнить функцией e^{kz} , вместе с которой система опять становится полной¹⁶.

В этом случае k - комплексное с отрицательной вещественной частью, поэтому формально используется разложение решения по фундаментальным функциям, как при вещественном отрицательном k .

Функция g^{*} ищется в виде

$$g^{*}(p, y, z, \xi, 0, \zeta, \mu) = \frac{2}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} h(p, m, y) \psi(m, z) \frac{dm}{1 + \frac{k^2}{m^2}} + \Gamma(p, y) e^{kz}.$$

Подстановка в уравнение (III.153) даёт

$$\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} [h_{yy} - (p^2 + m^2)h] \Psi(m, z) \frac{dm}{1 + \frac{k^2}{m^2}} + [\Gamma_{yy} + (k^2 - p^2)\Gamma] e^{kz} = 0,$$

откуда получаются уравнения

$$\begin{aligned} h_{yy} - (p^2 + m^2)h &= 0, \\ \Gamma_{yy} + (k^2 - p^2)\Gamma &= 0. \end{aligned}$$

Ограниченными решениями этих уравнений будут функции

$$\begin{aligned} h(p, m, y) &= A(p, m) e^{-\sqrt{p^2 + m^2} y}, \\ \Gamma(p, y) &= B(p) e^{-\sqrt{p^2 - k^2} y}, \end{aligned}$$

причём, рассматривается положительная ветвь корня $\sqrt{p^2 - k^2}$. Условие при $y = 0$ приводит к равенствам

$$A(p, m) = -\frac{1}{2} \frac{\Psi(m, \zeta)}{\sqrt{p^2 + m^2}} e^{ip\xi}, \quad B(p) = \frac{k}{\sqrt{p^2 - k^2}} e^{k\zeta + ip\xi}.$$

Подставляя найденные величины в выражение для g^{*} и произведя обращение, получают:

¹⁶ Может быть интересно отметить, что, рассматривая краевую задачу (4.1) в своей книге «Введение в теорию интегралов Фурье» (1948 г.) Титчмарш ошибочно принял систему функций ψ за полную. Эта его ошибка вошла в другие руководства. Позже Титчмарш опубликовал статью, в которой исправил первоначальные результаты. В то время Мичелл, задолго до основной работы Вейля по обобщённому интегралу Фурье (1910 г.), пользуясь предельным переходом, нашёл правильное выражение для потенциала скоростей.

$$g'(x, y, z, \xi, \eta, \zeta, \mu) = -\frac{1}{2\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{\Psi(m, z)\Psi(m, \zeta)}{\sqrt{p^2 + m^2}} e^{\sqrt{p^2 + m^2}(y-\eta) - ip(x-\xi)} \frac{dm dp}{1 + \frac{k^2}{m^2}} +$$

$$+ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{k}{\sqrt{p^2 - n^2}} e^{k(z+\zeta) - \sqrt{p^2 - k^2}(y-\eta) - ip(x-\xi)} dp.$$

Устремляя коэффициент рассеивания сил к нулю и учитывая, что второе слагаемое имеет различный вид в зависимости от знака $p^2 - k^2$, находят

$$G(x, y, z, \xi, \eta, \zeta, \mu) = -\frac{1}{\pi^2} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{\Psi(m, z)\Psi(m, \zeta)}{\sqrt{p^2 + m^2}} e^{-\sqrt{p^2 + m^2}(y-\eta)} \cos p(x-\xi) \cdot \frac{dm dp}{1 + \frac{v^2 p^4}{m^2}} -$$

$$- \frac{1}{\pi v} \int_0^1 e^{-\frac{z+\zeta}{v} \lambda^2 - \frac{y-\eta}{v} \lambda \sqrt{1-\lambda^2}} \cos \frac{x-\xi}{v} \lambda \frac{\lambda d\lambda}{\sqrt{1-\lambda^2}} +$$

$$+ \frac{1}{\pi v} \int_1^{\infty} e^{-\frac{z+\zeta}{v} \lambda^2} \sin \left[\frac{x-\xi}{v} \lambda + \frac{y-\eta}{v} \lambda \sqrt{1-\lambda^2} \right] \frac{\lambda d\lambda}{\sqrt{\lambda^2 - 1}}. \quad (\text{III.154})$$

Нетрудно непосредственно проверить, что полученное выражение удовлетворяет всем условиям и является функцией Грина данной краевой задачи.

Для дальнейшего потребуется выделить из найденного выражения сингулярную часть G' , которая заключена в первом слагаемом найденного выражения. Это выделение производится следующим путём.

Имеется

$$\frac{\Psi(m, z)\Psi(m, \zeta)}{1 + \frac{v^2 p^4}{m^2}} = \sin mz \sin m\zeta + \frac{\Psi(m, z + \zeta)}{1 + \frac{v^2 p^4}{m^2}}.$$

Непосредственное вычисление даёт

$$\frac{4}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{\sin mz \sin m\zeta}{\sqrt{p^2 + m^2}} e^{-\sqrt{p^2 + m^2}(y-\eta)} \cos p(x-\xi) dm dp = \frac{1}{r} - \frac{1}{r_1},$$

где

$$r = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2},$$

$$r_1 = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z+\zeta)^2}$$

и в результате получается

$$G'(x, y, z, \xi, \eta, \zeta) = -\frac{1}{4\pi r} + G'_o(x, y, z, \xi, \eta, \zeta),$$

где G'_o - часть G , регулярная во всём нижнем полупространстве и равная

$$G(x, y, z, \xi, \eta, \zeta, \mu) = -\frac{1}{4\pi v r_o} - \frac{1}{\pi v^2} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{\Psi\left(m, \frac{z+\zeta}{v}\right)}{\sqrt{p^2 + m^2}} e^{-\sqrt{p^2 + m^2} \frac{y-\eta}{v}} \cos p \frac{x-\xi}{v} \cdot \frac{dm dp}{1 + \frac{p^4}{m^2}} -$$

$$- \frac{1}{\pi v} \int_0^1 e^{-\frac{z+\zeta}{v} \lambda^2 - \frac{y-\eta}{v} \lambda \sqrt{1-\lambda^2}} \cos \frac{x-\xi}{v} \lambda \frac{\lambda d\lambda}{\sqrt{1-\lambda^2}} + \frac{1}{\pi v} \int_1^{\infty} e^{-\frac{z+\zeta}{v} \lambda^2} \sin \left[\frac{x-\xi}{v} \lambda + \frac{y-\eta}{v} \lambda \sqrt{1-\lambda^2} \right] \frac{\lambda d\lambda}{\sqrt{\lambda^2 - 1}}, \quad (\text{III.155})$$

где $r_o = \sqrt{\left(\frac{x-\xi}{v}\right)^2 + \left(\frac{y-\eta}{v}\right)^2 + \left(\frac{z+\zeta}{v}\right)^2}$.

В эту функцию координаты и скорость входят только в виде безразмерных параметров $\frac{x-\xi}{v}$, $\frac{y-\eta}{v}$, $\frac{z+\zeta}{v}$ типа обратных величин квадрату числа Фруда.

Краевая задача (III.154) возникла в связи с рассмотрением точных граничных условий на свободной поверхности; в линейной постановке условие постоянства давления приводит к однородному условию при $z=0$. Функция G'' представляет потенциал точечного возмущения на свободной поверхности движущегося потока.

Воспользуемся опять методом рассеивающих сил и будем искать функцию Грина $g''(x, y, z, \xi, \eta, \zeta, \mu)$, определяемую условиями

$$\begin{aligned} \Delta g'' &= 0, \\ g''_z - \mu g''_x - \nu g''_{xx} &= \delta(x-\xi, y-\zeta) \text{ при } z=0 \\ g''_y &= 0 \quad \text{при } y=0 \end{aligned}$$

а затем найдём G'' , как предельную функцию

$$G''(x, y, z, \xi, \eta, \zeta, \mu) = \lim_{\mu \rightarrow 0} g''(x, y, z, \xi, \eta, \zeta, \mu).$$

Рассмотрим преобразованную функцию

$$g''^*(p, y, z, \xi, \eta, \zeta, \mu) = \int_{-\infty}^{\infty} g''(x, y, z, \xi, \eta, \zeta, \mu) e^{ipx} dx.$$

Она удовлетворяет системе

$$\begin{aligned} g''^*_{yy} + g''^*_{zz} - p^2 g''^* &= 0, \\ g''^*_z - k g''^* &= e^{ip\xi} \delta(y-\eta) \text{ при } z=0 \\ g''^*_y &= 0 \quad \text{при } y-\eta=0 \end{aligned}$$

Ищется g''^* в виде

$$g''^* = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} A(p, z) \cos m(y-\eta) dm.$$

Подстановка в уравнение даёт

$$A_{zz} - (m^2 + p^2) A = 0.$$

Ограниченным решением этого уравнения будет

$$A(p, z) = a(p) e^{-\sqrt{m^2+p^2}z}.$$

Условие при $z=0$ даёт

$$a(p) = -\frac{e^{ip\xi}}{k + \sqrt{m^2 + p^2}}$$

и, таким образом,

$$g''^*(p, y, z, \xi, \eta, \zeta, \mu) = -\frac{2}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-\sqrt{m^2+p^2}z+ip\xi} \cos m(y-\eta)}{k + \sqrt{m^2 + p^2}} dm.$$

После обращения преобразования получат следующее выражение для функции g''

$$g''(x, y, z, \xi, \eta, 0, \mu) = -\frac{1}{\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{e^{-\sqrt{m^2+p^2}z-ip(x-\xi)}}{-\nu p^2 + \sqrt{m^2 + p^2} + i\mu p} \cos m(y-\eta) dm dp$$

Для определения G'' устремляется к нулю коэффициент рассеивающих сил μ . При этом особая точка, появляющаяся при $|p| \geq \frac{1}{v}$, будет приближаться к оси m сверху, при $|p| \geq \frac{1}{v}$ и снизу при $|p| = -\frac{1}{v}$. Поэтому, обозначая через L_1 и L_2 пути интегрирования, как показано на рис. III.3, разбивая интеграл по p на два с пределами $(0, \infty)$ и $(-\infty, 0)$ и меняя во втором интеграле переменную p на $-p$, получают

$$G''(x, y, z, \xi, \eta, 0) = -\frac{1}{\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{(L_1)} \frac{e^{-\sqrt{m^2+p^2}z-i p(x-\xi)}}{-v p^2 + \sqrt{m^2+p^2}} \cos m(y-\eta) dm + \int_{(L_2)} \frac{e^{-\sqrt{m^2+p^2}z-i p(x-\xi)}}{-v p^2 + \sqrt{m^2+p^2}} \cos m(y-\eta) dm \right] dp.$$

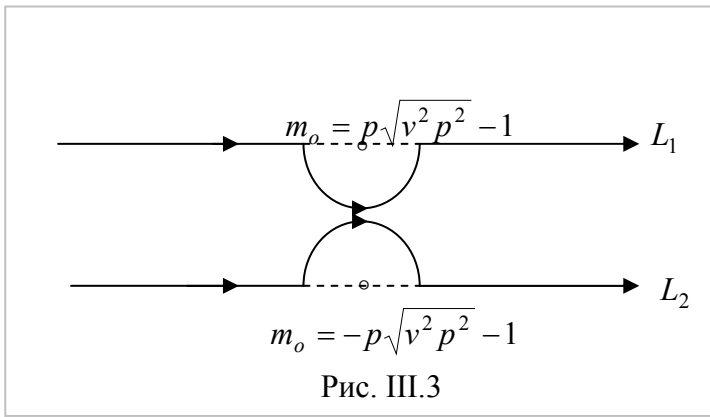


Рис. III.3

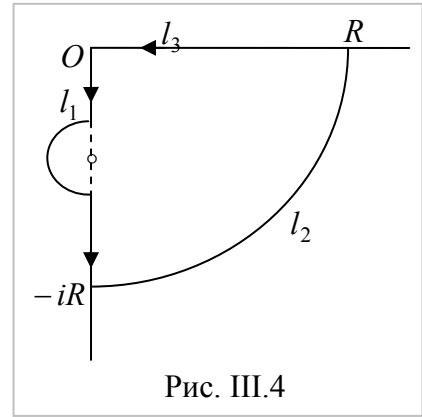


Рис. III.4

Нетрудно проверить, что выбранные пути интегрирования обеспечивают выполнение условия на бесконечности. Сумма внутренних интегралов равна

$$v.p. \int_0^{\infty} \frac{e^{-\sqrt{m^2+p^2}z-i p(x-\xi)}}{-v p^2 + \sqrt{m^2+p^2}} \cos m(y-\eta) dm + v.p. \int_0^{\infty} \frac{e^{-\sqrt{m^2+p^2}z+i p(x-\xi)}}{-v p^2 + \sqrt{m^2+p^2}} \cos m(y-\eta) dm \Big] dp + \pi i R_1 - \pi i R_2,$$

где R_1 и R_2 - вычеты функций при обходе точки m_0 с верхней и нижней сторон. Вычисление этих вычетов даёт

$$\pi i (R_1 - R_2) = \pi i e^{-iv p^2 z} \left(e^{-i p(x-\xi)} - e^{i p(x-\xi)} \right) \cdot \cos p \sqrt{v^2 p^2 - 1} (y-\eta) \frac{v p}{\sqrt{v^2 p^2 - 1}} \quad \text{при } p \geq \frac{1}{v}.$$

Выделяя реальную часть, производя замену $m_1 = v m$; $p_1 = v p$, после подстановки получают

$$G''(x, y, z, \xi, \eta, 0) = \frac{2}{\pi^2 v} \int_0^{\infty} \left[v.p. \int_0^{\infty} \frac{e^{-\sqrt{m^2+p^2} \frac{z}{v}}}{p^2 - \sqrt{m^2+p^2}} \cos \left(p \frac{x-\xi}{v} \right) \cos \left(m \frac{y-\eta}{v} \right) dm \right] dp - \frac{2}{\pi v} \int_1^{\infty} e^{-\frac{z}{v} \lambda^2} \sin \left(\frac{x-\xi}{v} \lambda \right) \cos \left(\frac{y-\eta}{v} \lambda \sqrt{\lambda^2 - 1} \right) \frac{\lambda d \lambda}{\sqrt{\lambda^2 - 1}} \quad (\text{III.156})$$

Здесь опущены индексы у переменных m и p и в последнем интеграле переменная интегрирования p заменена на более привычную λ , а $v.p.$ обозначает, что внутренний интеграл понимается в смысле главного значения для каждого значения переменной p .

Найденная функция Грина G'' представляет собой потенциал скоростей, возмущённых движущимся сосредоточенным в точке (ξ, η) давлением. Покажем теперь, что полученная функция G'' при $\zeta = 0$ является функцией источника, поднятого на свободную поверхность.

С этой целью преобразуем функцию G_o' , выражаемую формулой (III.155), к другой форме. Двойной интеграл, входящий в G_o' переписывается в виде

$$J_1 = -\frac{1}{\pi^2 v} \operatorname{Re} \int_0^\infty \cos \frac{x-\xi}{v} p dp \cdot \int_0^\infty e^{-i \frac{z+\zeta}{v} m - \frac{y-\eta}{v} \sqrt{m^2+p^2}} \frac{m dm}{\sqrt{m^2+p^2} (m+i p^2)}$$

и внутренний интеграл преобразуется по m путём интегрирования по контуру $l = l_1 + l_2 + l_3$ (рис. III.4).

Вводя обозначение

$$f(m) = e^{-i \frac{z+\zeta}{v} m - \frac{y-\eta}{v} \sqrt{m^2+p^2}} \frac{m}{\sqrt{m^2+p^2} (m+i p^2)}$$

получают

$$\int_{l_1+l_2+l_3} f(m) dm = 2\pi i \sum \operatorname{Res} f(m)$$

или

$$\int_0^R f(m) dm = \text{v.p.} \int_0^R f(m) dm + \int_{l_2} f(m) dm - \pi i \operatorname{Res}_{m=m_o} f(m)$$

В первом интеграле правой части переменная интегрирования m заменяется на $-im$ и затем устраняется путём $R \rightarrow \infty$. Замечая, что при этом интеграл по дуге l_2 обращается в нуль, вычисляя вычет в точке $m = m_o$, получают

$$\int_0^\infty f(m) dm = -i \text{v.p.} \int_0^\infty \frac{m e^{-\frac{z+\zeta}{v} m - \frac{y-\eta}{v} \sqrt{p^2-m^2}}}{\sqrt{p^2-m^2} (m-p^2)} dm - \pi \frac{p e^{-\frac{z+\zeta}{v} p^2 - \frac{y-\eta}{v} p \sqrt{1-p^2}}}{\sqrt{1-p^2}}.$$

Разбивая интервал интегрирования по m в первом интеграле на $(0, p)$ и (p, ∞) , заметим, что слагаемое, содержащее интеграл с интервалом $(0, p)$, будет чисто мнимым, поэтому, подставляя найденное выражение в J_1 , можем записать

$$J_1 = \frac{1}{\pi^2 v} \operatorname{Re} \int_0^\infty \cos \frac{x-\xi}{v} p dp \cdot \text{v.p.} \int_p^\infty \frac{m e^{-\frac{z+\zeta}{v} m - \frac{y-\eta}{v} \sqrt{m^2-p^2}}}{\sqrt{m^2-p^2} (m-p^2)} dm + \\ + \frac{1}{\pi v} \operatorname{Re} \int_0^\infty \frac{p e^{-\frac{z+\zeta}{v} p^2 - \frac{y-\eta}{v} p \sqrt{1-p^2}}}{\sqrt{1-p^2}} \cos \frac{z-\zeta}{v} p dp.$$

Далее рассматривается сумма второго интеграла и симметричного относительно $x - \xi$ слагаемого третьего интеграла (III.155), которая записывается в виде

$$J_2 + J_3 = -\frac{1}{\pi v} \int_0^1 e^{-\frac{z+\zeta}{v} \lambda^2 - \frac{y-\eta}{v} \lambda \sqrt{1-\lambda^2}} \cos \frac{x-\xi}{v} \lambda \frac{\lambda d \lambda}{\sqrt{1-\lambda^2}} + \\ + \frac{1}{\pi v} \int_1^\infty e^{-\frac{z+\zeta}{v} \lambda^2} \sin \frac{y-\eta}{v} \lambda \sqrt{\lambda^2-1} \cos \frac{x-\xi}{v} \lambda \frac{\lambda d \lambda}{\sqrt{\lambda^2-1}} = \\ = -\frac{1}{\pi v} \operatorname{Re} \int_0^\infty e^{-\frac{z+\zeta}{v} \lambda^2 - \frac{y-\eta}{v} \lambda \sqrt{1-\lambda^2}} \cos \frac{x-\xi}{v} \lambda \frac{\lambda d \lambda}{\sqrt{1-\lambda^2}}.$$

Эта сумма тождественна второму слагаемому J_1 и противоположна по знаку. Таким образом, сумма трёх интегралов равна двойному интегралу слагаемого J_1 . Вводя новую переменную интегрирования по формуле

$$m_1 = \sqrt{m^2 - p^2},$$

получают для внутреннего интеграла следующее выражение

$$\text{v.p.} \int_p^\infty \frac{m e^{-\frac{z+\zeta}{v} m - i \frac{y-\eta}{v} \sqrt{m^2 - p^2}}}{\sqrt{m^2 - p^2} (m - p^2)} dm = \text{v.p.} \int_0^\infty \frac{e^{-\frac{z+\zeta}{v} \sqrt{p^2 + m_1^2} - i \frac{y-\eta}{v} m_1}}{\sqrt{p^2 + m_1^2} - p^2} d m_1.$$

Отделяя вещественную часть, окончательно для G' , получают выражение

$$G'_o(x, y, z, \xi, \eta, \zeta) = \frac{1}{4\pi v r_o} - \frac{1}{\pi^2 v} \int_0^\infty \left[\text{v.p.} \int_0^\infty e^{-\frac{z+\zeta}{v} \sqrt{p^2 + m^2}} \cos \frac{x-\xi}{v} p \cos \frac{y-\eta}{v} m \frac{d m}{p^2 - \sqrt{p^2 + m^2}} \right] dp + \\ + \frac{1}{\pi v} \int_1^\infty e^{-\frac{z+\zeta}{v} \lambda^2} \sin \frac{x-\xi}{v} \lambda \cos \frac{y-\eta}{v} \lambda \sqrt{\lambda^2 - 1} \frac{\lambda d \lambda}{\sqrt{\lambda^2 - 1}}. \quad (\text{III.157})$$

Отсюда непосредственно видно, что

$$G'(x, y, z, \xi, \eta, 0) = G''(x, y, z, \xi, \eta, 0).$$

Таким образом, функции Грина G' и G'' тождественны и пригодны для описания поля скоростей, возмущённого как движущимся подводным источником, так и движущимся точечным импульсом. В связи с этим в дальнейшем эту функцию Грина обозначают буквой G без индексов.

Однократный и двойной интегралы в (III.157) являются соответственно кососимметричным и симметричным относительно $x - \xi$ интегральными слагаемым K_1 и K_2 потенциала источника в форме, найденной Н.Е.Кочиним.

Действительно, положив в последнем слагаемом (III.157) $\lambda = \frac{1}{\cos \theta}$, можем записать

$$G_1 = \frac{1}{\pi v} \int_1^\infty e^{-\frac{z+\zeta}{v} \lambda^2} \sin \frac{x-\xi}{v} \lambda \cdot \cos \frac{y-\eta}{v} \lambda \sqrt{\lambda^2 - 1} \frac{\lambda d \lambda}{\sqrt{1 - \lambda^2}} = \\ = -\frac{1}{2\pi v} \text{Re } i \int_{-\pi/2}^{\pi/2} e^{\frac{1}{\cos^2 \theta} \left(-\frac{z+\zeta}{v} + i \frac{\omega}{v} \right)} \cdot \frac{d \theta}{\cos^2 \theta}. \\ \omega = (x - \xi) \cos \theta + (y - \eta) \sin \theta.$$

Это выражение в точности совпадает со слагаемым, содержащим K_1 в выражении Н.Е.Кочина.

Для того, чтобы свести двойной интеграл в (III.157) к виду K_2 , вводятся обозначения

$$m = r \sin \theta, \\ p = r \cos \theta.$$

Тогда получается

$$G_2 = -\frac{1}{\pi^2 v} \int_0^\infty \left[\text{v.p.} \int_0^\infty e^{-\frac{z+\zeta}{v} \sqrt{p^2 + m^2}} \cos \frac{x-\xi}{v} p \cdot \cos \frac{y-\eta}{v} m \frac{d m}{p^2 - \sqrt{p^2 + m^2}} \right] dp = \\ = -\frac{1}{2\pi^2 v} \text{Re} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left[\text{v.p.} \int_0^\infty \frac{e^{\left(-\frac{z+\zeta}{v} + i \frac{\omega}{v} \right) r}}{1 - r \cos^2 \theta} d r \right] d \theta.$$

Производя опять замену переменной

$$1 - r \cos^2 \theta = \lambda,$$

предыдущее выражение записывают в виде

$$G_2 = -\frac{1}{4\pi^2 v} \operatorname{Re} \int_{-\pi}^{\pi} \left[\text{v.p.} \int_{-\infty}^1 e^{\left(-\frac{z+\zeta}{v} + i\frac{\omega}{v}\right) \frac{1-\lambda}{\cos^2 \theta}} \frac{d\lambda}{\lambda} \right] \frac{d\theta}{\cos^2 \theta}.$$

Принимая во внимание следующее равенство, используемое Н.Е.Кочиним:

$$\text{v.p.} \int_{-\infty}^1 e^{-i\alpha(1-\lambda)} \frac{d\lambda}{\lambda} = \sigma(\alpha) + \pi i e^{-i\alpha},$$

где обозначено

$$\sigma(\alpha) = e^{-i\alpha} \int_{-\infty}^{\alpha} e^{-it} \frac{dt}{t},$$

$$\alpha = \frac{i}{\cos^2 \theta} \left(-\frac{z+\zeta}{v} + i\frac{\omega}{v} \right),$$

а также учитывая, что

$$\operatorname{Re} \frac{i}{v} \int_{-\pi}^{\pi} e^{i\alpha} \frac{d\theta}{\cos^2 \theta} = 0,$$

получают для G_2 выражение

$$G_2 = -\frac{1}{4\pi^2 v} \operatorname{Re} \int_{-\pi}^{\pi} \left[\frac{1}{\cos^2 \theta} \left(-i\frac{z+\zeta}{v} - \frac{\omega}{v} \right) \right] \frac{d\theta}{\cos^2 \theta},$$

которое с точностью до обозначений совпадает со слагаемым, содержащим K_2 в выражении Н.Е.Кочина.

При использовании выражения функции Грина в виде (III.157) необходимо вычислять главное значение внутреннего выражения в двойном интеграле. Эту необходимость можно устранить, воспользовавшись некоторым преобразованием.

Если положить $m = pt$, то двукратный интеграл (III.157) переписется в виде

$$G_2 = -\frac{1}{\pi^2 v} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \left[\text{v.p.} \int_0^{\infty} e^{-\frac{z+\zeta}{v} \sqrt{1+t^2}} \cos \frac{x-\xi}{v} p \cos \frac{y-\eta}{v} pt \frac{dt}{p - \sqrt{1+t^2}} \right] dp =$$

$$= -\frac{1}{\pi^2 v} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} [f(t, p_o + p) - \theta(p_o - p) f(t, p_o - p)] \frac{dp dt}{p}.$$

Здесь использована возможность перемены знака главного значения с интеграла по переменной t на интеграл по переменной p , кроме того, вводятся обозначения

$$f(t, p) = e^{-\frac{z+\zeta}{v} p \sqrt{1+t^2}} \cos \frac{x-\xi}{v} p \cos \frac{y-\eta}{v} pt,$$

$$p_o = \sqrt{1+t^2}.$$

Видно, что здесь подынтегральная функция не имеет разрыва, т.к. $f_1(t, 0) = 0$.

3. Общие формулы для сил и моментов

Для определения сил и момента, действующих на судно, используются законы количества движения и моментов количества движения.

Потенциал $\Phi(x, y, z, \varepsilon)$ определяет течение, разделяющееся замкнутой поверхностью тока, изображающей поверхность судна, на две области – внешнюю и внутреннюю. Рассматриваются две симметричные относительно диаметральной плоскости трубки тока,

расположенные во внутренней области и опирающиеся одним концом на площадку $d\sigma_1$ области $D'(\varepsilon)$ с интенсивностью источников Q_1 , а другим - на площадку $d\sigma_2$ с интенсивностью источников Q_2 . Ежесекундно через эти трубки протекает масса жидкости, равная

$$\rho Q_1 d\sigma_1 = -\rho Q_2 d\sigma_2.$$

Применение теоремы о количестве движения даёт равенство

$$-\rho Q_1 \mathbf{v}_1 d\sigma_1 - \rho Q_2 \mathbf{v}_2 d\sigma_2 = \int_{S_{бок}} p \mathbf{n} dS_{бок}. \quad (III.158)$$

Здесь интеграл правой части равенства распространён только на боковые поверхности обеих трубок, а силы, приходящиеся на торцовые сечения $d\sigma_1$ и $d\sigma_2$ опущены как взаимно уравновешивающиеся вследствие симметрии течения.

Согласно предыдущему, полный потенциал Φ может быть представлен в виде

$$\Phi(x, y, z, \varepsilon) = -\frac{1}{4\pi} \int_{D'(\varepsilon)} \frac{Q(\xi, \zeta, \varepsilon)}{r} d\sigma + \Phi_o(x, y, z, \varepsilon),$$

где Φ_o – регулярная часть Φ , равная.

$$\begin{aligned} \Phi_o(x, y, z, \varepsilon) &= -\upsilon x + \varphi_o(x, y, z, \varepsilon) = \\ &= -\upsilon x + \int_{D'(\varepsilon)} Q(\xi, \zeta, \varepsilon) G_o(x, y, z; \xi, 0, \zeta) d\sigma + \int_{\Omega} \Gamma(\xi, \eta, \varepsilon) G(x, y, z, \xi, \eta, 0) d\omega. \end{aligned} \quad (III.159)$$

Очевидно, что составляющие скоростей первого слагаемого Φ , определяющие потенциал от неподвижных источников, не дадут изменения количества движения, поэтому в качестве \mathbf{v}_1 и \mathbf{v}_2 в (III.158) они определяются только потенциалом Φ_o .

Суммируя выражения (III.158) для всех трубок тока, сплошь заполняющих внутреннюю область течения, получим, что силы, действующие на боковые поверхности внутренних трубок, взаимно уравновесятся, граничные же трубки дадут интеграл давлений по свободной поверхности, который можно принять равным нулю, и интеграл по замкнутой поверхности тока представляет главный вектор \mathbf{P} гидродинамических сил, действующих на смоченную поверхность судна. Таким образом, получим

$$\mathbf{P} = -\rho \int_{D'(\varepsilon)} Q(x, z, \varepsilon) \mathbf{grad} \Phi_o(x, 0, z; \varepsilon) d\sigma \quad (III.160)$$

Аналогично применение теоремы о моменте количества движения к элементарным трубкам тока даёт равенство

$$-\rho Q_1 (\mathbf{r}_{o1} \times \mathbf{v}_1) d\sigma_1 - \rho Q_2 (\mathbf{r}_{o2} \times \mathbf{v}_2) d\sigma_2 = \int_{S_{бок}} p (\mathbf{r} \times \mathbf{n}) dS_{бок},$$

где $\mathbf{r}_o = x\mathbf{i} + z\mathbf{k}$. И для главного момента гидродинамических сил, действующего на судно, получим выражение

$$\mathbf{M} = -\rho \int_{D'(\varepsilon)} Q(x, z, \varepsilon) [\mathbf{r}_o \times \mathbf{grad} \Phi_o(x, 0, z; \varepsilon)] d\sigma \quad (III.161)$$

Принимая во внимание, что

$$\int_{D'(\varepsilon)} Q(x, z, \varepsilon) d\sigma = 0,$$

получают следующее выражение для волнового сопротивления:

$$\begin{aligned}
 R &= -\rho \int_{D'(\varepsilon)} Q(\xi, \zeta, \varepsilon) \varphi_{ox}(x, 0, z; \varepsilon) d\sigma = \\
 &= -\rho \left[\int_{D'(\varepsilon)} \int_{D'(\varepsilon)} Q(x, z, \varepsilon) Q(\xi, \zeta, \varepsilon) G_{ox}(x, 0, z, \xi, 0, \zeta) d\sigma d\sigma + \right. \\
 &\quad \left. + \int_{D'(\varepsilon)} \int_{\Omega} Q(x, z, \varepsilon) \Gamma(\xi, \eta, \varepsilon) G_x(x, 0, z, \xi, \eta, 0) d\omega d\sigma \right]
 \end{aligned} \tag{III.162}$$

для подъёмной силы

$$\begin{aligned}
 A &= -\rho \int_{D'(\varepsilon)} Q(\xi, \zeta, \varepsilon) \varphi_{oz}(x, 0, z; \varepsilon) d\sigma = \\
 &= -\rho \left[\int_{D'(\varepsilon)} \int_{D'(\varepsilon)} Q(x, z, \varepsilon) Q(\xi, \zeta, \varepsilon) G_{oz}(x, 0, z, \xi, 0, \zeta) d\sigma d\sigma + \right. \\
 &\quad \left. + \int_{D'(\varepsilon)} \int_{\Omega} Q(x, z, \varepsilon) \Gamma(\xi, \eta, \varepsilon) G_z(x, 0, z, \xi, \eta, 0) d\omega d\sigma \right]
 \end{aligned} \tag{III.163}$$

и для дифференцирующего момента

$$\begin{aligned}
 M &= \rho \int_{D'(\varepsilon)} Q(x, z, \varepsilon) [x\varphi_{oz}(x, 0, z; \varepsilon) + z(\nu - \varphi_{ox}(x, 0, z; \varepsilon))] d\sigma = \\
 &= \rho \int_{D'(\varepsilon)} \int_{D'(\varepsilon)} xQ(x, z, \varepsilon) Q(\xi, \zeta, \varepsilon) G_{oz}(x, 0, z, \xi, 0, \zeta) d\sigma d\sigma + \\
 &\quad + \rho \int_{D'(\varepsilon)} \int_{\Omega} xQ(x, z, \varepsilon) \Gamma(\xi, \eta, \varepsilon) G_z(x, 0, z, \xi, \eta, 0) d\omega d\sigma - \\
 &\quad - \rho \int_{D'(\varepsilon)} \int_{\Omega} zQ(x, z, \varepsilon) Q(\xi, \eta, \varepsilon) G_{ox}(x, 0, z, \xi, 0, \zeta) d\omega d\sigma - \\
 &\quad - \rho \int_{D'(\varepsilon)} \int_{\Omega} zQ(x, z, \varepsilon) \Gamma(\xi, \eta, \varepsilon) G_x(x, 0, z, \xi, \eta, 0) d\omega d\sigma + \rho\nu \int_{D'(\varepsilon)} zQ(x, z, \varepsilon) d\sigma
 \end{aligned} \tag{III.164}$$

Уравнения, определяющие динамическую посадку судна

Располагая выражениями для сил и момента, действующих на судно, можно обратиться к условиям (III.132) и (III.133), представляющим условия равновесия судна. Эти условия позволяют определить положение судна относительно поверхности воды, т.е. оставшиеся пока не определёнными изменения осадки t и угол дифферента ψ судна на ходу. Видно, что здесь подынтегральная функция уже не имеет разрыва. Объём представляется V в виде

$$\begin{aligned}
 V(\varepsilon) &= \varepsilon V_o + \nu_1(\varepsilon) + \nu_2(\varepsilon) \\
 \nu_1(\varepsilon) &= 2 \int_{D_F(\varepsilon)} f(x, z, \varepsilon) d\sigma, \quad \nu_2(\varepsilon) = 2 \int_{\Omega_f(\varepsilon)} [F(x, f, \varepsilon) - F(x, y, \varepsilon)] d\omega.
 \end{aligned}$$

Здесь $D_F(\varepsilon)$ – область диаметрали, заключённая между Ox_o и проекцией границы смоченной поверхности на диаметральною плоскость, а $\Omega_f(\varepsilon)$ – область плоскости XY между осью Ox и проекцией той же границы на горизонтальную плоскость.

Аналогично предыдущему представляют

$$\varepsilon D_o \cdot x_g(\varepsilon) - \gamma V(\varepsilon) \cdot x_c(\varepsilon) = \varepsilon D_o a \psi - \gamma m_1(\varepsilon) - \gamma m_2(\varepsilon)$$

где a – возвышение центра тяжести над центром величины

$$\begin{aligned}
 m_1(\varepsilon) &= 2 \int_{D_F(\varepsilon)} x f(x, z, \varepsilon) d\sigma, \quad m_2(\varepsilon) = 2 \int_{\Omega_f(\varepsilon)} x [F(x, f, \varepsilon) - F(x, y, \varepsilon)] d\omega
 \end{aligned}$$

Пользуясь полученными выражениями и разлагая в ряды по ε (III.132) и (III.133), получают последовательность систем линейных уравнений для определения коэффициентов разложения динамической осадки и угла дифферента по параметру ε . В частности, для t_1 и ψ_1 получается система

$$\begin{aligned} \gamma S t_1 + \gamma M_S \psi_1 &= A_1 - 2\rho v \int_{L_0} f_o(x,0) \psi_{1x}(x,0,0) dx \\ \gamma M_S f_1 + (\gamma I_S - D_o a) \psi_1 &= M_1 - 2\rho v \int_{L_0} x f_o(x,0) \psi_{1x}(x,0,0) dx \end{aligned}$$

Здесь

$$\begin{aligned} A_1 &= -4\rho v^2 \int_{D_o} \int_{D_o} f_{ox}(x,z) f_{o\xi}(\xi,\zeta) G'_{oz}(x,0,z,\xi,0,\zeta) d\sigma d\sigma \\ M_1 &= 4\rho v^2 \int_{D_o} \int_{D_o} f_{ox}(x,z) f_{o\xi}(\xi,\zeta) [x G'_{oz}(x,0,z,\xi,0,\zeta) - \\ &\quad - z G'_{ox}(x,0,z,\xi,0,\zeta)] d\sigma d\sigma \end{aligned}$$

есть первые члены разложения A и M по ε :

$$A = \varepsilon^2 A_1 + \varepsilon^3 A_2 \dots + \quad M = \varepsilon^2 M_1 + \varepsilon^3 M_2 \dots + \dots$$

A, S, M_S и I_S соответственно площадь, статический момент и момент инерции грузовой ватерлинии относительно оси y_o . Определив из этой системы t_1 и ψ_1 , можно окончательно вычислить q_i по (III.144) и затем φ_i по (III.151).

Таким образом, процесс вычисления всех величин, определяющих движение жидкости, полностью замкнулся.

4. Волновое сопротивление.

Пользуясь формулой (III.162) и замечая, что первые три слагаемых $G'_{ox}(x,0,z,\xi,0,\zeta)$ в интеграле волнового сопротивления дают нуль, так как

$$G'_{ox}(x,0,z,\xi,0,\zeta) = -G'_{o\xi}(\xi,0,\zeta,x,0,z),$$

выражение для волнового сопротивления можно записать в виде

$$\begin{aligned} R &= -\frac{4\rho}{\pi v^2} \int_1^\infty [C^2(\lambda, \varepsilon) + S^2(\lambda, \varepsilon)] \frac{\lambda^2 d\lambda}{\sqrt{\lambda^2 - 1}} - \\ &\quad - \frac{\rho}{\pi v^2} \text{v.p.} \int_0^\infty \int_0^\infty [C_Q(p, m, \varepsilon) S_\Gamma(p, m, \varepsilon) - S_Q(p, m, \varepsilon) C_\Gamma(p, m, \varepsilon)] \frac{p dp dm}{p^2 - \sqrt{p^2 + m^2}} \end{aligned} \quad (\text{III.165})$$

где

$$\begin{aligned} C(\lambda, \varepsilon) &= \int_{D'(\varepsilon)} Q(\xi, \zeta, \varepsilon) \exp\left(-\frac{\zeta \lambda^2}{v}\right) \cos \frac{\zeta \lambda}{v} d\sigma, \quad S(\lambda, \varepsilon) = \int_{D'(\varepsilon)} Q(\xi, \zeta, \varepsilon) \exp\left(-\frac{\zeta \lambda^2}{v}\right) \sin \frac{\zeta \lambda}{v} d\sigma, \\ C_Q(\lambda, \varepsilon) &= \int_{D'(\varepsilon)} Q(\xi, \zeta, \varepsilon) \exp\left(-\frac{\zeta}{v} \sqrt{p^2 + m^2}\right) \cos \frac{\zeta}{v} p d\sigma, \\ S_Q(\lambda, \varepsilon) &= \int_{D'(\varepsilon)} Q(\xi, \zeta, \varepsilon) \exp\left(-\frac{\zeta}{v} \sqrt{p^2 + m^2}\right) \sin \frac{\zeta}{v} p d\sigma, \\ C_\Gamma(\lambda, \varepsilon) &= \int_{D'(\varepsilon)} \Gamma(\xi, \zeta, \varepsilon) \cos \frac{\xi}{v} p \cos \frac{\zeta}{\eta} m d\omega, \quad S_\Gamma(\lambda, \varepsilon) = \int_{D'(\varepsilon)} \Gamma(\xi, \zeta, \varepsilon) \sin \frac{\xi}{v} p \cos \frac{\eta}{v} m d\omega. \end{aligned} \quad (\text{III.166})$$

Разлагая интегралы (III.166) в ряды по ε и подставляя в (III.165), получают для R следующий ряд

$$R = \varepsilon^2 R_1 + \varepsilon^3 R_2 + \dots \quad (\text{III.167})$$

где коэффициенты ряда выражаются формулами:

$$R_1 = -\frac{4\rho}{\pi v^2} \int_1^\infty [C_1^2(\lambda) + S_1^2(\lambda)] \frac{\lambda^2 d\lambda}{\sqrt{\lambda^2 - 1}}$$

$$R_2 = -\frac{8\rho}{\pi v^2} \int_1^\infty \{C_1(\lambda)[C_2(\lambda) + C_\tau(\lambda) + C_F(\lambda)] + S_1(\lambda)[S_2(\lambda) + S_\tau(\lambda) + S_F(\lambda)]\} \frac{\lambda^2 d\lambda}{\sqrt{\lambda^2 - 1}} -$$

$$-\frac{\rho}{2\pi^2 v^2} \nu \cdot p \cdot \int_0^\infty \int_0^\infty [C_{q_1}(p, m) S_{\gamma_2}(p, m) - S_{q_1}(p, m) C_{\gamma_2}(p, m)] \frac{p dp dm}{p^2 - \sqrt{p^2 + m^2}}$$

.....

причём, введены обозначения

$$\left. \begin{matrix} C_1(\lambda) \\ S_1(\lambda) \end{matrix} \right\} = \int_{D_e} q_1(\xi, \varsigma) \exp\left(-\frac{\varsigma}{\nu} \lambda^2\right) \left\{ \begin{matrix} \cos \\ \sin \end{matrix} \right\} \frac{\xi}{\nu} \lambda d\sigma$$

$$\left. \begin{matrix} C_\tau(\lambda) \\ S_\tau(\lambda) \end{matrix} \right\} = \int_{L_o} \tau_1(\xi) q_1(\xi, \tau_o(\xi)) \exp\left(-\frac{\tau_o(\xi)}{\nu} \lambda^2\right) \left\{ \begin{matrix} \cos \\ \sin \end{matrix} \right\} \frac{\xi}{\nu} \lambda d\xi$$

$$\left. \begin{matrix} C_F(\lambda) \\ S_F(\lambda) \end{matrix} \right\} = -\int_{L_o} F_{1\xi}(\xi, 0) q_1(\xi, 0) \left\{ \begin{matrix} \cos \\ \sin \end{matrix} \right\} \frac{\xi}{\nu} \lambda d\xi$$

$$\left. \begin{matrix} C_{q_i}(p, m) \\ S_{q_i}(p, m) \end{matrix} \right\} = \int_{D_e} q_1(\xi, \varsigma) \exp\left(-\frac{\varsigma}{\nu} \sqrt{p^2 + m^2}\right) \left\{ \begin{matrix} \cos \\ \sin \end{matrix} \right\} \frac{\xi}{\nu} p d\sigma$$

$$\left. \begin{matrix} C_{\gamma_i}(p, m) \\ S_{\gamma_i}(p, m) \end{matrix} \right\} = \int_{\Omega} \gamma_1(\xi, \eta) \left\{ \begin{matrix} \cos \\ \sin \end{matrix} \right\} \frac{\xi}{\nu} p \cos \frac{\eta}{\nu} m d\omega$$

где

$$\nu = \frac{v^2}{g}, \quad F_1(x, y) = -\frac{v}{g} \varphi_{1x} \quad \text{на } z = 0, \quad \varphi_{nz} - \nu \varphi_{nxx} = \gamma_n(x, y) \quad \text{на } z = 0.$$

$$\nu = \frac{v^2}{g}, \quad F_1(x, y) = -\frac{v}{g} \varphi_{1x} \quad \text{на } z = 0, \quad \varphi_{nz} - \nu \varphi_{nxx} = \gamma_n(x, y) \quad \text{на } z = 0$$

Аналогичным образом могут быть выписаны последующие члены разложения R в ряд по ε .

Из полученных выражений видно, что если во всех разложениях по ε ограничиться только первыми членами, то получается в точности то, что даёт теория Мичелла. В соответствии с этим последнюю формулировку можно рассматривать как корректно поставленную задачу о волновом сопротивлении в первом приближении. Последующие члены разложения содержат дополнительные составляющие волнового сопротивления, происходящие от более точного выполнения граничных условий. Таким образом, в предположении сходимости полученных рядов имеется возможность выделить волновое сопротивление судна в идеальной жидкости с любой степенью точности.

Одновременно вычисляются форма взволнованной поверхности жидкости, динамическая посадка судна, распределение давления по поверхности судна, а также другие величины, характеризующие движение жидкости.

Учёный по своему назначению
 есть учитель человеческого рода
 Иоганн Готлиб Фихте

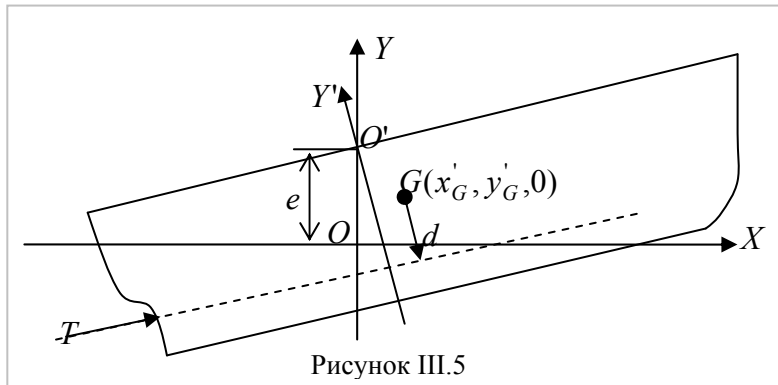
III.3. Подход к теории узкого судна Дж. Вехаузена [25]

При обычном получении аппроксимации узкого судна потенциал скорости для судна в установившемся или неустойчивом движении начинают с точных граничных условий задачи, предполагая движение безвихревым и жидкость невязкой. Различные неизвестные функции предполагаются аналитическими функциями некоторых параметров, описывающих узость судна. После различных манипуляций, которые не обязательно повторять, заменяют истинную краевую задачу новой линеаризованной, чье решение берут как желательную аппроксимацию. Однако, всегда есть некоторые вопросы о том, насколько хороши ограничения для аппроксимации. Х.Маруо [16] поднял вопрос о том, насколько ширина должна быть малой по сравнению не только с длиной, но также с осадкой и U^2/g . Хотя его положения не поддержаны аргументацией (в его статье), здесь нет вопроса, но проверка описанных членов оставила ясное впечатление, что необходимы малые производные только в x – направлении. В частности, некоторые описанные члены содержат производные в вертикальном направлении, которые могут быть бесконечными на киле при U - образных обводах.

Цель этой статьи состоит в том, чтобы представить потенциал скорости узкого судна, который может сделать более очевидными условия при их использовании для аппроксимации точной задачи.

Задача сформулирована самым общим образом так, что установившееся и неустойчивое движение и движение из покоя включены в уравнения. Однако, согласно этому будут разработаны два случая

Точная формулировка задачи



Удобно ввести три правых системы координат: одна фиксированная система $\bar{O} \bar{x} \bar{y} \bar{z}$ в пространстве, вторая фиксированная в системе судна $O'x'y'z'$, и одна движущаяся с судном, но параллельная пространственной системе $Oxuz$. Судно движется параллельно осям координат $Oxuz$. Плоскость $\bar{O} \bar{x} \bar{z}$ совпадает с невозмущенной поверхностью воды, ось $\bar{O} \bar{y}$ направлена противоположно силам гравитации, $\bar{O} \bar{x}$ совпадает с направлением движения. Системы $Oxuz$ и $O'x'y'z'$, когда судно находится в покое. $O'x'y'$ даёт диаметрально плоскость судна, $O'y'z'$ совпадает с плоскостью миделя (рис. III.5). Пусть $\bar{O}O = \bar{x}(t)$, где $\dot{\bar{x}}(t) = U(t)$. Пусть центр тяжести находится в точке $(x'_G, y'_G, 0)$, масса судна равна m , и его момент инерции относительно центра тяжести I_z . Корпус описан уравнением

$$z' = \pm f(x', y') \quad (\text{III.168})$$

Пусть длина судна $L = 2l$, ширина $B = 2b$, H – осадка, «Профиль» – контур диаметральной плоскости, $f(x', y')$ исчезает на «Профиле». Очевидно, что если днище судна плоское, то этому условию легко удовлетворить при мгновенном изменении в форме. С другой стороны, вогнутости на днище нельзя ввести в описание (III.168). Функция $f(x', y')$ предполагается дифференцируемой по всем переменным.

Упор T приложен на расстоянии d ниже центра тяжести судна. Когда судно движется, то дифферент и положение центра тяжести изменяются. α – угол дифферента положителен в направлении носа. Тогда

$$\begin{aligned} x' &= x \cos \alpha + (y - e) \sin \alpha, & x &= x' \cos \alpha - y' \sin \alpha, \\ y' &= -x \sin \alpha + (y - e) \cos \alpha, & y &= e + x' \sin \alpha + y' \cos \alpha, \\ z' &= z, & z &= z'. \end{aligned} \quad (\text{III.169})$$

Движение жидкости легко описывается в системах $\bar{O} \bar{x} \bar{y} \bar{z}$ или $Oxyz$. Пусть $\Phi(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, t)$ – потенциал скорости в фиксированной системе и $\varphi(x, y, z, t)$ в подвижной системе. Тогда

$$\Phi(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, t) = \varphi(\bar{x} - \bar{x}(t), \bar{y}, \bar{z}, t) \quad (\text{III.170})$$

и
$$\Phi_t = -U\varphi_x + \varphi_t; \quad \varphi_{\bar{x}} = \varphi_x; \quad \Phi_{\bar{y}} = \varphi_y; \quad \Phi_{\bar{z}} = \varphi_z$$

Если движение установившееся, то $\varphi_t = 0$, $\text{grad}\Phi$ и $\text{grad}\varphi$ описывают абсолютные значения скорости потока жидкости.

Интеграл Бернулли может быть написан в виде

$$\begin{aligned} \Phi_t + gy + \frac{1}{2}(\Phi_x^2 + \Phi_y^2 + \Phi_z^2) + \frac{p}{\rho} &= \frac{p_a}{\rho}, \\ \varphi_t - U\varphi_x + gy + \frac{1}{2}(\varphi_x^2 + \varphi_y^2 + \varphi_z^2) + \frac{p}{\rho} &= \frac{p_a}{\rho}, \end{aligned} \quad (\text{III.171})$$

где p_a – атмосферное давление. Можно его принять равным нулю $p_a = 0$, если не учитывается кавитация.

Уравнение поверхности жидкости

$$y = Y(x, z, t) = Y(\bar{x} - \bar{x}_o(t), \bar{z}, t) = \bar{Y}(\bar{x}, \bar{z}, t) \quad (\text{III.172})$$

Тогда функция φ должна удовлетворять следующим граничным условиям на этой поверхности:

$$\begin{aligned} \varphi_x(x, Y(x, z, t), z, t)Y_x(x, z, t) - \varphi_y + \varphi_x Y_z + Y_t - UY_x &= 0, \\ \varphi_t(x, Y(x, z, t), z, t) - U\varphi_x + gY(x, z, t) + \frac{1}{2}(\varphi_x^2 + \varphi_y^2 + \varphi_z^2) &= 0. \end{aligned} \quad (\text{III.173})$$

Здесь кинематическое и динамическое условия удовлетворяются на смоченной поверхности судна. Кинематическое условие

$$\begin{aligned} \varphi_x(x, y, \pm f(x', y'), t) \frac{\partial}{\partial x} f(x', y') + \varphi_y \frac{\partial}{\partial y} f(x', y') \mp \varphi_z &= \\ = Uf_{x'} \cdot \cos \alpha - Uf_{y'} \sin \alpha - \frac{\partial}{\partial t} f(x', y') \end{aligned} \quad (\text{III.174})$$

Последний член справа необходим, потому что x' и y' зависят от t через α и e , которые могут изменяться в исходной задаче. Из (III.169) выводится

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} f(x', y') &= f_{x'} \cdot \cos \alpha - f_{y'} \sin \alpha, \\ \frac{\partial}{\partial y} f(x', y') &= f_{x'} \cdot \sin \alpha + f_{y'} \cos \alpha. \end{aligned} \quad (\text{III.175})$$

Для динамического условия необходимо сначала найти силу и момент, действующие на судно, предполагая, что мы знаем давление $p(x, y, z, t)$, которое может быть найдено из

(III.171), если φ известно. Смоченная поверхность S_w проектируется на ДП как S_{wp} . Последняя ограничена профилем и пересечением воды с корпусом судна. Компоненты сил относительно $Oxyz$ обозначены через F_x, F_y , а относительно $O'x'y'z'$ через $F_{x'}, F_{y'}$. Рассматривается момент относительно центра тяжести M . Тогда

$$\begin{aligned} F_{x'} &= \iint_{S_w} p(x, y, z, t) n'_x dS = 2 \iint_{S_{wp}} p(x, y, f(x', y', t)) f_{x'} dx' dy', \\ F_{y'} &= 2 \iint_{S_{wp}} p(x, y, f(x', y', t)) f_{y'} dx' dy', \\ M &= 2 \iint_{S_{wp}} p(x, y, f, t) [(x' - x'_G) f_{y'} - (y' - y'_G) f_{x'}] dx' dy' \end{aligned} \quad (III.176)$$

Динамические граничные условия по закону Ньютона

$$\begin{aligned} m\ddot{x}_G &= m[\ddot{x}_o - (x'_G \sin \alpha + y'_G \cos \alpha)\ddot{\alpha} - (x'_G \cos \alpha + y'_G \sin \alpha)\dot{\alpha}^2] = \\ &= F_x + T \cos \alpha = F_{x'} \cos \alpha - F_{y'} \sin \alpha + T \cos \alpha, \\ m\ddot{y}_G &= m[\ddot{y}_o + (x'_G \cos \alpha - y'_G \sin \alpha)\ddot{\alpha} - (x'_G \sin \alpha + y'_G \cos \alpha)\dot{\alpha}^2] = \\ &= F_y + T \sin \alpha - mg = F_{x'} \sin \alpha + F_{y'} \cos \alpha + T \sin \alpha - mg, \\ I_z \ddot{\alpha} &= M + Td. \end{aligned} \quad (III.177)$$

Для установившегося движения это упрощается до выражений

$$\begin{aligned} F_x + T \cos \alpha &= 0, \\ F_y + T \sin \alpha - mg &= 0, \\ M + Td &= 0. \end{aligned} \quad (III.178)$$

Кинематические условия удовлетворяются на дне водоёма, который предполагается в виде горизонтальной плоскости на $y = -h$ в виде

$$\varphi_y(x, -h, z, t) = 0. \quad (III.179)$$

Если глубина бесконечна, то это условие может быть заменено на

$$\lim_{y \rightarrow -\infty} \varphi_y = 0 \quad (III.179')$$

Если стенки параллельны направлению движения, то должны быть добавлены условия, аналогичные (III.179).

Условия на бесконечности при неустановившемся движении

$$\varphi(x, y, z, t) = 0([x^2 + z^2]^{-1/2}), \quad \text{когда } x^2 + z^2 \rightarrow \infty \quad (III.180)$$

Для установившегося движения предполагается, что

$$\varphi(x, y, z) = \begin{cases} 0([x^2 + z^2]^{-1/2}), & \text{когда } x^2 + z^2 \rightarrow \infty \text{ для } x > 0, \\ 0(1), & \text{когда } x^2 + z^2 \rightarrow \infty \text{ для } x < 0. \end{cases} \quad (III.181)$$

Задача может быть модифицирована любым путём, удобным для физической ситуации. Например, если модель судна установлена жёстко во время испытаний в бассейне, $\alpha = \epsilon = 0$ и T приложена не так, как предполагается выше.

Установившееся движение

Для установившегося движения $\varphi = \varphi(x, y, z)$, $y = y(x, z)$ и α, ϵ и $U - const$, так что в граничных условиях (III.173) и (III.174) частные производные по t исчезают. С таким упрощением (III.173), (III.174), (III.168), (III.179) и (III.181) берутся для решения уравнения Лапласа.

Рассматривается область жидкости, ограниченная поверхностями S_B (поверхность дна), S_F (свободная поверхность), S_w (смоченная поверхность тела) и S_R (цилиндр радиусом R) (рис. III.6) Пусть (x, y, z) координаты произвольной точки в жидкости, а (ξ, η, ζ) точка на

границе. Пусть $G(x, y, z; \xi, \eta, \zeta)$ функция Грина. Уравнение Лапласа удовлетворяется особенностями типа

$$\frac{1}{r} = [(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2]^{-1/2}$$

в (x, y, z) , но эта функция гармонична в (ξ, η, ζ) в области жидкости. Тогда

$$G(x, y, z; \xi, \eta, \zeta) = \frac{1}{r} + H(x, y, z; \xi, \eta, \zeta) \quad (\text{III.182})$$

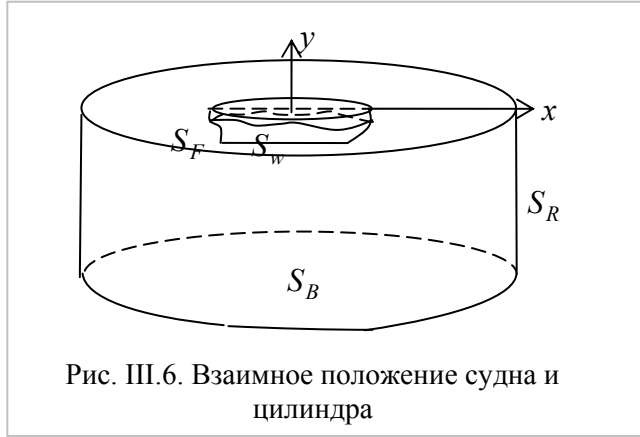


Рис. III.6. Взаимное положение судна и цилиндра

где H – гармоническая функция. Остальные свойства G делаются по желанию. Заметим, что G даёт нам широкие возможности в своём конструировании. Для упрощения заменим (x, y, z) буквой P , а (ξ, η, ζ) буквой Q , то есть, $G(P, Q)$. \mathbf{n} – нормаль, тогда

$$G_n(P, Q) = G_x n_1 + G_y n_2 + G_z n_3$$

и обозначение нормальной производной

$$G_v(P, Q) = G_\xi v_1 + G_\eta v_2 + G_\zeta v_3$$

Тогда теорема Грина даёт следующую формулу

$$\begin{aligned} \varphi(x, y, z) &= \frac{1}{4\pi} \iint_S [\varphi_v(Q)G(P, Q) - \varphi(Q)G_v(P, Q)] dS(s) = \\ &= \frac{1}{4\pi} \iint_{S_R} [\varphi_R G - \varphi G_R] dS - \frac{1}{4\pi} \iint_{S_B} \varphi G_\eta dS + \\ &+ \frac{1}{4\pi} \iint_{S_F} [\varphi_v G - \varphi G_v] dS + \frac{1}{4\pi} \iint_{S_w} [\varphi_v G - \varphi G_v] dS \end{aligned} \quad (\text{III.183})$$

Здесь имеется уже использованное в (III.179) в интеграле по S_B (реально по той части S_B , которая заключена внутри цилиндра S_R , подобное же рассуждение относится к S_F). Сразу же вводится следующее ограничение по G :

$$G_\eta(x, y, z; \xi, -h, \zeta) = 0 \quad (\text{III.184})$$

Если глубина бесконечна, то справедливо $\lim_{\eta \rightarrow \infty} G_\eta = 0$

Тогда интеграл по S_B исчезает. Здесь

$$\begin{aligned} \vec{v} &= (-Y_\xi, 1, -Y_\zeta) / [1 + Y_\xi^2 + Y_\zeta^2]^{1/2}, \\ dS(Q) &= [1 + Y_\xi^2 + Y_\zeta^2]^{1/2}. \end{aligned} \quad (\text{III.185})$$

Обозначим проекцию части S_F на (x, z) через S_{Fp} . Можно написать этот интеграл в следующем виде

$$\frac{1}{4\pi} \iint_{S_{Fp}} \{ [-Y_\xi(\xi, \zeta) \varphi_\xi(\xi, Y(\xi, \zeta), \zeta) + \varphi_\eta - Y_\zeta \varphi_\zeta] G(x, y, z; \xi, \eta, \zeta) - [-Y_\xi G_\xi + G_\eta - Y_\zeta G_\zeta] \varphi \} d\xi d\zeta$$

Из (III.183) это равно

$$\frac{1}{4\pi} \iint_{S_{Fp}} \{ -UY_\xi(\xi, \zeta) G(x, y, z; \xi, Y, \zeta) - G_\eta \varphi + [Y_\xi G_\xi + Y_\zeta G_\zeta] \varphi \} d\xi d\zeta$$

Мы отметим, что интегрирование по частям в двумерном пространстве даётся с помощью формулы

$$\iint_S F \text{grad} G dS = \oint_C FG \vec{n} dS - \iint_S G \text{grad} F dS, \quad (\text{III.186})$$

где S некоторая область, C – контур, \vec{n} – внешнее направление нормали. Применяя это к первому члену написанного выше интеграла, получают

$$-\frac{1}{4\pi} \oint_C UY G n_1 ds + \frac{1}{4\pi} \iint_{S_{Fp}} \{ UY(\xi, \zeta) [G_\xi + G_\eta Y_\xi] - G_\eta \varphi + [Y_\xi G_\xi + Y_\zeta G_\zeta] \varphi \} d\xi d\zeta$$

Используя второе уравнение, получают

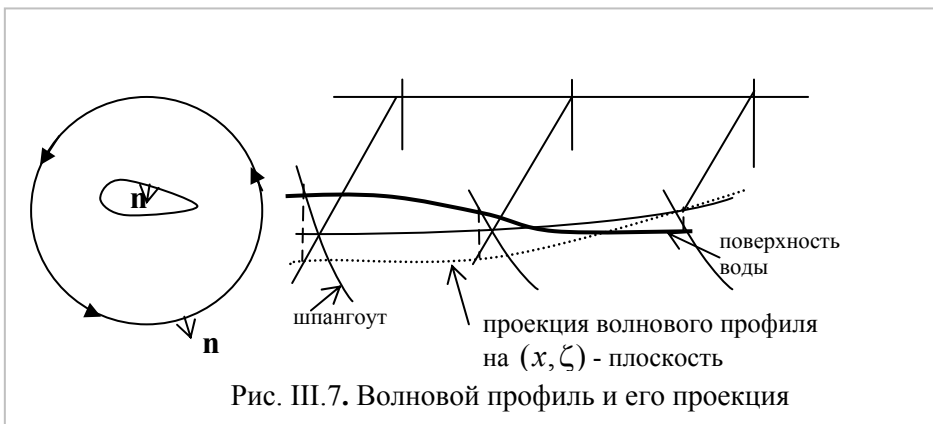
$$-\frac{1}{4\pi} \oint_C UY G n_1 dS + \frac{1}{4\pi} \iint_{S_{Fp}} \{ U^2 g^{-1} \varphi_\xi(\xi, Y(\xi, \zeta), \zeta) G_\xi - G_\eta \varphi + U G_\eta Y Y_\xi + [Y_\xi G_\xi + Y_\zeta \varphi_\zeta] \varphi - \frac{1}{2} U^2 g^{-1} [\varphi_\xi^2 + \varphi_\eta^2 + \varphi_\zeta^2] G_\xi \} d\xi d\zeta$$

Если прибавить и вычесть $U^2 g^{-1} \varphi_\eta Y_\xi G_\xi$ в подынтегральное выражение второго интеграла, то вместе с первым членом получится выражение $U^2 g^{-1} G \frac{\partial}{\partial \xi} \varphi(\xi, Y(\xi, \zeta), \zeta)$

После интегрирования этого члена по частям получается

$$-\frac{1}{4\pi} \oint_C (UYG + U^2 g^{-1} \varphi G_\xi) n dS - \frac{1}{4\pi} \iint_{S_{Fp}} [U^2 g^{-1} G_{\xi\xi}(\xi, Y(\xi, \zeta), \zeta) + G_\eta] \varphi(\xi, Y, \zeta) d\xi d\zeta + \frac{1}{4\pi} \iint_{S_{Fp}} \{ -U^2 g^{-1} (\varphi G_{\eta\xi} + \varphi_\eta G_\xi) Y_\xi + U G_\eta Y Y_\xi + [Y_\xi G_\xi + Y_\zeta \varphi_\zeta] \varphi - \frac{U}{2g} G_\xi (\varphi_\xi^2 + \varphi_\eta^2 + \varphi_\zeta^2) \} d\xi d\zeta \quad (\text{III.187})$$

Контурный интеграл берётся по контуру рис. III.7.



Точки на кривой пересечения поверхности воды с корпусом должны удовлетворять уравнению $z = f(x', Y'(x, z)) = f\{x \cdot \cos\alpha + [Y(x, z) - e] \cdot \sin\alpha - x \cdot \sin\alpha + [Y - e] \cdot \cos\alpha\}$ для $z \geq 0$ и такому же уравнению с z , заменённому на $-z$ для $z \leq 0$. Мы обозначим $z = \pm \hat{f}(x)$.

Нормальный вектор для $z \geq 0$ тогда даётся так: $\vec{n} = (\hat{f}'(x), -1) / [1 + \hat{f}'^2]^{1/2}$. Для $z \leq 0$ это даётся в виде $\vec{n} = (\hat{f}'(x), 1) / [1 + \hat{f}'^2]^{1/2}$. Взяв направление интегрирования по контуру, получают

$$n_1 dS = -\frac{\hat{f}'}{-1} dx = \hat{f}'(x) dx \quad \leftrightarrow \quad z \geq 0,$$

$$n_1 dS = \frac{\hat{f}'}{1} dx = \hat{f}'(x) dx \quad \leftrightarrow \quad z \leq 0.$$

Используя далее симметрию φ и Y по z , можно написать часть контурного интеграла по судну как

$$\frac{1}{4\pi} \oint_C \{ -U[G(x, y, z; \xi, \hat{Y}, \hat{f}) + G(x, y, z; \xi, \hat{Y}, -\hat{f})] \hat{Y} + U^2 g^{-1} [G_\xi(x, y, z; \xi, \hat{Y}, \hat{f}) + G_\xi(x, y, z; \xi, \hat{Y}, -\hat{f})] \varphi(\xi, Y, f) \cdot f(\xi) d\xi \} \quad (\text{III.188})$$

где $\hat{Y}(\xi) = Y(\xi, \hat{f}(\xi))$. Другая часть контурного интеграла рассматривается позже.

Рассмотрим интеграл по S_w . Его можно посчитать, используя либо (x', y') , либо (x, y) . Форма интеграла здесь такая же. Из граничного условия (III.174) получается

$$\varphi_v(\xi, \eta, f(\xi', \eta')) = U(f_\xi \cos\alpha - f_\eta \sin\alpha).$$

Координаты вектора \vec{n} в (x', y') $\vec{n}' = (f_{x'}, f_{y'}, \mp 1) / [1 + f_{x'}^2 + f_{y'}^2]^{1/2}$ и в системе (x, y) $\vec{n} = (f_{x'} \cos\alpha - f_{y'} \sin\alpha, f_{x'} \sin\alpha + f_{y'} \cos\alpha, \mp 1) / [1 + f_{x'}^2 + f_{y'}^2]^{1/2}$

Элемент площади такой же для двух сторон судна

$$dS = [1 + f_{x'}^2 + f_{y'}^2]^{1/2} dx dy = [1 + f_{x'}^2 + f_{y'}^2]^{1/2} dx' dy'.$$

Интеграл тогда имеет следующий вид

$$\frac{1}{4\pi} \iint_{S_{wp}} \{ U[f_{\xi'}(\xi', \eta') \cos\alpha - f_{\eta'} \sin\alpha] [G(P; \xi, \eta, f(\xi', \eta')) + G(P; \xi, \eta, -f)] - \varphi(\xi, \eta, f(\xi', \eta')) [f_\xi \cos\alpha - f_\eta \sin\alpha] [G_\xi(P; \xi, \eta, \hat{f}) + G_\xi(P; \xi, \eta, -\hat{f})] - \varphi(\xi, \eta, f) [f_\xi \sin\alpha + f_\eta \cos\alpha] \cdot [G_\eta(P; \xi, \eta, f) + G_\eta(P; \xi, \eta, -f)] + \varphi(\xi, \eta, f) [G_\xi(P; \xi, \eta, f) - G_\xi(P; \xi, \eta, -f)] \} d\xi' d\eta' \quad (\text{III.189})$$

При написании интеграла используется симметрия φ , то есть, $\varphi(x, y, -z) = \varphi(x, y, z)$. При интегрировании по частям в первых трёх членах производные f заменяются на $-f$, но производные переносятся назад снова, потому что f является аргументом в φ и G . Интегрирование выполняется только для первого члена, и тогда получается следующее выражение

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{4\pi} \oint_C \{Uf(\xi', \eta')[G(P; \xi, \eta, f) + G(P; \xi, \eta, -f)]n_1 dS + \\
 & + \frac{1}{4\pi} \iint_{S_{Fp}} \{-Uf(\xi', \eta')[G_\xi(P; \xi, \eta, f) + G_\xi(P; \xi, \eta, -f)] - \\
 & - Uf(\xi', \eta')[f_{\xi'} \cos \alpha - f_{\eta'} \sin \alpha][G_\xi(P; \xi, \eta, f) - G_\xi(P; \xi, \eta, -f)] - \\
 & - \varphi(\xi, \eta, f)[f_{\xi'} \sin \alpha - f_{\eta'} \cos \alpha] \cdot [G_\xi(P; \xi, \eta, f) + G_\xi(P; \xi, \eta, -f)] - \\
 & - \varphi(\xi, \eta, f)[f_{\xi'} \sin \alpha + f_{\eta'} \cos \alpha] \cdot [G_\eta(P; \xi, \eta, f) + G_\eta(P; \xi, \eta, -f)] + \\
 & + \varphi(\xi, \eta, f)[G_\xi(P; \xi, \eta, f) - G_\xi(P; \xi, \eta, -f)]\} d\xi' d\eta'
 \end{aligned}
 \tag{III.190}$$

Контурный интеграл берётся по границе S_{wp} . Однако, так как f исчезает на профиле судна, то он берётся только вдоль проекции волнового профиля на ДП (рис. III.8).. Компоненты \mathbf{n} в этой формуле те же, что в системе (x, y) . Точки проекции волнового профиля должны удовлетворять уравнению

$$Y = Y[x, f(x', y')] = Y(x, f(x \cos \alpha + (y - e) \sin \alpha, -x \sin \alpha + (y - e) \cos \alpha),$$

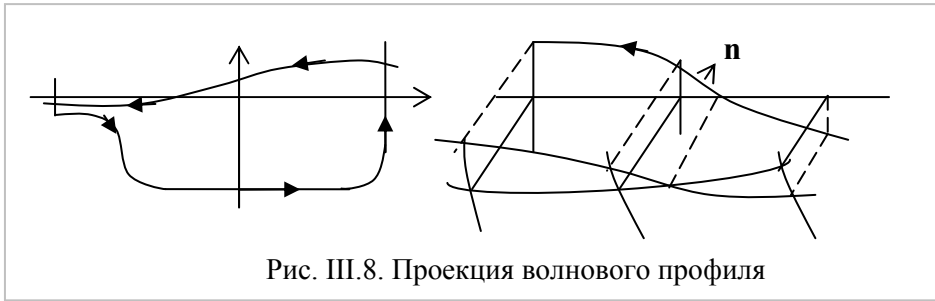


Рис. III.8. Проекция волнового профиля

если решения для Y , скажем $Y = \hat{Y}(x)$, соответствуют явной кривой. Нормальный вектор даётся выражением

$$\vec{n} = (-\hat{Y}'(x), 1) / [1 + \hat{Y}'^2]^{1/2} \tag{III.191}$$

Так как

$$n_1 dS = \hat{Y}'(x) dx, n_1 dS = dx. \tag{III.192}$$

Контурный интеграл может быть написан явно в зависимости от f , Y , φ и G . Контурный интеграл в (III.190) может быть скомбинирован с тем же в (III.188), чтобы дать

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{4\pi} \oint_C \{U[G(P; \xi, \hat{Y}(\xi), \hat{f}(\xi)) + G(P; \xi, \hat{Y}, -\hat{f})][-\hat{f}, \hat{Y}' - \hat{f}' \hat{Y}] d\xi + \\
 & + \frac{1}{4\pi} \oint_C U^2 g^{-1} [G_\xi(P; \xi, Y, f) + G_\xi(P; \xi, Y, -f)] \varphi(\xi, Y, f) \cdot f' d\xi
 \end{aligned}
 \tag{III.193}$$

Наконец, мы возвращаемся к интегралу вокруг вертикального цилиндра

$$\frac{1}{4\pi} \iint_{S_R} [\varphi_R G - \varphi G_R] dS = \frac{R}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-h}^h [\varphi_R G - \varphi G_R] dy \tag{III.194}$$

Условия для φ , которые были наложены в (III.181), не достаточны, чтобы подразумевать, что этот интеграл сходится к нулю, когда $R \rightarrow \infty$. Теперь накладывается несколько условий на G и в это время добавляются необходимые требования, чтобы получить уверенность, что этот интеграл исчезает при $R \rightarrow \infty$. Раньше это предполагалось, а также исчезновение контурного интеграла в (III.187), взятого вокруг большого цилиндра.

Теперь имеется следующая формула:

$$\varphi(x, y, z) = \text{(III.190).} + \text{(III.187)}, \tag{III.195}$$

где два линейных интеграла вокруг судна комбинируются и приводятся к (III.193).

Если это выражение сделать безразмерным по длине $l = L/2$ и скорости U , так что

$$\varphi(x, y, z) = Ul\widehat{\varphi}\left(\frac{x}{l}, \frac{y}{l}, \frac{z}{l}\right) = Ul\widehat{\varphi}(\widehat{x}, \widehat{y}, \widehat{z}), \quad G = \frac{1}{l}\widehat{G}, \quad (\text{III.196})$$

то после отбрасывания крышечек получается

$$\begin{aligned} \varphi(x, y, z) = & -\frac{1}{4\pi} \iint_{S_{Fp}} [U^2(gl)^{-1} G_{\xi\xi}(P; \xi, Y, \zeta) + G_{\eta}] \varphi(\xi, Y, \zeta) d\xi d\zeta + \\ & \frac{1}{4\pi} \iint_{S_{Fp}} \{-U^2(gl)^{-1} [\varphi G_{\eta\xi} + \varphi_{\eta} G_{\xi}] Y_{\xi} + UG_{\eta} Y Y_{\xi} + [Y_{\xi} G_{\xi} + Y_{\zeta} \varphi_{\zeta}] \varphi - \frac{U}{2g} (gl)^{-1} [\varphi_{\xi}^2 + \varphi_{\eta}^2 + \varphi_{\zeta}^2] G_{\xi}\} d\xi d\zeta \\ & - \frac{1}{4\pi} \iint_{S_{wp}} f(\xi', \eta') [G_{\xi}(P; \xi, \eta, f) + G_{\xi}(P; \xi, \eta, -f)] d\xi' d\eta' - \\ & \frac{1}{4\pi} \iint_{S_{wp}} [\varphi(\xi, \eta, \zeta) \{ [f_{\xi'} \cos \alpha - f_{\eta'} \sin \alpha] [G_{\xi}^+ + G_{\xi}^-] + [f_{\xi'} \sin \alpha + f_{\eta'} \cos \alpha] [G_{\eta}^+ + G_{\eta}^-] - [G_{\zeta}^+ - G_{\zeta}^-] \} \\ & f(\xi', \eta') [f_{\xi'} \cos \alpha - f_{\eta'} \sin \alpha] [G_{\zeta}^+ - G_{\zeta}^-] d\xi' d\eta' + \frac{1}{4\pi} \int_{L_p} [G(P; \xi, \widehat{Y}, \widehat{f}) + G(P; \xi, \widehat{Y}, -\widehat{f})] [-\widehat{f} \widehat{Y}' - \widehat{f} \widehat{Y}] d\xi \\ & + \frac{1}{4\pi} \int_{L_p} U^2(gl)^{-1} [G_{\xi}^+ + G_{\xi}^-] \varphi(\xi, \widehat{Y}, f) \widehat{f}' d\xi \end{aligned} \quad (\text{III.197})$$

Теперь можно более точно определить форму функции Грина $G(x, y, z; \xi, \eta, \zeta)$, где переменные используются безразмерными в (III.197). Допустим, что вдобавок к (III.182) и (III.184) G удовлетворяет следующим условиям

$$\begin{aligned} \frac{U^2}{gl} G_{\xi\xi}(x, y, z; \xi, 0, \zeta) + G_{\eta}(x, y, z; \xi, 0, \zeta) = 0, \\ G(x, y, z; \xi, \eta, \zeta) = \begin{cases} 0((\xi^2 + \zeta^2)^{-1/2}), & \xi^2 + \zeta^2 \rightarrow \infty \leftrightarrow \xi < 0, \\ 0(1), & \xi^2 + \zeta^2 \rightarrow \infty \leftrightarrow \xi > 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{III.198})$$

Решение для G хорошо известно и может быть выражено в виде

$$\begin{aligned} G(x, y, z; \xi, \eta, \zeta) = & [(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2]^{-1/2} + \\ & + [(x - \xi)^2 + (y + \eta + 2h)^2 + (z - \zeta)^2]^{-1/2} - \\ & - \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} d\theta \int_0^{\infty} \frac{e^{-k\gamma_o h} \sec hk\gamma_o h \cos hk\gamma_o (\eta + h) [\cosh k\gamma_o (y + \eta) [k \cos^2 \theta + 1] - 1] \times}{k \cos^2 \theta - th hk\gamma_o h} \\ & \times \cos[k\gamma_o (x - \xi) \cos \theta] \cos[k\gamma_o (x - \xi) \cos \theta] \cos[k\gamma_o (z - \zeta) \sin \theta] dk \\ & - 4\gamma_o \int_{\theta_o}^{\pi/2} \frac{e^{-k_o\gamma_o h} \sec hk_o\gamma_o h \cos hk_o\gamma_o (\eta + h) [\cosh k_o\gamma_o (y + \eta) (k_o \cos^2 \theta + 1) \times}{\cos^2 \theta - \gamma_o h \sec h^2 k_o\gamma_o h} \\ & \times [\cosh k_o\gamma_o (y + \eta) (k_o \cos^2 \theta + 1) - 1] \sin[k_o\gamma_o (x - \xi) \cos \theta] \cos[k_o\gamma_o (z - \zeta) \sin \theta] d\theta \end{aligned} \quad (\text{III.199})$$

где $\gamma_o = \frac{gl}{c^2}$, $\theta_o = \begin{cases} \arccos \sqrt{\gamma_o h}, & \text{если } \gamma_o h \leq 1 \\ 0, & \text{если } \gamma_o h \geq 1 \end{cases}$ и где $k_o = k_o(\theta)$ действительный

положительный корень уравнения

$$k_o - \sec^2 \theta \operatorname{tg} h_o k_o h = 0, \quad \theta_o < \theta < \pi/2.$$

Интеграл по k в (III.199) должен быть интерпретирован как главное значение в смысле Коши, если $\theta_0 < \theta < \pi/2$, Комбинация $\gamma_0 h$, соответствующая числу Фруда по глубине, то есть, gh/c^2 в размерных переменных. Если глубина жидкости бесконечна, то можно получить прямо из (III.199), положив $\gamma_0 h \rightarrow \infty$, следующее простое выражение

$$\begin{aligned} G(x, y, z; \xi, \eta, \zeta) = & [(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2]^{-1/2} + \\ & + [(x - \xi)^2 + (y + \eta + 2h)^2 + (z - \zeta)^2]^{-1/2} - \\ & - \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} d\theta \int_0^{\infty} \frac{e^{-k\gamma_0 h}}{k \cos^2 \theta - 1} \cos[k\gamma_0 (x - \xi) \cos \theta] \cos[k\gamma_0 (z - \zeta) \sin \theta] dk \\ & - 4\gamma_0 \int_{\theta_0}^{\pi/2} e^{\gamma_0 (y + \eta) \sec^2 \theta} \sin[\gamma_0 (x - \xi) \sec \theta] \cos[\gamma_0 (z - \zeta) \sin \theta \sec^2 \theta] \sec^2 \theta d\theta, \end{aligned} \quad (III.200)$$

где $\gamma_0 = \frac{gl}{c^2}$, как в (III.199).

Мы заметим, что интегральные члены в (III.199) и (III.200) являются функциями $\gamma_0(x - \xi)$, $\gamma_0(y + \eta)$, $\gamma_0(z - \zeta)$, так что зависимость от x, y, z, η, ζ и γ_0 не так сложна, как кажется. Для (III.200) это даёт возможность выразить интегралы в зависимости от экспоненциального интеграла. Пусть $H(x, y, z)$ будет функцией, полученной, когда $\gamma_0(x - \xi)$, $\gamma_0(y + \eta)$, $\gamma_0(z - \zeta)$ заменяются на x, y, z , в интегральных членах. Тогда

$$\begin{aligned} H(x, y, z) = & -\frac{4}{\pi} \gamma_0 \int_0^{2\pi} \exp\{[y + i(x \cos \theta + z \sin \theta)] \sec^2 \theta\} \times \\ & \times Ei\{-[y + i(x \cos \theta + z \sin \theta)] \sec^2 \theta\} \sec^2 \theta d\theta \end{aligned} \quad (III.201)$$

Функция G для (III.199) или (III.200) теперь имеет свойство, которое ограничивает возможные положения точки поля (x, y, z) . Здесь есть сингулярность не только в (x, y, z) , но также в $(x, -y, z)$. (Точка $(x, -y - 2h, z)$ не беспокоит нас). Следовательно, если $Y(x, z) > 0$ и если точка (x, y, z) выбрана так, что $-Y < y < Y$, то функция $G - \gamma^{-1}$ не будет гармонической в жидкости. Тем не менее, мы предполагаем

$$, -h < y < -|Y(x, z)|, \quad (III.202)$$

мы не можем использовать (III.183) вместе с (III.199). Однако, с такой оговоркой функция G определена и имеет желаемое поведение не только для (ξ, η, ζ) в жидкости, но также для точек, таких, что $\eta \leq |Y|$ и для точек, лежащих в объёме, ограниченном корпусом и его отражением от плоскости $y = 0$.

Теперь возможно проверить, что (III.195) удовлетворено. Исследования асимптотического поведения G, G_ξ и G_R показывают, что все они имеют порядок $O([\xi^2 + \zeta^2]^{-1})$, когда $\xi^2 + \zeta^2 \rightarrow \infty$ для $\xi < 0$ и $o([\xi^2 + \zeta^2]^{-1/8})$ для $\xi > 0$. Из этого и (III.181) легко видеть, что (III.195) и линейный интеграл вдоль пересечения S_R и S_F в (III.187) оба исчезают, когда $R \rightarrow \infty$.

В безразмерном представлении, используемом в (III.197), ординаты на $(\xi', \eta') = (0, 0)$ равны $b/l = B/L$. Определим этот параметр B/L через ε и изобразим его путём введения корпуса $f^{(1)}(\xi', \eta')$ с $f^{(1)}(0, 0) = 1$, который приводится аффинным путём к $f(\xi', \eta')$ с помощью равенства

$$f(\xi', \eta') = \varepsilon \cdot f^{(1)}(\xi', \eta'). \quad (III.203)$$

Очевидно, что функция φ , свободная поверхность Y , величины α и e , сила и момент будут зависеть от параметра ε :

$$\varphi(x, y, z; \varepsilon), Y(x, z; \varepsilon), \alpha(\varepsilon), e(\varepsilon) \text{ и т.д.} \quad (III.204)$$

Если теперь проверить интегралы в (III.197) введением функции f , то они все, очевидно, порядка $O(\varepsilon)$, за исключением, возможно, одного входящего члена $G_{\xi}^{+} - G_{\xi}^{-}$. Легко видеть, что этот член также порядка $O(\varepsilon)$. Например, если начать с (III.200), можно легко показать, что

$$G_{\xi}(P; \xi, \eta, f) - G_{\xi}(P; \xi, \eta, -f) = f \left\{ \frac{1}{r_{+}^3 r_{-}^3} \left[4z^2 \frac{r_{+}^2 + r_{+} r_{-} + r_{-}^2}{r_{+} + r_{-}} - (r_{+}^3 + r_{-}^3) \right] - \right. \\ \left. - \frac{1}{r_{+}^3 + r_{-}^3} \left[4z^2 \frac{r_{+}^2 + r_{+} r_{-} + r_{-}^2}{r_{+} + r_{-}} - (r_{+}^3 + r_{-}^3) \right] \right\} + \frac{8}{\pi} \gamma_o^2 \int_0^{\pi/2} d\theta \int_0^{\infty} \frac{k e^{k\gamma_o(y+\eta)}}{k \cos^2 \theta - 1} \cos[k\gamma_o(x-\xi) \sec \theta] + \\ + 8\gamma_o^2 \int_0^{\pi/2} e^{\gamma_o(y+\eta) \sec^2 \theta} \sin[\gamma_o(x-\xi) \cos \theta] \cos[\gamma_o z \sin \theta \sec^2 \theta] \sin[\gamma_o f \sin \theta \sec^2 \theta] d\theta \quad (III.205)$$

где

$$r_{+}^2 = (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z + f)^2, \quad r_{1+}^2 = (x - \xi)^2 + (y + \eta)^2 + (z + f)^2, \\ r_{-}^2 = (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - f)^2, \quad r_{1-}^2 = (x - \xi)^2 + (y + \eta)^2 + (z - f)^2$$

Но тогда φ должно быть порядка $O(\varepsilon)$, оценка содержит остальные интегралы, так как если φ порядка $O(\varepsilon)$, то Y тоже порядка $O(\varepsilon)$ из (III.173). Далее замечено, что если φ и Y порядка $O(\varepsilon)$, то большинство интегралов в (III.197) порядка $O(\varepsilon^2)$. Фактически только для первого и третьего это не очевидно. Однако, если (III.202) удовлетворено, подынтегральная функция в первом интеграле может быть разложена в ряд по Y . Так как первый член будет исчезать из-за граничного условия (III.198), этот интеграл также порядка $O(\varepsilon^2)$. Остаётся третий интеграл. Хотя нельзя сразу установить, но можно его упростить путём переноса в другую часть, которая имеет порядок $O(\varepsilon)$, и остальные порядка $O(\varepsilon^2)$. Если допустить на момент, что α и ε каждый порядка $O(\varepsilon)$, и использовать (III.169), то можно найти

$$G_{\xi}(P; \xi, \eta, f) + G_{\xi}(P; \xi, \eta, -f) = 2G_{\xi}(P; \xi', \eta', 0) + O(\varepsilon^2) \quad (III.206)$$

Далее, площадь, которая симметрично разная (в обозначении данной теории это $S_{wp} + S_o - S_{wp} \cdot S_o$) между S_{wp} и S_o , относительно S_{wp} , когда судно в покое, также порядка $O(\varepsilon)$, так что ошибка порядка $O(\varepsilon^2)$, если заменить интеграл по S_{wp} интегралом по S_o . Затем находится окончательный результат классической теории узкого судна.

$$\varphi(x, y, z) = -\frac{1}{2\pi} \iint_{S_o} f(\xi', \eta') G_{\xi}(x, y, z; \xi', \eta', 0) d\xi' d\eta' \quad (III.207)$$

Из (III.197) может быть получена ещё другая информация, например, иногда утверждается, что аппроксимация (III.207) требует малости не только от f , но также от $f_{\xi'}$ и $f_{\eta'}$ (то есть, когда размеры f/L повторно представлены).

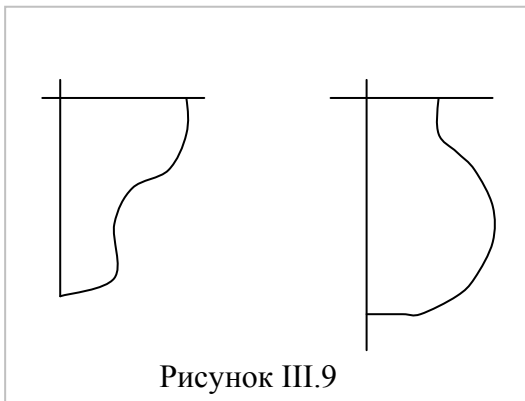


Рисунок III.9

Поскольку функция f ограничена, что следует из физического рассмотрения, то наклон поверхности не может быть причиной для любого интеграла порядка $O(\varepsilon^2)$ в (III.197), включающего $f_{\xi'}$ и $f_{\eta'}$ чтобы стать большим. Рассмотрим интеграл

$$\iint A(\xi', \eta', f) f_{\eta'} d\xi' d\eta'.$$

Если для фиксированных значений ξ' , $f(\xi', \eta')$ является возрастающей функцией η' от киля до пересечения со свободной поверхностью, можно написать $\eta' = \eta'(f)$ и выразить интеграл в виде

$$\int d\xi' \int_0^{\tilde{f}(\xi')} A(\xi', \eta'(f), f) df,$$

который, очевидно, порядка $O(\varepsilon)$ без каких-либо допущений о малости f_η . Если форма сечения иногда подобрана такой, как на рис. III.9, то нужно разделить область интегрирования на приемлемые части и рассмотреть каждую отдельно. Результат будет таким же. Подобный результат сохраняется для интегралов, содержащих f_ξ . Однако, аппроксимация (III.207) может нарушиться в окрестности подводного профиля, где особенности могут появиться в выражении (III.207), если даже f_x является непрерывной по Гельдеру, хотя это не соблюдается для самого потенциала ϕ .

Требование непрерывности по Гельдеру в носу и в корме должно быть ограничено, если это относится к реальному судну. Можно попытаться улучшить здесь аппроксимацию методом Лайтхилла для тонкого крыла. Однако, если главный интерес состоит в определении волнового сопротивления R_w из потенциала ϕ для судна, то в этом нет необходимости. С другой стороны, если искать минимум волнового сопротивления, то это нужно учитывать.

Возможна другая точка зрения на (III.207), которую высказал Маруо. Рассмотрим, например, (III.205). В интегральных членах f всегда имеется γ_0 в виде множителя. Это же положение применимо к таким же членам порядка $O(\varepsilon^2)$ в (III.206). Так как γ_0 меняется от 2 до 12 для скоростей большинства судов, то видно, что для данной формы $f(1)$ значение ε должно быть меньше для малых скоростей, чем для больших, чтобы для (III.207) получить такую же степень аппроксимации. Однако заключение не является определённым, при возрастании γ_0 значения интегралов убывают. Необходимым является знание поведения функции G . Следовательно, проверка первого, второго и последнего интегралов в (III.197) показала, что $1/\gamma_0$ входит в виде множителя во многие члены. Можно резонно предположить, что малое значение γ_0 значительно влияет на эти члены, действуя теперь в противоположном направлении. Физический смысл проявляется в том, что большие числа Фруда делают линеаризацию свободной поверхности менее точной, в то время, как малые числа Фруда ухудшают аппроксимацию узкого тела.

Замечая это, рассмотрим отношение B/H , которое для нормальных водоизмещающих судов находится между 2 и 4. Введём параметр $\delta = H/L$ и предположим, что для разных δ получаются аффинные варианты формы судов. Тогда функции в (III.204) зависят от δ и от ε . В (III.197) δ входит явно только в районе диаметральной плоскости S_{wp} , чья площадь, очевидно, порядка $O(\delta)$. Третий интеграл в (III.197) теперь порядка $O(\varepsilon\delta)$, также само ϕ и Y и четвёртый интеграл порядка $O(\varepsilon^2\delta^2)$ или $O(\varepsilon^3\delta)$ (для последнего члена четвёртого интеграла) и последние два линейных интеграла порядка $O(\varepsilon^2\delta)$. Следовательно, разница между третьим интегралом и (III.207) порядка $O(\varepsilon^2\delta)$. Эта разница может быть также написана как линейный интеграл вдоль L_p при пренебрежении только членами высшего порядка. Из этих формальных рассуждений вытекает, что на таком же расстоянии от судна выражение в (III.207) будет ещё содержать главную часть ϕ , когда ε и δ малы. Далее, следующий важный вклад появляется в линейном интеграле вдоль грузовой ватерлинии. Если использовать (III.207) для расчёта ϕ и Y , где оси входят в линейные интегралы, то можно их выразить с ошибкой высшего порядка:

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{2\pi} \int_{L_p} G(P; \xi', 0, 0) [f(\xi', 0) \varphi_\eta(\xi', 0, 0) + \frac{1}{\gamma_0} f_{\xi'}(\xi', 0) f_\xi(\xi', 0, 0)] d\xi + \\
 & + \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\gamma_0} \int_{L_p} G_{\xi'}(P; \xi', 0, 0) [a f_{\xi'}(\xi', 0) \varphi(\xi', 0, 0) - f(\xi', 0) f_\xi(\xi', 0, 0)] d\xi
 \end{aligned}
 \tag{III.208}$$

Это улучшение, конечно, имеет небольшое отношение к теории плоского судна, где нет допущения малости ε . Уравнение (III.197) также может быть использовано, чтобы получить сходящиеся члены в выражении возмущений для узкого судна. Как обычно, в этой процедуре предполагается

$$\begin{aligned}
 \varphi(x, y, z; \varepsilon) &= \varepsilon \varphi^{(1)}(x, y, z) + \varepsilon^2 \varphi^{(2)} + \dots \\
 Y(x, z; \varepsilon) &= \varepsilon Y^{(1)}(x, z) + \varepsilon^2 Y^{(2)} + \dots \\
 \alpha(\varepsilon) &= \varepsilon \alpha^{(1)} + \varepsilon^2 \alpha^{(2)} + \dots \\
 e(\varepsilon) &= \varepsilon e^{(1)} + \varepsilon^2 e^{(2)} + \dots \text{ и т.д.}
 \end{aligned}
 \tag{III.209}$$

Подставив в (III.170), разложив в ряд Тейлора и переставив по порядку степеней ε , получают следующие выражения для $\varphi^{(1)}$ и $\varphi^{(2)}$

$$\begin{aligned}
 \varphi^{(1)}(x, y, z) &= -\frac{1}{2\pi} \iint_{S_o} f^{(1)}(\xi', \eta') G_{\xi}(x, y, z; \xi', \eta', 0) d\xi' d\eta', \\
 \varphi^{(2)}(x, y, z) &= -\frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{\gamma_o} \left[\frac{1}{\gamma_o} G_{\xi\xi\eta}(P; \xi, 0, f) + G_{\eta y} \right] Y^{(1)}(\xi, \zeta) \varphi^{(1)}(\xi, 0, \zeta) d\xi d\zeta + \\
 &+ \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{\gamma_o} \left\{ -\frac{1}{\gamma_o} [\varphi^{(1)} G_{\xi\eta} + \varphi_{\eta}^{(1)} G_{\xi}] Y_{\xi}^{(1)} + G_{\eta} Y^{(1)} Y_{\xi}^{(1)} + \right. \\
 &+ [Y_{\xi}^{(1)} G_{\xi} + Y_{\zeta}^{(1)} G_{\zeta}] \varphi^{(1)} - \frac{1}{2\gamma_o} \left| \text{grad} \varphi^{(1)} \right|^2 G_{\xi} \left. \right\} d\xi d\zeta - \\
 &- \frac{1}{2\pi} \iint_{S_o} [-\eta G_{\xi\xi}(P; \xi, \eta, 0) + \xi G_{\xi\eta}] f(\xi, \eta) d\xi d\eta - \frac{1}{2\pi} \iint_{S_o} G_{\xi\eta} f d\xi d\eta - \\
 &- \frac{1}{2\pi} \iint_{S_o} \varphi^{(1)}(\xi, \eta, 0) \{ f_{\xi}^{(1)} G_{\xi} + f_{\eta}^{(1)} G_{\eta} - f^{(1)} G_{\zeta\zeta} \} d\xi d\eta - \\
 &- \frac{1}{2\pi} \int_{L_o} G_{\xi}(P; \xi, 0, 0) f^{(1)}(\xi, 0) Y^{(1)}(\xi, 0) d\xi + \\
 &+ \frac{1}{2\pi} \int_{L_o} \{ G[-f^{(1)} Y_{\xi}^{(1)} - f_{\xi}^{(1)} Y^{(1)}] + \frac{1}{\gamma_o} G_{\xi} \varphi^{(1)}(\xi, 0, 0) f_{\xi}^{(1)} \} d\xi
 \end{aligned}
 \tag{III.210}$$

$\varphi^{(1)}$ является, конечно, потенциалом Мичелла (III.207), $\varphi^{(2)}$ обычно не выписывается. Однако, так как оно есть, то несколько комментариев необходимо сделать. Функция φ сама определена только там, где есть вода. Однако, выражение для $\varphi^{(1)}$ определяется для всего нижнего пространства, и, следовательно, $Y^{(1)}$ может быть определено для всей (x, z) -плоскости. Это вносит некоторые упрощения в интегралы, входящие в $\varphi^{(2)}$ без изменения его порядка. В частности, то, что судно считается узким, позволяет продолжить первые два интеграла по всей (x, z) -плоскости и оценить многие члены в подынтегральной функции на $\eta = 0$ или $\zeta = 0$ или их пересечении.

Точкой интереса в $\varphi^{(2)}$ является поправка второго порядка к третьему интегралу в (III.197), входящая в просадку и дифферент и волновой профиль (первый линейный интеграл), но не факт, что диполи на поверхности заменяются диполями на ДП. Поправка для этого последнего приближения только порядка ε^3 .

Потенциал $\varphi^{(2)}$ ещё полностью не определён, потому что $\alpha^{(1)}$ и $e^{(1)}$ не определены. Для их определения необходимо вернуться к динамическому граничному условию (III.179). Для того, чтобы посчитать силу по формуле (III.177), необходимо знать P , которое может быть найдено из (III.172) с отброшенным φ_l и $p_a = 0$. Если мы используем (III.209) и посчитаем P из формального выражения, мы найдём

$$P = -\rho g y + \rho c \varphi_x + O(\varepsilon^2),$$

или в зависимости от безразмерных переменных, используемых в (III.197)

$$P = -\rho g l y + \rho c^2 \varphi_x + O(\varepsilon^2). \tag{III.211}$$

Автор не приводит детали подстановки в (III.176) и расчёт поправок к интегралам в формуле (III.210) порядка $O(\varepsilon^3)$, для этого есть прямой ход, хорошо известный, использующий формулу интегрирования по частям (III.185), что упрощает кое-что в гид

ростатических членах в (III.211). Уравнения (III.178) предполагают $T = O(\varepsilon^2)$. Из (III.178) найдены следующие отношения величин первого порядка с учётом того, что переменные в интеграле все безразмерные в (III.197)

$$\begin{aligned} \frac{T}{2\rho g l^3} &= -\frac{1}{\gamma_o} \iint_{S_o} \varphi_x(x, y, 0) f_x(x, y) dx dy + O(\varepsilon^3) \times \\ &\times \int_{L_p} (e + \alpha x) f(x, 0) dx - \frac{1}{\gamma_o} \iint_{S_o} \varphi_x(x, y, 0) \cdot f_x(x, y) dx dy = O(\varepsilon^3), \\ \frac{T}{2\rho g l^3} \frac{d}{e} &- \int_{L_p} (e + \alpha x)(x - x_G) f(x, 0) dx - \alpha \iint_{S_o} (y - y_G) f(x, y) dx dy - \\ &- \frac{1}{\gamma_o} \iint_{S_o} [(x - x_G) f_y - (y - y_G) f_x] \varphi_x(x, y, 0) dx dy = O(\varepsilon^3) \end{aligned} \quad (III.212)$$

В (III.211) и (III.212) φ , конечно, берётся из выражении (III.207). Однако здесь есть трудности. Для действительного (III.207) нам существенно необходимы только малые V/L , когда точка (x, y, z) не возле судна. Для точек на корпусе дальнейшие условия необходимы для того, чтобы (III.207) было хорошей аппроксимацией. Отмеченные выше трудности в том, что, если мы используем (III.207) для расчёта (III.212), мы предполагаем, что это точно так же на корпусе. Это кажется невозможным при определении $\alpha^{(1)}$ и $e^{(1)}$ и $\varphi^{(2)}$ в (III.210). Однако, это не так для сопротивления, то есть для первого уравнения в (III.212).

Известно, по крайней мере из статьи Т.Хавелока [12], что можно посчитать сопротивление рассмотрением потери энергии или количества движения на большом расстоянии от судна. Это приводит к интегралу Мичелла или Сретенского для конечной глубины или канала конечной ширины, но в данном случае изменено так, что формулы выражены в зависимости от f , а не от f_x . Например, для конечной глубины

$$\begin{aligned} \frac{T}{2\rho g l^3} &= -\frac{\gamma_o}{\pi} \iint_{S_o} dx dy \iint_{S_o} d\xi d\eta f(x, y) \cdot f(\xi, \eta) \times \\ &\times \int_{\mu_h}^{\infty} \frac{ch\mu(y+h)ch\mu(y+h) \cos[(x-\xi)(\gamma_o \mu th \mu h)^{1/2}]}{\cosh^2 \mu h} th \mu h \left[\frac{\mu}{\mu - \gamma_o th \mu h} \right]^{1/2} d\mu \end{aligned} \quad (III.213)$$

где μ_h - положительное решение равенства $\mu_h = \gamma_o th \mu_h h$ или 0, если решение не существует. Здесь важна не конкретная формула, а заключение, что, когда сопротивление рассчитывается по теории узкого судна, более важно в «точном» решении волнового сопротивления насколько отношение V/L мало без дальнейших ограничений по V/d или наклону.

Неустановившееся движение

Процедура, подобная установившемуся движению, теперь может быть разработана для неустановившегося движения. Удобно предположить, что судно начинает движение из состояния покоя на тихой воде в момент $t = 0$. Вместо применения функции Грина к φ , как в формуле (III.183), применим теперь к $\varphi(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, t)$:

$$\Phi_t(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, t) = \frac{1}{4\pi} \iint [\Phi_{iv}(Q) G(P4Q) - \Phi_i(Q) G_v(P, Q)] dS(Q) \quad (III.214)$$

Здесь и дальше все переменные имеют свои истинные размеры. Интегралы по S_B и S_R могут быть получены, если G удовлетворяет условиям

$$G_\eta(P; \xi, -h, \zeta) = 0, \quad G = O([\xi^2 + \zeta^2]^{-1}) \text{ когда } \xi^2 + \zeta^2 \rightarrow \infty, \quad (\text{III.215})$$

или формулировке относительно предела G_η , если глубина бесконечна. Для интеграла по S_F мы заметим из (III.173)

$$\begin{aligned} \Phi_t &= -g\bar{Y} - \frac{1}{2} |\text{grad } \Phi|^2 \\ \Phi_v &= \bar{Y}_t / [1 + \bar{Y}_x^2 + \bar{Y}_z^2]^{1/2} \\ \Phi_{vt} &= \frac{\bar{Y}_{tt}}{[1 + \bar{Y}_x^2 + \bar{Y}_z^2]^{1/2}} - \frac{\bar{Y}_t (\bar{Y}_{x\bar{x}} \bar{Y}_{xt} + \bar{Y}_{z\bar{z}} \bar{Y}_{zt})}{[1 + \bar{Y}_x^2 + \bar{Y}_z^2]^{3/2}} \end{aligned} \quad (\text{III.216})$$

и что

$$G_v(P; Q) = [G_\eta - G_\xi \bar{Y}_{\bar{\xi}} - G_\zeta \bar{Y}_{\bar{\zeta}}] \cdot [1 + \bar{Y}_x^2 + \bar{Y}_z^2]^{-1/2}$$

так что

$$\frac{1}{4\pi} \iint_{S_F} [\Phi_{tv} G - \Phi_t G_v] dS = \frac{1}{4\pi} \iint_{S_{FP}} [\bar{Y}_{tt}(\bar{\xi}, \bar{\zeta}, t) G(P, \bar{\xi}, Y, \bar{\zeta}) + g\bar{Y} G_\eta] d\bar{\xi} d\bar{\zeta} + O(\varepsilon^2). \quad (\text{III.217})$$

Здесь мы принимаем, что \bar{Y} и Φ порядка $O(\varepsilon)$. Теперь в дальнейших условиях субъектом является G . Предположим, что G симметричная функция t , удовлетворяющая следующим граничным и начальным условиям:

$$\begin{aligned} G_{tt}(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}; \bar{\xi}, 0, \bar{\zeta}; t) + G_\eta &= 0, \\ G(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}; \bar{\xi}, 0, \bar{\zeta}; 0) = G_t(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}; \bar{\xi}, 0, \bar{\zeta}; 0) &= 0. \end{aligned} \quad (\text{III.218})$$

Методы построения такой функции Грина хорошо известны [24]. При конечной глубине G может быть выражено следующим образом:

$$\begin{aligned} G(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}; \bar{\xi}, \bar{\eta}, \bar{\zeta}; t) &= \frac{1}{r} + \frac{1}{r_1} - 2 \int_0^\infty e^{-kh} \frac{\cosh k(\bar{y} + h) \cosh k(\bar{\eta} + h)}{\cosh kh} J_o(kR) dk + \\ &+ 4 \int_0^\infty [1 - \cosh \sigma(k)t] \frac{\cosh k(\bar{y} + h) \cosh k(\bar{\eta} + h)}{\sinh 2kh} J_o(kR) dk, \end{aligned} \quad (\text{III.219})$$

где $\sigma(k) = [gk \text{th}]^{1/2}$ и для бесконечной глубины как

$$\begin{aligned} G(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}; \bar{\xi}, \bar{\eta}, \bar{\zeta}; t) &= \frac{1}{r} - \frac{1}{r_1} + 2 \int_0^\infty e^{k(\bar{y} + \bar{\eta})} J_o(kR) [1 - \cos \sqrt{gkt}] dk = \\ &= \frac{1}{r} + \frac{1}{r_1} - 2 \int_0^\infty e^{k(\bar{y} + \bar{\eta})} J_o(kR) \cos \sqrt{gkt}, dk \end{aligned} \quad (\text{III.220})$$

где

$$\begin{aligned} r^2 &= (\bar{x} - \bar{\xi})^2 + (\bar{y} - \bar{\eta})^2 + (\bar{z} - \bar{\zeta})^2, \quad r_1^2 = (\bar{x} - \bar{\xi})^2 + (\bar{y} + \bar{\eta})^2 + (\bar{z} - \bar{\zeta})^2, \\ r_2^2 &= (\bar{x} - \bar{\xi})^2 + (\bar{y} + \bar{\eta} + 2h)^2 + (\bar{z} - \bar{\zeta})^2, \quad R^2 = (\bar{x} - \bar{\xi})^2 + (\bar{z} - \bar{\zeta})^2. \end{aligned}$$

В обеих формулах $G(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}; \bar{\xi}, \bar{\eta}, \bar{\zeta}; 0) = 0$, хотя (III.217) требует этого только для $\bar{\eta} = 0$. При условии (III.202) мы можем теперь использовать (III.218), чтобы заменить член gG_η в (III.217) на $-G_{tt}$. Однако здесь нет ничего, что потребовало бы использование $G(P; Q; t)$ для этой цели. Вместо этого по причине, которая станет очевидной позже, мы заменим t на τ в (III.218) и в G , используя аргумент $t - \tau$. Тогда (III.217) станет

$$\frac{1}{4\pi} \iint_{S_{FP(\tau)}} [\bar{Y} t \tau(\bar{\xi}, \bar{\zeta}, \tau) \sigma(P; \bar{\xi}, 0, \bar{\zeta}; t - \tau) - \bar{Y} \sigma_{tt}] d\bar{\xi} d\bar{\zeta} + O(\varepsilon) \quad (\text{221})$$

Теперь рассматривается следующий интеграл

$$\begin{aligned} & \frac{d}{d\tau} \frac{1}{4\pi} \iint_{S_{FP}(\tau)} [\bar{Y}_\tau(\bar{\xi}, \bar{\zeta}, \tau) G(P, \bar{\xi}, 0, \bar{\zeta}; t - \tau) + \bar{Y} G_t] d\bar{\xi} d\bar{\zeta} = \\ & = \frac{1}{4\pi} \iint_{S_{FP}} [\bar{Y}_{\tau\tau} G - \bar{Y}_\tau G_t + \bar{Y}_\tau G_t - \bar{Y} G_{tt}] d\bar{\xi} d\bar{\zeta} + \frac{1}{4\pi} \oint_{C_{PP}(\tau)} [\bar{Y}_\tau G + \bar{Y} G_t] U_n ds, \end{aligned}$$

где $G_{FP}(r)$ - контур, ограничивающий (внутри) S_{FP} и U_n - скорость в каждой точке контура в направлении его внутренней нормали. Модификация расчётов использована дальше, чтобы найти $U_n = \dot{\bar{x}}_o f_x(x', 0) + O(\varepsilon)$, так, чтобы контурный интеграл имел порядок $O(\varepsilon^2)$. Отсюда (III.218) может быть заменено на

$$\frac{d}{d\tau} \frac{1}{4\pi} \iint_{S_{PP}(\tau)} [\bar{Y}_\tau G + \bar{Y} G_t] d\bar{\xi} d\bar{\zeta} \quad (III.222)$$

Вернёмся к интегралу по S_w . Здесь мы имеем, конечно, такие же трудности, как прежде, а именно, что легче выразить этот интеграл в координатах (ξ', η', ζ') . В частности, члены, связанные с интегралом от $\Phi_t G_v$ будет таким же как последние три члена в (III.189) с ϕ , заменённому на Φ_t . Очевидно эти члены будут порядка $O(\varepsilon^2)$. Теперь рассмотрим

$$\frac{1}{4\pi} \iint_{S_w} \Phi_{vt} G dS. \quad (III.223)$$

Если мы выразим это в координатах судна, мы можем написать как следующее:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\pi} \iint_{S_{WP}(\tau)} \Phi_{vt} (\bar{X}_o(\tau) + \xi' \cos \alpha(\tau) - \eta' \sin \alpha(\tau), e(\tau) + \xi' \sin \alpha + \eta' \cos \alpha, f(\xi', \eta'), \tau) \times \\ & \times G(\bar{x}, \bar{y}, \bar{\xi}; \bar{x}_o + \dots, e + \dots, f; t - \tau) [1 + f_{\xi'}^2 + f_{\eta'}^2]^{1/2} d\xi' d\eta', \end{aligned} \quad (III.224)$$

где \bar{X}_o, α и e являются функцией τ . Мы снова заменили t на τ и взяли последнюю переменную в G как $t - \tau$. Теперь мы имеем следующие тождества:

$$\begin{aligned} & \frac{d}{d\tau} \frac{1}{2\pi} \iint_{S_{WP}(\tau)} \Phi_v G [1 + f_{\xi'}^2 + f_{\eta'}^2]^{1/2} d\xi' d\eta' = \frac{1}{2\pi} \iint \Phi_{vt} G [\dots]^{1/2} d\xi' d\eta' + \\ & + \frac{1}{2\pi} \iint_{S_{WP}} \left\{ \Phi_{v\xi} [\bar{X}_o - (\xi' \sin \alpha + \eta' \cos \alpha) \alpha] + \Phi_{v\eta} [e + (\xi' \cos \alpha - \eta' \sin \alpha) \alpha] \right\} \times G [\dots]^{1/2} d\xi' d\eta' + \\ & + \frac{1}{2\pi} \iint_{S_{WP}} \Phi_v [\dots]^{1/2} \left\{ -G_t + G_\xi [\bar{X}_o - (\dots) \alpha] + G_\eta [e + (\dots) \alpha] \right\} d\xi' d\eta' + \frac{1}{2\pi} \oint_{C_{WP}} \Phi_v [\dots]^{1/2} G U_n ds, \end{aligned} \quad (III.225)$$

где C_{WP} контур, ограниченный S_{WP} , и U_n скорость в каждой точке контура в направлении внешней нормали к S_{WP} в точке. Поскольку интегралы разработаны в координатах судна, только часть C_{WP} , где U_n не нуль вдоль проекции ватерлинии.

Здесь

$$U_n = - \frac{[x' \cos \alpha - y' \sin \alpha] \alpha - [\bar{Y}_x [\bar{X}_o - (x' \sin \alpha + y' \cos \alpha)] - \bar{Y}_t]}{[1 + \bar{Y}_x^2 + \bar{Y}_z^2]^{1/2}} = \dot{\bar{X}}_o \bar{Y}_x + \bar{Y}_t + O(\varepsilon^2) = O(\varepsilon). \quad (III.226)$$

Очевидно, этот интеграл будет $O(\varepsilon^2)$ (мы замечаем в процессе вывода, что контурный интеграл может быть сделан важным вкладом, если мы разработаем интегрирование в \overline{Oxyz} координатах; это теперь содержит в двух предшествующих интегралах.) Если

предположить теперь, что $\alpha, \dot{\alpha}, \epsilon$ и $\dot{\epsilon}$ порядка $O(\epsilon)$ вместе с f и Φ , очевидно, что несколько членов в (III.225) порядка $O(\epsilon^2)$ и что можно записать

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} \iint_{S_{WP}(\tau)} \Phi_{vt} G[\dots]^{1/2} d\xi' d\eta' &= \frac{d}{d\tau} \frac{1}{2\pi} \iint_{S_{WP}(\tau)} \Phi_v [\dots]^{1/2} G d\xi' d\eta' + \frac{1}{2\pi} \iint_{S_{WP}(\tau)} \Phi_v [\dots]^{1/2} G_t d\xi' d\eta' - \\ &- \frac{1}{2\pi} \iint_{S_{WP}(\tau)} \dot{\bar{X}}_o(\tau) [\Phi_{v\xi} G + \Phi_v G_\xi] [\dots]^{1/2} d\xi' d\eta' + O(\epsilon^2). \end{aligned}$$

Эти интегралы могут быть упрощены ещё больше без изменения порядка остаточного члена. В частности, можно заменить $S_{WP}(\tau)$ на $S_{WP}(0) = S_o$ и взять аргумент G так, что появится

$$G(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}; \bar{x}_o(\tau) + \xi', \eta', 0; t - \tau).$$

Пусть следующее вычисление Φ_v , которое соответствует кинематическому граничному условию, должно равняться V_v - составляющей скорости на корпусе в направлении внутренней нормали. Здесь

$$\begin{aligned} \vec{V} &= (\dot{\bar{X}}_o - [x' \sin \alpha + y' \cos \alpha] \dot{\alpha}, \dot{\epsilon} + [x' \cos \alpha - y' \sin \alpha] \dot{\alpha}, 0), \\ \vec{n} &= (f_{x'} \cos \alpha - f_{y'} \sin \alpha, f_{x'} \sin \alpha + f_{y'} \cos \alpha - 1) [1 + f_{x'}^2 + f_{y'}^2]^{-1/2} \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned} V_n &= [\dot{\bar{X}}_o f_{x'} - \dot{\bar{X}}_o \alpha f_{y'} + \epsilon f_{y'} + (x' f_{y'} - y' f_{x'}) \dot{\alpha}] [1 + f_{x'}^2 + f_{y'}^2]^{-1/2} + O(\epsilon^2) = \\ &= \dot{\bar{X}}_o f_{x'} \cdot [1 + f_{x'}^2 + f_{y'}^2]^{-1/2} + O(\epsilon^2). \end{aligned}$$

Мы можем затем окончательно положить (III.223) в форме

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\tau} \frac{1}{2\pi} \iint_{S_o} \dot{\bar{X}}_o(\tau) f_{\xi'}(\xi', \eta') G(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}; \dot{\bar{X}}_o(\tau) + \xi', \eta', 0; t - \tau) d\xi' d\eta' + \frac{1}{2\pi} \iint_{S_o} \dot{\bar{X}}_o(\tau) f_{\xi'} G_t d\xi' d\eta' - \\ - \frac{1}{2\pi} \iint_{S_o} \dot{\bar{X}}_o(\tau) [f_{\xi'\xi'} G + f_{\xi'} G_{\xi'}] d\xi' d\eta' + O(\epsilon^2). \end{aligned} \quad (\text{III.227})$$

Теперь мы готовы составить формулу $\Phi(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, t)$. Функция $\Phi_t(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, t)$ является суммой (III.222) и (III.227). Отсюда после интегрирования по τ от $\tau = 0$ до $\tau = t$ найдём

$$\begin{aligned} \Phi(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, t) &= \Phi(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, 0) + \frac{1}{4\pi} \iint_{S_{PP}(\tau)} [\bar{Y}_t(\bar{\xi}, \bar{\zeta}, t) G(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}; \bar{\xi}, 0, \bar{\zeta}, 0) + \bar{Y} G_t] d\bar{\xi} d\bar{\zeta} - \\ &- \frac{1}{4\pi} \iint_{S_{PP}(\tau)} [\bar{Y}_t(\bar{\xi}, \bar{\zeta}, 0) G(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}; \bar{\xi}, 0, \bar{\zeta}, t) + \bar{Y} G_t] d\bar{\xi} d\bar{\zeta} + \\ &+ \frac{1}{2\pi} \dot{\bar{X}}_o(t) \iint_{S_o} f_{\xi'}(\bar{\xi}, \bar{\eta}) G(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}; \bar{X}_o(t) + \xi', \eta', \bar{0}; 0) d\xi' d\eta' - \\ &- \frac{1}{2\pi} \dot{\bar{X}}_o(t) \iint_{S_o} f_{\xi'} G(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}; \bar{X}_o(t) + \xi', \eta', \bar{0}, t) d\xi' d\eta' + \\ &+ \frac{1}{2\pi} \int_0^t d\tau \dot{\bar{X}}_o(\tau) \iint_{S_o} f_{\xi'} G_t(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}; \bar{X}_o(\tau) + \xi', \eta', \bar{0}, t - \tau) d\xi' d\eta' - \\ &- \frac{1}{2\pi} \int_0^t d\tau \dot{\bar{X}}_o(\tau) \iint_{S_o} [f_{\xi'\xi'} G + f_{\xi'} G_{\xi'}] d\xi' d\eta' + O(\epsilon^2). \end{aligned}$$

По начальным условиям для G первый интеграл исчезнет. Второй и четвёртый интегралы исчезнут из-за того, что изначально вода была в покое. По таким же условиям можно принять $\Phi(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, 0) = 0$. Отсюда окончательно имеем

$$\begin{aligned} \Phi(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, t) = & \frac{1}{2\pi} \dot{\bar{X}}_o(t) \iint_{S_o} f_{\xi'}(\xi', \eta') G(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}; \bar{X}_o(t) + \xi', \eta', \bar{0}, 0) d\xi' d\eta' + \\ & + \frac{1}{2\pi} \int_0^t d\tau \dot{\bar{X}}_o(\tau) \iint_{S_o} f_{\xi'} G_{\tau}(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}; \bar{X}_o(t) + \xi', \eta', \bar{0}, t - \tau) d\xi' d\eta' - \\ & - \frac{1}{2\pi} \int_0^t d\tau \dot{\bar{X}}_o(\tau)^2 \iint_{S_o} [f_{\xi'\xi'} G + f_{\xi'} G_{\xi'}] d\xi' d\eta' + O(\varepsilon^2). \end{aligned} \quad (\text{III.228})$$

Для этого порядка будут удовлетворены кинематическое и начальное условия на корпусе судна и кинематическое и динамическое условия на свободной поверхности. Последний интеграл в (III.228) может быть также выражен следующим контурным интегралом:

$$- \frac{1}{2\pi} \int_0^t d\tau \dot{\bar{X}}_o(\tau)^2 \oint_{C_o} f_{\xi'} \cdot G \tilde{n}_1 ds, \quad (\text{III.229})$$

где \tilde{n}_1 - это x' составляющая внешней нормали к границе C_o от S_o . Он очевидно равен нулю вдоль штевня и кормы. Здесь остаётся рассмотреть динамическое условие. Из (III.171) давление даётся в виде

$$\begin{aligned} P(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, t) = & -\rho g \bar{y} - \rho \Phi_t(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, t) + O(\varepsilon^2) = \\ = & -\rho g \bar{y} - \frac{1}{2\pi} \rho \ddot{\bar{X}}_o(t) \iint_{S_o} f_{\xi'} G(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}; \bar{X}_o(t) + \xi', \eta', \bar{0}) d\xi' d\eta' + \\ & + \frac{1}{2\pi} \rho \dot{\bar{X}}_o(\tau)^2 \iint_{S_o} f_{\xi'\xi'} G d\xi' d\eta' - \\ & - \frac{1}{2\pi} \rho \int_0^t d\tau \dot{\bar{X}}_o(\tau) \iint_{S_o} f_{\xi'} G_{tt}(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}; \bar{X}_o(t) + \xi', \eta', \bar{0}; t - \tau) d\xi' d\eta' + \\ & + \frac{1}{2\pi} \rho \int_0^t d\tau \dot{\bar{X}}_o(\tau)^2 \iint_{S_o} [f_{\xi'\xi'} G_t + f_{\xi'} G_{\xi't}] d\xi' d\eta' + O(\varepsilon^2). \end{aligned} \quad (\text{III.230})$$

Так как желательно проинтегрировать по поверхности корпуса судна, следуя (III.176), удобно написать

$$\begin{aligned} P(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, t) = & P(\bar{X}_o(t) \cos \alpha - y' \sin \alpha + x' \sin \alpha + y' \cos \alpha, \tau, t) = \\ = & P(\bar{X}_o(t), y', 0, t) + O(\varepsilon^2). \end{aligned} \quad (\text{III.231})$$

Заметим теперь, что \bar{X} оказывается в (III.230) только в G , и здесь только в комбинации $\bar{x} - \bar{\xi} = \bar{X}_o(t) - \bar{X}_o(\tau) + x' - \xi' + O(\varepsilon)$, так что \bar{X}_o' исключено из первых двух интегралов, но остаётся в остальных двух. В расчётах составляющих силы и момента в (III.176) гидростатическая часть P до $O(\varepsilon^2)$, но только до такого же продолжения как в (III.212), и в частности не в F_x . Для этого находим

$$\begin{aligned}
 F_x = & -\frac{1}{\pi} \rho \ddot{\bar{X}}_o(t) \iint_{S_o} dx dy \iint_{S_o} d\xi d\eta f_x(x, y) f_\xi(\xi, \eta) G(x, y, 0; \xi; \eta, 0; 0) + \\
 & + \frac{1}{\pi} \rho \dot{\bar{X}}_o^2(t) \iint_{S_o} dx dy \iint_{S_o} d\xi d\eta f_x(x, y) f_{\xi\xi}(\xi, \eta) G(x, y, 0; \xi; \eta, 0; 0) - \\
 & - \frac{1}{\pi} \rho \int_0^t d\tau \dot{\bar{X}}_o(\tau) \iint_{S_o} dx dy \iint_{S_o} d\xi d\eta f_x f_\xi G_{t\xi}(x_o(t) + x, y, 0; x_o(\tau) + \xi; \eta, 0; t - \tau) + \\
 & + \frac{1}{\pi} \rho \int_0^t d\tau \dot{\bar{X}}_o^2(\tau) \iint_{S_o} dx dy \iint_{S_o} d\xi d\eta f_x [f_{\xi\xi} G_t + f_\xi G_{\xi t}] + O(\varepsilon^3).
 \end{aligned}
 \tag{III.232}$$

Первое уравнение движения в (III.177) может тогда выражено как

$$m(\ddot{\bar{X}}_o - y'_G \alpha) = F_x + T(t) + O(\varepsilon^3)
 \tag{III.233}$$

Уравнение (III.233) реально очень сложное интегро-дифференциальное уравнение для $\bar{X}_o(t)$, \bar{X}_o оказывается в каждом члене (III.232). Фактически здесь нет полноты без других уравнений (III.177), а \bar{X}_o , α и e , очевидно, свёртываются. Мы не будем, однако, иметь дело с этими уравнениями и поэтому не будем их выписывать.

В соответствии с (III.232) здесь два интересных момента. Первый состоит в том, что второй и четвёртый интегралы не появляются в выражении обычно данных для F_x . Обычно получают линеаризованные граничные условия в начале и затем находят решение по новому множеству программ. Эти члены неизбежно будут потеряны по этой процедуре. Второй момент сосредоточен на ограничениях внутренних производных в (III.232). В производных в первой формуле в (III.212) мы имели возможность использовать потенциал скорости далеко от судна и этим исключить ограничительные допущения об их форме. В настоящем случае это, очевидно, невозможно, и мы должны подготовить аппроксимацию величины p на корпусе судна. Желательно ограничить применение (III.232) к более узкому классу формы корпуса судна.

У людей, усвоивших великие
принципы математики,
одним органом чувств больше,
чем у простых смертных
Чарльз Дарвин

III.4. Теория К.Эггерса второго порядка [10]

Для получения потенциала и волнового сопротивления К.Эггерс следует подходу, предложенному Вехаузенем в Анн Арборе в 1963 году, но принимает поток в канале прямоугольного сечения. Это упрощает формулировку условий рассеяния для потока и позволяет использовать функцию Грина в виде рядов Фурье по координате y , выбранной в направлении, перпендикулярном к вертикальным стенкам канала. Судно движется в направлении $+x$ со скоростью U ; координата z берется вертикально вверх. Насколько возможно используются общепринятые обозначения, но направление нормального вектора обратно тому, которое получается из определения функции Грина.

Получение потенциала второго порядка

Вводятся безразмерные координаты $X = 2x/L$, $Y = 2y/L$, $Z = 2z/L$, где L – длина судна. Потенциал скорости получается как $\psi = 2\phi/LU$. В качестве параметра скорости используется $\gamma_0 = \frac{gL}{2U^2}$.

Пусть $Y = \pm \varepsilon F(x, z)$ – безразмерное представление поверхности корпуса, где B – ширина, $\varepsilon = B/L$ служит параметром возмущения и рассматривается как малая величина. Пусть

$$X = X_a \text{ и } X = X_e$$

уравнения двух вертикальных плоскостей S_a и S_e впереди и позади судна. Пусть S_b – дно канала, $z = -H$. Пусть $y = \pm T$ – уравнения вертикальных стенок канала S_r и S_l , где $T = b/L$, а b – ширина канала.

Пусть S_f – свободная поверхность $z = \zeta(x, y)$ для $X_e < X < X_a$ и $-T < y < T$, и пусть S_f^o – невозмущенная свободная поверхность $z = 0$ с площадью воды, ограниченной ватерлинией судна. Пусть S_w – смоченная поверхность судна, S_w^o – часть поверхности до $z = 0$. Пусть D – область всего потока, ограниченная $S_a, S_e, S_b, S_r, S_l, S_w, S_f$ и D^o – соответствующая область, когда S_w и S_f заменены S_w^o и S_f^o . (рис. III.10).

Пусть P – точка D или D^o с координатами X, Y, Z и P' – точка на границе поверхности с координатами ξ, η, ζ . Пусть $G(P, P')$ – потенциал источника производительности 4π .

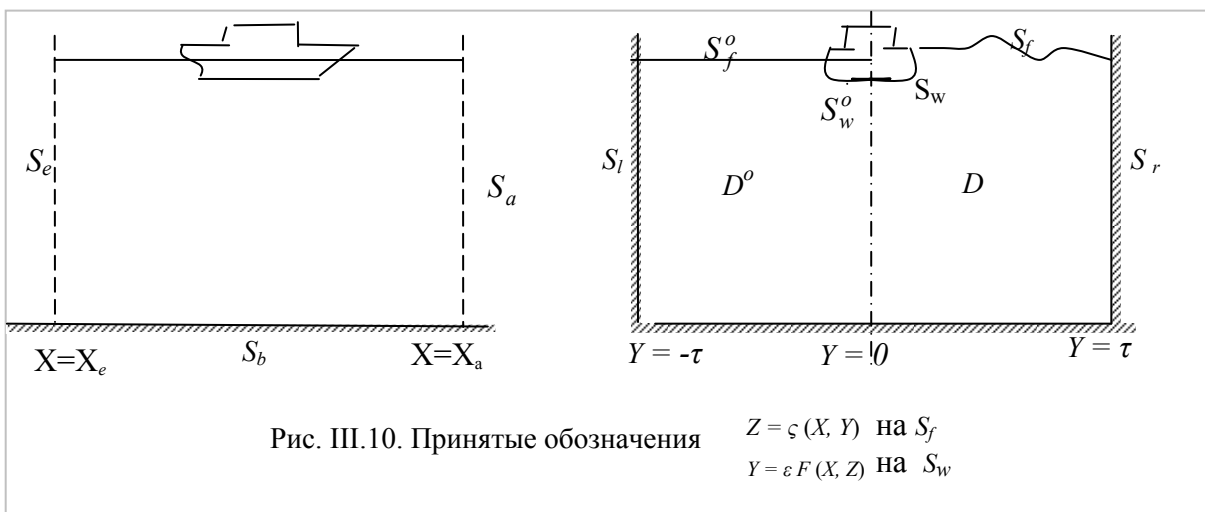


Рис. III.10. Принятые обозначения

$$Z = \zeta(X, Y) \text{ на } S_f$$

$$Y = \varepsilon F(X, Z) \text{ на } S_w$$

Функции ψ , $\psi^{(1)}$ и G от переменных X, Y, Z удовлетворяют следующим условиям:

А. Уравнение Лапласа

$$\Delta\psi = 0 \in D, \quad \Delta\psi^{(1)} = 0 \in D^0, \quad \Delta G = 4\pi \delta(P - P') \in D^0,$$

где Δ – оператор Лапласа, δ – функция Дирака, которая равна нулю если точка P не совпадает с точкой P' . (Функция G сингулярна как $-1/(P - P')$).

В. На S_f^o условие на свободной поверхности линеаризовано.

$$\gamma_o \psi_z^{(1)} + \psi_{xx}^{(1)} = 0; \quad \gamma_o G_z + G_{xx} = 0.$$

Для точного потенциала ψ это условие не соблюдается. Определяется функция $\delta(X, Y)$ как

$$\gamma_o \psi_z^{(1)} + \psi_{xx}^{(1)} = \delta(X, Y)$$

С. На S_f и S_r $\psi_y = 0$, $\psi_y^{(1)} = 0$, $G_y = 0$.

Д. На S_b имеем $\psi_z = 0$, $\psi_z^{(1)} = 0$, $G_z = 0$.

Е. На S_w $\psi_n = \pm \delta F_x / \sqrt{\epsilon^2 F_x^2 + \epsilon^2 F_z^2 + 1}$, где \pm означает для η положительного или отрицательного, а индекс n указывает на то, что производная берется по нормали, направленной вне области D . На S_{ow}^* , проекции S_w^o на плоскость $y = 0$, имеем $\psi_y^{(1)} = \pm \epsilon F_x$ для потенциала первого порядка.

Ф. Для фиксированной точки P'

$$G = O(1), \text{ когда } X \rightarrow -\infty; \quad G = O(X^{-1}), \text{ когда } X \rightarrow +\infty,$$

$$G_x = O(1), \text{ когда } X \rightarrow -\infty; \quad G_x = O(X^{-1}), \text{ когда } X \rightarrow +\infty.$$

Применение теоремы Грина показывает, что $\psi^{(1)}$ и ψ могут быть определены путем асимптотического разложения по некоторым модам; полученные значения $\delta(X, Y)$ будут тогда иметь хорошие свойства. Функции ψ и $\psi^{(1)}$ по поперечной координате y берутся симметричными для судна и для канала. Считается, что функция ψ может быть гармонической в области D , но не обязательно в D^0 . Однако низший порядок аппроксимации, как показал Вехаузен, существует во всей области D^0 . Для момента определяются члены только второй степени в такой формулировке задачи для области D^0 с границами, известными *a priori*, чтобы анализ был менее сложным, получены приближенные решения для этой вспомогательной задачи с помощью метода возмущений. Затем для точки P в D^0 можно применять теорему Грина к функции ψ и G , чтобы найти представление $\psi(P)$ как

$$\psi_P = \frac{1}{4\pi} \int [\psi_n(P') G(P, P') - \psi(P) G_n(P, P')] dS' \quad (\text{III.234})$$

где замкнутая граница S' состоит из S_w^o , S_f^o , S_p , S_l , S_b , S_a и S_e и нормаль \mathbf{n} направлена вне пространства точек P' . Из условий С и Д. можно заключить, что интегралы по S_l , S_r и S_b могут быть опущены в правой части.

Интеграл S_f^o , где нормальная производная берётся по направлению z , может быть преобразован путем интегрирования по ξ и использования В.

$$\begin{aligned} \frac{1}{4\pi} \int_{S_f^o} (\psi_z G - \psi G_z) dS &= \frac{1}{4\pi} \frac{1}{\gamma_0} \int_{-\Gamma}^{\Gamma} |(\psi_x G - \psi G_x)|_{\xi=x_e}^{\xi=x_a} d\eta + \\ &+ \frac{1}{4\pi \gamma_0} \int_{S_{fz}^o} \delta(\xi, \eta) dS - \frac{1}{4\pi \gamma_0} \int_{L_P} (\psi_x G - \psi G_x) d\eta, \end{aligned} \quad (\text{III.235})$$

где линейный интеграл по главной ватерлинии судна L_p является контурным.

Линейный интеграл был строго исследован Б.Йимом [26]. Обнаружено, однако, что он согласуется с подобным членом на смоченной поверхности. Если предположить, что функции ψ и ψ_x ограничены при $X < X_e$, то благодаря конечным размерам S_e и условию F , можно заключить, что вклад по S_e становится незначительным, когда $X_e \rightarrow -\infty$. Подобным образом, если ψ и ψ_x стремятся к нулю, когда $X \rightarrow \infty$, то благодаря ограниченности G и G_x , вклады по S_a можно отбросить, когда X_a становится большим. Но вклады по S_a и S_b должны быть независимы от положения X_a и X_b ввиду того, что вкладом $\delta(X, Y)$ можно пренебречь. По членам высшего порядка легко видеть, что независимость от X_e не может быть допущена в главном порядке.

Для первого интеграла в уравнении (III.235) по смоченной поверхности S_w^0 делается предположение, что условие E для ϕ выполняется даже для той части корпуса, которая не входит в S_w до невозмущенной свободной поверхности, так как можно подставить

$$\psi_n dS = \epsilon F_x / \sqrt{\epsilon^2 F_x^2 + \epsilon^2 F_z^2 + 1} dS_w^0 \quad (\text{III.236})$$

и заметить, что

$$dS_w^0 = \sqrt{\epsilon^2 F_x^2 + \epsilon^2 F_z^2 + 1} dS_w^{0*} \quad (\text{III.237})$$

Для второго интеграла по S_w^0 подставлены действительные компоненты нормального вектора, чтобы получить

$$(-F_x, \pm 1, -F_z) / \sqrt{\epsilon^2 F_x^2 + \epsilon^2 F_z^2 + 1}$$

и отсюда

$$\begin{aligned} -\frac{1}{4\pi} \int_{S_w^0} \psi G_n dS' = & -\frac{1}{4\pi} \iint_{S_x^0} \psi [\xi, \pm \epsilon F(\xi, \zeta)] \times \\ & [\epsilon F_x (G_\xi^+ + G_\xi^-) + \epsilon F_z (G^+ + G^-) - (G_\eta^+ + G_\eta^-)] d\xi d\zeta \end{aligned} \quad (\text{III.238})$$

Здесь \pm относятся к $\pm \eta$. Интегрируя по частям по ξ и ζ , и выполняя условие Лапласа для G , как установлено в А, и используя тот факт, что $F = 0$ в пределах интегрирования, если $\zeta < 0$, получается выражение

$$\begin{aligned} -\frac{1}{4\pi} \int_{S_w^0} \psi G_n dS' = & \\ & \frac{\epsilon}{4\pi} \iint_{S_w^{0+}} F(\xi, \zeta) [\psi_x (G_\xi^+ + G_\xi^-) + \psi_z (G_\zeta^+ + G_\zeta^-)] d\xi d\zeta - \\ & - \frac{\epsilon}{4\pi} \iint_{S_w^{0+}} F(\xi, \zeta) \psi (G_{yy}^+ + G_{yy}^-) d\xi d\zeta + \frac{1}{4\pi} \iint_{S_w^{0+}} \psi (G_\eta^+ - G_\eta^-) d\xi d\zeta - \\ & \frac{\epsilon}{4\pi} \iint_{S_w^{0+}} F(\xi, 0) \psi (G_\zeta^+ + G_\zeta^-) d\xi d\zeta \end{aligned} \quad (\text{III.239})$$

Линейный интеграл трансформируется как

$$\begin{aligned} -\frac{1}{4\pi\gamma_0} \oint_{L_p} (\psi_x G - G_\xi \psi) d\eta = & \\ -\frac{1}{4\pi\gamma_0} \int_{-1}^1 [\psi_x (G^+ + G^-) - \psi (G_\xi^+ + G_\xi^-)] F_x(\xi, \zeta) d\xi = & \\ = -\frac{1}{4\pi\gamma_0} \int_{-1}^1 [\psi_{xx} (G^+ + G^-) - \psi (G_{\xi\xi}^+ + G_{\xi\xi}^-)] F(\xi, 0) d\xi \end{aligned} \quad (\text{III.240})$$

и затем комбинируя все компоненты, выполняя условие В для G , как

$$\begin{aligned}
 \psi = & -\frac{\varepsilon}{4\pi} \iint_{S_w^0} F(\xi, \zeta) (G_\xi^+ + G_\xi^-) d\xi d\zeta + \frac{1}{4\pi\gamma_0} \iint_{S_f^0} \delta(\xi, \zeta) G d\xi d\eta + \\
 & + \frac{\varepsilon}{4\pi\gamma_0} \int_{-1}^1 F(\xi, 0) \psi_{xx} (G^+ + G^-) d\xi - \frac{\varepsilon}{4\pi} \iint_{S_w^{0+}} F(\xi, \zeta) [\psi (G_\xi^+ + G_\xi^-) + \psi_z (G_\zeta^+ + G_\zeta^-)] d\xi d\eta + \\
 & + \left[\frac{1}{\gamma_0} \int_{-T}^T \left\{ \psi_x(\xi, \eta, 0) G - \psi(\xi, \eta, 0) G_\xi + \int_{-H}^0 [\psi_{xx}(\xi, \eta, \zeta) G - \psi_x(\xi, \eta, \zeta) G_\xi] d\zeta \right\} d\eta \right]_{\xi=x_e}^{\xi=x_a} + \\
 & + \frac{1}{4\pi} \iint_{S_w^0} \psi[\xi, \varepsilon F(\xi, \eta), \zeta] [(G_\eta^+ - \varepsilon F G_{\eta\eta}^+) - (G_\eta^- + \varepsilon F G_{\eta\eta}^-)] d\xi d\zeta
 \end{aligned} \tag{III.241}$$

Если пренебречь вкладом по S_a и S_e , оставшееся выражение при подходящем поведении $\delta(x, y)$ предполагает это удаление приемлемым, благодаря условию F. для функции G . Но еще не использованы свойства малости величины $\varepsilon = B/L$. Замечено, что G определено даже для $\eta = 0$, то есть, для P' внутри корпуса, и хорошо там себя ведёт, если P не слишком близко к P' . Раскладывая в ряды Тейлора по εF , К.Эггерс получает, что

$$G_\eta^+ = -\varepsilon F G_{\eta\eta}^+ + O(\varepsilon^2) \tag{III.242a}$$

и

$$G_\eta^- = +\varepsilon F G_{\eta\eta}^- + O(\varepsilon^2), \tag{III.242b}$$

что показывает, что множитель ψ в последнем интеграле имеет порядок ε^2 . Вообще

$$G_\zeta^+ + G_\zeta^- = G_\zeta(\xi, 0, \zeta) + O(\varepsilon^2) \tag{III.242a}$$

и

$$G_\xi^+ + G_\xi^- = G_\xi(\xi, 0, \zeta) + O(\varepsilon^2). \tag{III.243b}$$

Если представить выражения для φ и δ в виде

$$\varphi = \varepsilon\varphi^{(1)} + \varepsilon^2\varphi^{(2)} + O(\varepsilon^3), \tag{III.244a}$$

$$\delta = \varepsilon\delta^{(1)} + \varepsilon^2\delta^{(2)} + O(\varepsilon^3), \tag{III.244b}$$

подставить в формулу Грина и сгруппировать по членам равного порядка, то $\psi^{(1)}$ выражается из решения Мичелла с $\delta^{(1)} = 0$ и отсутствием вклада по S_a и S_e .

Для проверки $\psi^{(2)}$ нужно идти от природы $\delta^{(2)}(X, Y)$. Из работы Дж.Вехаузена К.Эггерс находит при $p = const$ и замене $\partial/\partial t$ на $-\partial/\partial x$ и g на γ_0 для безразмерного представления

$$\gamma_0\psi_z^{(2)} + \psi_{xx}^{(2)} = \delta^{(2)}(X, Y) = \left[grad\psi^{(1)} \right]_x^2 - \frac{1}{\gamma_0} \psi_x^{(1)} \left[\gamma_0\psi_z^{(1)} + \psi_{xx}^{(1)} \right]_z. \tag{III.245}$$

К.Эггерс замечает, что локальная компонента $\psi^{(1)}$ даёт вклад в выражение в скобках во втором члене, благодаря структуре G . Из разложения G и его производных, когда $O(X^{-1})$ при $X \rightarrow +\infty$, получается мода разложения для $\psi^{(1)}$. Далее можно видеть, что $\delta^{(2)} = O(X^{-2})$ для $X \rightarrow +\infty$, и это значит, что $\psi^{(2)} = O(X^{-1})$ перед судном и вклад по S_a в выражении функции Грина пренебрежимо мал. Если предположить, что потенциал

$$\psi_\delta = \frac{1}{4\pi} \int_{S_f^0} \delta G dS'$$

и его производные по X равномерно ограничены для $X < X_e$ и доказать это для слишком характерных $\psi^{(1)}$ с умеренным действием – тогда можно отбросить вклад по S_e , когда $X_e \rightarrow \infty$, и можно окончательно написать

$$\begin{aligned} \psi^{(2)} &= \psi_1^{(2)} + \psi_2^{(2)}, \\ \psi_1^{(2)}(X, Y, Z) &= \\ &= \frac{2}{4\pi} \iint_{S_w^{0*}} F(\xi, \zeta) \left[\psi_x^{(1)}(\xi, \varepsilon F, \zeta) G_\xi(\xi, 0, \zeta) + \psi_z^{(1)}(\xi, \varepsilon F, \zeta) G_\zeta(\xi, 0, \zeta) \right] d\xi d\zeta + \quad (\text{III.246}) \\ &+ \frac{2}{4\pi\gamma_0} \int_{-1}^1 F(\xi, 0) \psi_{xx}^{(1)} G(\xi, 0, 0) d\xi \end{aligned}$$

и

$$\psi_2^{(2)} = \frac{1}{4\pi\gamma_0} \iint_{S_f^0} \delta^{(2)}(\xi, \zeta) G d\xi d\eta. \quad (\text{III.247})$$

Потенциал второго порядка продуцируется следующим путем:

1. Распределением дублетов с моментами, соответствующими отклонению локального потока первого порядка относительно судна от равномерного параллельного потока за счёт объёма судна (дающим поправку к распределению Мичелла);

2. Распределением источников по плоскости $Z = 0$, у которых напряжения находятся, по существу, производными по времени в инерционной системе динамических давлений (сохраняется вклад компонент местного потока в окрестности судна);

3. Линейным распределением источников по главной ватерлинии судна, соответствующим местной ширине и волновому склону по направлению X вдоль корпуса судна в соответствии с линейной теорией.

Можно видеть, что потенциал выражается только в виде производных. С другой стороны, недифференцируемость функции F поверхности корпуса требует, чтобы выражение $\psi^{(2)}$ имело глубокий смысл.

Для численной оценки сделана следующая аппроксимация: а) из распределения $\delta(X, Y)$ рассчитан потенциал по невозмущённой свободной поверхности $Z = 0$, за исключением площади ватерлинии, и б) введены компоненты потока, рассчитанные для плоскости $\eta = 0$ вместо поверхности корпуса. Оба эти шага требуют непрерывности потенциала потока и некоторых его производных в области, занятой судном. Это достигается разложением в соответствующие ряды Фурье по η . Так как ряды не сходятся для $\eta = 0$ в обычном смысле (например, ряды для ψ_y), то К.Эггерс рассматривает их как обобщенные функции. Второй член $\delta(X, Y)$ в уравнении (III.245) вообще становится сингулярным в носу и в корме; однако, для симметричного корпуса найдено, что его можно принять для расчета волнового сопротивления.

Ошибка будет более высокого порядка по ε , чем в членах, которые определяются; тем не менее, это нужно подтвердить для равномерно ограниченных компонент в расширенной области. Замечено, что уравнение (III.245) для $\psi_1^{(2)}$ может быть преобразовано интегрированием по частям по ξ и ζ , чтобы представить его в виде распределения источников по S_w^{0*} , исключив линейный интеграл, так что

$$\psi^{(2)} = \frac{1}{2\pi} \iint_{S_w^{0*}} G \left\{ \left[F \psi_x^{(1)} \right]_x + \left[F \psi_z^{(1)} \right]_z \right\} d\xi d\zeta + \frac{1}{4\pi\gamma_0} \int_{-T}^T \int_{-\infty}^{\infty} \delta(\xi, \eta) G d\xi d\eta \quad (\text{III.248})$$

К.Эггерс заметил, что напряжения источников соответствуют изменению координат внутри потока больше, чем нормальной скорости.

Уравнение (III.248) можно сравнить с уравнением (III.210) у Дж.Вегаузена, в котором влияние посадки и дифферента исключено. К.Эггерс отметил, что все линейные интегралы, полученные в этой работе, могут быть исключены, если действительна выбранная асимптотика.

Определение волнового сопротивления.

Имея такую модель для аппроксимации потока, К.Эггерс получил решение для определения волнового сопротивления соответствующего порядка. Могут быть выбраны три разных подхода:

а) интегрирование компонент давления по смоченной части корпуса, ограниченного расчётным волновым профилем, оставляя только члены до третьего порядка;

б) начав с уравнения энергии потока через вертикальную плоскость за судном, как дано в уравнении

$$R = \frac{\rho}{2} \int_{-\infty}^{\infty} dz \int_{-h}^{\eta(b,z)} [-\varphi_x^2(b,y,z) + \varphi_y^2(b,y,z) + \varphi_z^2(b,y,z)] dy + \frac{\rho g}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \eta^2(b,z) dz,$$

можно сделать оценку для приближенного потока, используя волновой профиль из приближения потока;

в) рассмотреть аппроксимацию потока второго порядка в реальной физической области D^0 , рассмотреть замкнутую поверхность, частью которой является смоченная поверхность корпуса, и из факта, что количество движения в открытом объёме не меняется по времени, вывести, что действие давления на корпус может быть выражено через поток обобщённого количества движения через остальную поверхность.

Можно легко показать, что для модели линеаризованного потока одно и то же выражение для сопротивления может быть получено при любом подходе, но по этому вопросу есть возражения С.Шарма [20].

Подходы (а) и (в) до третьего порядка, однако, должны давать эквивалентные выражения R_a и R_b , если граничные условия на корпусе даны точно при аппроксимации потока, в противном случае можно получить существенные изменения количества движения внутри судна. Формула для R была получена при допущении, что свободная поверхность находится под постоянным давлением и составлена линиями тока. Для потока второго порядка это допущение нереально. Нужно ждать, что сопротивление R_b , рассчитанное по этой формуле применительно к приближенному потоку, даже может немонотонно зависеть от положения контрольной вертикальной плоскости X_c , на которой берутся данные.

Но сопротивление R_b , полученное по схеме (в), не зависит от выбора области D . К.Эггерс выбирает $D = D^0$, область, ограниченную сверху невозмущенной свободной поверхностью, как описано выше. Благодаря закону сохранения количества движения для поверхностных интегралов, включающих любую область D потока (сравните Дж.Вегаузен и Е.Лайтоне [24]. и К.Эггерс [10]), имеем

$$\rho \int \{(\mathbf{v} \cdot \mathbf{v})/2\mathbf{n} - (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n})\mathbf{v}\} ds = 0 \quad (III.249)$$

где \mathbf{v} - вектор скорости потока в любой системе, рассматриваемой в покое или в равномерном поступательном движении, \mathbf{n} - единичный вектор нормали, направленный вне области. Если теперь выбрать

$$\mathbf{v} = (\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z) = (\psi_x, \psi_y, \psi_z)|c|$$

и определить R_b как x - компоненту выражения

$$R = \rho \int_{S_w^0} [(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n})\mathbf{v} - (\mathbf{v} \cdot \mathbf{v})\mathbf{n} / 2] ds, \quad (III.250)$$

где интегрирование выполняется по S_w^0 поверхности корпуса до $Z = 0$, то из (III.248), возвращаясь к безразмерным величинам, с \mathbf{e}_x - как единичному вектору в направлении X

$$\mathbf{R}_\delta = \frac{R_\delta \mathbf{e}_x}{\rho c^2 (L/2)^2 \gamma_0} = \gamma_0 \iint_{S_f^0} \psi_x \psi_z d\xi d\eta - \gamma_0 \left\{ \iint_{S_r} - \iint_{S_l} \right\} \psi_x \psi_y d\xi d\zeta -$$

$$- \gamma_0 \iint_{S_b} \psi_x \psi_z d\xi d\eta + \gamma_0 \left\{ \iint_{S_e} - \iint_{S_a} \right\} \frac{\psi_y^2 + \psi_z^2 - \psi_x^2}{2} d\xi d\zeta$$
(III.251)

Рассмотрение условий С. и D. показывает, что поверхности S_r , S_l и S_b могут быть отброшены. Интеграл по S_f^0 может быть преобразован в линейный интеграл вдоль границы, и интеграл, содержащий функцию $\delta(X,Y)$, таким же образом, может быть получен для потенциала, данного уравнением (III.235). Вклад по S_a , включающий линейный интеграл из S_f^0 , стремится к нулю, когда $X \rightarrow \infty$, благодаря F.

Итак, остаётся

$$R_a = - \iint_{S_f^0} \delta(\xi, \eta) \psi_x(\xi, \eta, 0) d\xi d\eta - \oint_{L_p} \frac{\psi_x^2[\xi, \varepsilon F(\xi, 0), 0]}{2} d\eta +$$

$$+ \int_{-T}^T \left[\frac{\psi_x^2(X_e, \eta, 0)}{2} + \gamma_0 \int_{-H}^0 \frac{\psi_y^2(X_e, \eta, \zeta) + \psi_z^2(X_e, \eta, \zeta) - \psi_x^2(X_e, \eta, \zeta)}{2} d\zeta \right] d\eta,$$
(III.252)

где линейный интеграл по главной ватерлинии снова берется в направлении против часовой стрелки, если смотреть сверху.

Нет смысла предполагать, что вклад по S_f^0 , хотя и ограничен по величине, может стремиться к конечному пределу, когда $X \rightarrow -\infty$, но можно постулировать это для вклада области $X = X_e$. Только по свойству функции Грина G можно оценить вклад $\delta(X,Y)$ в сопротивление путём интегрирования по S_f^0 только в окрестности судна. Теперь видны отношения между значениями, определёнными как R_a и R_b . Для того, чтобы получить его, нужно дополнить выражение подынтегральной функции уравнения (III.250), которая не имеет компоненты по \mathbf{e}_x . Если положить

$$\mathbf{R}_c = \mathbf{R}_e + \rho \left\{ \mathbf{e}_1 \int [(\mathbf{v} \times \mathbf{n}) \times \mathbf{c}] dS \right\} = R_e + \rho \left\{ \mathbf{e}_1 \int [(\mathbf{v} \cdot \mathbf{c}) \mathbf{n} - (\mathbf{c} \cdot \mathbf{n}) \mathbf{v}] dS \right\}$$
(III.253)

Далее, при $(\mathbf{c} \cdot \mathbf{n}) = (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n})$ допустимом даже для потока первого порядка,

$$\mathbf{R}_c = \int \rho (\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{n}) [(\mathbf{c} \cdot \mathbf{v}) - (\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}) / 2] dS$$
(III.254)

Но это есть \mathbf{R}_a – сопротивление, полученное из интегрирования давления по корпусу, потому что нестатическое давление равно $\rho [(\mathbf{v} \cdot \mathbf{c}) - (\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}) / 2]$ и тогда мы имеем из вклада S_w^0

$$R_a = R_b + \rho \int_{S_w^0} \psi_x [(\mathbf{c} \cdot \mathbf{n}) - (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n})] dS$$
(III.255)

R_c , как определено выше, теперь дополняется полученной поправкой влияния профиля волны возле свободной поверхности вдоль ватерлинии, когда только смоченная поверхность корпуса может воспринимать давление со стороны жидкости, и тогда определенная величина получена как «третий порядок волнового сопротивления». Для второго порядка давление P_e равно атмосферному плюс гидростатическое давление, возникающее из-за подъёма волны ζ . Интегрируя последнее значение по $dZdY$, проекции элемента поверхности на плоскость, вертикальную к оси X , находят поправку

$$\Delta R = \rho g \iint (z - \zeta) dz d\eta = \rho g \oint_{L_p} \frac{\zeta^2(\xi, \varepsilon F)}{2} d\eta$$
(III.256)

Теперь процедура возмущений даёт первый порядок подъёма волны (III.235) в виде

$$\zeta^{(1)} = \varepsilon \frac{c}{g} \psi_x, \quad \text{т.е.} \quad \frac{\zeta^{(1)}}{L/2} = \frac{1}{\gamma_0} \psi_x^{(1)}(X, Y, 0) \quad (\text{III.257})$$

и добавляя это в безразмерной форме к уравнению (III.252), К.Эггерс получил, что эта поправка совпадает с линейным интегралом по L_p , который можно отбросить в (III.241).

Следующие упрощения делаются распространением интегрирования δ по всей плоскости $\zeta = 0$, $-T < \eta < T$ и $\xi < X_e$, которое означает ошибку порядка ε^4 , когда площадь ватерлинии порядка ε . Представляя теперь

$$\psi = \varepsilon \psi^{(1)} + \varepsilon^2 \psi^{(2)}, \quad \delta = \varepsilon^2 \delta^{(2)} \quad \text{и} \quad R = \varepsilon^2 R^{(2)} + \varepsilon^3 R^{(3)},$$

получают

$$R^{(2)} = \int_{-T}^T \left[\frac{1}{2\gamma_0} \psi_x^{(1)2}(X_e, \eta, 0) + \int_{-H}^0 \frac{\psi_y^{(1)2} + \psi_z^{(1)2} - \psi_x^{(1)2}}{2} d\zeta \right] d\eta \quad (\text{III.258})$$

и $R^{(3)} = R_1^{(3)} + R_2^{(3)}$, соответствующих почленно $\psi^{(2)} = \psi_1^{(2)} + \psi_2^{(2)}$,

$$R_1^{(3)} = \int_{-T}^T \left\{ \frac{1}{\gamma_0} \psi_x^{(1)} \psi_x^{(2)} + \int_{-H}^0 [\psi_y^{(1)} \psi_{1y}^{(2)} + \psi_z^{(1)} \psi_{1z}^{(2)} - \psi_x^{(1)} \psi_{1x}^{(2)}] d\xi \right\} d\eta \quad (\text{III.259})$$

и

$$R_2^{(3)} = -\frac{1}{\gamma_0} \int_{-T}^T \int_{-X_e}^{\infty} \delta^{(2)}(\xi, \eta) \psi_x^{(1)} d\xi d\eta + \int_{-T}^T \left\{ \frac{1}{\gamma_0} \psi_x^{(1)} \psi_x^{(2)} + \int_{-H}^0 [\psi_y^{(1)} \psi_{1y}^{(2)} + \psi_z^{(1)} \psi_{1z}^{(2)} - \psi_x^{(1)} \psi_{1x}^{(2)}] d\xi \right\} d\eta \quad (\text{III.260})$$

Сопrotивление, вызванное дополнительными источниками внутри корпуса

Теперь для сокращения трудностей в написании формул, предполагается, что глубина канала достаточно велика, и можно её считать бесконечной. Если $\psi_x^{(1)}$ может быть представлена на $X = X_e$ системой свободных волн (несимметричные относительно Y члены для простоты отброшены) в виде

$$\psi_x^{(1), free} = \sum_{v=-\infty}^{\infty} [A_v^{(1)} \cos(W_v \gamma_0 X) + B_v^{(1)} \sin(W_v \gamma_0 X)] e^{K_v \gamma_0 z} \cos(U_v \gamma_0 X),$$

$$\text{где} \quad \Delta U = \pi / (\gamma_0 T), \quad U_v = v \Delta U = \sec^2 \theta_v \sin \theta_v, \quad M_v = 1 + 4U_v^2, \quad (\text{III.261})$$

$$K_v = (1 + M_v) / 2 = \sec^2 \theta_v, \quad W_v = \sqrt{K_v} = \sec \theta_v, \quad B_v^{(1)} = B_{-v}^{(1)}.$$

(где θ_v обозначает угол между перемещением волны и отрицательным направлением оси X), тогда (III.239) можно оценить интегралами в замкнутой форме как

$$R^{(2)} = T \sum_{v=-\infty}^{\infty} \frac{2 - \cos^2 \theta_v}{2} [A_v^{(1)2} + B_v^{(1)2}] / \gamma_0. \quad (\text{III.262})$$

Эта формула отражает тот факт, что сопротивление, по существу, равно средней энергии компонент волн, умноженной на разницу между скоростью судна s и групповой скоростью X -вой компоненты волны, делённой на s . Если $\psi_{1x}^{(1)}$ имеет соответствующее представление удалённого поля

$$\psi_{1x}^{(2), free} = \sum_{v=-\infty}^{\infty} [A_{1v}^{(2)} \cos(W_v \gamma_0 X) + B_{1v}^{(2)} \sin(W_v \gamma_0 X)] e^{K_v \gamma_0 z} \cos(U_v \gamma_0 X), \quad (\text{III.263})$$

тогда сопротивление $R_1^{(3)}$, как интерференция обеих систем, может быть написано в виде

$$R_1^{(2)} = T \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} (2 - \cos^2 \theta_\nu) [A_\nu^{(2)} A_\nu^{(1)} + B_\nu^{(2)} B_\nu^{(1)}] / \gamma_0. \quad (\text{III.264})$$

Для оценки уравнений (III.262) и (III.264) нужно помнить, что для $\eta = 0$ функция Грина представляется для $\xi \gg X$, как система свободных волн в виде

$$G_X = \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} g_\nu \cos[W_\nu \gamma_0 (X - \xi)] e^{K_\nu \gamma_0 (z + \zeta)} \cos(U_\nu \gamma_0 X), \quad (\text{III.265})$$

где $g_\nu = g_{-\nu} = -8\pi K_\nu \gamma_0 / (M_\nu T)$, и что мы имеем

$$\psi^{(1)} = -\frac{2}{4\pi} \iint_{S_w^{0*}} F(\xi, \zeta) G_\xi d\xi d\zeta \quad (\text{III.266})$$

и

$$\begin{aligned} \psi_{1x}^{(2)} &= \frac{2}{4\pi} \iint_{S_w^{0+}} F(\xi, \zeta) [\psi_x^{(1)} G_{\xi x} + \psi_z^{(1)} G_{\zeta x}] d\xi d\zeta + \frac{2}{4\pi \gamma_0} \int_{-1}^1 F(\xi, 0) \psi_{xx}^{(1)} G_x d\xi = \\ &= -\frac{1}{2\pi} \iint_{S_w^{0+}} \{ [F \psi_x^{(1)}]_x + [F \psi_z^{(1)}]_z \} G_x d\xi d\zeta \end{aligned} \quad (\text{III.267})$$

Следовательно,

$$A_\nu^{(1)} = \frac{g_\nu}{2\pi} \iint_{S_w^{0*}} F(\xi, \zeta) \sin(W_\nu \gamma_0 \xi) e^{K_\nu \gamma_0 \zeta} W_\nu \gamma_0 d\xi d\zeta, \quad (\text{III.268})$$

$$B_\nu^{(1)} = \frac{g_\nu}{2\pi} \iint_{S_w^{0*}} F(\xi, \zeta) \cos(W_\nu \gamma_0 \xi) e^{K_\nu \gamma_0 \zeta} W_\nu \gamma_0 d\xi d\zeta, \quad (\text{III.269})$$

$$A_{1\nu}^{(2)} = \frac{g_\nu}{2\pi} \iint_{S_w^{0*}} F(\xi, \zeta) [\psi_x^{(1)} W_\nu \gamma_0 \sin(W_\nu \gamma_0 \xi) + \psi_z^{(1)} K_\nu \gamma_0 \cos(W_\nu \gamma_0 \xi)] d\xi d\zeta + \quad (\text{III.270})$$

$$+ \frac{g_\nu}{2\pi \gamma_0} \int_{-1}^1 F(\xi, 0) \psi_{xx}^{(1)} \sin(W_\nu \gamma_0 \xi) d\xi$$

$$B_{1\nu}^{(2)} = -\frac{g_\nu}{2\pi} \iint_{S_w^{0*}} F(\xi, \zeta) [\psi_x^{(1)} W_\nu \gamma_0 \cos(W_\nu \gamma_0 \xi) - \psi_z^{(1)} K_\nu \gamma_0 \sin(W_\nu \gamma_0 \xi)] d\xi d\zeta - \quad (\text{III.271})$$

$$- \frac{g_\nu}{2\pi \gamma_0} \int_{-1}^1 F(\xi, 0) \psi_{xx}^{(1)} \cos(W_\nu \gamma_0 \xi) d\xi$$

Написанные выше выражения могут быть оценены в законченной форме для математически элементарных корпусов, причём, сохраняются вклады местного потока $\psi^{(1)}$ в подынтегральной функции, где, однако, интегрирование по V заменяется интегрированием по ξ и ζ .

Сопротивление, вызванное особенностями на невозмущенной свободной поверхности

Рассмотрим полосу шириной $d\xi$, протянутую от $\eta = -T$ до $\eta = T$ на $\zeta = 0$ с ординатой $X = \xi$. Пусть выражение Фурье для $\delta(\xi, \eta)$ сохраняется в виде

$$\delta^{(2)}(\xi, \eta) = \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \delta_\nu(\xi) \cos(U_\nu \gamma_0 \eta). \quad (\text{III.272})$$

Если $X_e \ll \xi$, эта полоса дает вклад в $\psi_{2x}^{(2)}$, определенный как

$$d\psi_{2x}^{(2)} = \left[\int_{-T}^T \frac{\delta}{4\pi\gamma_0} G_x^{free}(\xi, \eta, 0; X, Y, Z) d\eta \right] d\xi \quad (\text{III.273})$$

c

$$G_x^{free} = - \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} g_{\nu} e^{K_{\nu}\gamma_0 z} \cos[W_0\gamma_0(X - \xi)] \cos(U_{\nu}\gamma_0 Y) \cos(U_{\nu}\gamma_0 \eta) \quad (\text{III.274})$$

(плюс нечетные члены, которые здесь не нужны), где

$$g_{\nu} = g_{-\nu} = 4\pi K_{\nu}\gamma_0^2 / (M_{\nu}T). \quad (\text{III.275})$$

Тогда

$$d\psi_{2x}^{(2)} = \left\{ -2T \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} (\delta_{\nu} K_{\nu} / M_{\nu} T) e^{K_{\nu}\gamma_0 z} [\cos(W_0\gamma_0 \xi) \cos(W_0\gamma_0 X) + \sin(W_0\gamma_0 \xi) \sin(W_0\gamma_0 X)] \cos(U_{\nu}\gamma_0 Y) \right\} d\xi \quad (\text{III.276})$$

Если теперь также для $\psi_x^{(1)}$ только свободные волны имеют значение на $X = X_e$, т.е., получается

$$\psi_x^{(1)} = \psi_x^{(1)free} = \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} [A_{\nu}^{(1)} \cos(W_{\nu}\gamma_0 X) + B_{\nu}^{(1)} \sin(W_{\nu}\gamma_0 X)] e^{K_{\nu}\gamma_0 z} \cos(U_{\nu}\gamma_0 X) \quad (\text{III.277})$$

тогда $d\psi_{2x}^{(2)}$ даёт вклад в $R_2^{(3)}$ в виде

$$dR_2^{(3)} = -T \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \delta_{\nu} (2 - \cos^2 \theta_{\nu}) \frac{K_{\nu}}{M_{\nu}} [A_{\nu}^{(1)} \cos(W_{\nu}\gamma_0 \xi) - B_{\nu}^{(1)} \sin(W_{\nu}\gamma_0 \xi)] d\xi \quad (\text{III.278})$$

Но из (III.261) можно получить, что

$$K_{\nu} / M_{\nu} = K_{\nu} / (2K_{\nu} - 1) = 1 / (2 - \cos^2 \theta_{\nu}) \quad (\text{III.279})$$

Тогда

$$\begin{aligned} dR_2^{(3)} &= -2T \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \delta_{\nu} [A_{\nu}^{(1)} \cos(W_{\nu}\gamma_0 \xi) - B_{\nu}^{(1)} \sin(W_{\nu}\gamma_0 \xi)] d\xi = \\ &= - \int_{\eta=-T}^T \delta(\xi, \eta) \psi_x^{(1)free}(\xi, \eta, 0) d\eta d\xi. \end{aligned} \quad (\text{III.280})$$

Это ещё не полный вклад полоски в $R_2^{(3)}$, однако, из уравнения (III.260) получается дополнительно

$$dR_2^{(3)} = \int_{\eta=-T}^T \delta^{(2)}(\xi, \eta) \psi_x^{(1)}(\xi, \eta, 0) d\eta d\xi. \quad (\text{III.281})$$

Это ведёт к простому результату

$$R_2^{(3)} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{\eta=-T}^T \delta^{(2)}(\xi, \eta, 0) \tilde{\psi}_x(\xi, \eta, 0) d\eta d\xi \quad (\text{III.282})$$

$$\text{где } \tilde{\psi}_x = \psi_x^{(1)} - \psi_x^{(1)free} \quad (\text{III.283})$$

Потенциал $\tilde{\psi}$ соответствует решению первого порядка краевой задачи, если постулировать, что волны перемещаются не назад, а вперёд от судна. Для симметричного относительно миделя судна можно получить $\tilde{\psi}(X) = \psi^{(1)}(-X)$.

Написанный выше интеграл уравнения (III.282) даёт значительные вклады в сопротивление только в окрестности судна, когда δ быстро затухает впереди, и множитель $\tilde{\psi}_x$ даёт затухание в корме. Общий вклад идёт от ромбовидного района, ограниченного углом Кельвина от носа и противоположного угла от кормы.

Выражение для $R_2^{(3)}$ получено прямо как сила Лагалли от поля волн, благодаря поверхностному распределению $\delta(\xi, \eta)$, действующему на особенности, создавшие поток поля судна первого порядка. Это найдено В.Г.Сизовым при использовании условия рассеяния. Для случая не погруженного тела чувствуется, что формальное приложение закона Лагалли даже для вкладов высокого порядка требует осмотрительности.

Вводя (III.246), получают

$$R_2^{(3)} = \int_{-T-\infty}^T \int \left\{ \left[\text{grad} \psi^{(1)} \right]_x^2 - \psi_x^{(1)} \left[\gamma_0 \psi_z^{(1)} + \psi_{xx}^{(1)} \right]_z / \gamma_0 \left(\psi_x^{(1)} - \psi_x^{(1), free} \right) \right\} dXdY \quad (\text{III.284})$$

В частности, для симметричного корпуса, где $\gamma_0 \psi_z^{(1)} + \psi_{xx}^{(1)}$ нечётно и $\psi_x^{(1)} \tilde{\psi}_x$ чётно, получается

$$\begin{aligned} R_2^{(3)} &= \int_{-T-\infty}^T \int \left[\text{grad} \psi^{(1)} \right]_x^2 \psi_x^{(1)}(-X) dXdY = - \int_{-T-\infty}^T \int \left[\text{grad} \psi^{(1)} \right]_x^2 \psi_{xx}^{(1)}(-X) dXdY = \\ &= \frac{1}{\gamma_0} \int_{-T-\infty}^T \int \left[\text{grad} \psi^{(1)} \right]_x^2 \psi_z^{(1)}(-X) dXdY \end{aligned} \quad (\text{III.285})$$

Если теперь для симметричного корпуса имеется

$$\psi_x^{(1)}(X, Y, 0) = \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \alpha_\nu(X) \cos(U_\nu \gamma_0 Y) \quad \text{с} \quad \alpha_\nu = \alpha_{-\nu}, \quad (\text{III.286a})$$

$$\psi_y^{(1)}(X, Y, 0) = \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \beta_\nu(X) \sin(U_\nu \gamma_0 Y) \quad \text{с} \quad \beta_\nu = \beta_{-\nu}, \quad (\text{III.286б})$$

$$\psi_z^{(1)}(X, Y, 0) = \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \gamma_\nu(X) \cos(U_\nu \gamma_0 Y) \quad \text{с} \quad \gamma_\nu = \gamma_{-\nu}, \quad (\text{III.286в})$$

где согласно (III.266) коэффициенты α_ν , β_ν и γ_ν зависят от геометрии корпуса, данного уравнением $Y = \pm \varepsilon F(X, Z)$, через отношения

$$\alpha_\nu = \partial H_\nu / \partial X, \quad \beta_\nu = U_\nu \gamma_0 H_\nu, \quad \gamma_\nu = \partial H_\nu / \partial Z \quad (\text{III.287})$$

с функцией $H_\nu(X, Y, Z)$, данной в виде

$$\begin{aligned} H_\nu(X, Y, Z) &= \frac{2K_\nu \gamma_0}{TM_\nu} \iint_{S_w^{0*}} [\text{sign}(X - \xi) - 1] e^{K_\nu \gamma_0 \xi} F(\xi, \zeta) \cos[W_\nu \gamma_0 (X - \xi)] d\xi d\zeta - \\ &- \frac{2\gamma_0}{\pi T} \iint_{S_w^{0*}} \int_{V=0}^{\infty} \text{sign}(X - \xi) F(\xi, \zeta) e^{-U\gamma_0 |X - \xi|} \left[V \cos(V\gamma_0 \zeta) - U^2 \sin(V\gamma_0 \zeta) \right] \frac{UdV}{U^2 + V^2} d\xi d\zeta \end{aligned} \quad (\text{III.288})$$

и если U_ν , M_ν , W_ν , K_ν и U даны уравнениями

$$U = \sqrt{V^2 + U_\nu^2}, \quad M_\nu = \sqrt{1 + 4U_\nu^2}, \quad K_\nu(1 + M_\nu)/2, \quad \text{где} \quad U_\nu \geq 0, \quad z \neq \zeta,$$

тогда можно выразить

$$\begin{aligned} R_2^{(3)} &= R_2^{(3)} \gamma_0 4L / (\rho B^3 c^2) \\ R_2^{(3)} &= \frac{T}{\gamma_0} \int \sum_{-\infty}^{\infty} \sum_{\lambda=-\infty}^{\infty} \left\{ \alpha_\mu(X) \alpha_\lambda(X) - \beta_\mu(X) \beta_\lambda(X) + \gamma_\mu(X) \gamma_\lambda(X) \right\} \gamma_{\lambda+\mu}(-X) + \\ &+ \left\{ \alpha_\mu(X) \alpha_\lambda(X) + \beta_\mu(X) \beta_\lambda(X) + \gamma_\mu(X) \gamma_\lambda(X) \right\} \gamma_{|\mu-\lambda|}(-X) \Big\} dX, \end{aligned} \quad (\text{III.289})$$

благодаря ортогональным соотношениям Фурье для V – интегрирования, где X – интеграл может быть обрезан, как только X станет равным единице по абсолютной величине.

Написанная выше формула может быть легко распространена на случай бесконечной ширины канала, когда $T \rightarrow \infty$. Однако для практической оценки рекомендуется рассматривать T как инверсию пространственного интегрирования по правилу трапеций и

положить T достаточно большим, зависящим от X , так что для $\xi = \pm X$ действительное волнообразование есть при $|Y| < T$, так чтобы не чувствовалось влияние канала.

Для действительных расчётов можно ввести размерения в виде

$$\begin{aligned} \gamma_0 R^{(3)} &= (B/L)^3 \rho c^2 (L/2)^2 \\ R^{(3)} &= \rho c^2 B^3 / (4L) R^{(3)} \end{aligned} \quad (\text{III.290a})$$

и

$$\begin{aligned} \gamma_0 R^{(2)} &= (B/L)^2 \rho c^2 (L/2)^2 \\ R^{(2)} &= \rho c^2 B^2 / 4R^{(2)} \end{aligned} \quad (\text{III.290б})$$

(ср. уравнения (III.251), (III.258), (III.259) и (III.260), где $R^{(3)}$ и $R^{(2)}$ компоненты действительного сопротивления третьего и второго порядка.

Численные результаты

Большинство расчётов, сделанных на данной стадии автором со всеми предосторожностями, чтобы не представить преждевременные результаты, не приведены в работе. Из анализа поля волнообразования показаны два типичных примера.

Для судна с параболическими ватерлиниями и $D/L = 1/20$ показаны результаты расчётов для

$$\frac{R_{xy}(X, Y)}{R^{(2)}} = \frac{\int_{-X}^X \int_{-\infty}^0 \varphi_{xx}(\xi, Y, \zeta) d\zeta \int_{-\infty}^0 \varphi_{xy}(\xi, Y, \zeta) d\zeta d\xi}{R^{(2)} \gamma_0 (B/L)^2}.$$

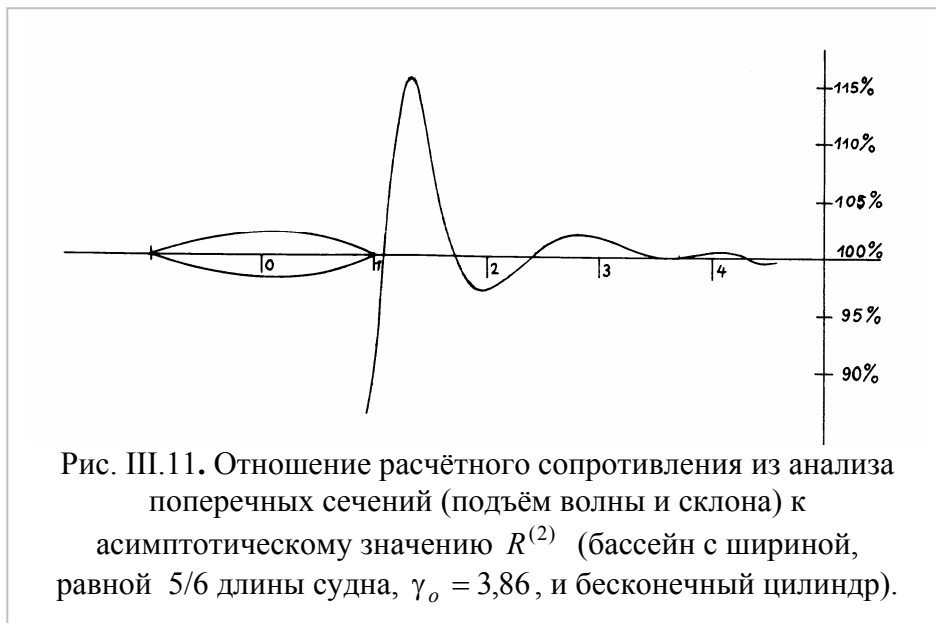
Показано сопротивление, полученное из сил на цилиндре, измеренных Л.Вардом методом $X - Y$ (рис. I.56 первой главы) на: судне с параболическими ватерлиниями, с отношением осадки к длине $1/20$, $\gamma_0 = 0,5$ и $F_n^{(2)} = 10$. Кривая с процентными отметками означает волновое сопротивление на разных сечениях $Y = \eta$ в сечении

Л.Вард [22] показал, что эти величины, измеренные им как интегралы по X и Y , вызванные цилиндром, расположенным на расстоянии Y от пути судна, представляют собой часть общего волнового сопротивления $R^{(2)}$, которая установлена в энергии волн, проходящих через плоскость $\eta = Y$ между $\xi = -X$ и $\xi = X$. Грубо говоря, по меньшей мере пятикратная длина судна внутри области Кельвиновских волн необходима для получения 80% сопротивления. Расчёты показали, что пренебрежение компонентами местных волн незначительно изменяет результат даже для Y , меньшего единицы.

На рис. III.11 показано отношение сопротивления, полученного из анализа поперечных сечений как функции расстояния x от миделя. Диаграмма по существу отражает распад местных волн в отношении к остальной системе свободных волн. Данные для расчётов были выбраны в соответствии с исследованием Кобуса (его диссертация 1965 года); ширина бассейна, равная $5/3$ длины судна, включена.

Обобщение

На основании аналитического исследования К.Эггерс сделал попытку скоординировать интуитивный подход В.Г.Сизова со строгой процедурой Дж.Вехаузена. Допуская некоторые упрощения, К.Эггерс нашёл, что даже они ведут к представлению потенциала второго порядка только для источников на невозмущённой свободной поверхности и на ДП судна, в частности, все линейные интегралы могут быть исключены в членах потока первого порядка, компоненты которого определяются этими особенностями. Необходимо рассматривать только область, близкую к судну.



III.5. Теория Маруо узкого судна высшего порядка [17]

1. Предисловие

Теории Дж.Мичелла [18] и Т.Хавелока [12] выведены в предположении, что при движении жидкости, вызванном движущимся телом, скорости возмущений так малы по сравнению со скоростью тела, что квадратными членами в граничных условиях можно пренебречь. Вместо предположения о малости скоростей возмущений в систематическом развитии решения краевой задачи с помощью степенных рядов по малому параметру первый член был представлен А.Питерсом и Дж.Стокером [19] как линейризованное решение. Они показали, что член первого порядка степенного ряда по B/L узкого судна идентичен формуле Мичелла и что такой метод даёт рациональную аппроксимацию и для более сложной задачи. Формула Мичелла действительна в случае очень малых B/L , а именно, для узкого судна. Следовательно, расхождения между теорией и экспериментом появляется тогда, когда делается попытка применить формулу Мичелла к практическим формам судов. Сделано несколько попыток улучшить теорию, так как граничные условия на свободной поверхности у реальных судов сильно отличаются от узкого судна. Общая черта большинства улучшений, сделанных до Х.Маруо, в том, что граничное условие на свободной поверхности судна преобразуется для широких судов, в то время как граничное условие на свободной поверхности линейризовано.

Х.Маруо исходит из того, что если метод, предложенный А.Питерсом и Дж.Стокером, применить для решения, то можно получить аппроксимацию до любого порядка и, таким образом, исключить брешь между теорией и экспериментом. Однако решение возрастает по сложности при получении аппроксимаций высших порядков. В своей обзорной статье Дж.Вехаузен [25] показал, что граничные условия можно удовлетворить до второго порядка и показал метод получения решения. Теория высшего порядка впервые была развита В.Г.Сизовым [6]. В.Г.Сизов получил прекрасные формулы для потенциала скорости и для волнового сопротивления во втором приближении. Он применил метод, в котором граничные условия на поверхности судна и на свободной поверхности были представлены в виде степенных рядов по B/L , и нашел функцию Грина на каждой стадии, идентично разложению по малому параметру, выполненному А.Питерсом и Дж.Стокером. Х.Маруо обнаружил ошибку в функции Грина в решении В.Г.Сизова, которую В.Г.Сизов потом исправил. (здесь эта ошибка исправлена).

На Международном Семинаре в Анн Арборе в 1963 году Дж.Вехаузен [24] дал член второго порядка для потенциала скорости по методу, отличному от метода В.Г.Сизова. Он предположил, что первая функция Грина, через которую решение было выражено, может быть преобразовано по теореме Грина.

Х.Маруо пытается развить теорию высшего порядка, применив такой же метод, как В.Г.Сизов, и обосновать рациональное выражение для волнового сопротивления, для которого получает верное выражение второго порядка. Разница в решениях В.Г.Сизова и Х.Маруо, что они по-разному выводят функцию Грина. В.Г.Сизов пользуется способом Рэля введения рассеивающих сил, а Х.Маруо записывает условие излучения. Именно при введении рассеивающих сил В.Г.Сизов пропустил особую точку, когда коэффициент рассеивающих сил стремится к нулю. Когда В.Г.Сизов исправил эту ошибку, то полученная им функция Грина совпала с функцией Грина, которую получил Х.Маруо.

2. Описание граничных условий

Судно рассматривается в покое на поверхности потока, движущегося со скоростью U . Начало декартовой системы координат берется на невозмущенной поверхности воды, Ось Ox

направлена в направлении течения, Ось Oy горизонтальна, а ось Oz направлена вверх. Другая система координат связана с судном $O'x'y'z'$. Ось $O'x'$ совпадает с ватерлинией при спокойной воде. Когда судно движется, то в системе координат $Oxyz$ координаты станут $(0,0,h')$. Угол дифферента считается положительным, когда дифферент на нос (рис. III.12). Связь между координатными системами имеет вид

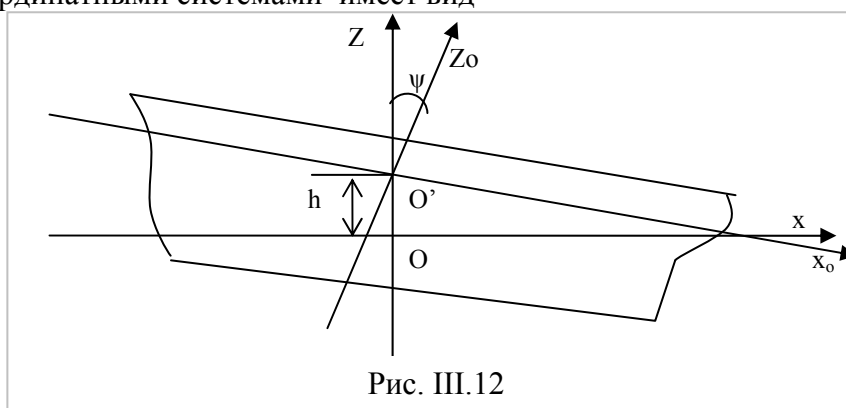


Рис. III.12

$$\begin{aligned}x_o &= x \cos \psi - (z - h) \sin \psi \\y_o &= y \\z_o &= x \sin \psi + (z - h) \cos \psi\end{aligned}\quad (\text{III.291})$$

Если поверхность судна задана уравнением

$$y_o = f_0(x_o, z_o) \quad (\text{III.292})$$

то его можно представить в другой координатной системе

$$y = f_o \{x_o(x, z, h, \psi), z_o(x, z, h, \psi)\} = f(x, z). \quad (\text{III.293})$$

Движение предполагается безвихревым, жидкость невязкой и несжимаемой, потенциал скорости потока вокруг судна в виде $Ux + \varphi$, где φ – потенциал скорости возмущений, а компоненты скорости получаются в виде

$$u = U + \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad v = \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \quad w = \frac{\partial \varphi}{\partial z} \quad (\text{III.294})$$

Граничные условия на поверхности судна

$$u \frac{\partial f}{\partial x} - v + w \frac{\partial f}{\partial z} = 0 \quad (\text{III.295})$$

или при введении потенциала скорости

$$\left(U + \frac{\partial \varphi}{\partial x}\right) \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \frac{\partial f}{\partial z} = 0 \quad (\text{III.296})$$

Это граничное условие должно быть удовлетворено φ на поверхности $y = f(x, z)$. Граничное условие (III.296) нелинейно, когда учитывается изменение посадки и дифферент.

Уравнение жидкости, деформированное движением, имеет вид

$$z = F(x, y) \quad (\text{III.297})$$

когда граничное условие имеет вид

$$u \frac{\partial F}{\partial x} + v \frac{\partial F}{\partial y} - w = 0 \quad (\text{III.298})$$

для установившегося потока. При введении потенциала скорости это условие становится

$$\left(U + \frac{\partial \varphi}{\partial x}\right) \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{\partial F}{\partial y} - \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0 \quad (\text{III.299})$$

Другое условие заключается в том, что на свободной поверхности давление постоянно. Если атмосферное давление обозначить p_o , то по теореме Бернулли получается

$$P = p_o + \frac{1}{2} \rho (U^2 - u^2 - v^2 - w^2) - \rho g z \quad (\text{III.300})$$

и при учете того, что $p = p_o$, условие на свободной поверхности имеет вид

$$U \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 \right\} + gz = 0 \quad (\text{III.301})$$

на $z = F(x, y)$. Когда функция $F(x, y)$ определяется после решения задачи, то это граничное условие тоже нелинейно. Условие на бесконечности

$$\varphi = 0 \quad \text{на} \quad \sqrt{x^2 + y^2} \rightarrow \infty \quad \text{и} \quad z = -\infty \quad (\text{III.302})$$

Задача решается, исходя из уравнения Лапласа

$$\nabla^2 \varphi = 0 \quad (\text{III.303})$$

при удовлетворении условий (III.296), (III.299), (III.301) и (III.302). Известно, что заданные выше граничные условия не дают единственного решения, и требуется еще условие, которое является условием рассеяния волн в виде

$$\sqrt{x} \varphi \rightarrow 0 \quad \text{для} \quad x \rightarrow -\infty \quad (\text{III.304})$$

Это значит, что волны на воде появляются только вниз по течению.

Сформулированная таким образом краевая задача не может быть решена прямо, так как она усложнена нелинейностью. Далее Х.Маруо применяет метод малого параметра. Предполагая, что у узкого судна отношение B/L много меньше единицы, ордината y на поверхности судна принимается малой, имеющей порядок ε . Тогда уравнение поверхности корпуса судна записывается в виде

$$y_o = \varepsilon f_1(x_o, z_o) \quad (\text{III.305})$$

Потенциал скорости возмущений, вызванных узким судном, имеет порядок ε , поэтому может быть разложен в ряд по степеням ε в виде

$$\varphi = \varepsilon \varphi^{(1)} + \varepsilon^2 \varphi^{(2)} + \varepsilon^3 \varphi^{(3)} + \dots \quad (\text{III.306})$$

Благодаря движению жидкости, давление на поверхности судна отличается от статического и зависит от формы корпуса судна. Посадка и дифферент тоже могут быть записаны в виде таких рядов, т.е.

$$\left. \begin{aligned} h &= \varepsilon h^{(1)} + \varepsilon^2 h^{(2)} + \varepsilon^3 h^{(3)} \dots \\ \psi &= \varepsilon \psi^{(1)} + \varepsilon^2 \psi^{(2)} + \varepsilon^3 \psi^{(3)} \dots \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.307})$$

Подставляя эти ряды в (III.291), легко получить

$$\begin{aligned} x_o &= x - \varepsilon \psi^{(1)} + \varepsilon^2 (h^{(1)} \psi^{(1)} - \frac{1}{2} \psi^{(1)2} x - \psi^{(2)} z) + \dots \\ y_o &= y, \\ z_o &= z + \varepsilon (\psi^{(1)} x - h^{(1)}) - \varepsilon^2 (\frac{1}{2} \psi^{(1)2} z + h^{(2)} - \psi^{(2)} x) + \dots \end{aligned} \quad (\text{III.308})$$

Тогда уравнение (III.293) дает для поверхности корпуса ряд в виде

$$z = \varepsilon y^{(1)} + \varepsilon^2 y^{(2)} + \varepsilon^3 y^{(3)} + \dots, \quad (\text{III.309})$$

в которых

$$\left. \begin{aligned} y^{(1)} &= f_1(x, z), \\ y^{(2)} &= -\psi^{(1)} z \frac{\partial f_1}{\partial x} - (h^{(1)} - \psi^{(1)} x) \frac{\partial f_1}{\partial z}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.310})$$

Далее рассматриваются граничное условие на поверхности корпуса судна (III.296). Из (III.309) и (III.310) получается

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \varepsilon \frac{\partial y^{(1)}}{\partial x} + \varepsilon^2 \frac{\partial y^{(2)}}{\partial x} + \dots = \varepsilon \frac{\partial f_1}{\partial x} - \varepsilon^2 \left\{ \psi^{(1)} z \frac{\partial^2 f_1}{\partial x^2} - \psi^{(1)} \frac{\partial f_1}{\partial z} + (h^{(1)} - \psi^{(1)} x) \frac{\partial^2 f_1}{\partial x \partial z} \right\} + \dots$$

$$\frac{\partial f}{\partial z} = \varepsilon \frac{\partial y^{(1)}}{\partial z} + \varepsilon^2 \frac{\partial y^{(2)}}{\partial z} + \dots = \varepsilon \frac{\partial f_1}{\partial z} - \varepsilon^2 \left\{ \psi^{(1)} z \frac{\partial^2 f_1}{\partial x \partial z} + \psi^{(1)} \frac{\partial f_1}{\partial x} + (h^{(1)} - \psi^{(1)} x) \frac{\partial^2 f_1}{\partial z^2} \right\} + \dots$$

Поскольку значения $\partial \varphi / \partial x$, $\partial \varphi / \partial y$ и $\partial \varphi / \partial z$ взяты на $y = f(x, z)$, то можно написать, например,

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right|_{y=f(x,z)} &= \left. \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right|_{y=0} + \left. \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \right|_{y=0} f(x, z) + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^3 \varphi}{\partial y^3} \right|_{y=0} \{f(x, z)\}^2 + \dots = \\ &= \varepsilon \left. \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial y} \right|_{y=0} + \varepsilon^2 \left(\left. \frac{\partial^2 \varphi^{(1)}}{\partial y^2} \right|_{y=0} y^{(1)} + \left. \frac{\partial \varphi^{(2)}}{\partial y} \right|_{y=0} \right) + \dots \end{aligned}$$

Подобное выражение получено для $\partial \varphi / \partial x$ и $\partial \varphi / \partial z$. Подставляя их в (III.296), получаем

$$\begin{aligned} \left(U + \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \frac{\partial f}{\partial z} &= \varepsilon \left(U \frac{\partial y^{(1)}}{\partial x} - \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial y} \right)_{y=0} + \\ + \varepsilon^2 \left(U \frac{\partial y^{(2)}}{\partial x} + \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial x} \frac{\partial y^{(1)}}{\partial x} + \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial z} \frac{\partial y^{(1)}}{\partial z} - \frac{\partial^2 \varphi^{(1)}}{\partial y^2} y^{(1)} - \frac{\partial \varphi^{(2)}}{\partial y} \right)_{y=0} \end{aligned}$$

Для того, чтобы полученные выше выражения исчезали при произвольном ε , должны выполняться на $y = 0$ следующие зависимости:

$$\begin{aligned} U \frac{\partial y^{(1)}}{\partial x} - \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial y} &= 0 \\ U \frac{\partial y^{(2)}}{\partial x} + \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial x} \frac{\partial y^{(1)}}{\partial x} + \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial z} \frac{\partial y^{(1)}}{\partial z} - \frac{\partial^2 \varphi^{(1)}}{\partial y^2} y^{(1)} - \frac{\partial \varphi^{(2)}}{\partial y} &= 0 \end{aligned}$$

Когда $y^{(1)} = f_1(x, z)$, первое уравнение

$$\frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial y} = U \frac{\partial f_1}{\partial x} \quad (\text{III.311})$$

Это граничное условие удовлетворяется потенциалом $\varphi^{(i)}$ на $y = 0$. Второе граничное условие дается для $\varphi^{(2)}$ из второго уравнения

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi^{(2)}}{\partial y} &= U \frac{\partial y^{(2)}}{\partial x} + \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial x} \frac{\partial y^{(1)}}{\partial x} + \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial z} \frac{\partial y^{(1)}}{\partial z} - \frac{\partial^2 \varphi^{(1)}}{\partial y^2} y^{(1)} = \\ &= -U \left\{ \psi^{(1)} z \frac{\partial^2 f_1}{\partial x^2} - \psi^{(1)} \frac{\partial f_1}{\partial z} + (h^{(1)} - \psi^{(1)} x) \frac{\partial^2 f_1}{\partial x \partial z} \right\} + \\ &+ \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial x} \frac{\partial f_1}{\partial x} + \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial z} \frac{\partial f_1}{\partial z} - \frac{\partial^2 \varphi^{(1)}}{\partial y^2} f_1 \end{aligned} \quad (\text{III.312})$$

Продолжая подобную процедуру, можно получить уравнения для $\frac{\partial \varphi^{(3)}}{\partial y}$, $\frac{\partial \varphi^{(4)}}{\partial y}$ и т.д.

Отсюда это можно описать в виде

$$\left. \frac{\partial \varphi^{(i)}}{\partial y} \right|_{y=0} = \frac{1}{2} q^{(i)}(x, z) \quad i = 1, 2, 3 \quad (\text{III.313})$$

Если последовательность членов для потенциала известна до $\varphi^{(i-1)}$, $q^{(i)}$ определяется через их производные. Далее рассматривается следующее граничное условие на свободной

поверхности. Когда изменение свободной поверхности происходит из-за потенциала скорости возмущений, то это можно записать в виде степенных рядов

$$z = F(x, z) = \varepsilon \zeta^{(1)} + \varepsilon^2 \zeta^{(2)} + \varepsilon^3 \zeta^{(3)} + \dots \quad (\text{III.314})$$

Подставляя это выражение в (III.299) и используя ряд Тейлора

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \left. \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right|_{z=0} + \left. \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial z} \right|_{z=0} \zeta + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^3 \varphi}{\partial x \partial z^2} \right|_{z=0} \zeta^2 + \dots$$

получают выражение

$$\begin{aligned} \left(U + \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{\partial \zeta}{\partial y} = \varepsilon \left(U \frac{\partial \zeta^{(1)}}{\partial x} - \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial z} \right)_{z=0} + \\ + \varepsilon^2 \left(U \frac{\partial \zeta^{(2)}}{\partial x} + \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial x} \frac{\partial \zeta^{(1)}}{\partial x} + \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial y} \frac{\partial \zeta^{(1)}}{\partial y} - \frac{\partial^2 \varphi^{(1)}}{\partial z^2} \zeta^{(1)} - \frac{\partial \varphi^{(2)}}{\partial z} \right)_{z=0}. \end{aligned}$$

Чтобы сделать это исчезающим при произвольном ε , берутся следующие отношения для $z = 0$

$$U \frac{\partial \zeta^{(1)}}{\partial x} - \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial z} = 0 \quad (\text{III.315})$$

$$U \frac{\partial \zeta^{(2)}}{\partial x} + \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial x} \frac{\partial \zeta^{(1)}}{\partial x} + \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial y} \frac{\partial \zeta^{(1)}}{\partial y} - \frac{\partial^2 \varphi^{(1)}}{\partial z^2} \zeta^{(1)} - \frac{\partial \varphi^{(2)}}{\partial z} = 0 \quad (\text{III.316})$$

Если применить подобную процедуру разложения по ε для условия постоянства давления, то

$$U \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial x} + g \zeta^{(1)} = 0 \quad (\text{III.317})$$

$$U \frac{\partial \varphi^{(2)}}{\partial x} + U \frac{\partial^2 \varphi^{(1)}}{\partial x \partial z} \zeta^{(1)} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial z} \right)^2 \right\} + g \zeta^{(2)} = 0 \quad (\text{III.318})$$

Дифференцируя (III.317) по x и вставляя в (III.315), находят

$$\frac{U^2}{g} \frac{\partial^2 \varphi^{(1)}}{\partial x^2} + \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial z} = 0 \quad (\text{III.319})$$

Это граничное условие удовлетворяется потенциалом $\varphi^{(1)}$ на плоскости $z = 0$. Затем, подставляя $\frac{\partial \zeta^{(2)}}{\partial x}$ из (III.316) и (III.317) в полученное после дифференцирования (III.318),

получают окончательное выражение

$$\begin{aligned} \frac{U^2}{g} \frac{\partial^2 \varphi^{(2)}}{\partial x^2} + \frac{\partial \varphi^{(2)}}{\partial z} = - \frac{U}{g} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left(\frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial z} \right)^2 \right\} + \\ + \frac{U}{g} \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial x} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{U^2}{g} \frac{\partial^2 \varphi^{(1)}}{\partial x^2} + \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (\text{III.320})$$

Это граничное условие для $\varphi^{(1)}$ на $z = 0$. Уравнение (III.320) совпадает с результатом Дж.Вегаузена, но отличается от результата В.Г.Сизова. Продолжая подобную процедуру, находят граничные условия на $z = 0$ для $\varphi^{(2)}$ и т.д. Их можно записать в виде

$$\frac{U^2}{g} \frac{\partial^2 \varphi^{(i)}}{\partial x^2} + \frac{\partial \varphi^{(i)}}{\partial z} = \gamma^{(i)}(x, y) \quad \text{на } z = 0, \quad (\text{III.321})$$

где $\gamma^{(i)}$ может быть выражена через производные $\varphi^{(1)}, \varphi^{(2)} \dots \varphi^{(i-1)}$.

Эти граничные условия удовлетворяются потенциалом скорости на каждой стадии аппроксимации, определенной на двух плоскостях $y = 0$ и $z = 0$ и являются линейными уравнениями. Если последующие члены для потенциала скорости известны до $\varphi^{(i-1)}$, следующий потенциал определяется решением краевой задачи, определенной уравнениями (III.313) и (III.321). Граничные условия (III.321) здесь имеют другую интерпретацию. Рассматривается распределение давлений, действующих на поверхности жидкости $z = \zeta$. Опуская квадратичные члены, которые отнесены к скорости возмущений в уравнении давления (III.300), и дифференцируя по x , получают

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho \left(U \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right). \quad (\text{III.322})$$

Используя уравнение

$$U \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0,$$

которое получено из (III.299), отбрасыванием квадратичных членов, находят

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho \left(U \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{g}{U} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right).$$

Следовательно, здесь есть отношение

$$\frac{U^2}{g} \frac{\partial^2 \varphi^{(i)}}{\partial x^2} + \frac{\partial \varphi^{(i)}}{\partial z} = - \frac{U}{\rho g} \frac{\partial p}{\partial x}. \quad (\text{III.323})$$

Сравнивая с ним (III.321), можно заметить, что (III.321) идентично линейризованному граничному условию, когда распределение давлений приложено к поверхности жидкости. Решение этой задачи было исследовано Е.Хогнером [14] и Т.Хавелоком [11] и было применено к теории плоских судов.

3. Решение краевой задачи и функция Грина

В предыдущей секции потенциал возмущений скорости для судна был разложен в ряды по B/L , и было найдено, что каждый член уравнения удовлетворяет линейным граничным условиям на плоскости $y = 0$ и $z = 0$. Теперь Х.Маруо рассматривает только симметричное судно, движущееся в плоскости симметрии. Определяется положительная функция $f(x, z)$ и записывается уравнение поверхности как

$$\left. \begin{aligned} y &= f(x, z), & y > 0 \\ y &= -f(x, z), & y < 0 \end{aligned} \right\}. \quad (\text{III.324})$$

Подводная часть корпуса, то есть смоченная поверхность, проектируется на ДП $y = 0$, контур которой S_c дан уравнением $z = \tau(x)$. Затем граничное условие на поверхности судна определяется в области $\tau(x) \leq z \leq \zeta(x, 0)$, а именно,

$$\left. \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial y} \right|_{y=0} = \frac{1}{2} q^{(i)}(x, z),$$

но $q^{(i)}$ отличается знаком на $y > 0$ и $y < 0$. Следовательно, граничное условие для $\varphi^{(i)}$ на S_c станет

$$\left. \begin{aligned} \left. \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial y} \right|_{y=+0} &= \frac{1}{2} q^{(i)}(x, z) \\ \left. \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial y} \right|_{y=-0} &= -\frac{1}{2} q^{(i)}(x, z) \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.325})$$

Есть другое граничное условие (III.321) на плоскости $z = 0$, такое

$$\frac{U^2}{g} \frac{\partial^2 \varphi^{(i)}}{\partial x^2} + \frac{\partial \varphi^{(i)}}{\partial z} = \gamma^{(i)}(x, y).$$

Чтобы решить эту краевую задачу, $\varphi^{(i)}$ делится на две части $\varphi_1^{(i)}$ и $\varphi_2^{(i)}$. $\varphi_1^{(i)}$ - гармоническая функция, которая удовлетворяет условию (III.325) на S_c и удовлетворяет другому условию

$$\frac{U^2}{g} \frac{\partial^2 \varphi_1^{(i)}}{\partial x^2} + \frac{\partial \varphi_1^{(i)}}{\partial z} = 0 \quad (\text{III.326})$$

на плоскости $z = 0$ $\varphi_2^{(i)}$ - другая гармоническая функция, для которой

$$\frac{\partial \varphi_2^{(i)}}{\partial y} = 0 \quad (\text{III.327})$$

на $y = 0$ и удовлетворяет граничному условию

$$\frac{U^2}{g} \frac{\partial^2 \varphi_2^{(i)}}{\partial x^2} + \frac{\partial \varphi_2^{(i)}}{\partial z} = \gamma^{(i)}(x, y). \quad (\text{III.328})$$

на $z = 0$. Можно легко найти, что сумма этих функций

$$\varphi^{(i)} = \varphi_1^{(i)} + \varphi_2^{(i)} \quad (\text{III.329})$$

удовлетворяет требуемым граничным условиям на обеих плоскостях. Условие на бесконечности вместе с условием рассеяния должно быть удовлетворено. Первая функция $\varphi_1^{(i)}$ подобна решению Мичелла для линеаризованного потенциала для узкого судна и подробно рассмотрена Т.Хавелоком [13], А.Питерсом и Дж.Стокером [19] и другими исследователями. Чтобы найти их, Маруо определяет функцию Грина $G(x, y, z; x', y', z')$ в пространстве $y > 0, z < 0$. Для этого должны быть удовлетворены следующие условия

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 G_1 = 0 & \quad \leftrightarrow \quad z < 0, \quad \frac{\partial G_1}{\partial y} = \frac{1}{2} \delta(x - x', z - z') \quad \leftrightarrow \quad y = +0, \\ \frac{U^2}{g} \frac{\partial^2 G_1}{\partial x^2} + \frac{\partial G_1}{\partial z} = 0 & \quad \leftrightarrow \quad z = -0, \\ G_1 \rightarrow 0 & \quad \leftrightarrow \quad \sqrt{x^2 + y^2} = \infty, \quad z = -\infty, \quad \sqrt{x} G_1 \rightarrow 0, \quad x \rightarrow -\infty, \end{aligned} \right\} (\text{III.330})$$

где $\delta(x-x', z-z')$ - дельта-функция Дирака для двух переменных. Тогда потенциальная функция $\varphi_1^{(i)}$ выражается в виде

$$\varphi_1^{(i)} = \iint_{S_c} q^{(i)}(x', z') G_1(x, y, z; x', 0, z') dx' dz'. \quad (\text{III.331})$$

Затем Х.Маруо определяет другую функцию Грина $G_2(x, y, z; x', y', z')$ в нижнем полупространстве $z \leq 0$, чтобы найти функцию $\varphi_2^{(i)}$. Условия, которым удовлетворяет функция G_2 , имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 G_2 = 0 & \quad \leftrightarrow \quad z < 0, \quad \frac{\partial G_2}{\partial y} = 0 \quad \leftrightarrow \quad y = 0, \\ \frac{U^2}{g} \frac{\partial^2 G_2}{\partial x^2} + \frac{\partial G_2}{\partial z} = \delta(x - x', z - z') & \quad \leftrightarrow \quad z = -0, \\ G_2 \rightarrow 0 & \quad \subset \quad \sqrt{x^2 + y^2} = \infty \quad \leftrightarrow \quad z = -\infty, \\ \sqrt{x} G_2 \rightarrow 0 & \quad \subset \quad x \rightarrow -\infty. \end{aligned} \right\} (\text{III.332})$$

Затем потенциальная функция $\varphi_2^{(i)}$ выражается в виде

$$\varphi_2^{(i)} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \gamma^i(x', y') G_2(x, y, z; x', y', 0) dx' dy'. \quad (\text{III.333})$$

Поскольку

$$\varphi = \varepsilon \varphi^{(1)} + \varepsilon^2 \varphi^{(2)} + \varepsilon^3 \varphi^{(3)} + \dots,$$

можно записать

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= \varphi_1 + \varphi_2, \\ \varphi_1 &= \varepsilon \varphi_1^{(1)} + \varepsilon^2 \varphi_1^{(2)} + \varepsilon^3 \varphi_1^{(3)} + \dots, \\ \varphi_2 &= \varepsilon \varphi_2^{(1)} + \varepsilon^2 \varphi_2^{(2)} + \varepsilon^3 \varphi_2^{(3)} + \dots \end{aligned} \right\}, \quad (\text{III.334})$$

Используя выражения (III.331) и (III.333) для $\varphi_1^{(i)}$ и $\varphi_2^{(i)}$ и записывая

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon q^{(1)} + \varepsilon^2 q^{(2)} + \varepsilon^3 q^{(3)} + \dots &= Q(x, z), \\ \varepsilon \gamma^{(1)} + \varepsilon^2 \gamma^{(2)} + \varepsilon^3 \gamma^{(3)} + \dots &= \Gamma(x, y), \end{aligned} \right\}, \quad (\text{III.335})$$

получают

$$\varphi_1 = \iint_{S_c} Q(x', z') G_1(x, y, z; x', 0, z') dx' dz', \quad (\text{III.336})$$

$$\varphi_2 = \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \Gamma(x', y') G_2(x, y, z; x', y', 0) dx' dy'. \quad (\text{III.337})$$

Значения z в S_c интеграла (III.336)

$$\tau(x) \leq z \leq \zeta(x, 0),$$

и $\tau(x)$ может быть разложено по ε в виде

$$\tau(x) = \tau^{(0)} + \varepsilon \tau^{(1)} + \varepsilon^2 \tau^{(2)} + \varepsilon^3 \tau^{(3)} + \dots \quad (\text{III.338})$$

Здесь выражение для $\zeta(x, 0)$ дано в (III.314)

$$\zeta(x, 0) = \varepsilon \zeta^{(1)}(x, 0) + \varepsilon^2 \zeta^{(2)}(x, 0) + \varepsilon^3 \zeta^{(3)}(x, 0) + \dots$$

Следовательно, φ_1 дальше выражается как

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \int_L \int_{\tau(x)}^{\zeta(x, 0)} Q(x', z') G_1(x, y, z; x', 0, z') dx' dz' = \int_L \int_{\tau^{(0)}}^0 Q(x', z') G_1(x, y, z; x', 0, z') dx' dz' - \\ &- \varepsilon \int_{L_0} \tau^{(1)}(x') Q(x', \tau^{(0)}) G_1(x, y, z; x', 0, \tau^{(0)}) dx' + \varepsilon \int_{L_0} \zeta^{(1)}(x', 0) Q(x', 0) G_1(x, y, z; x', 0, 0) dx' + \dots \end{aligned} \quad (\text{III.339})$$

где L длина ватерлинии, когда судно в движении, и L_0 , когда в покое.

Теперь первое приближение для потенциала скорости становится

$$\varphi^{(1)} = \int_{L_0} \int_{\tau(x)}^0 q_1(x', z') G_1(x, y, z; x', 0, z') dx' dz' \quad (\text{III.340})$$

и второе приближение станет

$$\begin{aligned} \varphi^{(2)} &= \int_{L_0} \int_{\zeta^{(0)}}^0 q^{(2)}(x', z') G_1(x, y, z; x', 0, z') dx' dz' - \\ &- \int_{L_0} \tau(x') q^{(1)}(x', \tau^{(0)}) G_1(x, y, z; x', 0, \tau^{(0)}) dx' + \\ &+ \int_{L_0} \zeta^{(1)}(x', 0) q^{(1)}(x', 0) G_1(x, y, z; x', 0, 0) dx' + \\ &+ \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \gamma^{(2)}(x', y') G_2(x, y, z; x', y', 0) dx' dy', \end{aligned} \quad (\text{III.341})$$

где

$$q^{(1)} = 2U \frac{\partial f_1}{\partial x} \quad (\text{III.342})$$

$$q^{(2)} = -2U \left\{ h^{(1)} \frac{\partial^2 f_1}{\partial x \partial z} - \psi^{(1)} \left(\frac{\partial f_1}{\partial z} - z \frac{\partial^2 f_1}{\partial x^2} + x \frac{\partial^2 f_1}{\partial x \partial z} \right) \right\} +$$

$$+ 2 \left(\frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial x} \frac{\partial f_1}{\partial x} + \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial z} \frac{\partial f_1}{\partial z} - \frac{\partial^2 \varphi^{(1)}}{\partial y^2} f_1 \right)_{y=0} \quad (\text{III.343})$$

$$\gamma^{(2)} = \frac{1}{U} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left(\frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial z} \right)^2 \right\}_{z=0} +$$

$$+ \frac{1}{U} \left[\frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial x} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{U^2}{g} \frac{\partial^2 \varphi^{(1)}}{\partial x^2} + \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial z} \right) \right]_{z=0} \quad (\text{III.344})$$

Первая функция Грина была получена А.Питерсом и Дж.Стокером и эквивалентна волновому источнику Т.Хавелока.

Если

$$\left. \begin{aligned} r &= \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}, \\ r' &= \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z+z')^2}, \\ g/U^2 &= K_o \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.345})$$

и потенциал волнового источника дается в виде

$$G(x, y, z; x', y', z') = \frac{1}{r} - \frac{1}{r'} -$$

$$- \frac{2K_o}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sec^2 \theta d\theta \int_0^\infty e^{k(z+z')} \frac{\cos[k \cos \theta (x-x')] \cos[k \sin \theta (y-y')]}{k - K_o \sec^2 \theta} dk + \quad (\text{III.346})$$

$$+ 2K_o \int_{-\pi/2}^{\pi/2} e^{K_o \sec^2 \theta (z+z')} \sin[K_o \sec \theta (x-x')] \cos[K_o \sec^2 \theta \sin \theta (y-y')] \sec^2 \theta d\theta$$

Эта функция удовлетворяет условию на бесконечности вместе с условием рассеяния. Можно легко доказать, что

$$G_1(x, y, z; x', y', z') = -\frac{1}{4\pi} G(x, y, z; x', y', z') \quad (\text{III.347})$$

удовлетворяет всем условиям, требуемым для G_1 . Можно показать, что функция G_2 также получается из потенциала волнового источника.

Х.Маруо рассматривает функцию в виде интеграла

$$\Phi = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma(x', y') G(x, y, z; x', y', 0) dx' dy'. \quad (\text{III.348})$$

Эта функция гармоническая в нижнем полупространстве

$$\nabla^2 \Phi = 0 \quad \text{при } z < 0.$$

Так как предполагается, что $\Gamma(x, y)$ симметрична относительно y , то Φ также симметрична, так что

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y} = 0 \quad \text{на } y = 0$$

Справедливо отношение

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + K_o \frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{2K_o}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma(x', y') dx' dy' \times$$

$$\times \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\theta \int_0^\infty \cos\{k \cos \theta (x-x')\} \cos\{k \sin \theta (y-y')\} k dk \quad (\text{III.349})$$

Преобразуя переменные интегрирования в виде $k \cos \theta = \alpha$, $k \sin \theta = \beta$ по теореме Фурье получается

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + K_0 \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 4\pi K_0 \Gamma(x, y) \quad \text{или} \quad \frac{U^2}{g} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 4\pi \Gamma(x, y).$$

Подстановкой $G_2(x, y, z; x', y', z') = \frac{1}{2\pi} G(x, y, z; x', y', z')$ в (III.337) легко доказать, что

$$\begin{aligned} \Phi_2 &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma(x', y') G_2(x, y, z; x', y', 0) dx' dy' = \\ &= \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma(x', y') G(x, y, z; x', y', 0) dx' dy' \end{aligned} \quad (\text{III.350})$$

удовлетворяет условиям для Φ_2 . Отсюда получается окончательное решение

$$\begin{aligned} \varphi &= \varphi_1 + \varphi_2 = -\frac{1}{4\pi} \iint_{S_c} Q(x', z') G(x, y, z; x', 0, z') dx' dz' + \\ &+ \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma(x', y') G(x, y, z; x', y', 0) dx' dy' \end{aligned} \quad (\text{III.351})$$

Тогда можно заключить, что движение жидкости, вызванное распределением волновых источников по плоскостям $y=0$ и $z=0$, является точным решением нелинейной краевой задачи и может быть представлено в виде степенных рядов по B/L .

Первое приближение для потенциала скорости

$$\varphi^{(1)} = -\frac{U}{2\pi} \iint_{S_c} \frac{\partial f_1(x', z')}{\partial x} G(x, y, z; x', 0, z') dx' dz' \quad (\text{III.352})$$

где S_0 – ДП судна в покое. Эта формула совпадает с классическим решением Мичелла. Применяя отношение

$$\tau^{(1)} = h^{(1)} - \psi^{(1)} x - \psi^{(1)} \tau^{(0)} \partial \tau^{(0)} / \partial x \quad (\text{III.353})$$

получают вторую аппроксимацию в виде

$$\begin{aligned} \varphi^{(2)} &= -\frac{1}{2\pi} \iint_{S_0} \left[U \left\{ -h^{(1)} \frac{\partial^2 f_1}{\partial x \partial z} + \psi^{(1)} \left(\frac{\partial f_1}{\partial z} - z \frac{\partial^2 f_1}{\partial x^2} + x \frac{\partial^2 f_1}{\partial x \partial z} \right) \right\} + \right. \\ &+ \left. \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial x} \frac{\partial f_1}{\partial x} + \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial z} \frac{\partial f_1}{\partial z} - \frac{\partial^2 \varphi^{(1)}}{\partial y^2} f_1^2 \right]_{(x', 0, z')} G(x, y, z; x', 0, z') dx' dz' + \\ &+ \frac{U}{2\pi} \int_{L_0} \left(h^{(1)} - \psi^{(1)} x' - \psi^{(1)} \tau^{(0)}(x') \frac{\partial \tau^{(0)}}{\partial x'} \right) \frac{\partial f_1(x', \tau^{(0)})}{\partial x'} G(x, y, z; x', 0, \tau^{(0)}) dx' + \\ &+ \frac{U^2}{2\pi g} \int_{L_0} \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial x} \frac{\partial f_1}{\partial x} \Big|_{(x', 0, 0)} G(x, y, z; x', 0, 0) dx' - \frac{1}{4\pi K_0} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left(\frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial z} \right)^2 \right\} - \right. \\ &\left. - \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial x} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{U^2}{g} \frac{\partial^2 \varphi^{(1)}}{\partial x^2} + \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial z} \right) \right]_{(x', y', 0)} G(x, y, z; x', y', 0) dx' dy' \end{aligned} \quad (\text{III.354})$$

В этом выражении $h^{(1)}$ и $\varphi^{(1)}$ определены из уравнения сил и моментов. Далее Маруо определяет первое и второе приближения для вертикальной силы и момента.

Вертикальная сила давлений жидкости

$$F_z = -\iint_{S_c} (p - p_0) n_z ds = 2 \iint_{S_c} (p - p_0) \frac{\partial f}{\partial z} dx dz. \quad (\text{III.355})$$

Здесь есть отношение,

$$p - p_o = -\rho U \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{1}{2} \rho \left\{ \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 \right\} - \rho g z, \quad (\text{III.356})$$

данное уравнением Бернулли. Раскладывая силу по ε в виде

$$F_z = \varepsilon F^{(1)} + \varepsilon^2 F^{(2)} + \varepsilon^3 F^{(3)} + \dots, \quad (\text{III.357})$$

получают первое приближение в виде

$$F^{(1)} = -2\rho g \iint_{S_0} z \frac{\partial f_1}{\partial z} dx dz = 2\rho g \iint_{S_0} f_1 dx dz = \rho g V, \quad (\text{III.358})$$

где V – объем вытеснения. Второе приближение дается в виде

$$\begin{aligned} F^{(2)} &= -2\rho U \iint_{S_o} \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial x} \frac{\partial f_1}{\partial z} dx dz - 2\rho g \int_{L_0} (h^{(1)} - \psi^{(1)} x + \zeta^{(1)}) f_1(x, 0) dx = \\ &= -2\rho U \iint_{S_o} \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial x} \frac{\partial f_1}{\partial z} dx dz + 2\rho U \int_{L_o} \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial x} \Big|_{z=0} f_1 dx - \\ &- 2\rho g \int_{L_o} (h^{(1)} - \psi^{(1)} x) f_1(x, 0) dx = 2\rho U \iint_{S_o} \frac{\partial^2 \varphi^{(1)}}{\partial x^2} \Big|_{y=0} f_1 dx dz - \rho g h^{(1)} A + 2\rho g \psi^{(1)} x_o A, \end{aligned} \quad (\text{III.359})$$

где A – площадь ватерлинии и x_o – это x – координата центра величины. Если начало выбрано в центре величины для простоты, то $x_o = 0$. Из условия равновесия $F^{(2)} = 0$, тогда

$$h^{(1)} = \frac{2U}{gA} \iint_{S_0} \frac{\partial^2 \varphi^{(1)}}{\partial x^2} \Big|_{y=0} f_1 dx dz \quad (\text{III.360})$$

Момент давления относительно оси y имеет вид

$$M_y = -\iint_{S_c} p(n_x z - n_z x) ds = 2 \iint_{S_c} p \left(\frac{\partial f}{\partial x} z - \frac{\partial f}{\partial z} x \right) dx dz \quad (\text{III.361})$$

Применяя выражение

$$M_y = \varepsilon M^{(1)} + \varepsilon^2 M^{(2)} + \varepsilon^3 M^{(3)} + \dots, \quad (\text{III.362})$$

получают первое приближение

$$M^{(1)} = 2\rho g \iint_{S_0} \frac{\partial f_1}{\partial z} x z dx dz = -2\rho g \iint_{S_0} f_1 x dx dz = -\rho g x_B V, \quad (\text{III.363})$$

где x_B – координата центра равновесия. Второе приближение имеет вид

$$\begin{aligned} M^{(2)} &= -2\rho U \iint_{S_o} \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial x} \left(z \frac{\partial f_1}{\partial x} - x \frac{\partial f_1}{\partial z} \right) dx dz + \\ &+ 2\rho g \iint_{S_o} \left\{ h^{(1)} \frac{\partial f_1}{\partial z} + \psi^{(1)} \left(z \frac{\partial f_1}{\partial x} - x \frac{\partial f_1}{\partial z} \right) \right\} x dx dz + 2\rho g \int_{L_o} \zeta^{(1)} f_1 x dx = \\ &= 2\rho U \iint_{S_o} \left(z \frac{\partial^2 \varphi^{(1)}}{\partial x^2} - x \frac{\partial^2 \varphi^{(1)}}{\partial x \partial z} \right) f_1 dx dz + 2\rho g h^{(1)} \int_{L_o} f_1 x dx - \\ &- 2\rho g \psi^{(1)} \left(\iint_{S_o} f_1 z dx dz + \int_{L_o} f_1 x^2 dx \right) = \\ &= 2\rho U \iint_{S_o} \left(z \frac{\partial^2 \varphi^{(1)}}{\partial x^2} - x \frac{\partial^2 \varphi^{(1)}}{\partial x \partial z} \right) f_1 dx dz + \rho g h^{(1)} A x_o - \rho g \psi^{(1)} (V z_B + I_w), \end{aligned} \quad (\text{III.364})$$

где z_B – координата центра равновесия и I_w – момент инерции площади ватерлинии относительно оси y . Если координаты центра тяжести судна $(x_G, 0, z_R)$, момент сил гравитации относительно y в каждом положении станет

$$M_G = \rho g V \{x_G \cos \psi + (z_G + h) \sin \psi\} \quad (\text{III.365})$$

После разложения по ε уравнение момента равновесия станет

$$\left. \begin{aligned} M^{(1)} + \rho g V x_G &= 0 \\ M^{(2)} + \rho g V z_G \psi^{(1)} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.366})$$

Полагая $x_0 = 0$, имеем

$$x_B = x_G$$

$$2\rho U \iint_{S_0} \left(z \frac{\partial^2 \varphi^{(1)}}{\partial x^2} - x \frac{\partial^2 \varphi^{(1)}}{\partial x \partial z} \right) f_1 dx dz - \rho g V \psi^{(1)} \left(z_B - z_G + \frac{I_w}{V} \right) = 0, \quad (\text{III.367})$$

Когда продольная метацентрическая высота определена

$$l_M = z_B - z_G + \frac{I_w}{V}, \quad (\text{III.368})$$

угол дифферента дается в виде

$$\psi^{(1)} = \frac{2U}{gl_M V} \iint_{S_0} \left(z \frac{\partial^2 \varphi^{(1)}}{\partial x^2} - x \frac{\partial^2 \varphi^{(1)}}{\partial x \partial z} \right) f_1 dx dz \quad (\text{III.369})$$

4. Волновое сопротивление, полученное из анализа количества движения

Волновое сопротивление, испытываемое судном, дается интегралом от давлений жидкости по поверхности судна

$$R = - \iint_{S_c} (p - p_0) n_x ds = \iint_{S_c} (p - p_0) \frac{\partial f}{\partial x} dx dz \quad (\text{III.370})$$

Мичелл получил свою формулу этим путем. Подставляя уравнение (III.356) в члены давления в (III.370) и раскладывая по ε , получают приближения волнового сопротивления на каждом этапе. В случае первого приближения результат по этому методу не очень усложнен и совпадает с результатами, полученными другими методами, такими, как анализ энергии. Однако второе приближение, данное интегралом давления, станет очень сложным. В примененном ХМаруо методе анализа количества движения контрольные поверхности предполагаются расположенными на бесконечном расстоянии от судна.

Рассматриваются две вертикальные плоскости, перпендикулярные к равномерному потоку, на большом расстоянии перед и за судном. Вся контрольная поверхность состоит из этих плоскостей, подводной поверхности судна, части свободной поверхности, находящейся между поверхностью судна и контрольными плоскостями и дна водоема. Теорема о количестве движения применяется к жидкости, находящейся вне этих поверхностей, и даёт уравнение для горизонтальной силы, которая является волновым сопротивлением

$$R = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^0 \rho U^2 dy dz - \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\zeta} \rho (U^2 + u^2 - v^2 - w^2) dy dz + \frac{1}{2} \rho g \int_{-\infty}^{\infty} \zeta^2 dy. \quad (\text{III.371})$$

Второй и третий члены - интегралы по вертикальной плоскости на бесконечности вниз по течению, то есть при $x \rightarrow \infty$. Это выражение, благодаря условию непрерывности потока, такое

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^0 \rho U dy dz - \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\zeta} \rho u dy dz = 0 \quad (\text{III.372})$$

Используя это уравнение в первом члене (III.371), получают

$$R = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\zeta} \rho \{v^2 + w^2 - (u - U)^2\} dy dz + \frac{1}{2} \rho g \int_{-\infty}^{\infty} \zeta^2 dy \quad (\text{III.373})$$

Введя потенциал скорости, можно эту формулу записать в виде

$$R = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\zeta} \rho \left\{ \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 - \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 \right\} dy dz + \frac{1}{2} \rho g \int_{-\infty}^{\infty} \zeta^2 dy. \quad (\text{III.374})$$

Так как условие давления на свободной поверхности (III.301), то

$$\zeta = -\frac{1}{g} \left[U \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 \right\} \right]. \quad (\text{III.375})$$

Правая сторона формулы (III.374) может быть выражена в зависимости от скорости возмущений. Как видно в (III.351), потенциал скорости возмущений выражен с помощью распределения волновых источников. Следовательно, интегралы определяются асимптотическими значениями потенциала волновых источников G , определенных (III.346) на $x \rightarrow \infty$. Асимптотическое поведение волнового источника хорошо известно и исчезает в соответствии с порядком $(x^2 + y^2)^{-1/4}$, когда $x \rightarrow +\infty$. Скорости возмущений так же ведут себя на большом расстоянии вниз по течению. Так как последний член в (III.374) квадратичный, он уменьшается как $(x^2 + y^2)^{-1/2}$. Интегрирование по поверхности берется на бесконечном расстоянии, квадратичные члены дают конечное значение, в то время как члены высшего порядка скорости возмущений исчезают, когда $x \rightarrow \infty$, так что в (III.374) нужно оставить только квадратичные члены. Отсюда получается значение

$$R = \frac{\rho}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\zeta} \left\{ \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 - \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 \right\} dy dz + \frac{\rho U^2}{2g} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 \Big|_{z=0} dy. \quad (\text{III.376})$$

Асимптотическое выражение функции Грина G на $x \rightarrow \infty$

$$G \approx 4K_0 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} e^{k \sec^2 \theta (z+z')} \sin \{K_0 \sec \theta (x-x')\} \cos \{K_0 \sec^2 \theta \sin \theta (y-y')\} \sec^2 \theta d\theta. \quad (\text{III.377})$$

Подстановка этого выражения в (III.351) даёт асимптотическое выражение φ в виде

$$\varphi \approx -\frac{K_0}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left\{ (P_1 + P_2) \sin(K_0 p \sec^2 \theta) - (Q_1 + Q_2) \cos \{K_0 p \sec^2 \theta\} \right\} e^{K_0 z \sec^2 \theta} \sec^2 \theta d\theta, \quad (\text{III.378})$$

где

$$\left. \begin{aligned} P_1 \\ P_2 \end{aligned} \right\} \approx \iint_{S_0} Q(x, z) e^{K_0 z \sec^2 \theta} \begin{cases} \cos \\ \sin \end{cases} (K_0 x \sec \theta) dx dz, \quad (\text{III.379})$$

$$\left. \begin{aligned} Q_1 \\ Q_2 \end{aligned} \right\} \approx -\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma(x, z) \cos(K_0 y \sec^2 \theta \sin \theta) \begin{cases} \cos \\ \sin \end{cases} (K_0 x \sec \theta) dx dy, \quad p = x \cos \theta + y \sin \theta.$$

Выведенную по теореме Фурье, получают

$$\int_{-\infty}^{\infty} [F(y)]^2 dy = \pi \int_0^{\infty} (F_1^2 + F_2^2) du, \text{ если } F(y) = \int_0^{\infty} (F_1 \cos uy + F_2 \sin uy) du,$$

окончательно получается формула для R_w

$$R_w = \frac{\rho K_0^2}{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left\{ (P_1 + P_2)^2 + (Q_1 + Q_2)^2 \right\} \sec^3 \theta d\theta. \quad (\text{III.380})$$

Используя выражения

$$Q = \varepsilon q^{(1)} + \varepsilon^2 q^{(2)} + \varepsilon^3 q^{(3)} + \dots,$$

$$\Gamma = \varepsilon \gamma^{(1)} + \varepsilon^2 \gamma^{(2)} + \varepsilon^3 \gamma^{(3)} + \dots$$

может быть получено приближение любого порядка. Для первого приближения

$$q^{(1)} = 2U \frac{\partial f_1}{\partial x}, \quad \gamma^{(1)} = 0, \quad (III.381)$$

$$R_1 = \varepsilon^2 \frac{2\rho g}{\pi U^2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left\{ P^{(1)2} + Q^{(1)2} \right\} \sec^3 \theta d\theta, \quad (III.382)$$

где

$$\begin{cases} P^{(1)} \\ Q^{(1)} \end{cases} = \iint_{S_0} \frac{\partial f_1}{\partial x} e^{K_0 z \sec^2 \theta} \begin{cases} \cos \\ \sin \end{cases} (K_0 x \sec \theta) dx dz. \quad (III.383)$$

Это идентично варианту Т.Хавелока формулы Мичелла. Вторая аппроксимация имеет порядок ε^3 . Повторяя (III.343) и (III.344)

$$q^{(2)} = -2U \left\{ h^{(1)} \frac{\partial^2 f_1}{\partial x \partial z} - \psi^{(1)} \left(\frac{\partial f_1}{\partial z} - z \frac{\partial^2 f_1}{\partial x^2} + x \frac{\partial^2 f_1}{\partial x \partial z} \right) \right\} + 2 \left(\frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial x} \frac{\partial f_1}{\partial x} + \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial z} \frac{\partial f_1}{\partial z} - \frac{\partial^2 \varphi^{(1)}}{\partial y^2} f_1 \right)_{y=0}, \quad (III.384)$$

$$\gamma^{(2)} = \frac{1}{U} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left(\frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial z} \right)^2 \right\}_{z=0} + \frac{1}{U} \left[\frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial x} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{U^2}{g} \frac{\partial^2 \varphi^{(1)}}{\partial x^2} + \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial z} \right) \right]_{z=0}, \quad (III.385)$$

ПОЛОЖИВ

$$\begin{aligned} P^{(2)} = & \iint_{S_0} q^{(2)} e^{K_0 z \sec^2 \theta} \cos(K_0 x \sec \theta) dx dz - \\ & - 2U \int_{L_0} (h^{(1)} - \psi^{(1)} x' - \psi^{(1)} \tau^{(0)} \frac{\partial \tau^{(0)}}{\partial x}) \frac{\partial f_1(x, \tau^{(0)})}{\partial x} e^{K_0 \tau^{(0)} \sec^2 \theta} \cos(K_0 x \sec \theta) dx - \\ & - \frac{2U^2}{g} \int_{L_0} \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial x} \frac{\partial f_1}{\partial x} \Big|_{y=z=0} \cos(K_0 x \sec \theta) dx - \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \gamma^{(2)} \cos(K_0 x \sec \theta) \sin(K_0 y \sec^2 \theta \sec \theta) dx dy, \end{aligned} \quad (III.386)$$

$$\begin{aligned} Q^{(2)} = & \iint_{S_0} q^{(2)} e^{K_0 z \sec^2 \theta} \sin(K_0 x \sec \theta) dx dz - \\ & - \frac{2U^2}{g} \int_{L_0} (h^{(1)} - \psi^{(1)} x' - \psi^{(1)} \tau^{(0)} \frac{\partial \tau^{(0)}}{\partial x}) \frac{\partial f_1(x, \tau^{(0)})}{\partial x} e^{K_0 \tau^{(0)} \sec^2 \theta} \sin(K_0 x \sec \theta) dx - \\ & - \frac{2U^2}{g} \int_{L_0} \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial x} \frac{\partial f_1}{\partial x} \Big|_{y=z=0} \sin(K_0 x \sec \theta) dx - \\ & - \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \gamma^{(2)} \sin(K_0 x \sec \theta) \cos(K_0 y \sec^2 \theta \sec \theta) dx dy, \end{aligned} \quad (III.387)$$

тогда второе приближение для R_w дается в виде

$$R_2 = \varepsilon^3 \frac{2\rho g^2}{\pi U^3} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left\{ P^{(1)} P^{(2)} + Q^{(1)} Q^{(2)} \right\} \sec^3 \theta d\theta \quad (III.388)$$

5. Волновое сопротивление, полученное по теореме Лагалли

Рассматривается погруженное узкое тело, В.Г.Сизов применил теорему Лагалли к расчёту сил, действующих на судно, но эта теорема действительна для замкнутого тела, так что её применение к открытой поверхности такой, как плавающее судно, не кажется рациональным. Если рассматривается полностью погруженное тело, теорема Лагалли станет приемлемой, и силы, действующие на него, определяются действием жидкости на источники, которые генерируют тело.

Рассмотрим источник напряжения m в потоке жидкости, скорость потока в месте расположения источника v . Тогда сила, действующая на источник, дается в виде

$$\mathbf{F} = -4\pi\rho m\bar{v} \quad (\text{III.389})$$

Если тело генерируется системой источников, и скорость жидкости на каждом источнике v_i , то сила, действующая на тело, равна

$$\mathbf{F} = -4\pi\rho\sum m_i\bar{v}_i \quad (\text{III.390})$$

и момент дается в виде

$$\mathbf{M} = 4\pi\rho\sum m_i\bar{v}_i \times \bar{r}_i. \quad (\text{III.391})$$

где \mathbf{r}_i - вектор координат каждого источника. Источники, генерирующие тело, распределены по вертикальной плоскости S_c с напряжениями $Q/4\pi$. Внутренние скорости поля даются в виде

$$\mathbf{U} + \text{grad}\left(\varphi - \frac{1}{4\pi} \iint_{S_c} Q(x', z') \frac{1}{r} dx' dz'\right) = \mathbf{U} + \text{grad}\varphi' \quad (\text{III.392})$$

Здесь есть условие

$$\iint_{S_c} Q dx dz = 0,$$

потому что тело замкнуто.

Следовательно, сопротивление дается в виде

$$R = -\rho \iint_{S_c} Q \frac{\partial \varphi'}{\partial x} dx dz \quad (\text{III.393})$$

и вертикальная сила

$$F_z = -\rho \iint_{S_c} Q \frac{\partial \varphi'}{\partial z} dx dz, \quad (\text{III.394})$$

в то время, как момент относительно оси y получается в виде

$$M_y = -\rho \iint_{S_c} Q \left(x \frac{\partial \varphi'}{\partial z} - zU - z \frac{\partial \varphi'}{\partial x} \right) dx dz. \quad (\text{III.395})$$

Вводя выражение (III.351) для потенциала скорости и положив

$$G = \frac{1}{r} + G', \quad (\text{III.396})$$

Получают

$$\begin{aligned} R &= \frac{\rho}{4\pi} \iint_{S_c} Q(x, z) dx dz \iint_{S_c} Q(x', z') \frac{\partial}{\partial x} G'(x, 0, z; x', 0, z') dx' dz' - \\ &- \iint_{S_c} Q(x, z) dx dz \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(x', y') \frac{\partial}{\partial x} G(x, 0, z; x', y', 0) dx' dy' \end{aligned} \quad (\text{III.397})$$

$$\begin{aligned} F_z &= \frac{\rho}{4\pi} \iint_{S_c} Q(x, z) dx dz \iint_{S_c} Q(x', z') \frac{\partial}{\partial z} G'(x, 0, z; x', 0, z') dx' dz' - \\ &- \iint_{S_c} Q(x, z) dx dz \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma(x', y') \frac{\partial}{\partial z} G(x, 0, z; x', y', 0) dx' dy'. \end{aligned} \quad (\text{III.398})$$

$$\begin{aligned}
 M_y = & \frac{\rho}{4\pi} \left\{ U \iint_{S_c} Q(x, z) dx dz + \iint_{S_c} Q(x, z) dx dz \iint_{S_c} Q(x', z') \frac{\partial}{\partial x} G'(x, 0, z; x', 0, z') dx' dz' - \right. \\
 & - \iint_{S_c} Q(x, z) dx dz \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma(x', y') \frac{\partial}{\partial x} G(x, 0, z; x, y', 0) dx' dy' - \\
 & - \iint_{S_c} Q(x, z) dx dz \iint_{S_c} Q(x', z') \frac{\partial}{\partial z} G'(x, 0, z; x', 0, z') dx' dz' + \\
 & \left. + \iint_{S_c} Q(x, z) dx dz \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma(x', y') \frac{\partial}{\partial z} G(x, 0, z; x, y', 0) dx' dy' \right\}.
 \end{aligned} \tag{III.399}$$

Вводится выражение функции Грина для первого приближения R_w

$$R_1 = \varepsilon^2 \frac{2\rho g^2}{\pi U^2} \iint_{S_o} \frac{\partial f_1}{\partial x} dx dz \iint_{S_o} \frac{\partial f_1}{\partial x'} dx' dz' \int_{-\pi/2}^{\pi/2} e^{K_o \sec^2 \theta (z+z')} \cos[K_o \sec \theta (x-x')] \sec^3 \theta d\theta. \tag{III.400}$$

Очевидно, что это идентично (III.382) и формуле Мичелла.

Выражение для второго приближения сложнее. Чтобы упростить его рассмотрение, делается предположение, что погруженное тело фиксировано, так что

$$S_c = S_o, \quad \tau(x) = \tau^0(x). \tag{III.401}$$

Уравнение (III.397) дает второе приближение для R в зависимости от ε^3

$$\begin{aligned}
 R_2 = & \varepsilon^3 \frac{\rho}{4\pi} \left\{ \iint_{S_c} q^{(1)}(x, z) dx dz \iint_{S_c} q^{(2)}(x', z') \frac{\partial}{\partial x} G'(x, 0, z; x', 0, z') dx' dz' + \right. \\
 & + \iint_{S_c} q^{(2)}(x, z) dx dz \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} q^{(1)}(x', y') \frac{\partial}{\partial x} G(x, 0, z; x', 0, z') dx' dz' - \\
 & \left. - \iint_{S_c} q^{(1)}(x, z) dx dz \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \gamma^{(2)}(x', y') \frac{\partial}{\partial x} G'(x, 0, z; x', y', 0) dx' dy' \right\}
 \end{aligned} \tag{III.402}$$

Введя выражение для функции Грина и выполнив преобразования, получают

$$\begin{aligned}
 R_2 = & \varepsilon^3 \frac{\rho g^3}{4\pi U^4} \left\{ 2 \iint_{S_o} q^{(1)}(x, z) dx dz \iint_{S_o} q^{(2)}(x', z') dx' dz' \int_{-\pi/2}^{\pi/2} e^{K_o \sec^2 \theta (z+z')} \times \right. \\
 & \times \cos[K_o \sec \theta (x-x')] \sec^3 \theta d\theta - \frac{U^2}{\pi g} \iint_{S_o} q^{(1)}(x, z) dx dz \int_{-\infty}^{\infty} \gamma^{(2)}(x', y') dx' dy' \times \\
 & \times \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sec \theta d\theta \int e^{kz} \frac{\sin\{k \cos \theta (x-x')\} \cos(ky' \sin \theta)}{k - K_o \sec^2 \theta} k dk - \iint_{S_o} q^{(1)}(x, z) dx dz \int_{-\infty}^{\infty} \gamma^{(2)}(x', y') dx' dy' \times \\
 & \left. \times \int_{-\pi/2}^{\pi/2} e^{K_o \sec^2 \theta} \cos\{K_o \sec \theta (x-x')\} \times \cos(K_o y' \sec^2 \theta \sin \theta) \sec^3 \theta d\theta \right\}.
 \end{aligned} \tag{III.403}$$

Если изменить переменные интегрирования таким путём, что $\sec \theta = \lambda$ в первом интеграле и

$$k \cdot \cos \theta = K_o p, \quad k \cdot \sin \theta = K_o m$$

во втором интеграле, можно найти, что написанное выше выражение отличается от результата В.Г.Сизова третьим интегралом, за исключением некоторых постоянных. Это происходит благодаря тому, что есть разница в функции Грина G . Формула (III.403) отличается также от формулы (III.388) предыдущей секции, полученной из анализа количества движения, когда последнее записано в форме.

$$\begin{aligned}
 R_2 = \varepsilon^3 \frac{\rho g^2}{4\pi U^4} & \left\{ \iint_{S_0} q^{(1)}(x, z) dx dz \iint_{S_0} q^{(2)}(x', z') dx' dz' \int_{-\pi/2}^{\pi/2} e^{K_0 \sec^2 \theta (z+z')} \cos[K_0 \sec \theta (x-x')] \sec^3 \theta d\theta \right. \\
 & - \iint_{S_0} q^{(1)}(x, z) dx dz \int_{-\infty}^{\infty} \gamma^{(2)}(x', y') dx' dy' \times \\
 & \left. \times \int_{-\pi/2}^{\pi/2} e^{K_0 \sec^2 \theta} \cos\{K_0 \sec \theta (x-x')\} \times \cos(K_0 y' \sec^2 \theta \sin \theta) \sec^3 \theta d\theta \right\}.
 \end{aligned}$$

(III.404)

При расчёте главного значения второго интеграла в смысле Коши выражение (III.403) неудобно, но такого неудобства нет в формуле (III.404). а выражения (III.403) и (III.404) идентичны. Однако в этой статье Х.Маруо не приводит доказательства этой идентичности.

Учёные пытаются говорить на одном языке,
даже если родные языки у них разные
Карл Раймунд Поннер

III.6. Сравнение теорий второго порядка узкого судна [15]

В своём сообщении на Международном Семинаре в Токио в 1976 году Т. Китазава и М. Такаги привели сравнение трёх нелинейных теорий волнового сопротивления Дж. Вехаузена [25], Х. Маруо [17] и К. Эггерса [10].

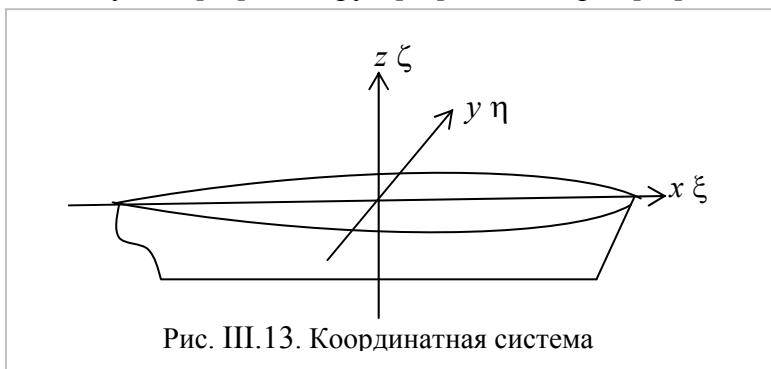


Рис. III.13. Координатная система

Приближения второго порядка для узкого судна Мичелла были получены многими исследователями, но связь между ними осталась неясной.

Х. Маруо получил потенциал второго порядка методом возмущений, применённому к граничным условиям в процессе исправления ошибки в теории В.Г. Сизова. Дж. Вехаузен получил

потенциал второго порядка с помощью теоремы Грина. Его теория представляется более формальной и строгой, поэтому М. Такаги [21] в своём исследовании опираясь на теорию К. Эггерса, также получил потенциал второго порядка по теореме Грина, он вывел граничное условие на невозмущённой свободной поверхности путём аналитического продолжения из точного условия на свободной поверхности, пренебрегая изменением смоченной поверхности.

Взяты две декартовы системы координат x, y, z и ξ, η, ζ с началом на невозмущённой свободной поверхности (рис. III.13). Все величины безразмерны по полудлине судна и скорости установившегося потока. Для краткости судно рассматривается в установившемся потоке.

Уравнение поверхности судна

$$y = \pm f(x, z) \quad (\text{III.405})$$

и подъём свободной поверхности записывается в виде

$$z = \zeta(x, y). \quad (\text{III.406})$$

Граничные условия, которым должен удовлетворять потенциал φ , следующие:

на поверхности корпуса S_w

$$(1 + \varphi_x) \cdot f_x \mp \varphi_y + \varphi_z \cdot f_z = 0, \quad (\text{III.407})$$

на свободной поверхности:

кинематическое условие

$$(1 + \varphi_x) \cdot \zeta_x + \varphi_y \cdot f_y - \varphi_z = 0, \quad (\text{III.408})$$

динамическое условие

$$\varphi_z + \frac{1}{2}(\varphi_x^2 + \varphi_y^2 + \varphi_z^2) + k_o = 0. \quad (\text{III.409})$$

Нормальные производные потенциала φ даются в виде

на поверхности корпуса

$$\varphi_n = (\varphi_x f_x \mp \varphi_y + \varphi_z f_z) \cdot \sqrt{f_x^2 + 1 + f_z^2}, \quad (\text{III.410})$$

на свободной поверхности

$$\varphi_n = (-\varphi_x \zeta_x - \varphi_y \zeta_y + \varphi_z) \cdot \sqrt{\zeta_x^2 + \zeta_y^2 + 1}. \quad (\text{III.411})$$

Теория Х.Маруо

Граничные условия для потенциалов первого и второго порядка получены с помощью выражения исходных нелинейных граничных условий через возмущения.

На S_o ($y = 0$)

$$\varphi_y^{(1)} = f_x^{(1)}, \quad (III.412)$$

$$\varphi_y^{(2)} = \varphi_x^{(1)} f_x^{(1)} + \varphi_z^{(1)} f_z^{(1)} - \varphi_{yy}^{(1)} f^{(1)}. \quad (III.413)$$

На F_o ($z = 0$)

$$\varphi_{xx}^{(1)} + k_o \varphi_z^{(1)} = 0, \quad (III.414)$$

$$\varphi_{xx}^{(2)} + k_o \varphi_z^{(2)} = -(\text{grad } \varphi^{(1)})_x^2 + \frac{1}{k_o} \varphi_x^{(1)} (\varphi_{xx}^{(1)} + k_o \varphi_z^{(1)})_z \quad (III.415)$$

и подъём свободной поверхности даётся в виде

$$\zeta^{(1)} = \frac{1}{k_o} \varphi_x^{(1)} \text{ на } z = 0, \quad (III.416)$$

$$\zeta^{(2)} = -\frac{1}{k_o} \varphi_x^{(2)} - \frac{1}{k_o} \varphi_{zz}^{(1)} \zeta^{(1)} - \frac{1}{2k_o} (\text{grad } \varphi^{(1)})^2 \text{ на } z = 0. \quad (III.417)$$

Потенциал первого порядка хорошо известен в классическом виде

$$\varphi^{(1)} = \frac{1}{2\pi} \iint_{S_o} f_\xi^{(1)} G d\xi d\zeta. \quad (III.418)$$

Х.Маруо сформулировал потенциал второго порядка (М), который удовлетворяет граничным условиям (III.413) и (III.415) в виде

$$M = M_{S_o} + M_{L_o} + M_{F_o} = \frac{1}{2\pi} \iint_{S_o} (\varphi_\xi^{(1)} f_\xi^{(1)} + \varphi_\zeta^{(1)} f_\zeta^{(1)} - \varphi_{\eta\eta}^{(1)} f^{(1)}) G d\xi d\zeta - \frac{1}{2\pi k_o} \int_{L_o} \varphi_\xi^{(1)} f_\zeta d\xi + \frac{1}{4\pi k_o} \iint_{F_o} \left\{ (\text{grad } \varphi^{(1)})_\xi^2 - \frac{1}{k_o} \varphi_\xi^{(1)} (\varphi_{\xi\xi}^{(1)} + k_o \varphi_\zeta^{(1)})_\zeta \right\} G d\xi d\eta \quad (III.419)$$

Х.Маруо ввёл в рассмотрение изменение смоченной поверхности в виде линейного интеграла в (III.419).

Теория Дж.Вехаузена

Дж. Вехаузен получил потенциал второго порядка, используя теорему Грина. Следует обратить внимание на его способ применения функции Грина к нелинейной краевой задаче. После некоторых преобразований, приведённых в приложении к статье, потенциал Дж.Вехаузена W

$$W = W_{S_o} + W_{L_o} + W_{F_o}, \quad (III.420)$$

$$W_{S_o} = \frac{1}{2\pi} \iint_{S_o} \varphi^{(1)} (f_\xi^{(1)} G_\xi + f_\zeta^{(1)} G_\zeta - f^{(1)} G_{\eta\eta}) d\xi d\zeta, \quad (III.421)$$

$$W_{L_o} = -\frac{1}{2\pi k_o} \int_{L_o} \varphi^{(1)} f_\xi^{(1)} G_\xi d\xi \quad (III.422)$$

$$W_{F_o} = \frac{1}{8\pi k_o} \iint_{F_o} (\text{grad}\varphi^{(1)})^2 G_\xi d\xi d\eta + \frac{1}{4\pi} \iint_{F_o} \varphi^{(1)} \zeta^{(1)} \left(G_\zeta + \frac{1}{k_o} G_{\xi\xi} \right)_\zeta d\xi d\eta + \frac{1}{4\pi} \iint_{F_o} \left[-\varphi^{(1)} (\zeta_\xi^{(1)} G_\xi + \zeta_\eta^{(1)} G_\eta) + \zeta^{(1)} \zeta_\xi^{(1)} G_\zeta + \frac{1}{k_o} \zeta_\xi^{(1)} (\varphi_\zeta^{(1)} G_\xi + \varphi^{(1)} G_{\xi\xi}) \right] d\xi d\eta, \quad (\text{III.423})$$

где

$$\zeta^{(1)} = -\frac{1}{k_o} \varphi_x^{(1)} \text{ на } z = 0. \quad (\text{III.424})$$

Теория К.Эггерса

К.Эггерс также формулирует потенциал второго порядка (E) с помощью теоремы Грина, где задаёт граничные условия на невозмущённой свободной поверхности методом аналитического продолжения из точного условия на свободной поверхности. Эти производные частично совпадают с производными Дж.Вегаузена, а частично с производными Х.Маруо, и его потенциал второго порядка записывается в виде:

$$E = E_{S_o} + E_{L_o} + E_{F_o}, \quad (\text{III.425})$$

$$E_{S_o} = \frac{1}{2\pi} \iint_{S_o} \varphi^{(1)} (f_\xi^{(1)} G_\xi + f_\zeta^{(1)} G_\zeta - f^{(1)} G_{\eta\eta}) d\xi d\zeta = W_{S_o}, \quad (\text{III.426})$$

$$E_{L_o} = -\frac{1}{2\pi k_o} \int_{L_o} (\varphi^{(1)} G_\xi - \varphi_\xi^{(1)} G) f_\xi^{(1)} d\xi = W_{L_o} - M_{L_o}, \quad (\text{III.427})$$

$$E_{F_o} = \frac{1}{4\pi k_o} \iint_{F_o} \left\{ (\text{grad}\varphi^{(1)})_\xi^2 - \frac{1}{k_o} \varphi_\xi^{(1)} (\varphi_{\xi\xi}^{(1)} + k_o \varphi_\zeta^{(1)})_\zeta \right\} G d\xi d\eta = M_{F_o}. \quad (\text{III.428})$$

К.Эггерс трансформирует E в формулу без линейного интеграла

$$E_{S_o} + E_{L_o} = \frac{1}{2\pi} \iint_{S_o} \left[(\varphi_\xi^{(1)} f^{(1)})_\xi + (\varphi_\zeta^{(1)} f^{(1)})_\zeta \right] G d\xi d\zeta. \quad (\text{III.429})$$

Т.Китазава и М.Такаги выполнили сравнение всех этих трёх теорий. Например, *сравнение теорий Дж.Вегаузена и Х.Маруо* приводит их к таким выводам

$$W_{S_o} + W_{L_o} = M_{S_o} + M_{L_o}, \quad (\text{III.430})$$

$$W_{F_o} = M_{F_o} - M_{L_o}. \quad (\text{III.431})$$

Из этих равенств видно, что Дж.Вегаузен, интегрируя по свободной поверхности, не включает линейный интеграл, а Х.Маруо включает. Из уравнений (III.430) и (III.431) связь между этими двумя теориями получается в виде:

$$W = W_{S_o} + W_{L_o} + W_{F_o} = M_{S_o} + M_{F_o} = M - M_{L_o}. \quad (\text{III.432})$$

Получается, что потенциал второго порядка Дж.Вегаузена совпадает с потенциалом Х.Маруо, взятого без линейного интеграла.

Эквивалентность теорий К.Эггерса и Дж.Вегаузена

Из (III.425), (III.426), (III.427) и (III.428) потенциал второго порядка К.Эггерса записывается в виде

$$E = E_{S_o} + E_{L_o} + E_{F_o} = W_{S_o} + W_{L_o} + M_{F_o} - M_{L_o} \quad (\text{III.433})$$

и, после подстановки (III.431) и (III.433), получается

$$E = W_{S_o} + W_{L_o} + W_{F_o}. \quad (\text{III.434})$$

Потенциал второго порядка К.Эггерса совпадает с потенциалом Дж.Вегаузена.

порядка, соответствующего изменению смоченной поверхности или при интегрировании по свободной поверхности, но конечная формула не включает линейного интеграла. Этот факт подразумевает, что даже если смоченная поверхность изменяется сильно на высоких числах Фруда, классический потенциал первого порядка может быть хорошо аппроксимирован для плавающего судна, поэтому мы не нуждаемся в рассмотрении влияния изменения смоченной поверхности на потенциал второго порядка.

Литература к главе III

1. Ван – Дайк М. Методы возмущений в механике жидкости./ М Ван – Дайк. - Мир.- 1967.- 311 с.
2. Костюков А.А. Теория корабельных волн и волнового сопротивления /А.А.Костюков.- Судпромгиз.-Л.- 1959.- 312 с.
3. Кочин Н.Е. О волновом сопротивлении и подъемной силе, погруженных в жидкость тел /Н.Е.Кочин // Тр. Конференции по теории волнового сопротивления май 1936г.. – Изд-во ЦАГИ, 1937.- Р. 65-134.
4. Крейн М.Г. О форме судна наименьшего мичеллеского сопротивления /М.Г.Крейн// Доклад на 1-ом Всесоюзном съезде по механике.-1960.
5. Крейн М.Г., Сизов В.Г. О форме судна наименьшего сопротивления /М.Г.Крейн, В.Г. Сизов// Доклад на 1-ом Всесоюзном съезде по механике, 1960.
6. Сизов, В.Г. К теории волнового сопротивления судна на тихой воде /В.Г.Сизов // Известия АН СССР.- № 1.-Р.75 - 85.
7. Титчмарш Э.Ч. 1948 Введение в теорию интегралов Фурье /Э.Ч.Титчмарш, пер. с англ. Д.А.Райкова.- ОГИЗ ГИТ-ТЛ.- М.-Л. – 418с.
8. Aldogan, A.I. A Nonlinear Wave Resistance Theory and its Application /A.I.Aldogan// Schiffstechnik.- 1979, 26, 79 – 116, disc.115 - 116.
9. Eggers, K. On the Determination of the Wave Resistance of a Ship Model by Analysis of the its Wave System /Eggers, K.// Proc. Intern. Seminar on Theoretical Wave Resistance. Ann Arbor.- III.- 1963.-P.1313 – 1352.
10. Eggers, K.W.H. On Second-Order Contributions to Ship Wave and Wave Resistance /K.W.H. Eggers// 6th Naval Hydrodynamics Symposium.- Washington.- 1966 -P. 649 – 679
11. Havelock, T. Wave-resistance: Some cases of three-dimensional fluid motion /T.Havelock// Proc. Royal Soc. of London, Ser. A».-1919, 95.- P. 790, 354 - 365.
12. Havelock, T. The theory of wave resistance /T. Havelock // Proc. Royal Soc. of London, Ser. A.-1932,138.- P.339-348.
13. Havelock, T. The calculation of wave resistance /T. Havelock // Proc. Roy. Soc. London., Ser. A.-1934 ,144 (856).- P. 514 -521.
14. Hogner, E. Ueber die Theorie der von einem Schiff erzeugten Wellen und des Widerstandes /E.Hogner // Proc. 1st Intern Congr. Appl. Mech».- Delft. – 1924.- P.146.- 160.
15. Kitazawa, T., Takagi, M. On the second order velocity potential of the thin ship /T.Kitazawa, M.Takagi// Proc. Intern. Seminar on Wave Resistance.-Tokyo.- 1976.- P. 255-261.
16. Maruo, H. Calculation of the wave resistance of ships, the draft of which is as small as the Beam /H.Maruo// J. Zosen Kiokai.- 1962, 112.-P.21 – 37.
17. Maruo, H. A Note on the Higher-Order Theory of Thin Ship /H.Maruo // Bulletin Faculty of Engineering Yokohama National University.- 1966,15.- P. 1 -21.
18. Michell, J.H. The wave resistance of a ship /J.H.Michell// Philosophical Magazine.-Ser. 5.- 1898,45.- P.106-123.
19. Peters, A.S. The motion of a ship, as floating rigid body in a seaway /A.S.Peters, J.J. Stoker// Communic. Pure and Applied Mathematics».- 1957, 10.- P. 339-490.
20. Sharma, S.D. 1963 A Comparison of the Calculated and Measured Free Wave Spectrum in Steady Motion /S.D.Sharma// Proceedings of International Seminar on Wave Resistance Theory».- Ann Arbor.- P. 201 – 272

21. Takagi M. Some notes on the Theory of Higher order Wave-making Resistance. (1st Report ... Wave-making Resistance in Steady Flow) /M.Takagi // Journal of the Kansai Society of Naval Architects, Japan»-1968. P. 18-47.-
22. Ward, L.W. Some observations on the nature of ship-generated wave system /L.W.Ward //.- Schiffstechnik. - 1967, 14.- P.50 – 56
23. Wehausen, J.V. Wave resistance of thin ship /J.V.Wehausen // 1st Symp. Nav. Hydrod.- Washington.-1957.- P. 109- 137.
24. Wehausen, J.V. Surface waves /J.V.Wehausen, E.V.Laitone // Encyclopedia of Physics.- Berlin.- 1960, 9.- P. 491 – 495
25. Wehausen, J.V. An approach to thin ship theory /J.V.Wehausen // Proc. Int. Seminar on Theor. Wave Resistance.- Ann-Arbor.- 1963 ,2.- P.821-855.
26. Yim, B. 1968 Higher-order Wave Theory of Ships /B.Yim // J. Ship Research, 12, 237 – 245.

Глава IV. ОБ ОПТИМАЛЬНЫХ ФОРМАХ КОРПУСА

IV.1. Краткий обзор теоретических и экспериментальных работ по оптимизации формы корпуса судна

Вопрос выбора формы обводов с наименьшим сопротивлением является основным при проектировании формы корпуса. Выбор главных размерений водоизмещающих судов не представляет трудностей, так как проведено достаточное количество испытаний, и в любом учебнике по проектированию корпуса судна можно найти рекомендации по этому вопросу. Последняя монография, которая может быть использована при выборе оптимальных главных размерений любого типа кораблей и судов, опубликована в 2014 году А.И.Гайковичем [3]. Из комплексных программ наиболее интересны в этом отношении комплексные компьютерные программы, разработанные по методу Дж.Холтропа [29], [30], [31], [32]. Его метод получен в результате статистической обработки данных огромного экспериментального материала для моделей и судов. Тем не менее, поиски теоретического решения для оптимизации формы корпуса не потеряли своего значения. Если учесть, что сопротивление трения зависит от площади смоченной поверхности, которая не может быть существенно уменьшена за счёт формы корпуса, то уменьшать целесообразно волновую составляющую сопротивления, особенно на больших относительных скоростях. Этому и посвящены, в основном, работы по оптимизации формы корпуса водоизмещающих судов.

С помощью изучения оптимальных распределений гидродинамических особенностей были получены бульбовые формы корпуса водоизмещающих судов. Одни исследователи подбирали бульб к корпусу таким образом, чтобы волны от бульба гасили волны, идущие от носа корпуса, а другие подбирали форму носовой оконечности и заданной формы кормы, третьи выполняли оптимизацию, считая судно симметричным относительно миделя. В одних случаях оптимизация выполнялась по волнообразованию, а в других по величине волнового сопротивления. Так как волнообразование нагляднее волнового сопротивления, то можно предположить, что оптимизация по величине волнообразования может быть более корректной.

Формы корпуса с бульбом. Первые описания бульбовых оконечностей относятся к 30-м годам двадцатого столетия. Теоретическое объяснение феномена бульба было дано В.Виглеем [64]. Он отмечал, что увеличение волнообразовательной длины является основной причиной уменьшения сопротивления за счёт бульба. В 1928 году Т.Хавелок рассчитал возмущения, вызываемые диполем. Предполагалось, что бульб действует подобным же образом, и волны от него взаимодействуют с волнами от носа судна и таким образом уменьшают волновое сопротивление. В.Виглей разработал метод расчёта изменения волнового сопротивления за счёт бульба. Он использовал формулу Т.Хавелока для расчёта волнового сопротивления погруженного тела. К модели корпуса он применил формулу Мичелла, но только ввёл некоторую трансформацию, предположив, что нос и корма симметричны относительно миделя. Для моделирования бульба был выбран эллипсоид. Рассчитывались амплитуды волн от корпуса и бульба, а затем размеры подбирались таким образом, чтобы знаки амплитуд были противоположны. Большое внимание В.Виглей уделил выбору оптимального положения бульба по длине. Он показал, что лучше всего располагать бульб на расстоянии четверти длины носовой волны. В качестве рабочего положения он предложил оставлять слой воды над бульбом, равный его толщине.

В 60-е годы в Японии было выполнено много работ, связанных с получением «безволновых» форм корпуса, большинство из которых связано с бульбовыми оконечностями. Т.Инуи и др. [36] исследовали влияние бульба. Они считали, что это явление необходимо объяснить теоретически и экспериментально. Теоретически они следовали

В.Виглею и Т.Хавелоку, т.е. считали, что бульб можно моделировать с помощью диполя. В своих исследованиях они старались найти такое положение диполя, чтобы волна от него была сдвинута по фазе. С помощью волнового анализа авторы экспериментально подтвердили правильность теоретического объяснения В.Виглея и Т.Хавелока и отвергли гипотезу об увеличении за счёт бульба волнообразовательной длины корпуса судна.

Ставшая классической работа Б.Йима [65] посвящена исследованию всех возможных комбинаций гидродинамических особенностей для моделирования корпуса судна и бульба. Б.Йим считал, что существуют два пути выбора бульба, Первый путь основан на расчёте амплитуд волн от корпуса и бульба и выборе такого бульба, который гасит волны. Второй путь заключался в расчёте волнового сопротивления, уменьшение которого достигается за счёт интерференции волн от корпуса и бульба.

В 1962 году М.Бесшо [13] рассмотрел задачу минимального волнового сопротивления судов. В этой работе он исследовал вопрос о представлении корпуса в виде эквивалентных особенностей. С помощью распределения особенностей Мичелла - Хавелока он решил задачу для разных случаев, в том числе для разного распределения давлений, а также для полностью погруженного судна. Исследования позволили ему сделать следующие важные выводы:

1) в общем виде задача минимума волнового сопротивления судна не имеет решения, так что можно всегда получить распределение особенностей с меньшим сопротивлением, чем какое-либо теоретическое. К такому же выводу приводит доказанная М.Г.Крейном теорема [10].

2) Так как одно и то же волновое сопротивление может соответствовать разным распределениям особенностей, а разные распределения особенностей, представляющие данное судно, могут иметь волновое сопротивление разных порядков, то необходимо классифицировать распределения особенностей по порядку величины их волнового сопротивления.

3) В некоторых случаях имеется решение, дающее минимум, и такое решение представляет один из классов.

4) Можно ждать, что численные решения будут нестабильны в разных случаях. Это естественное следствие первого заключения, так как разница между какими-нибудь двумя решениями может быть более низкого порядка, чем численные значения волнового сопротивления.

Тогда же М.Бесшо решил задачу о безволновом судне [13]. Автор искал условия, при которых распределение особенностей является безволновым, введя вспомогательную функцию, из которой он получил потенциал скорости с присоединённым к нему условием на свободной поверхности. Введение вспомогательной функции явилось естественным путём для решения задачи в виде дифференциального уравнения, которое до М.Бесшо не использовалось. Главная часть потенциала даёт регулярные волны на бесконечности, а вспомогательная - волновую систему судна. Он сконструировал безволновые системы для двумерной и трёхмерной задачи.

Если распределение особенностей простирается до бесконечности, то можно получить безволновую систему с конечным общим давлением или водоизмещением в трёхмерном случае. Для судна Мичелла М.Бесшо получил простое выражение для волнового сопротивления, позволяющее найти распределение со сравнительно малым волновым сопротивлением, несмотря на то, что судно представляется разными распределениями диполей.

В работе 1963 года М.Бесшо [14] на основании предыдущей работы методом инвариантных деформаций получил улучшенные формы корпуса для реальных судов. В это же время Ф.Михельсен [49] сделал подобную работу, в которой дал общую формулу для оценки волнового сопротивления, которая основана на преобразовании Биркгофа - Котика для интеграла Мичелла. Это преобразование делит подынтегральную функцию на две части: функцию корпуса и функцию Мичелла. Функция корпуса содержит все свойства

распределения особенностей и зависит только от них. Особенностью такого метода является то, что вклад в волновое сопротивление каждого индивидуального члена полинома функций корпуса можно оценить независимо. Эта оценка по числам Фруда становится достаточно простой для расчёта волнового сопротивления при любой функции распределения. Благодаря линейной суперпозиции, данное выражение для волнового сопротивления даёт метод, позволяющий составить необходимые уравнения для определения распределения особенностей с минимальным волновым сопротивлением.

Относительно необходимости учёта свободной поверхности Б.В.Корвин-Круковский в 1961 отметил, что линеаризованный потенциал скорости точен до второго порядка для двумерного цуга волн. Если это справедливо для трёхмерного случая, то это значит, что свободная поверхность не может быть отброшена при определении поверхности корпуса с помощью гидродинамических особенностей. Для учёта конечных размеров корпуса и получения более плоского днища, чем у Инуидов, Ф.Михельсен ввёл распределение стоков в нижней части носовой оконечности с соответствующим распределением источников в корме.

На Семинаре в Анн Арборе С.Шор [59] сообщил результаты численного расчёта проектных характеристик судна, форма которого задана с помощью распределения особенностей. Корпус генерировался 55 источниками, расположенными на ДП судна на 5 горизонталях. (Здесь необходимо отметить, что мощность компьютеров в то время не позволяла разбивать корпус на большое число частей, но сейчас уже ясно, что число источников должно составлять тысячи, а не 55, поэтому результат С.Шора требует перепроверки). Напряжения этих источников изменялись так, чтобы волновое сопротивление сократилось на 45% с сохранением формы действующей ватерлинии и водоизмещения. Для применения данного метода необходимо описывать волновое сопротивление как функцию нескольких переменных. Корпус судна тоже описывается в этих переменных. Затем эти переменные принимаются как координаты некоторого конечномерного вектора, затем определяется градиент волнового сопротивления в данном пространстве. Эта техника показана на бесконечном страте, близком к оптимальному (под «стратом» понимается вертикальный цилиндр с сечением в виде действующей ватерлинии судна). Начальные напряжения источников взяты эквивалентными распределению диполей в страте конечной осадки. Для того чтобы все функции конечномерного вектора отвечали заданным требованиям, форма должна пройти несколько изменений. Для этой цели оказался удобным метод наискорейшего спуска.

Тогда же П.Пин и В.Мур [53] представили большую работу, в которой сравнили метод улучшения формы корпуса только по волновому сопротивлению с методом получения формы по распределению источников, и нашли, что второй подход продуктивнее первого.

П.Пин представил результаты расчётов волнового сопротивления реальных форм корпуса. Одна из программ была составлена для получения сечений корпуса по заданному распределению особенностей. Исходными обводами были обводы Инуидов серии S. Распределение особенностей выбиралось при условии твёрдой стенки, но с выполнением граничных условий на поверхности корпуса до второго порядка. Для того чтобы варьировать распределение особенностей с целью минимизации волнового сопротивления, П.Пин распределил особенности не на фиксированной поверхности корпуса, а внутри между ДП и поверхностью корпуса. В этом случае наибольшие размеры корпуса контролируют положение особенностей. В целом корпус представлен распределением диполей. С целью получения бульба в оконечностях расположены либо линия источников, либо линия диполей. Для получения плоского кия дополнительные поверхностные источники расположены на горизонтальном днище. Программа для вычисления линий тока по данному распределению особенностей даёт ординаты корпуса. После оценки волнового сопротивления, если оно оказалось неудовлетворительным, вводятся новые элементы распределения особенностей в добавок к имеющимся, пока не получится нужный результат. Таким же образом достигается нужная форма. Полученные в результате формы обводов были испытаны в бассейне.

Б.Йим рассмотрел все исследования, связанные с проектированием формы бульба. Его работа может служить обзором работ по этому вопросу, выполненных до 1964 года. Б.Йим [66] решил задачу о выборе формы бульба, используя для его представления не только линии диполей, но и линию квадрупольей (сдвоенных диполей). Выбранный математический аппарат позволил Б.Йиму исследовать механизм действия бульба на волнообразование, вызванное носовой оконечностью судна.

В этом же году появилась большая статья А.Ли [41] о распределении источников, генерирующих судно с минимальным волновым сопротивлением. Корпус генерировался распределением источников по ДП судна с постоянными напряжениями по осадке и меняющимися по длине. Бульб генерировался вертикальной линией диполей, напряжения которых были представлены многочленами. Как и Б.Йим, А.Ли исследовал отдельно синусоидальные и косинусоидальные волны. Задача решалась для двух случаев: 1) задаётся корпус и подбирается оптимальный бульб, 2) задаётся бульб и выбирается к нему оптимальный корпус. Кроме этого оптимизировался корпус без бульба. И, наконец, А.Ли пытался найти оптимальную форму бульба для произвольной формы корпуса. Все теоретические результаты проверены экспериментально. Отмечено, что хотя и нельзя найти судно с минимальным сопротивлением, но, используя результаты исследования, всегда можно наметить пути улучшения формы корпуса. В обеих работах Б.Йима и А.Ли дана большая библиография по вопросу распределения гидродинамических особенностей для задания корпуса судна. А.Ли проверил возможности применения аналитической оптимизации обводов к решению практических задач. А.Ли заменил корпус распределением источников таким образом, чтобы было удобно контролировать геометрические характеристики: водоизмещение, относительную ширину, угол входа действующей ватерлинии и т.п. Всё это делалось с целью точного выполнения граничных условий на теле.

В своей работе 1964 года Дж.Котик и Н.Ньюмен [39] показали, что задача нахождения распределения диполей на погруженном горизонтальном отрезке прямой, параллельной потоку, с фиксированным объёмом, которое имело бы минимальное сопротивление, не имеет решения. Однако им удалось выявить последовательность таких распределений диполей, у которых волновое сопротивление стремится к нулю. Практически они решали задачу удлинённого тела, определяя его форму по линиям распределения диполей. В 1964 году на 5-ом симпозиуме по гидродинамике судов в Вашингтоне представили две большие работы П.Пин [54] и Б.Йим [65], посвящённые этой же проблеме.

В 1974 году Х.Маруо, К.Касахара и др. [46] закончили работу по выбору оптимальной строевой по шпангоутам и оптимальных размеров бульбов в носу и в корме. Полученные ими выводы могут быть использованы на практике при допущении, что строевая по шпангоутам является доминирующим элементом для волнового сопротивления и что влияние формы шпангоутов пренебрежимо мало. Форма корпуса по этой теории получается прямолинейной и имеет цилиндрические нос и корму с радиусом, увеличивающимся с ростом скорости. Эксперимент показал, что такие формы не всегда являются лучшими. Волновое сопротивление может быть уменьшено как для бульбовых, так и для заострённых оконечностей. Кроме того, эксперимент показал, что форма шпангоутов также существенно влияет на волновое сопротивление. Авторы считали, что самым слабым местом всех предыдущих исследований является то, что форма шпангоутов в оконечностях не принималась в расчёт. Строгое исследование минимизации интеграла Мичелла показало, что при вариации шпангоутов нет единственности решения. Решая задачу о формах судна с бульбом, имеющих минимальное волновое сопротивление, Х.Маруо и др. представили корпус в виде комбинации диполей по ДП и точечных источников таких, как диполи, источники и стоки, в носу и в корме. Методом вариаций были получены оптимальные напряжения как распределённых, так и точечных, диполей. Решение соответствует оптимальной форме строевой по шпангоутам и оптимальной форме бульбов в оконечностях. Расчёты показали, что оптимальные формы корпуса с бульбами имеют значительно меньшее сопротивление, чем оптимальные формы без бульбов. Это же показали эксперименты.

Теория удлинённого судна показала, что именно форма носовых и кормовых шпангоутов существенно влияет на величину волнового сопротивления. Это согласуется с экспериментами.

Т.Инуи и др. [36] представили бульб с помощью точечного диполя, расположенного в самом носу на днище. Известно, что комбинация точечного источника в носу с точечным стоком в корме даёт такое же аннулирование волн, как и точечный диполь. Исследователи пришли к выводу, что более разумно использовать распределение диполей по вертикали, чем заменять бульб точечными особенностями. Однако М.Иши [38] теоретически показал, что оптимальное распределение особенностей в носовой и кормовой оконечностях всегда концентрируется возле днища. Такая же тенденция получилась у А.Ли. Практически это означает, что гидродинамические особенности, заменяющие бульб, можно принимать изолированными, а корпус заменяется распределением источников, стоков или диполей по диаметральной плоскости.

В результате многочисленных расчётов и экспериментальных исследований были сделаны следующие выводы [46]:

1) предсказания оптимальных форм по линейной теории хорошо согласуется с экспериментом;

2) кормовой бульб так же эффективен для уменьшения волнового сопротивления, как и носовой, даже в реальной жидкости;

3) модели оптимальной бульбовой формы, у которых срезан кормовой бульб, имеют остаточное сопротивление почти такое же, как у безбульбовой оптимальной формы;

4) теория минимума волнового сопротивления, разработанная для формы корпуса судна с бульбом, и предсказания по этой теории показывают хорошее согласование с экспериментом;

5) теоретические и экспериментальные исследования показывают, что оптимальные формы корпуса с бульбами имеют существенно меньшее волновое сопротивление, чем оптимальные формы без бульба;

6) оптимальные формы с бульбом имеют тенденцию к закруглённым скуловым плечам и заострённым оконечностям действующей ватерлинии.

Последний вывод хорошо согласуется с нашими исследованиями по Мичеллу, показавшими, что оптимальными оказались формы корпуса с булями и заострёнными оконечностями.

Изучению кормовой оконечности с бульбом посвящён ряд работ, в том числе отчёты Х.Мията и др [50]. Они экспериментально исследовали характеристики волн в кормовой оконечности и механизм уменьшения волнового сопротивления за счёт кормового бульба. Изменение формы кормового бульба сложнее, чем носового. Для $F_n = 0,33$, например, у пассажирского судна можно сократить полное сопротивление на 3,7% за счёт бульба объёмом 2,8% от водоизмещения судна. Если не ограничивать размеры бульба, то можно сократить сопротивление на 7%.

Исследованию обводов с бульбами посвящено много экспериментальных исследований для транспортных судов. При выборе подходящего бульба для супертанкера японские исследователи С.Сато и др. [56] сделали такие выводы после проведения буксировочных испытаний в грузу и в балласте: в полном грузу 1) составляющие сопротивления при малой скорости судна полной формы распределяются так, что вязкостное сопротивление значительно больше волнового, и при уменьшении L/V остаточное сопротивление значительно возрастает за счёт сопротивления формы. Отсюда при большой ширине нужно уменьшать сопротивление формы, а не волновое; 2) возрастание вязкостного сопротивления полного судна связано с недостаточной плавностью батоксов. Это компенсируется изменением носа, в частности, с помощью бульба; 3) у полных судов основную долю волнового сопротивления составляют косинусоидальные элементарные волны. Для их уменьшения годится эллиптический бульб, который позволяет получить плавные линии тока.

Большое экспериментальное исследование, посвящённое выдвинутым бульбам для полных судов, было выполнено в Мичигане Р.Кохом и Дж.Моссом [18]. В качестве объектов исследования взяты танкеры, соответствующие 60-ой серии Тейлора с коэффициентом общей полноты 0,80. Испытания проводились в полном грузу и в балласте. Авторы пришли к выводу, что наибольший интерференционный эффект достигается, когда бульб составляет примерно 2,5% длины корпуса. Вертикальное положение бульба не играет большой роли для судна в грузу, но если бульб поднят высоко, то в балластных условиях выигрыша не будет. Особенно велико на эффективность бульба влияние дифферента.

Р.Брар по поводу этой работы писал, что авторы опровергли бытовавшее мнение, что бульб эффективен в балластных условиях. Они спроектировали цилиндрические бульбы таким образом, что получили сокращение сопротивления на 12% в грузу и на 25-27% в балласте.

С той же тейлоровской серией и с тем же коэффициентом полноты 0,80 провели обширные исследования А.Фергюсон и др. [27], они выполнили очень важные и обширные исследования. Сопротивление, дифферент и волновое сопротивление измерялись в процессе испытаний при двух посадках. Все испытания проводились с выдвинутым бульбом. Кроме многих важных сведений, основной результат заключался в выводе, что бульб влияет на вязкостное сопротивление в той же степени, как на волновое.

В 1964 году Б.Йим [66] выполнил очень важную работу. Он считал, что для успешного проектирования обводов с бульбами необходимо знать величину бульба для данного типа судна и заданную скорость, местоположение бульба и форму перехода от бульба к корпусу. К этому времени уже были известны метод Тейлора, по которому выбирался бульб конического типа в зависимости от площади сечения кормы, метод самого Б.Йима выбора величины бульба в зависимости от угла входа ватерлиний и скорости. В своей работе Б.Йим использовал два метода расчёта. В первом оптимальные размеры бульба выбирались путём минимизации общего сопротивления, во втором – только волнового сопротивления носа. В работе даны рекомендации проектирования системы корпус – бульб.

Безволновые формы корпуса Кроме поисков обводов корпуса судна с наименьшим волновым сопротивлением выполнялись поиски, так называемых, «безволновых» форм корпуса. Этим занимались в основном японские исследователи. Одними из первых были М.Кумано [40] и Т.Такахи [63]. Они использовали для минимизации волнового сопротивления распределение особенностей, заменяющее корпус судна. Искали такое распределение и мощности особенностей, которые взаимно гасили вызванные ими волны. Исследования были начаты с подтверждения возможности заменить бульб изолированным диполем. Свободные волны от изолированного диполя по фазе были противоположны волнам, идущим от оконечностей, когда главный корпус заменялся непрерывной линией распределения источников. Авторы считали, что если погасить с помощью изолированного диполя волны, возникающие в носу и в корме, то можно получить «безволновые» формы обводов.

Своё исследование Т.Такахи начал с изучения фазы и амплитуды волн от носового бульба по отношению к фазе волн от математически заданной формы корпуса. Исследование выполнялось для безволновых форм на числах Фруда 0,26 - 0,27. Мощности диполей выбирались такими, чтобы профиль идущих от них волн был зеркальным отображением волн, идущих от корпуса.

М.Кумано проделал такую же работу с выбором кормового бульба. Корпус судна задавался таким же, как у Т.Такахи. Судя по фотографиям волнообразования, кормовой бульб может быть даже эффективнее носового.

Для более тщательного изучения влияния бульба на волнообразование Т.Такахи применил стереофотографию. Это позволило измерять характеристики вызванных поперечных и расходящихся волн с высокой точностью. М.Кумано измерял площадь и поле

скоростей зоны попутного потока для выявления влияния кормового бульба на эти характеристики.

М.Бесшо [12] привёл результаты теоретических исследований «безволновых» форм корпуса. Он ввёл вспомогательную функцию, из которой получил потенциал скорости или распределение особенностей с помощью оператора, удовлетворяющего потенциал на свободной поверхности. Это дало условия безволнового распределения особенностей для двумерного и трёхмерного случая при установившемся движении. М.Бесшо привёл характерные примеры. Присоединённый оператор для условий на свободной поверхности играет в его исследовании главную роль в решении волновых задач всех типов и даёт новый подход к этой задаче. Эта работа М.Бесшо является одной из важнейших в решении задачи минимизации волнового сопротивления.

В результате этого исследования М.Бесшо сделал следующие выводы:

1) потенциал скорости можно разделить на две части с помощью вспомогательной функции. Одна часть регулярна и исчезает на бесконечности, а другая даёт волновую систему позади судна;

2) следовательно, мы имеем возможность сконструировать безволновую систему достаточно легко;

3) можно также предложить полезный метод для решения волновых задач. Например, получено интегральное уравнение для решения задачи полупогруженной вертикальной пластины в двухмерном случае.

4) Система безволновых давлений показана с примерами для двумерного и трёхмерного случаев, и найдено, что полное давление конечно в первом случаях, но исчезает в последнем..

5) Полное водоизмещение безволнового судна типа Мичелла получается равным нулю.

6) Если диапазон распределения особенностей растянут до бесконечности, то можно получить безволновую систему с конечным полным давлением или водоизмещением для трёхмерного случая.

7) Для судна типа Мичелла, представленного с помощью дифференцируемого распределения диполей, формула волнового сопротивления преобразуется в аккуратное выражение, и мы имеем простой метод для нахождения распределения со сравнительно малым волновым сопротивлением.

Всё это относится к теоретическим поискам решения задачи «безволновых» форм корпуса. Есть, однако, ещё одно направление, связанное с экспериментами. Особенно большое внимание начали уделять с Анн Арборского семинара 1963 года, когда обсуждалось новое направление выделения волновой составляющей сопротивления с помощью волнового анализа.

В работе [37] Т.Инуи привёл метод волнового анализа и его применение в проектировании судов. Он пришёл к выводу: «...анализ судовых волн используется для завершения теории. Я верю, что только таким путём настоящая теория с её многими недостатками может быть плодотворно применена к практическому проектированию судов. Я верю также, что эффективный путь улучшения нашей несовершенной теории волнового сопротивления лежит через эксперимент».

Идея Т.Инуи относительно выбора бульба заключалась в том, чтобы теоретически выбирать только волновую систему бульба, а волнообразование корпуса получать экспериментальным путём. Оказалось, что концепция спектра свободных волн особенно полезна при выборе волнообразования бульба к волнообразованию главного корпуса. Для этого рассматриваются две системы со своими амплитудами и фазами плоских волн, что проще, чем рассматривать систему интегрированного двумерного волнообразования. В действительности, однако, Т.Инуи и его коллеги измеряли конфигурацию холмов и впадин, чтобы найти воображаемую точку центра в носовой оконечности и затем определить волновой профиль, проходящий через эту точку, для дальнейших оценок. Этот метод

потребовал создания лаборатории стереофотографии системы волн, а также использования простой концепции свободных волн.

В эти же годы С.Шарма [57], [58] сделал попытку применить более простую технику продольных сечений измерения волн от главного корпуса для установления в дальнейшем формы, размеров и положения носового бульба.

В 1972 году Е.Баба [11] тоже предложил способ экспериментальной корректировки теоретически рассчитанных по теории узкого судна волн от главного корпуса. При этом он использовал функцию влияния Хогнера, которую находил вместо расчёта из эксперимента. Затем он разработал систему поправок для учёта ширины корпуса.

Вся теория Е.Баба основана на допущении о том, что на удалении от судна справедлива линейная суперпозиция волн. В этом утверждении он опирался на работу Х.Маруо [45], в которой показано, что потенциал скорости за судном имеет такую асимптотическую форму, которая удовлетворяет линеаризованным условиям на свободной поверхности, а нелинейные эффекты сказываются только на амплитудах волн. Е.Баба учитывал, что волновое сопротивление, определённое экспериментально по волнообразованию, содержит нелинейные эффекты.

Дж.Эверест [26] предположил, что аналитическое изучение данных измерения волн даёт тот участок корпуса, модификация которого и приводит к уменьшению волнового сопротивления. Он рассчитал влияние изменения водоизмещения носовой оконечности на волновое сопротивление главного корпуса. Он также использовал линии влияния Хогнера, но в отличие от последнего он применил их не к теоретическим, а к измеренным данным.

В опытовом бассейне Токио изучением практического использования теории «безволновых» форм занимались японские исследователи М.Икехата и Х.Кадзитани [35]. Они изучали три схемы. Первая была основана на добавлении бульба к основному корпусу. Вторая теория реализовала путь получения наименьшего волнового сопротивления за счёт изменения геометрии основного корпуса. Третий путь представлял собой комбинацию первых двух. В результате этих исследований была разработана теория получения бульба наименьшего размера, чтобы не выйти за главные размеры основного корпуса. Большое внимание было уделено U-образным обводам, полученным по оптимальному распределению особенностей, заменяющих корпус. Особого внимания потребовала форма закруглённого и плоского днища. Авторы исходили из того, что нижняя часть корпуса возле миделя мало влияет на волновое сопротивление, и поэтому можно получить безволновые формы даже с днищем плоской формы.

М.Мацуи и др. [48] разработали метод оптимизации формы корпуса на основании волнового анализа. Сначала с помощью волнового анализа были собраны все необходимые данные о моделях, а затем они были использованы для получения оптимальных обводов.

Если учесть, что волны не могут возникать на гладкой поверхности корпуса, то понятно современное стремление проектировать носовую оконечность закруглённым без привычного форштевня с острыми ватерлиниями. Примеры такого судна приведены на рис. IV.1 и IV.2. Первое судно спроектировано в Саратовском инженерном научном центре СИНЦ. На рис. IV.1 виден оптимальный бульб. Такой бульб (рис. IV.2) исполняет роль мелководья, на котором гасятся набегающие волны. За счёт чего могут снижать сопротивление бульбы, выполненные в виде цилиндра со сферой на конце или такие, как на рис. IV.2, объяснить труднее. Скорее всего, это происходит за счёт того, что такой бульб уменьшает импульсное давление.

В начале 21-ого века началась интенсивная разработка комплексных программ проектирования судов и в этом процессе не последнюю роль играли и играют численные методы корабельной гидродинамики. В 2006 году Е.Ф.Кампана и др. в своей работе об оптимизации формы корпуса судна пишут, что за последние 10 лет достигнут большой прогресс в области моделирования проектирования судов [15]. На основе методов вычислительной гидродинамики CFD начали создавать новый комплекс программ SBD (Simulation-Based Design) для оптимизации конструкций на основе крупномасштабного

численного моделирования. Авторы отмечали, что проектирование на основе моделирования – это основной способ, который используется при проектировании судов. Основное внимание уделяется проблемам оптимизации. В работе показаны методы снижения вычислительных затрат, обсуждены алгоритмы оптимизации для задач нелинейного программирования. Приводятся результаты экспериментальной проверки модельной оптимизации. Приводятся две версии SBD, которые продемонстрированы на проектировании оптимальной формы судна при реальных геометрических и функциональных ограничениях. Используются решения осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса на двух оптимизированных моделях



Рис.IV.1. Пример формы корпуса с закруглённым носом и оптимальным Носовым бульбом.



Рис. IV.2.
Пример
носового бульба

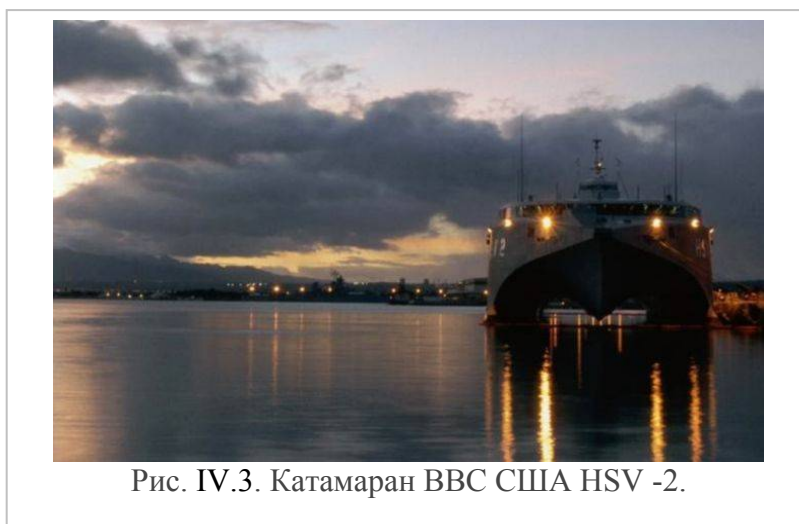


Рис. IV.3. Катамаран ВВС США HSV -2.

В последние годы для оптимизации формы корпуса всё больше и больше используются численные методы CFD и SBD. Все эти методы основаны на сравнении оценок волнового или полного сопротивления, сделанных с использованием разных способов описания корпуса судна (сплайнами, полиномами и т.д.). Для обзора всех статей и обзоров, посвящённых оптимизации обводов судов с использованием CFD и SBD, требуются отдельные работы, поэтому здесь приводятся только статьи с хорошей библиографией таких работ. Например в работе [43] используется способ, который авторы назвали «генетическим алгоритмом». В работе [51] используется способ Хаскинда, а оптимизация делается по строевой по шпангоутам. В работе [67] используется для оптимизации «мультикритерий», который учитывает несколько параметров корпуса. Чанг Х. и др. [16] используют для оптимизации приближённую модель. В работе [52] авторы используют В-сплайны для улучшения формы корпуса. В работе [44] авторы оптимизируют корпус судна путём деформации шпангоутов. Чен П. и др. [17] используют обратный подход для выбора формы носового бульба. Следует отметить работы Ф. Стерна [60]. Занимаясь разработкой комплексных программ вместе с группой других учёных, Ф.Стерн занимается совершенствованием методов моделирования, добиваясь повышения точности вычислений и

совершенствованием методов CFD и SBD [61] и [62]. Кампана Е.Ф. и др.[15] искали оптимальные формы корпуса, используя CFD.

Очень важную работу выполнил Л.Ларссон [42]. Он сравнил три типа обводов. Причём это сравнение ещё раз подтверждает, что роль носового бульба заключается в том, чтобы смягчить импульсное давление в носу и обеспечить гашение подпорных волн и, как следствие, их воздействие на образование носовой кельвиновской системы волн. Из трёх моделей (рис. V.4,V.5 и V.6), как нами и ожидалось, лучшей оказалась вторая. Выдвинутый с уплощённой поверхностью бульб формы корпуса 2-го типа обеспечивает роль мелководья.

Следует отметить, что, как правило, из этих работ очень трудно понять, какая гидродинамика заложена в основу расчётов сопротивления. Дело в том, что даже RANS или URANS не учитывают особенности взаимодействия корабельных волн и вязкости. И никто не учитывает влияние сдвига носовой системы волн подпорными волнами.



Рис. IV.4. Дублированная модель KVLCC2M (1-ый тип)

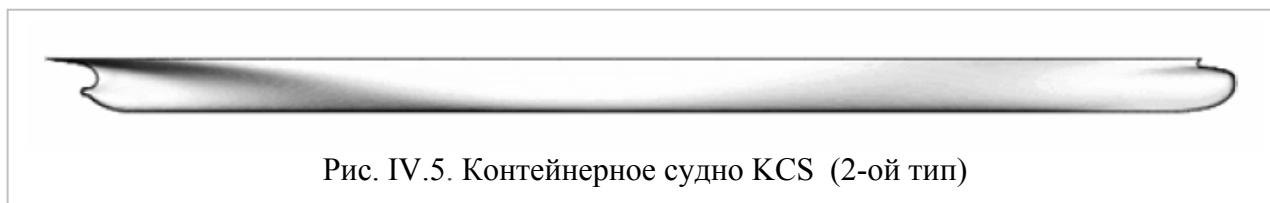


Рис. IV.5. Контейнерное судно KCS (2-ой тип)



Рис. IV.6. Военно-морское судно США (3-ий Тип)

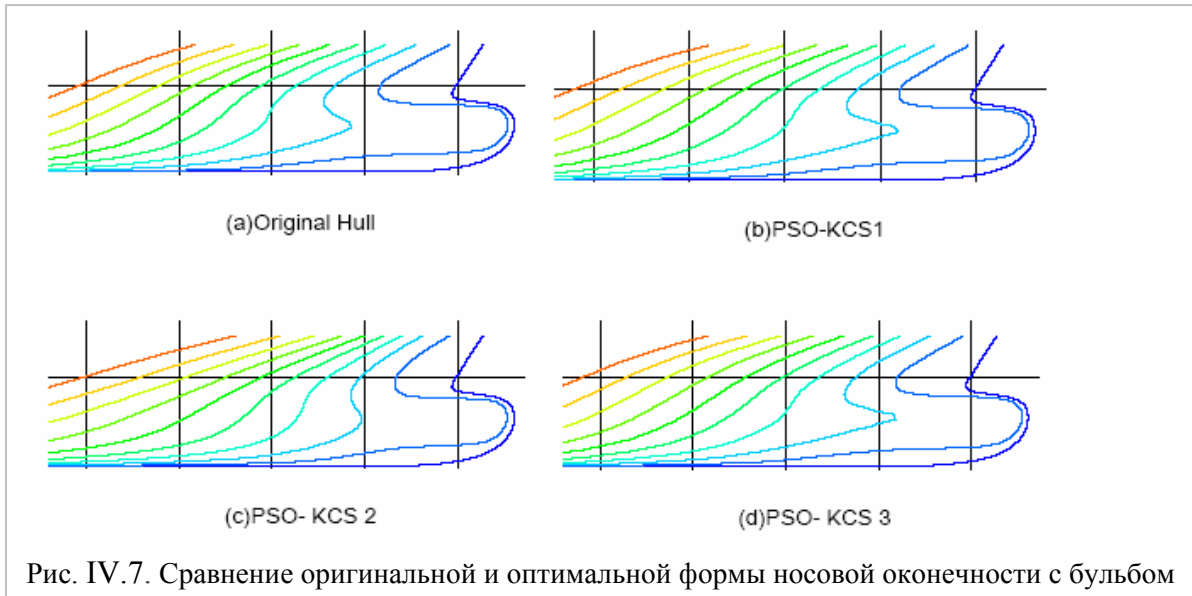
Эту идею ещё раз подтверждают материалы специального комитета 26-ой Международной конференции [68], прошедшей в Бразилии. Именно на основе выдвинутого бульба отрабатываются различные методы описания и оптимизации формы корпуса в последние годы. Отрабатывая местный и глобальный алгоритм оптимизации Чан Х.-Х. [19] тоже, не отвлекаясь на другие формы, в качестве исходной формы носового бульба выбирают именно такую форму бульба (рис. IV.7)

Второй путь уменьшения волнового сопротивления - это катамараны. Уменьшение волнового сопротивления происходит благодаря выгодной интерференции волновых систем, создаваемых двумя корпусами. В данной книге нет специального рассмотрения расчётов катамаранных судов. Такие расчёты можно найти в статьях проф. М.Я. Алферьева [1], [2], посвятившему изучению катамаранных судов десятки лет своей жизни.

В эти же годы в ЦНИИ им. А.Н. Крылова катамаранами занимался В.А.Дубровский. Среди 165 его работ не только катамараны, но и другие многокорпусные суда, например, в работах [6], [9], [24], есть суда с малой площадью ватерлинии СМПВ, которые тоже дают снижение волнового сопротивления, например, [7], [8], [25].

Много лет проблемой многокорпусных судов занимался в Сиднее (Австралия) доктор Лоуренс Докторс [20], [21], [22], [23]. Он выполнил десятки теоретических и экспериментальных исследований. Так как катамараны по многим характеристикам

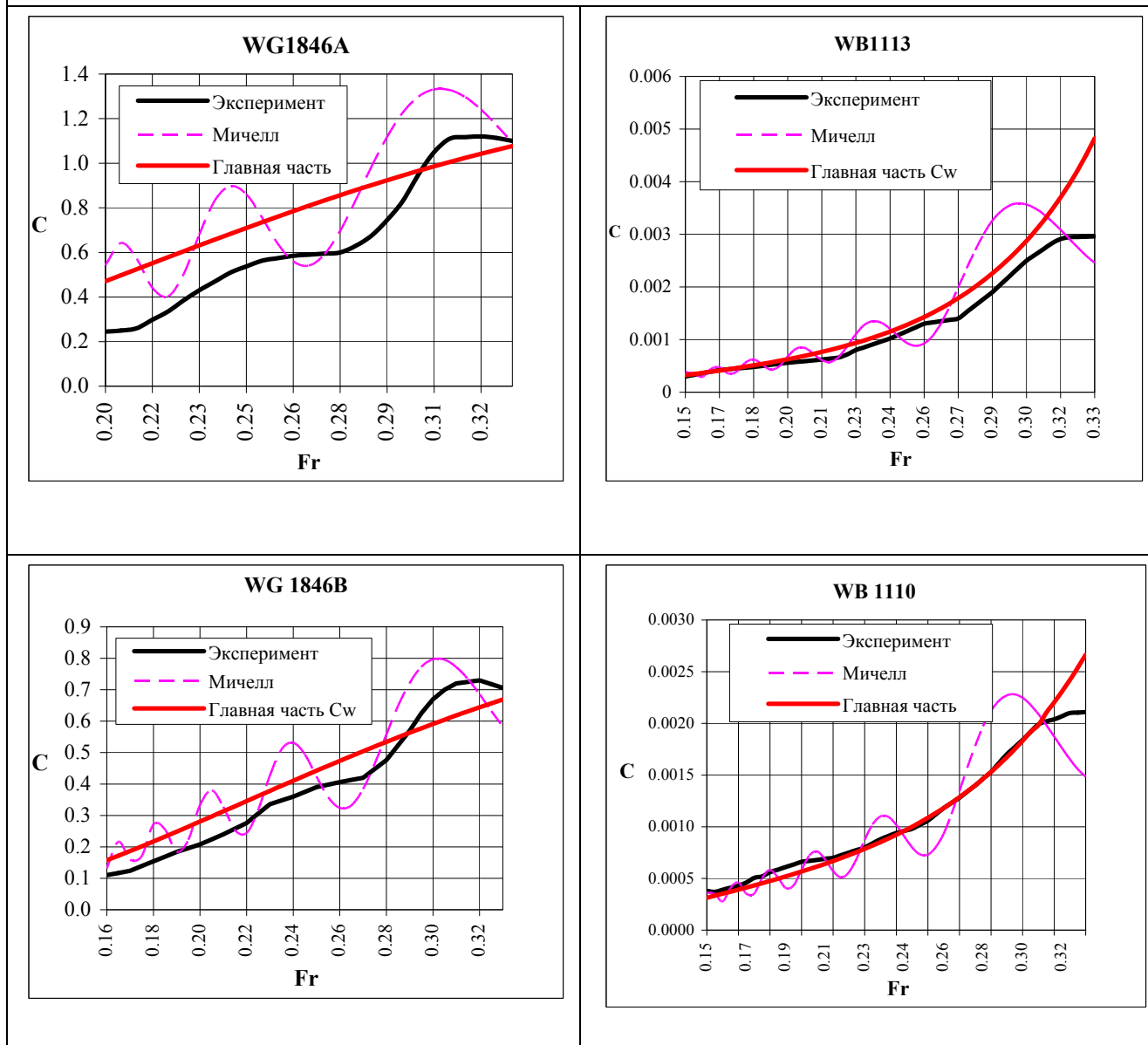
выигрывают по сравнению с однокорпусными судами только на больших скоростях, Л.Докторс занимался скоростными катамаранами и докладывал результаты своей работы на конференциях по быстроходным судам FAST (Fast Sea Transportation). Пример катамаанного корабля показан на рис.. IV.3.

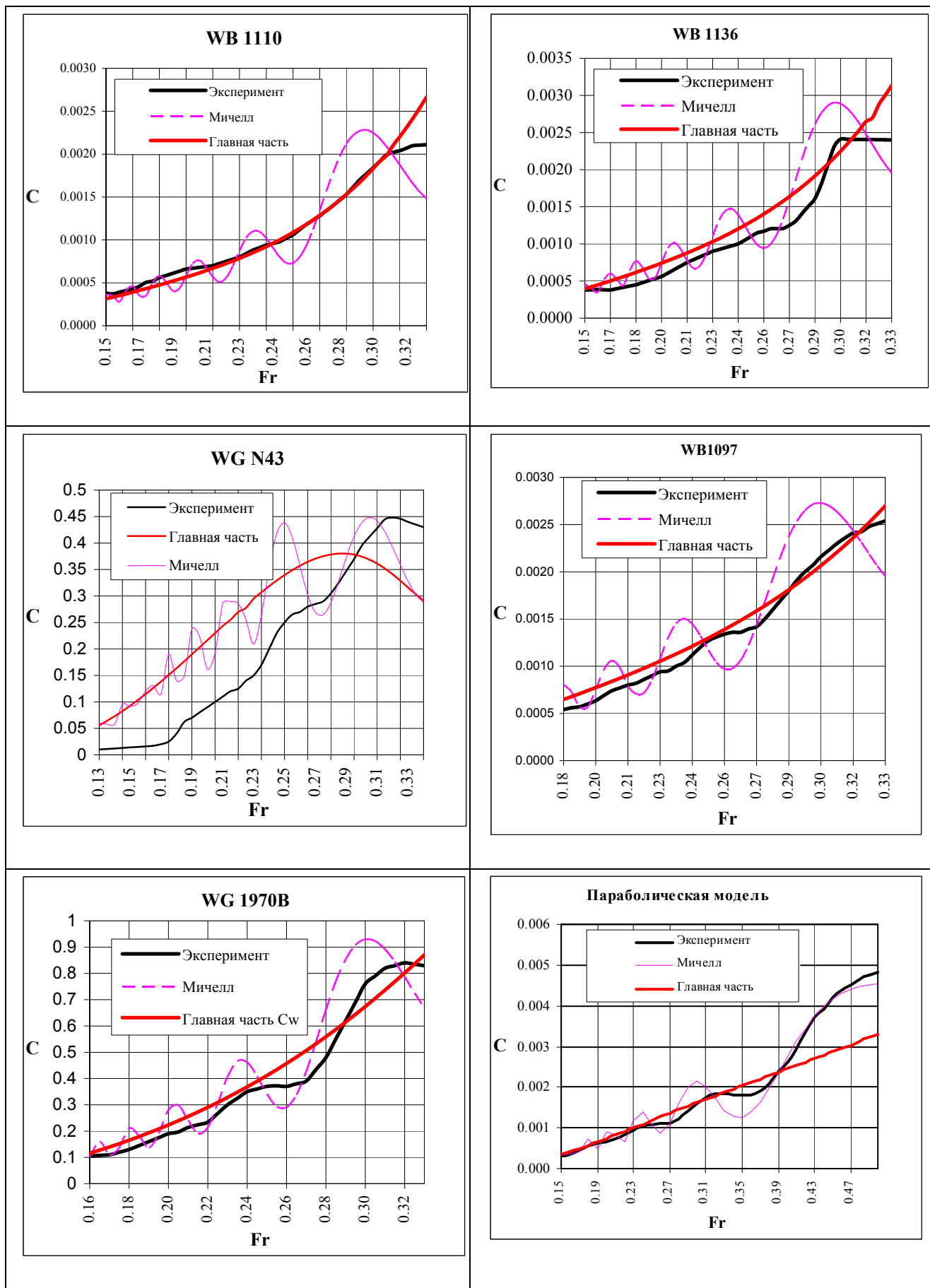


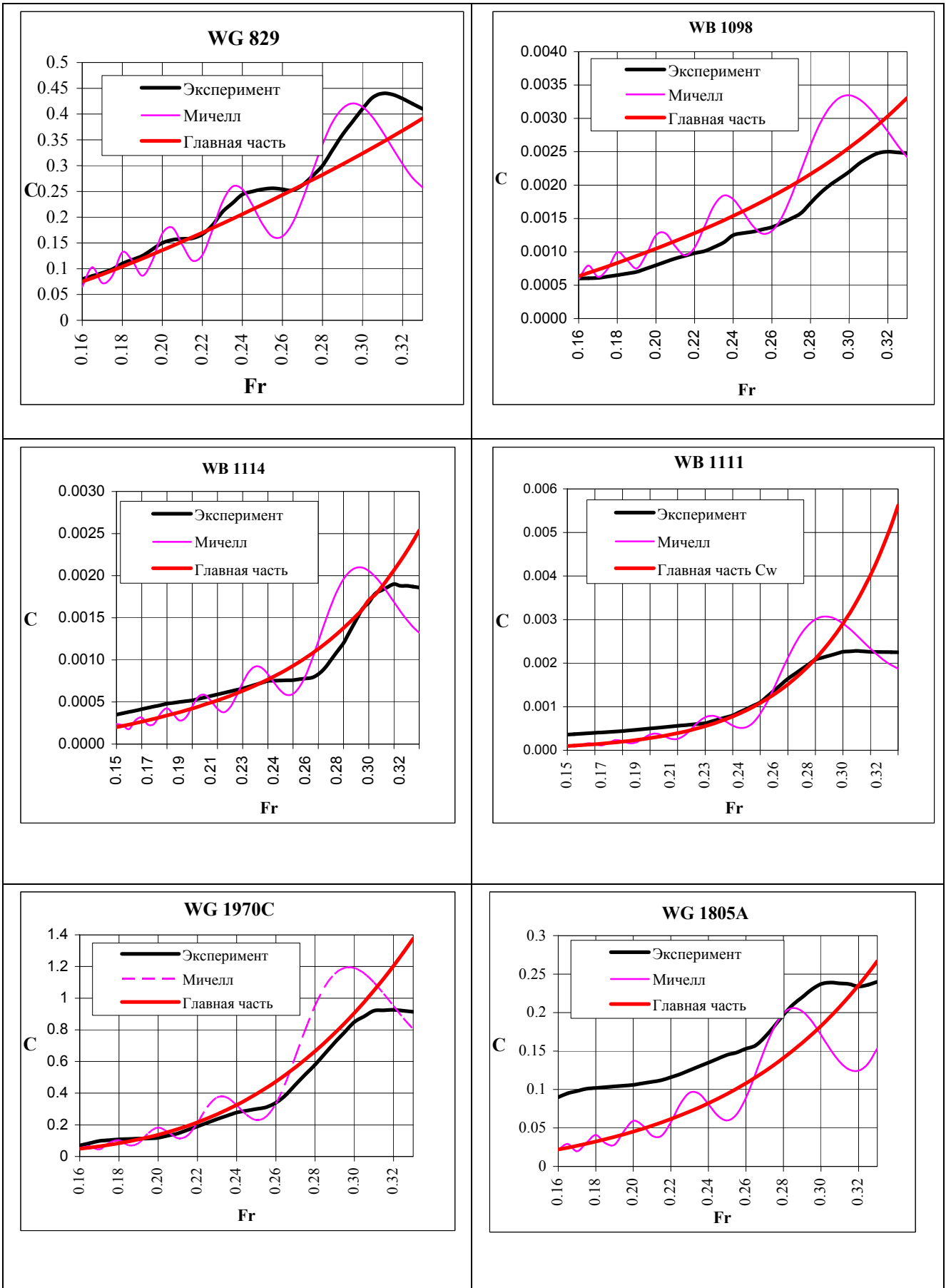
IV.2. Использование главной части интеграла Мичелла для выбора формы обводов

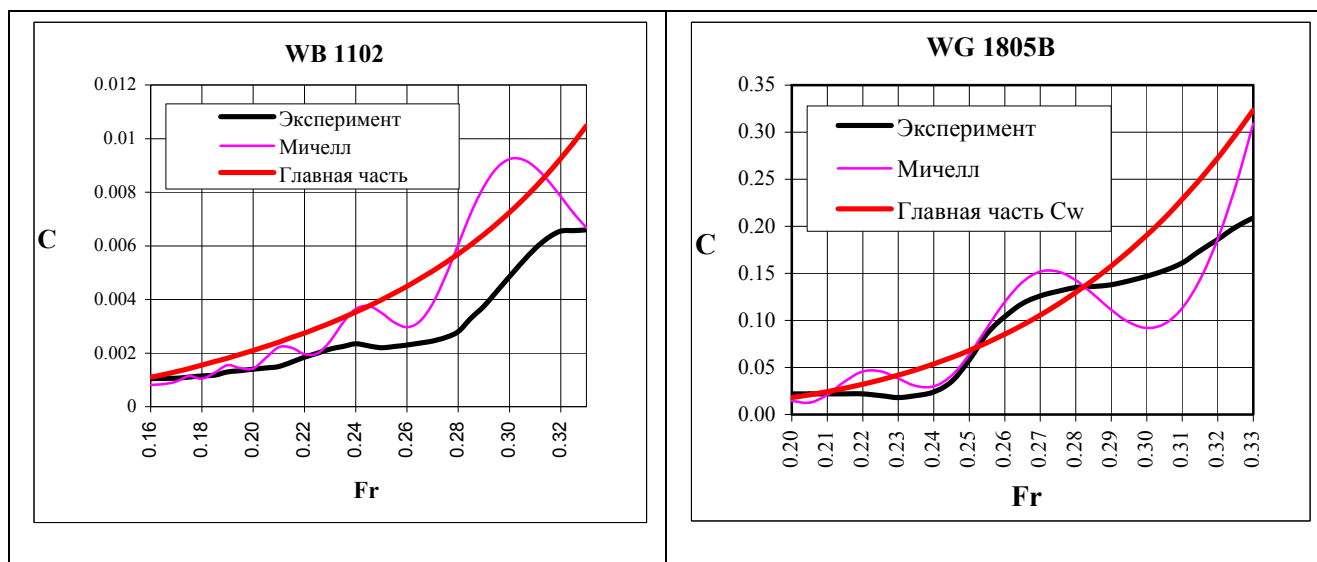
Сравнение расчётной кривой Мичелла и особенно её главной части с экспериментальной кривой остаточного сопротивления для моделей Виглея и Вейнблюма показало, что в диапазоне чисел Фруда $[0,15 \div 0,33]$ кривая главной части интеграла Мичелла для многих моделей достаточно близко подходит к экспериментальной кривой остаточного сопротивления. Это видно из таблицы IV.1. Следовательно, главная часть интеграла Мичелла может быть использована в качестве критерия при выборе формы корпуса судна с наименьшим волновым сопротивлением. Проще всего выполнить такой анализ, используя аналитические модели Виглея и Вейнблюма, для которых получены кривые остаточного сопротивления. Для анализа были разработаны 8 уравнений, которые приведены в таблице IV.2.

Таблица IV.1. Экспериментальная кривая остаточного сопротивления, кривая Мичелла и главная часть интеграла Мичелла









Выводы были сделаны на основании расчётов и сравнения их с экспериментами моделей В.Виглея и Г.Вейнблума, чертежи которых показаны в таблице IV.6 [5].

Таблица IV.2. Уравнения для вариации формы

| | |
|---|---|
| 1 | $y = b[(1 + a_1x^2 + a_2x^4 + a_3x^6) \cdot (1 - 0,564z^{S_1} - 0,436z^{S_2}) - 0,5(x^2 + a_1x^4 + a_2x^6 + a_3x^8) \cdot (z^{S_3} - 0,564z^{S_3+S_1} - 0,436z^{S_3+S_2})]$ |
| 2 | $y = b[(1 + a_1x^2 + a_2x^4 + a_3x^6) \cdot (1 - 0,564z^{S_1} - 0,436z^{S_2}) - (x^2 + a_1x^4 + a_2x^6 + a_3x^8) \cdot (z^{S_3} - 0,564z^{S_3+S_1} - 0,436z^{S_3+S_2})]$ |
| 3 | $y = b\{(1 + a_1x^2 + a_2x^4 + a_3x^6)(1 - z^{S_1})[1 - 0,5(z^{S_2} + z^{S_3})x^2]\}$ |
| 4 | $y = b[(1 - x^2) - (x^2 + a_1x^4 + a_2x^6 + a_3x^8)z^{S_3}](1 - 0,564z^{S_1} - 0,436z^{S_2})]$ |
| 5 | $y = b \cdot (1 + a_1x^2 + a_1x^4 + a_2x^6 + a_3x^8) \cdot (1 - 0,564z^{S_1} - 0,436z^{S_2})]$ |
| 6 | $y = b[(1 - z^{S_1})(1 + a_1x^2 + a_2x^4 + a_3x^6) + (z^{S_2} - z^{S_3})(1 - x^2)^4]$ |
| 7 | $y = b\{(1 + a_1x^2 + a_2x^4 + a_3x^6 - 0,5(x^3 - x^5))(1 - z^{S_1}) - 0,5[(x^2 + a_1x^4 + a_2x^6 + a_3x^8 - 0,5(x^5 - x^7))](z^{S_2} - z^{S_3})\}$ |
| 8 | $y = b(1 + a_1x^2 + a_2x^4 + a_3x^6)(1 - z^{S_1})]$ |

Сравнительный критерий для анализа- это отношение главной части интеграла Мичелла R_g к водоизмещению судна D : $K_g = R_g/D$.

Чтобы обосновать метод для оптимизации формы корпуса судна, необходимо было выяснить, существует ли минимум волнового сопротивления при изменении коэффициентов уравнения корпуса. Результаты анализа приведены на рис. IV.8. Из него видно, что такой минимум волнового сопротивления существует.

Для проверки существования минимума была выбрана широкая модель Вейнблума 1102 ($\eta = (1 - \xi^4) (1 - 0,4\xi^2) \cdot (1 - \zeta^{12}) \cdot [1 - 0,5(\zeta + \zeta^3) \cdot \zeta^2]$) из уравнения 3 таблицы IV.2. При изменении коэффициента a_2 и показателя степени S_1 другие коэффициенты a_1, a_3 и показатели S_2 и S_3 также изменяются. При выборе формы с наименьшим волновым сопротивлением варьируются указанные параметры при сохранении общего коэффициента полноты δ , осадки T и длины L между перпендикулярами по главной ватерлинии.

Из всех расчётов было получено, что минимум волнового сопротивления может быть получен при условии, что подводный объём корпуса судна смещён ближе к днищу или к

миделевому шпангоуту насколько возможно, что влечёт за собой уменьшение угла входа верхних ватерлиний.

На рис. IV.8 показана зависимость коэффициента R_g/D от коэффициента a_2 и числа Фруда для модели 1102. Толстая линия связывает точки минимальных значений волнового сопротивления на разных числах Фруда. Из этого рисунка видно, что минимум волнового сопротивления существует и что он не равен нулю.

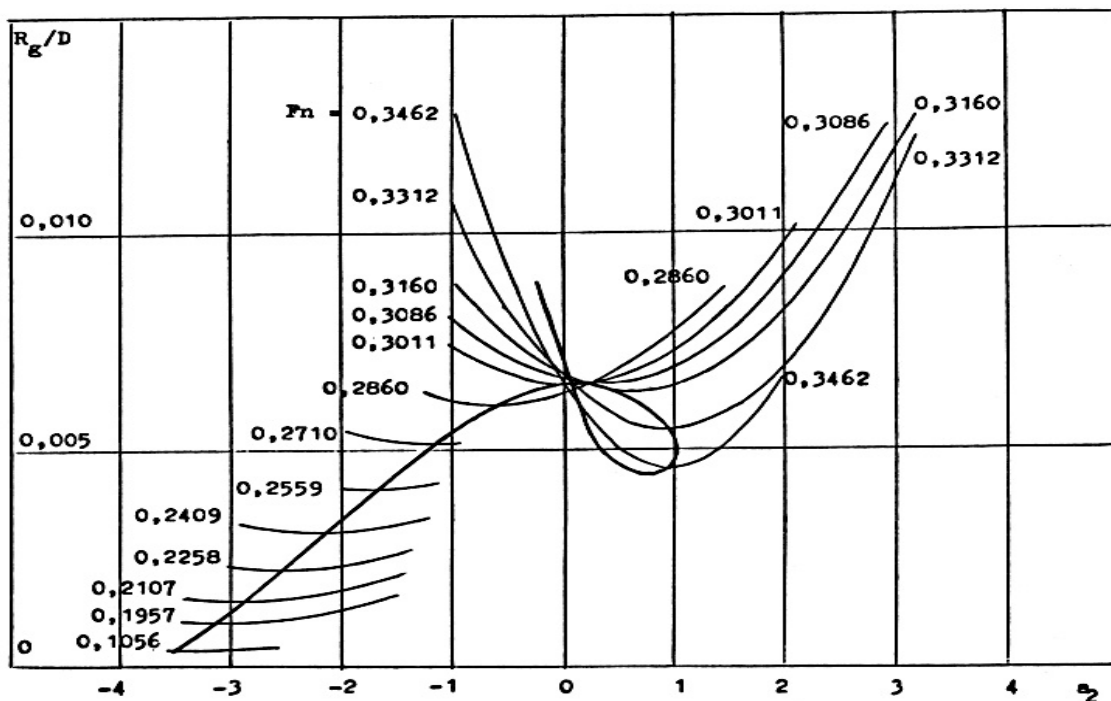


Рис. IV.8. Графическое изображение отношения R_g/D как функции коэффициента a_2 для третьего уравнения корпуса модели Вейнблума 1102 с постоянным значением δ .

Для того чтобы найти форму корпуса с наименьшим волновым сопротивлением, варьировались коэффициенты S_1, S_2, S_3 шпангоутов или a_1, a_2, a_3 ватерлиний, а коэффициент общей полноты δ , осадка T и относительная длина L/V остались постоянными. В нашем анализе все модели имели одинаковые главные размерения $L = 4,5 м$, $V = 0,45 м$, $T = 0,18 м$ и коэффициент полноты $\delta = 0,6$. Выбор формы корпуса был выполнен для трёх диапазонов относительной скорости.

$$0,15 \leq Fn \leq 0,20 \text{ (малые скорости);}$$

$$0,21 \leq Fn \leq 0,26 \text{ (средние скорости);}$$

$$0,27 \leq Fn \leq 0,31 \text{ (высокие скорости).}$$

Написанные в таблице IV.2 уравнения позволяют изменять форму ватерлинии от вогнутости до выпуклости и изменять форму шпангоутов от V – образных до U-образных и даже до бульба в носу и до выпуклости борта на миделе. Однако не все эти уравнения эквивалентны. Например, четвертое уравнение даёт как традиционные обводы, так и обводы с бульбом. Шестое уравнение даёт корпус с булём на миделе и традиционную форму тоже. Это показано в таблице IV.5. Остальные шесть уравнений описывают традиционные формы водоизмещающих судов.

Для исследования выбраны два пути. Первый даёт изменение формы ватерлиний при сохранении форм шпангоутов, и второй путь позволяет изменять форму шпангоутов при выбранном характере ватерлиний.

Эти расчёты позволили сделать следующие заключения: минимум существует только для коэффициентов ватерлиний. Для большинства ватерлиний минимум не появляется при

изменении формы шпангоутов. Монотонное изменение степеней S_1 , S_2 и S_3 либо монотонно уменьшает, либо монотонно увеличивает волновое сопротивление.

Таблица IV.3. Данные по моделям Виглея и Вейнблюма

| модели Виглея и Вейнблюма | Угол входа в.л. | L , m | B , m | T , m | β | δ | Φ | L/B | B/T |
|---------------------------|-----------------|---------|---------|---------|---------|----------|---------------------------|--------|-------|
| 1846b | 13°31' | 4.8766 | 0.4572 | 0.3048 | 0,666 | 0,355 | 0,693 | 10.67 | 1,5 |
| N43 | 13°31' | 4.8766 | 0.4572 | 0.3048 | 0,641 | 0,799 | 0,879 | 10.67 | 1,5 |
| 1970с | 5°45' | 4.8766 | 0.4572 | 0.3048 | 0,671 | 0,467 | 0,700 | 10.67 | 1,5 |
| 1970b | 11°20' | 4.8766 | 0.4572 | 0.3048 | 0,671 | 0,467 | 0,700 | 10.67 | 1,5 |
| 1805a | 4°17' | 4.8766 | 0.4572 | 0.3048 | 0,666 | 0,391 | 0,587 | 10.67 | 1,5 |
| 1805b | 0°00' | 4.8766 | 0.4572 | 0.3048 | 0,666 | 0,355 | 0,533 | 10.67 | 1,5 |
| Parabolic | 11°20' | 4.8766 | 0.4572 | 0.3048 | 0,666 | 0,444 | 0,667 | 10.67 | 1,5 |
| 1846a | 16°41' | 4.8766 | 0.4572 | 0.3048 | 0,666 | 0,391 | 0,587 | 10.67 | 1,5 |
| 829 | 8°00' | 4.8766 | 0.4572 | 0.3048 | 0.656 | 0,427 | 0,640 | 10.67 | 1,5 |
| 1113 | 13°31' | 4.500 | 0.45 | 0.18 | 0,839 | 0,578 | 0,69 | 10 | 2,5 |
| 1100 | 13°31' | 4.500 | 0.45 | 0.18 | 0,839 | 0,579 | 0,69 | 10 | 2,5 |
| 1110 | 13°31' | 4.500 | 0.45 | 0.18 | 0,839 | 0,550 | 0,656 | 10 | 2,5 |
| 1097 | 13°31' | 4.500 | 0.45 | 0.18 | 0,75 | 0,519 | 0,693 | 10 | 2,5 |
| 1136 | 13°31' | 4.500 | 0.45 | 0.18 | 0,929 | 0,619 | 0,666 | 10 | 2,5 |
| 1114 | 7°48' | 4.500 | 0.45 | 0.18 | 0,839 | 0,550 | 0,6565 | 10 | 2,5 |
| 1098 | 7°56' | 4.500 | 0.45 | 0.18 | 0,75 | 0,519 | 0,693 | 10 | 2,5 |
| 1111 | 6°10' | 4.500 | 0.45 | 0.18 | 0,839 | 0,542 | 0,647 | 10 | 2,5 |
| 2130a | 5°20' 15°42' | 4.8766 | 0.4572 | 0.3048 | 0,667 | 0,467 | 0,742/ 0,658, 0,700 | 10.67 | 1,5 |
| 1112 | бульб | 4.500 | 0.45 | 0.18 | 0,830 | 0,5425 | 0,6465 | 10 | 2,5 |
| 2038C | 6°18' | 4.8766 | 0,5334 | 0,1524 | 0,6667 | 0,400 | 0,600 | 9,1425 | 3,5 |

На малых скоростях (первый диапазон чисел Фруда) оптимальные ватерлинии имеют вогнутость вдоль осадки и шпангоуты становятся V-образными. Изменение формы корпуса во всех этих уравнениях для чисел Фруда 0,15-0,23 продемонстрировали, что корпуса с наименьшим волновым сопротивлением имеют подобные формы. Даже четвертое уравнение даёт форму без бульба. Это дают вогнутые формы на малых числах Фруда и бульбы на высоких. На средних скоростях (второй диапазон чисел Фруда) ватерлинии почти прямые и шпангоуты становятся U-образными. На высоких числах Фруда ватерлинии становятся выпуклыми, а шпангоуты U-образными.

Для чисел Фруда между 0,26 и 0,27 расчёты были сделаны для всех уравнений (от первого до восьмого). Было найдено, что на этих числах Фруда ватерлинии всегда выпуклые. Традиционные формы имеют U-образные шпангоуты, но с некоторым развалом от днища к главной ватерлинии.

Шестое уравнение даёт наименьший критерий K_g для всех скоростей. Лучшая форма имеет буль на миделе. Можно видеть пример оптимальной формы, полученной из уравнения 6 на числе Фруда 0,27, показанный в таблице IV.4. Такие формы характерны для древних судов, форма которых отрабатывалась веками. Это обстоятельство позволяет надеяться, что выбранный путь анализа ведёт к верным выводам о форме корпуса судна с наименьшим волновым сопротивлением.

Модели с бульбом в носу (четвёртое уравнение) имеет значение $K_g = 2,1260$ на данном числе Фруда по сравнению с другими, за исключением модели с булём на миделе, имеющей $K_g = 1,723$. Несмотря на разницу в форме, другие уравнения дают почти равные значения волнового сопротивления (корпуса с наименьшим критерием K_g показаны в таблице IV.4 рис. IV.14).

Кроме того, выбор формы корпуса с наименьшим значением K_g был сделан (с помощью четвёртого уравнения) для разных чисел Фруда. Как легко видеть из таблицы IV.5, корпуса меняются от традиционной формы до форм с разной формой бульба (от рис. IV.17 до рис. IV.22).

Было сделано много разных вариантов обводов с наименьшим волновым сопротивлением при разных начальных условиях. Один из вариантов был сделан без наложения условий на ширину B корпуса судна. Полученный вариант подтвердил, что уменьшение сопротивления происходит, когда объём подводной части, как можно больше смещён к днищу. Для оптимизации использовано уравнение 4. Это показано на приведенном ниже рисунке IV.23..

Таблица IV.4. Оптимальные формы корпуса с разными обводами

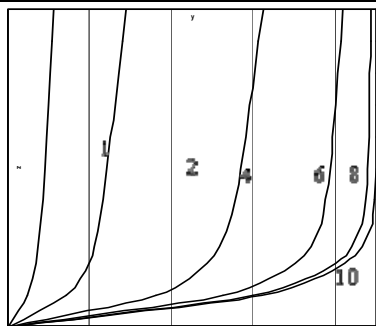


Рис. IV.9. Оптимальная форма корпуса по уравнению (1) ($K_g = 2,4366$)

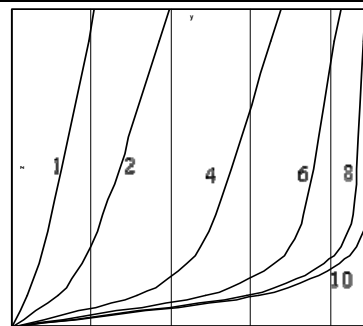


Рис. IV.10. Оптимальная форма корпуса по уравнению (2) ($K_g = 2,5991$)

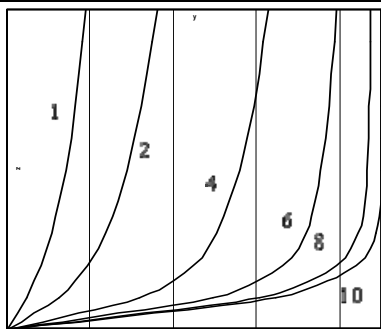


Рис. IV.11. Оптимальная форма корпуса по уравнению (3) ($K_g = 2,2019$).

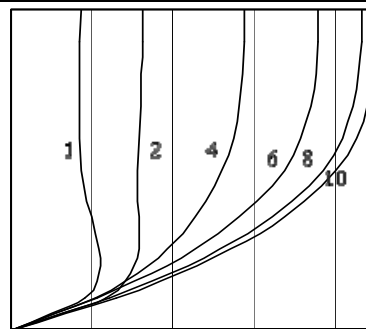


Рис. IV.12. Оптимальная форма корпуса по уравнению (4) ($K_g = 2,1260$)

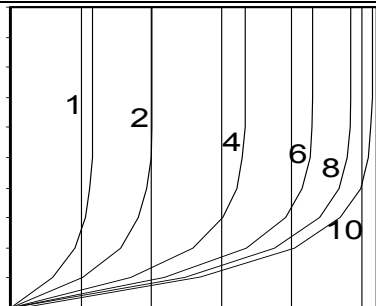


Рис. IV.13. Оптимальная форма корпуса по уравнению (5) ($K_g = 2,2559$)

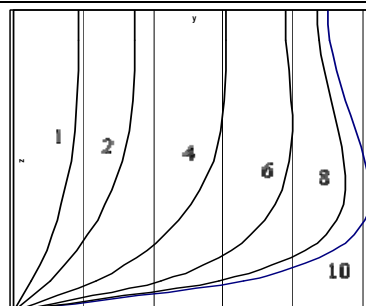


Рис. IV.14. Оптимальная форма корпуса по уравнению (6) ($K_g = 1,7231$)

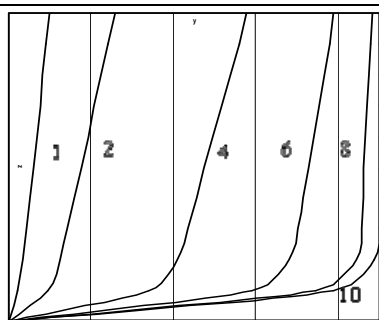


Рис. IV.15. Оптимальная форма корпуса по уравнению (7) ($K_g = 3,5675$)

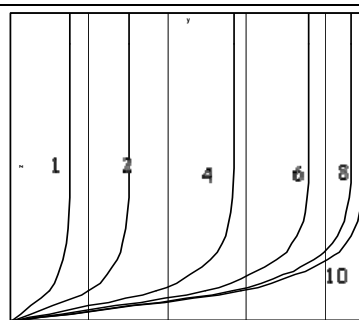


Рис. IV.16. Оптимальная форма корпуса по уравнению (8) ($K_g = 2,4585$)

Таблица IV.5. Примеры обводов моделей, которые можно получить из уравнения модели Вейнблума, меняя коэффициенты ватерлиний и шпангоутов (уравнение 4 таблицы IV.2)

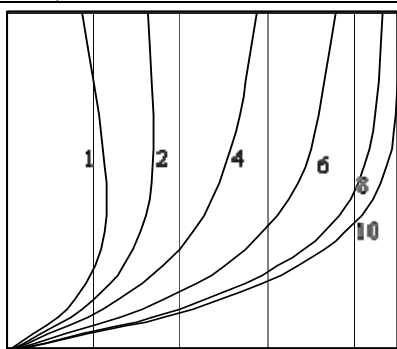


Рис. IV.17. Корпус модели Вейнблума WB1112

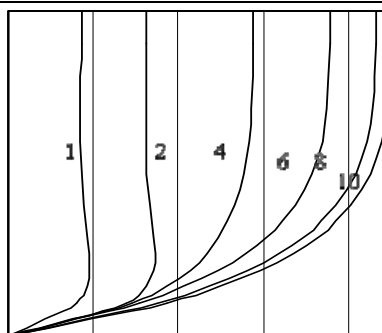


Рис. IV.18. Модель со сдвинутым к днищу небольшим бульбом

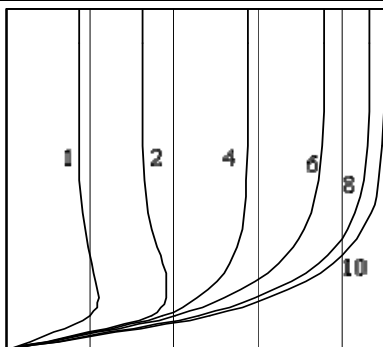


Рис. IV.19. Модель с большим сдвигом к днищу бульбом по сравнению с моделью 2B

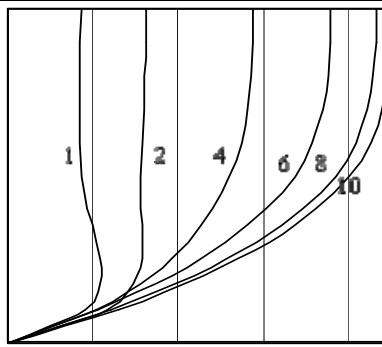


Рис. IV.20. Модель с увеличенным у днища бульбом

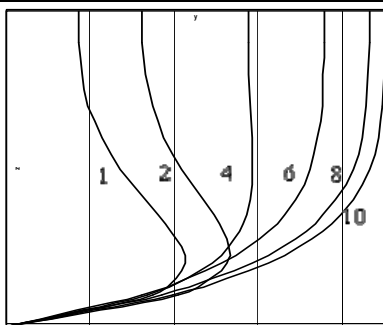


Рис. IV.21. Корпус модели с большим бульбом

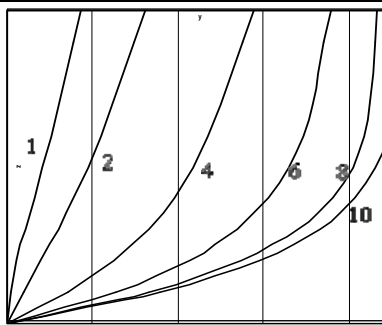


Рис. IV.22. Форма корпуса модели без бульба

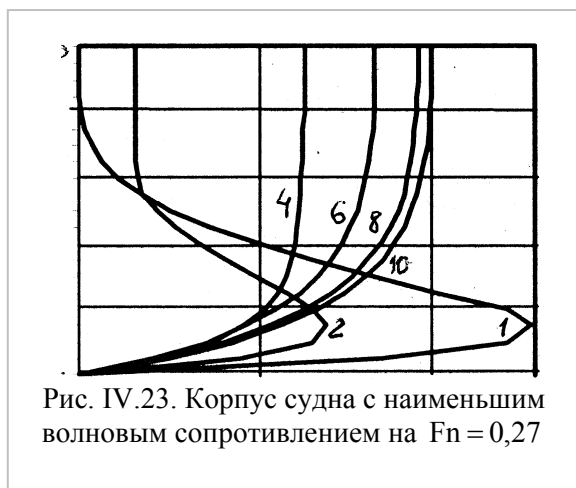


Рис. IV.23. Корпус судна с наименьшим волновым сопротивлением на $Fn = 0,27$

На основании этого анализа можно сделать следующие выводы:

1. Выбранный критерий $K_g = R_g/D$ - отношения главной части интеграла Мичелла к водоизмещению верно отражает качество обводов корпуса судна.

2. При выбранных главных размерениях и заданном характере обводов можно путём небольших изменений шпангоутов и ватерлиний найти форму, имеющую наименьшее волновое сопротивление (рис.IV.8).

3. При проектировании следует учитывать, что волновое сопротивление тем меньше, чем меньше угол входа носовых ватерлиний.

4. Для выполнения пунктов 2 и 3 необходимо смещать объём водоизмещения к днищу и к миделю, т.е. подальше от угла входа действующей ватерлинии. Это хорошо видно на рисунках IV.12 и IV.14 в таблице IV.4.

Таблица IV.6. Формы обводов моделей В.Виглея и Г.Вейнблума

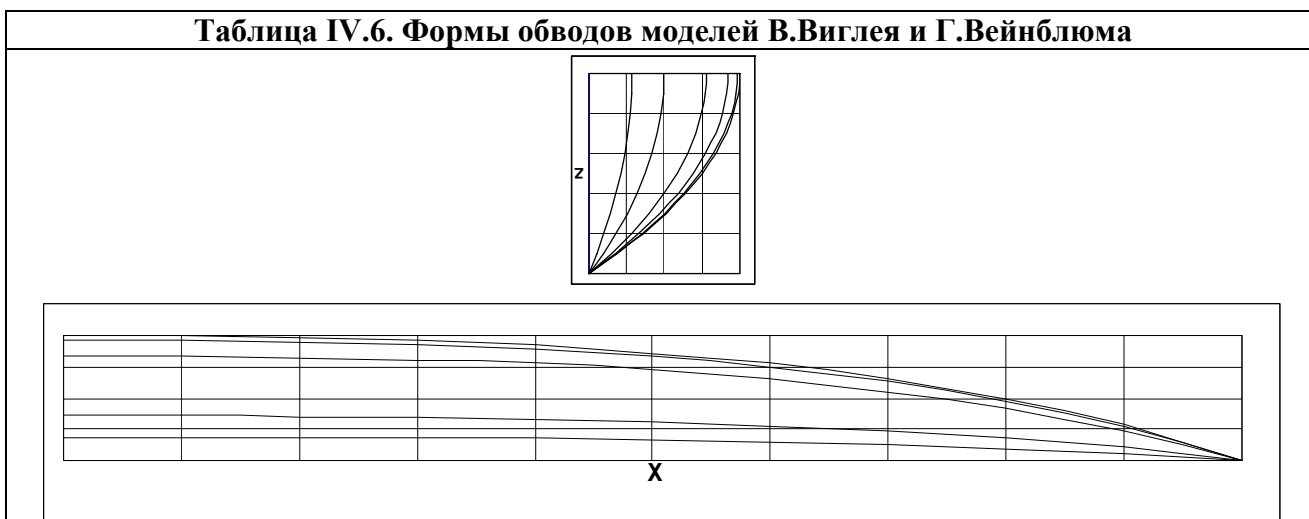


Рис. IV.24 Шпангоуты и ватерлинии модели Виглея WG 1846A

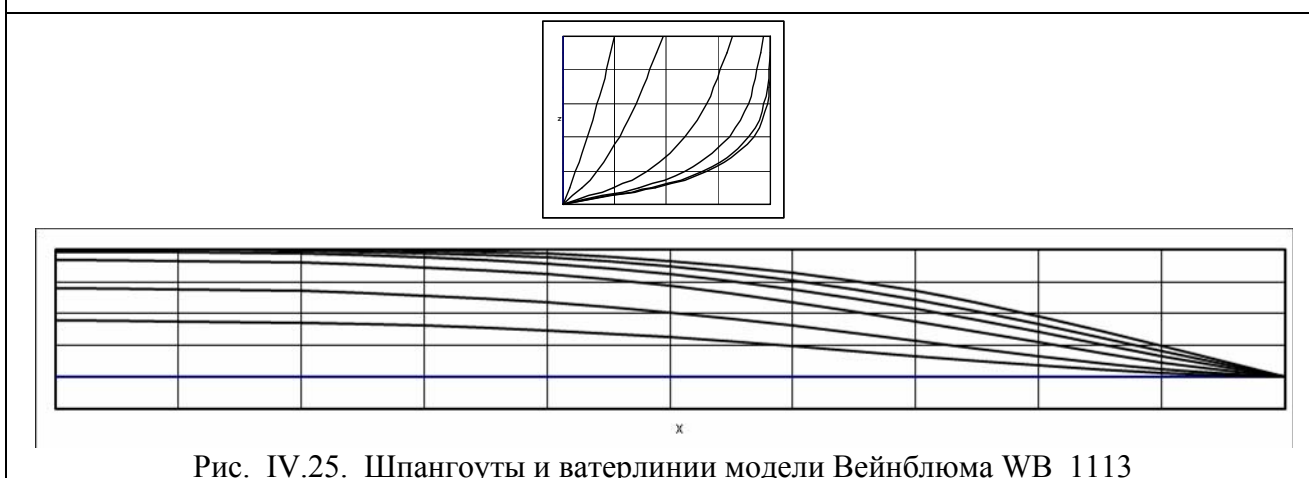


Рис. IV.25. Шпангоуты и ватерлинии модели Вейнблума WB 1113

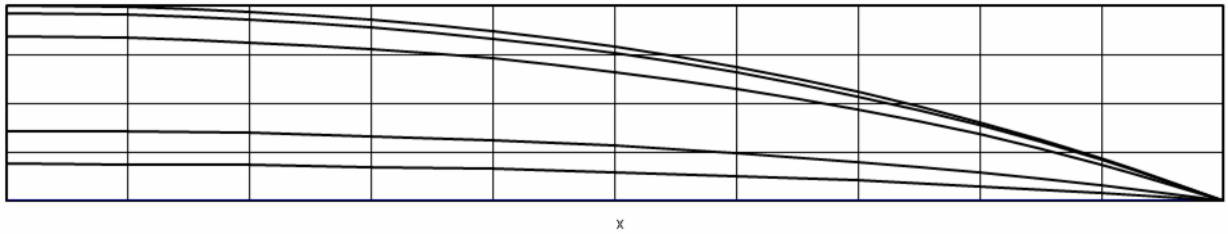
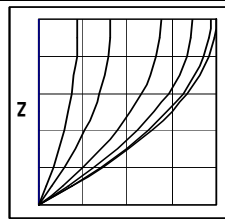


Рис. IV.26. Шпангоуты и ватерлинии модели Виглея WG_1846B

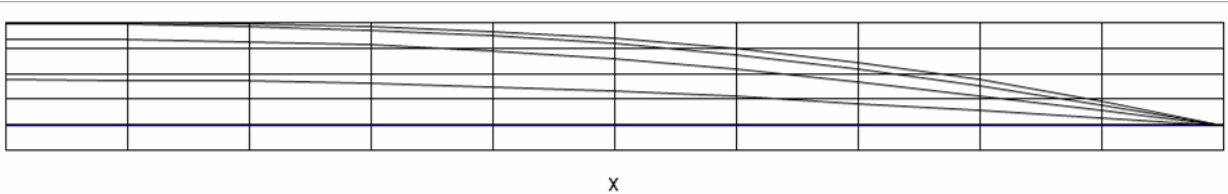
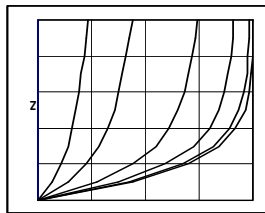


Рис. IV.27. Шпангоуты и ватерлинии модели Вейнблума WB_1100

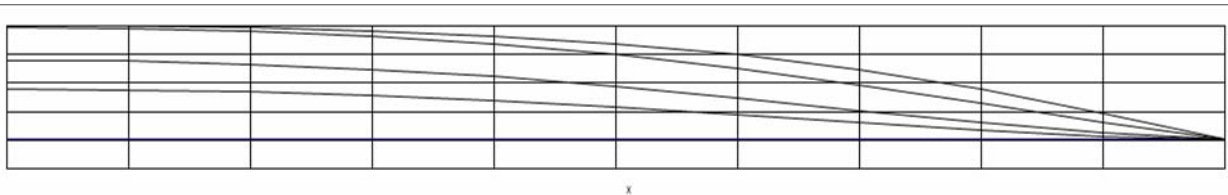
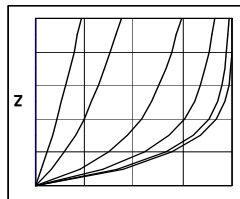
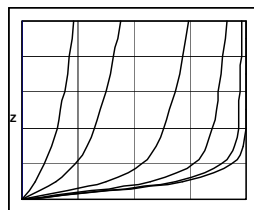


Рис. IV.28. Шпангоуты и ватерлинии модели Вейнблума WB_1110



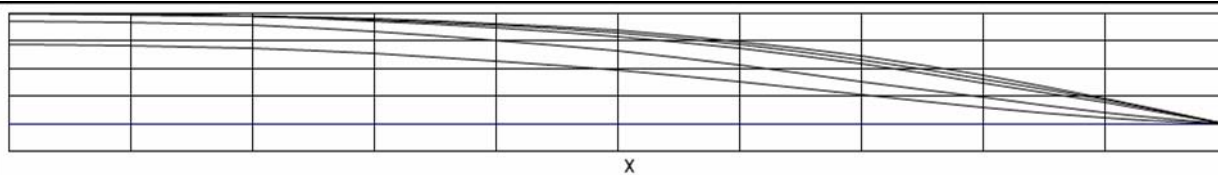


Рис. IV.29. Шпангоуты и ватерлинии модели Вейнблюма WB_1136

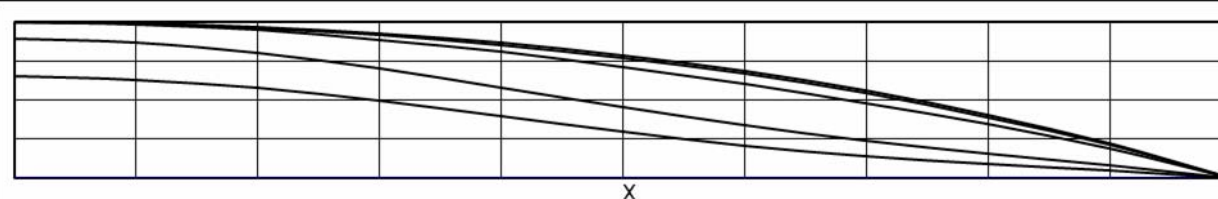
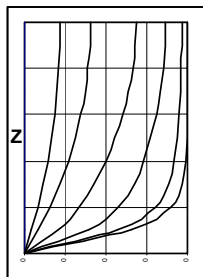


Рис. IV.30. Шпангоуты и ватерлинии модели Виглея WG_N43

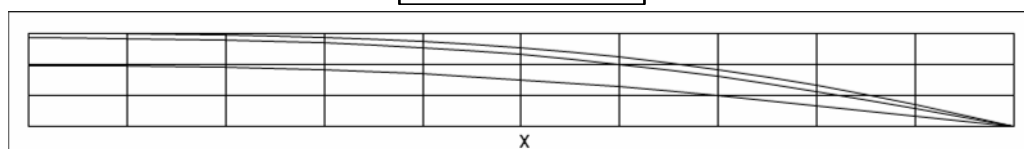
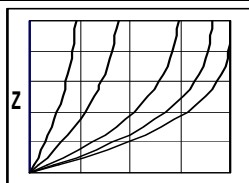


Рис. IV.31. Шпангоуты и ватерлинии модели Вейнблюма WB_1097

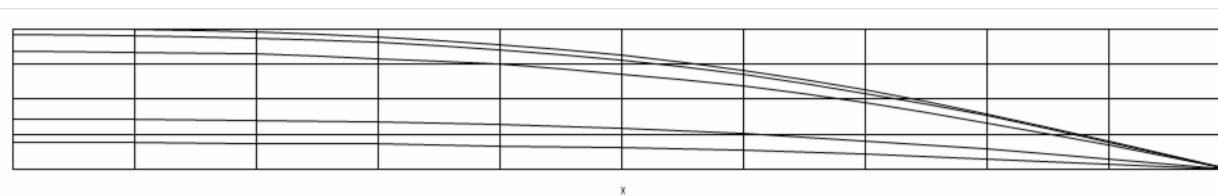
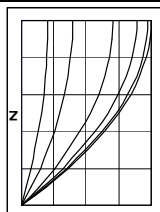


Рис. IV.32. Шпангоуты и ватерлинии модели Виглея WG_1970B

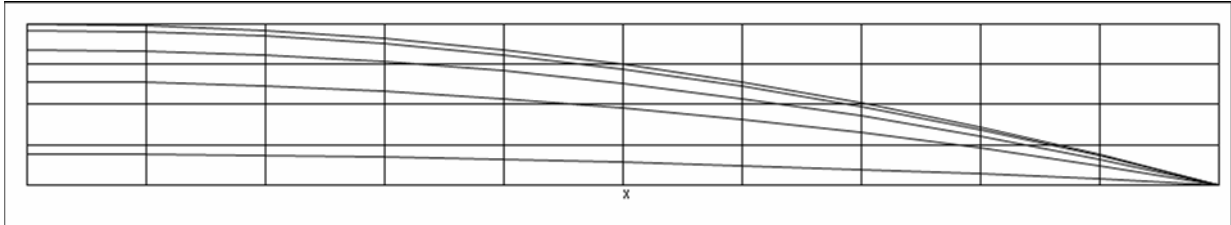
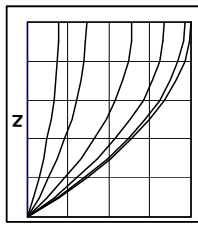


Рис. IV.33. Шпангоуты и ватерлинии параболической модели Виглея

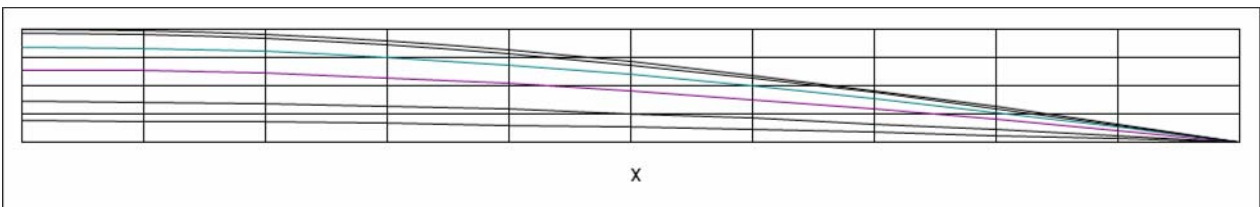
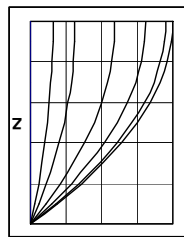


Рис. IV.34. Шпангоуты и ватерлинии модели Виглея WG 829

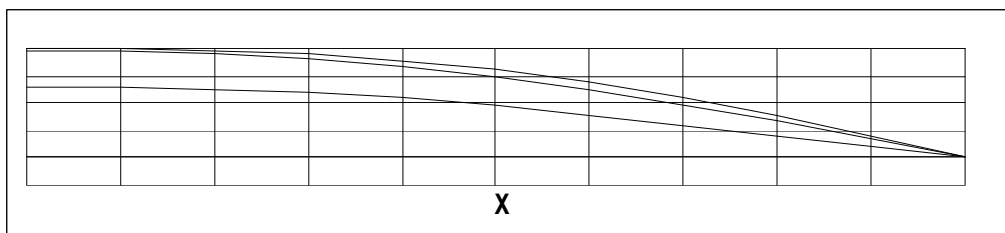
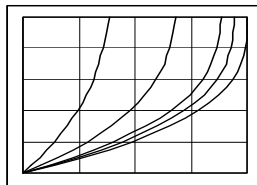
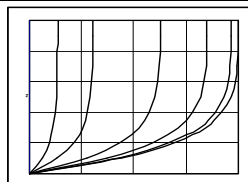


Рис. IV.35. Шпангоуты и ватерлинии модели Вейнблума WB_1098



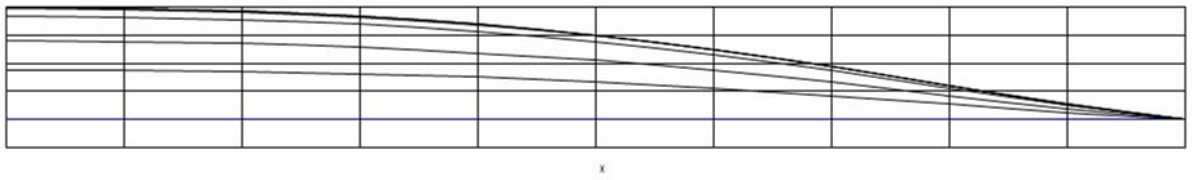


Рис. IV.36. Шпангоуты и ватерлинии модели Вейнблума WB_1114

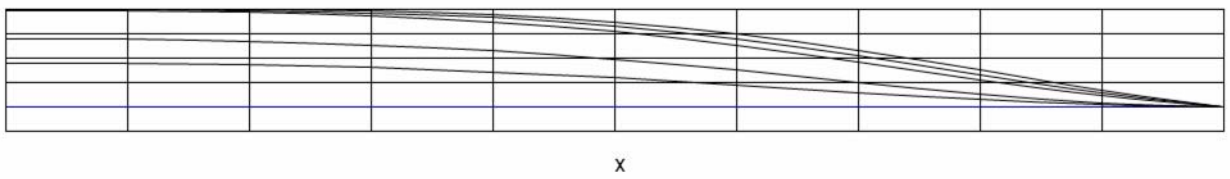
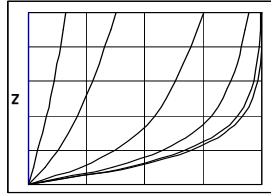


Рис. IV.37. Шпангоуты и ватерлинии модели Вейнблума WB_1111

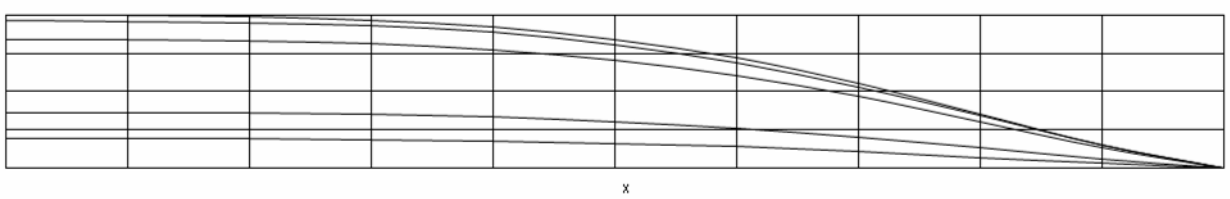
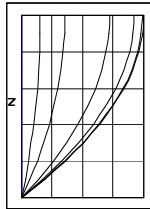


Рис. IV.38. Шпангоуты и ватерлинии модели Виглея 1970С

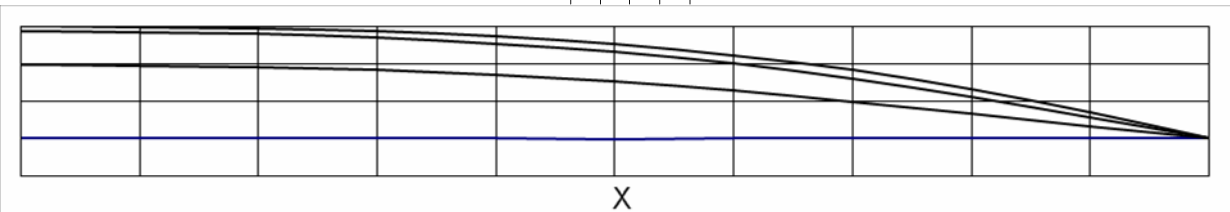
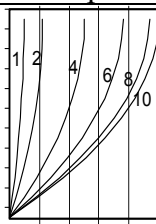
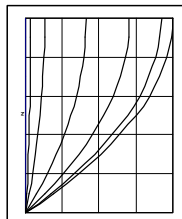


Рис. IV.39. Шпангоуты и ватерлинии модели Виглея 1805А



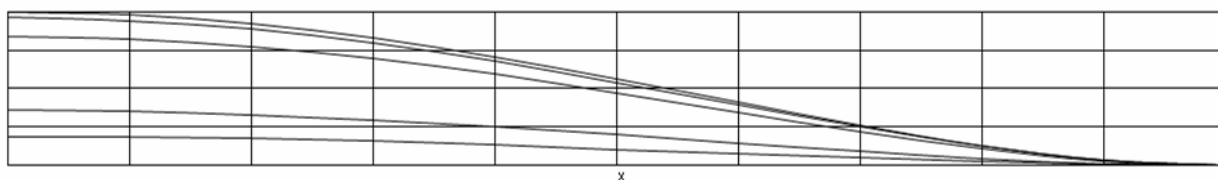


Рис. IV.40. Шпангоуты и ватерлинии модели Виглея 1805В

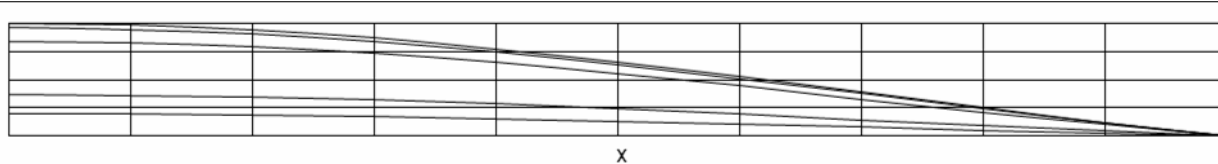
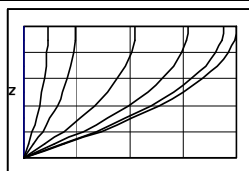


Рис. IV.41. Шпангоуты и ватерлинии модели Виглея 2038С

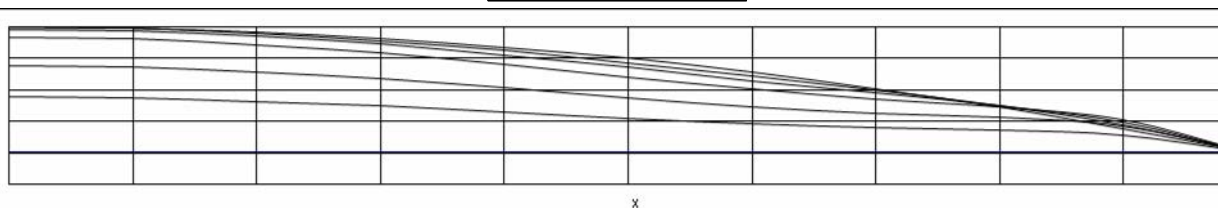
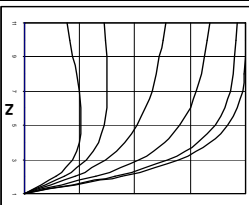


Рис. IV.42. Шпангоуты и ватерлинии модели Вейнблума WB 1112

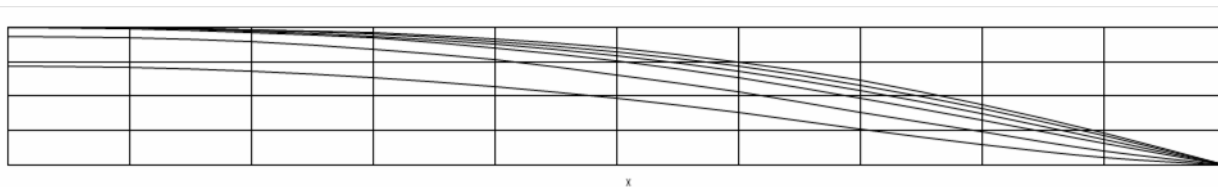
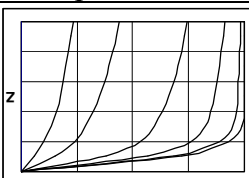


Рис. IV.43. Шпангоуты и ватерлинии модели Вейнблума WB 1102

В таблице IV.6 приводятся проекции теоретического чертежа «корпус» и «ватерлинии», которые дают представление об обводах выбранных моделей. На чертежах показаны только характерные сечения. Разнообразие форм обводов (рис. IV.24 - IV.43) позволило проверить влияние на сопротивление разных параметров этих моделей. Данные по этим моделям приведены в таблицах IV.2 и IV.3. В таблице IV.2 приводятся уравнения обводов выбранных для анализа моделей. В таблице IV.3 приведены главные размерения, углы входа действующей ватерлинии, коэффициенты полноты и отношения главных размерений.

Форма должна быть изящна, но этого мало, она должна соответствовать содержанию и заключать в себе всё необходимое, но только необходимое
Блез Паскаль

IV.3. Использование графика функции F_3 для выбора формы обводов

В этом параграфе изучается влияние кривизны ватерлиний на волновое сопротивление. Получен график, по которому можно найти соотношение между кривизной верхних и нижних ватерлиний, приводящее к уменьшению волнового сопротивления. Для оптимизации обводов использованы обводы, спроектированные из развёртывающихся поверхностей [4]. Так как из развёртывающихся поверхностей можно проектировать хорошо обтекаемые обводы водоизмещающего судна без потери гидродинамического качества, эти обводы вполне можно использовать для исследований в области корабельной гидродинамики.

Аналитическое представление корпуса судна с развёртывающейся обшивкой представляет собой систему пяти уравнений. Два уравнения этой системы - это два параллельных сечения теоретического чертежа. Третье уравнение – условие параллельности касательных к этим двум сечениям. Четвёртое уравнение даёт равенство углов наклона касательных в точках на выбранных сечениях. Пятое уравнение даёт искомую ординату. Если заданы две ватерлинии в параллельных плоскостях, то система имеет вид:

1. $y_1 = f_1(x)$ при $z = z_1$,
2. $y_2 = f_2(x)$ при $z = z_2$,
3. $\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1}$,
4. $y_1(x_1) = y_2(x_2)$,
5. $y = y_1 + (y_2 - y_1) \frac{z - z_1}{z_2 - z_1}$

(IV.1)

Если уравнения ватерлиний заданы в виде парабол

$$y = m_0 + m_1x + m_2x^2 \quad \text{при } z = z_1, \quad \text{(IV.2)}$$

$$y = n_0 + n_1x + n_2x^2 \quad \text{при } z = z_2, \quad \text{(IV.3)}$$

где в качестве z берётся отношение z к осадке, т.е. z/T , то уравнение поверхности можно записать в явном виде:

$$y = (D_1z^3 + D_2z^2 + D_3z + D_4xz + D_5x^2z + D_6xz^2 + D_7xz^2 + D_8x + D_9)/(D_{10} + D_{11}z)^2, \quad \text{(IV.4)}$$

где значения коэффициентов находятся по формулам:

$$D_1 = \frac{1}{z_2 - z_1} \left[4(m_2 - n_2)^2(n_0 - m_0) + (m_2 - n_2)(m_1 - n_1)^2 \right]$$

$$D_2 = \frac{4}{z_2 - z_1} \left[(m_2 - n_2)^2(z_2m_0 - z_1n_0) - 2(z_2n_2 - z_1m_2)(m_2 - n_2)(m_0 - n_0) \right] +$$

$$+ \frac{1}{z_2 - z_1} \left[2(m_1 - n_1)(z_2n_2 - z_1m_2) + (m_1 - n_1)^2(z_1n_2 - z_2m_2) \right]$$

$$D_3 = \frac{1}{z_2 - z_1} \left[(z_2n_2 - z_1m_2)^2(n_0 - m_0) + 8(z_2n_2 - z_1m_2)(m_2 - n_2)(z_2m_0 - z_1n_0) \right] +$$

$$+ (m_1 - n_1)^2 \left[(z_1^2m_2 - z_2^2m_2) + 2z_1z_2(m_2 - n_2) \right] \quad D_4 = \left[m_2n_2(m_1 + n_1)(z_2 + z_1) - 2(m_1z_2n_2^2 + m_2^2z_1n_1) \right]$$

$$D_5 = 4m_2n_2(m_2 - n_2)(z_2 - z_1); \quad D_6 = 4m_2n_2(m_2 - n_2)(m_2n_1 - m_1n_2);$$

$$D_7 = 4m_2n_2(z_2 - z_1)(m_2z_2 - z_1m_2); \quad D_8 = 4(n_2z_2 - m_2z_1)(m_1n_2z_2 - z_1m_2n_1);$$

$$D_9 = \frac{1}{z_2 - z_1} \left[4(z_2n_2 - z_1m_2)^2(m_0z_2 - n_0z_1) + (z_2n_2 - z_1m_2)(m_1 - n_1)z_2z_1 \right]$$

$$D_{10} = 2(n_2z_2 - m_2z_1); \quad D_{11} = 2(m_2 - n_2),$$

(IV.5)

где $z = z/T$ - относительная осадка. Коэффициенты уравнения (IV.5) зависят от параметров уравнений (IV.2) и (IV.3) и осадки базовых ватерлиний $z = z_1$ и $z = z_2$.

Для данного исследования удобно принять интеграл Мичелла в форме Г.Е.Павленко, в которой производная поверхности корпуса в подынтегральной функции заменена самим уравнением $y = f(x, z)$. Интеграл берётся в виде:

$$R = \frac{4\rho g^4}{\pi \nu^6} \left(\frac{L}{2}\right)^2 \left(\frac{B}{2}\right)^2 T^2 \int_0^{\pi/2} [G^2(\theta) + H^2(\theta)] \frac{d\theta}{\cos^3 \theta}, \quad (IV.6)$$

где

$$\begin{aligned} G(\theta) &= L_1 S_1 + L_2 S_2 + L_3 S_3, \\ H(\theta) &= L_1 Q_1 + L_2 Q_2 + L_3 Q_3. \end{aligned} \quad (IV.7)$$

Так как $y = f(x, z)$ взято в форме (IV.4), то внутренний интеграл берётся в квадратурах по x и z . Здесь функции $S_1, S_2, S_3, Q_1, Q_2, Q_3$ являются тригонометрическими функциями k_0 , а функции L_1, L_2, L_3 зависят от параметра p_0 и формы корпуса. Здесь

$$p_0 = \frac{1}{Fn^2 \cos^2 \theta}, \quad k_0 = \frac{1}{2Fn^2 \cos \theta}. \quad (IV.8)$$

Всё исследование выполняется в безразмерных координатах:

$$\xi = \frac{2x}{L}; \quad \eta = \frac{2y}{B}; \quad \zeta = \frac{z}{T}.$$

Предполагается, что судно не имеет цилиндрической вставки и носовая оконечность описана уравнением (IV.4). Для упрощения анализа судно предполагается симметричным относительно миделя. В этом случае интеграл $G(\theta)$ исчезает и $H(\theta)$ имеет форму

$$H(\theta) = L_1 \frac{\sin k_0}{k_0} + L_2 \left(\frac{\sin k_0}{k_0} + \frac{\cos k_0 - 1}{k_0^2} \right) + L_3 \left(\frac{\sin k_0}{k_0} + \frac{2(k_0 - \sin k_0)}{k_0^3} \right), \quad (IV.9)$$

где

$$\begin{aligned} L_1 &= a_1 F_1 + a_2 F_2 + a_3 F_3, \\ L_2 &= a_4 F_2 + a_5 F_3, \\ L_3 &= a_6 F_3. \end{aligned} \quad (IV.10)$$

а функции F_1, F_2, F_3 соответственно равны

$$F_1 = \frac{1 - e^{-p_0 T/L} - p_0 T e^{-p_0 T/L} / L}{(p_0 T / L)^2}, \quad F_2 = \frac{1 - e^{-p_0 T/L}}{p_0 T / L}, \quad (IV.11)$$

$$F_3 = a_7 e^{a_7 p_0 T/L} \{E_i[-(a_7 + 1)p_0 T / L] - E_i(a_7 p_0 T / L)\}.$$

Параметры от a_1 до a_7 алгебраически зависят от коэффициентов уравнений (IV.2) и (IV.3) и для $z = 0$ равны

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{n_0 - m_0}{z_2} + \frac{(m_1 - n_1)^2}{4z_2(m_2 - n_2)}, \quad a_2 = m_0 - \frac{m_2(m_1 - n_1)^2}{4(m_2 - n_2)^2}, \quad a_3 = \frac{m_2(m_1 - n_1)^2}{4(m_2 - n_2)^2}, \\ a_4 &= \frac{n_1 m_2 - n_2 m_1}{m_2 - n_2}, \quad a_5 = \frac{m_2(m_1 - n_1)}{m_2 - n_2}, \quad a_6 = m_2, \quad a_7 = \frac{n_2 z_2}{m_2 - n_2}. \end{aligned} \quad (IV.12)$$

Подробный анализ подынтегральной функции интеграла Мичелла описан в книге автора [4]. Для того, чтобы определить роль каждой составляющей $H(\theta)$ в выражении (IV.9), необходимо оценить порядок тригонометрических функций L_1, L_2, L_3 и затем определить знаки этих функций. Рассмотрим тригонометрические выражения при $k_0 \rightarrow 0$, когда скорость возрастает до бесконечности. Легко видеть, что при $k_0 \rightarrow 0$ пределы этих выражений равны

$$\lim_{k \rightarrow 0} \frac{\sin k_0}{k_0} = 1, \quad \lim_{k \rightarrow 0} \left[\frac{\sin k_0}{k_0} + \frac{\cos k_0 - 1}{k_0^2} \right] = \frac{1}{2}, \quad \lim_{k \rightarrow 0} \left[\frac{\sin k_0}{k_0} + \frac{2(k_0 - \sin k_0)}{k_0^3} \right] = \frac{3}{4}. \quad (\text{IV.13})$$

Отсюда эти тригонометрические функции изменяются от 0 до $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, 1. Если скорость установившегося движения мала, т.е. $k_0 \rightarrow \infty$, то эти выражения исчезают.

Выражения L_1, L_2, L_3 могут иметь разные знаки, которые зависят от поведения функций F_1, F_2, F_3 и от параметров уравнения (IV.4), которые связаны с равенствами (IV.2) и (IV.3). Функции F_1, F_2, F_3 зависят от скорости и относительной осадки. Когда скорость возрастает и $p = T/(L \cdot Fn^2 \cos^2 \theta)$ исчезает, то

$$\lim_{p \rightarrow 0} F_1 = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1 - e^{-p} - pe^{-p}}{p^2} = \frac{1}{2}, \quad \lim_{p \rightarrow 0} F_2 = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1 - e^{-p}}{p} = 1. \quad (\text{IV.14})$$

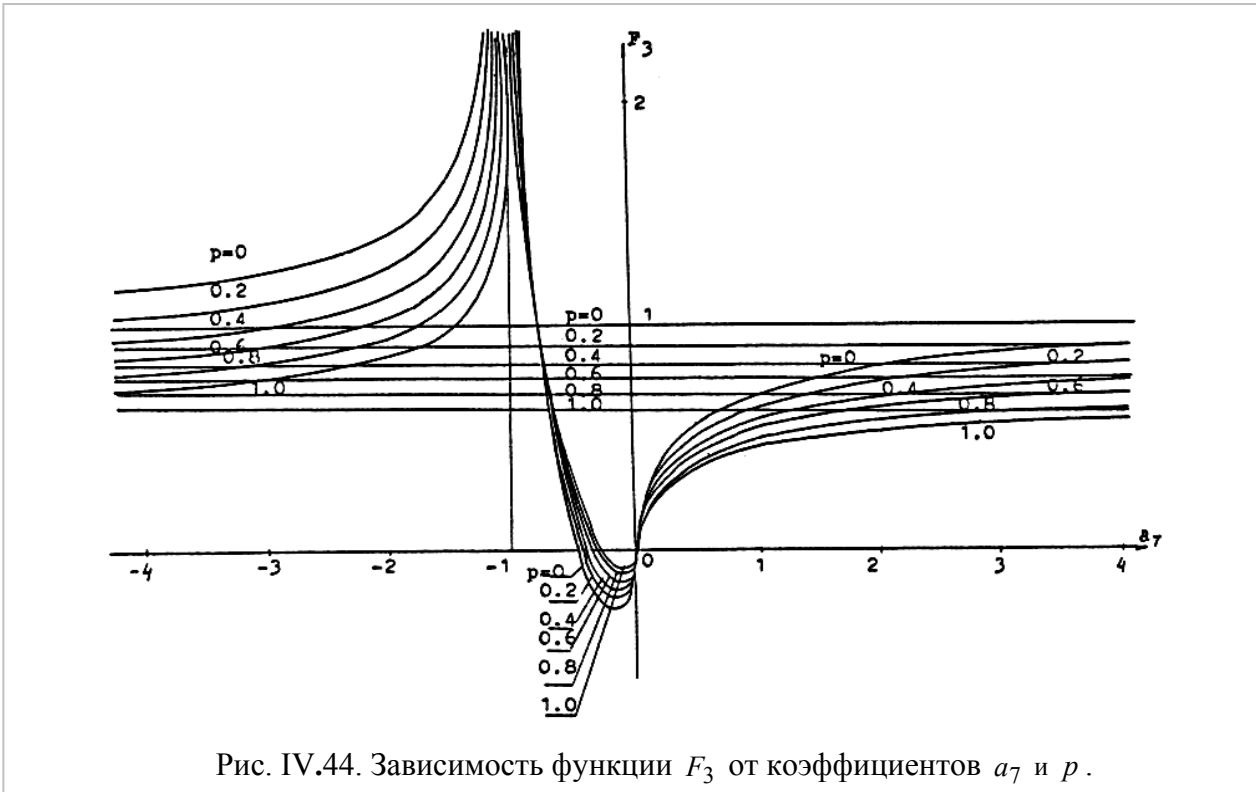


Рис. IV.44. Зависимость функции F_3 от коэффициентов a_7 и p .

Поведение функции F_3 очень сложно, потому что оно зависит не только от p , но от параметра a_7 , который связан с кривизной поверхности. Изучение функции F_3 было выполнено в упомянутой выше работе [5] и в книге автора [4]. Здесь приводится только график функции F_3 в зависимости от p и a_7 , который представлен на рис. IV.44.

Влияние функций F_1, F_2, F_3 и L_1, L_2, L_3 на величину подынтегральной функции Мичелла может быть проанализировано только в том случае, если эти функции не осциллирующие в интервале изменения от 0 до $\pi/2$. Анализ показал, что функции F_1, F_2, F_3 монотонно убывают на интервале изменений θ . Это можно видеть даже по знакам производных этих функций. Поведение функции F_3 в зависимости от θ было проверено расчётным путём. Функции F_1 и F_2 монотонно убывают.

Монотонное поведение функций F_1, F_2, F_3 в процессе интегрирования по θ связано с монотонным поведением выражений L_1, L_2, L_3 . Расчёты разных функций F_1, F_2, F_3 показали, что эти функции убывают без пересечения. Выражения L_1, L_2, L_3 ведут себя аналогично. Коэффициенты, связанные с уравнением поверхности, для анализа приняты в виде:

$$a_1 = n_0 - m_0 + \frac{(m_1 - n_1)^2}{4n_2} a_7, \quad a_2 = m_0 - \frac{m_2(m_1 - n_1)^2}{4n_2} a_7, \quad a_3 = \frac{m_2(m_1 - n_1)^2}{4n_2^2} a_7, \quad (IV.15)$$

$$a_4 = \frac{n_1 m_2 - n_2 m_1}{n_2} a_7, \quad a_5 = \frac{m_2(m_1 - n_1)}{n_2} a_7, \quad a_6 = m_2, \quad a_5 = \frac{n_2}{m_2 - n_2}.$$

Можно видеть из выражений (IV.9), (IV.10) и (IV.11), что функция F_3 и параметр формы a_7 играют главную роль в выражениях L_1, L_2, L_3 . Для визуальной демонстрации рассмотрим выражения (IV.15), чтобы определить роль каждого параметра (при $z_2 = 1$) следующим путём. Из рис. IV.44 легко видеть, что, когда параметр $a_7 = -1$, функция F_3 стремится к бесконечности. Следовательно, нежелательно выбирать такую комбинацию коэффициентов, определяющих кривизну ватерлиний, которая приводит к $a_7 = -1$.

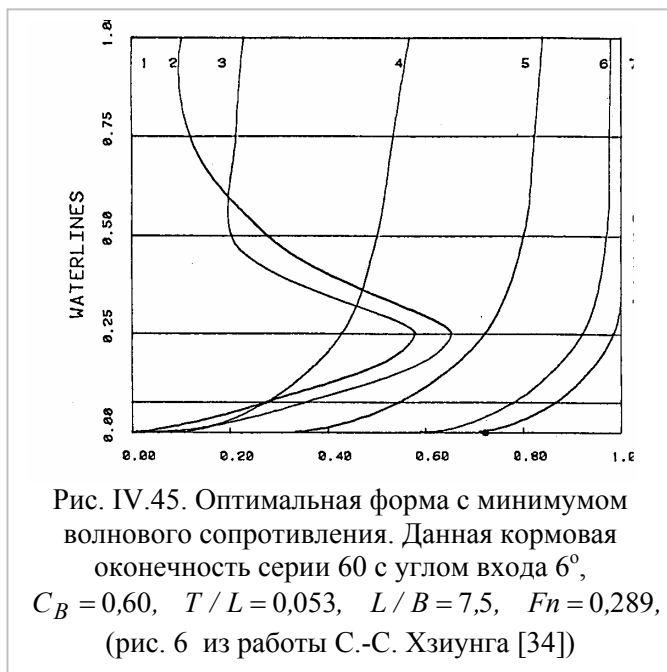


Рис. IV.45. Оптимальная форма с минимумом волнового сопротивления. Данная кормовая оконечность серии 60 с углом входа 6° , $C_B = 0,60$, $T/L = 0,053$, $L/B = 7,5$, $Fn = 0,289$, (рис. 6 из работы С.-С. Хзиунга [34])

Рассмотрим правую часть графика функции F_3 , где $a_7 > 0$. Верхняя и нижняя ватерлинии имеют одинаковую кривизну в этом случае, но кривизна верхней ватерлинии больше, чем нижней. Это относится к традиционной форме обводов водоизмещающих судов.

Если $a_7 \rightarrow \infty$, т.е. форма ватерлиний постоянна вдоль осадки, только форма главной ватерлинии может уменьшать подынтегральное выражение. В этом случае мы имеем упрощённую форму корпуса с цилиндрическим носом, что даёт большое значение $H(\theta)$. Коэффициенты ватерлинии m_0, m_1, m_2 имеют единственное значение вдоль осадки, и подынтегральное выражение становится большим. Это как раз тот

случай, когда рассматривается волновое сопротивление стратов (цилиндров произвольного сечения) с конечной осадкой.

Интервал $-1 < a_7 < 0$ представляет наибольший интерес. Для изучения этого интервала он разделён на три части: $(-1-0.7)$, $(-0.7-0.5)$ и $(-0.5-0)$. Когда a_7 принадлежит к первому интервалу, подынтегральная функция имеет очень большое значение и стремится к бесконечности. Третий интервал $(-0.5 - 0)$ соответствует формам корпуса, имеющим разрыв возле свободной поверхности. На этом интервале функция F_3 отрицательна. В этом случае функция F_3 вместо уменьшения увеличивает подынтегральную функцию.

Средний интервал $(-0.7 - 0.5)$ даёт возможность уменьшать функцию F_3 и таким образом уменьшать подынтегральную функцию. Отрицательные значения a_7 могут быть получены только в том случае, когда кривизна верхней и нижней ватерлиний имеет разные знаки или кривизна нижней ватерлинии намного больше кривизны верхней. В этом случае получается бульб. Эта часть графика означает, что выбор бульба -это очень сложная и чувствительная к изменениям параметров задача.

Левая часть графика функции F_3 , когда $a_7 < -1$, принадлежит случаю, когда знаки кривизны верхней и нижней ватерлинии равны, но кривизна нижней ватерлинии намного больше, чем верхней.

С.-С.Хзиунг [33], [34] искал оптимальные формы корпуса с минимальным волновым сопротивлением, задавая обводы с помощью техники математического программирования. Он ввёл множество «тенговых» функций для аппроксимации корпуса судна. Он свёл

интеграл Мичелла к стандартной квадратичной форме, отражающей теоретический чертёж. Из множества компьютерных «оптимальных форм» были отобраны три, которые и были испытаны вместе с моделью Тодда 60-ой серии. Все три модели имели такую же корму, как модель Тодда. Несмотря на то, что было получено не волновое, а остаточное сопротивление, соотношение между предсказанными расчётными и экспериментальными кривыми совпало на числах Фруда больше 0,36 и в диапазоне $0,20 \leq Fn \leq 0,26$.

С.-С.Хзиунг получил форму с бульбом крыльевой формы на $z = 0,25T$ с $a_7 < -0,75$. В этом случае на рис. IV.44 мы имеем существенно большее значение подынтегральной функции и, следовательно, большее значение волнового сопротивления. Эксперимент, который был проведен С.-С.Хзиунгом с этой формой обводов (рис. IV.50), показал сильное возрастание сопротивления и имел место гидравлический прыжок, как на мелководе.

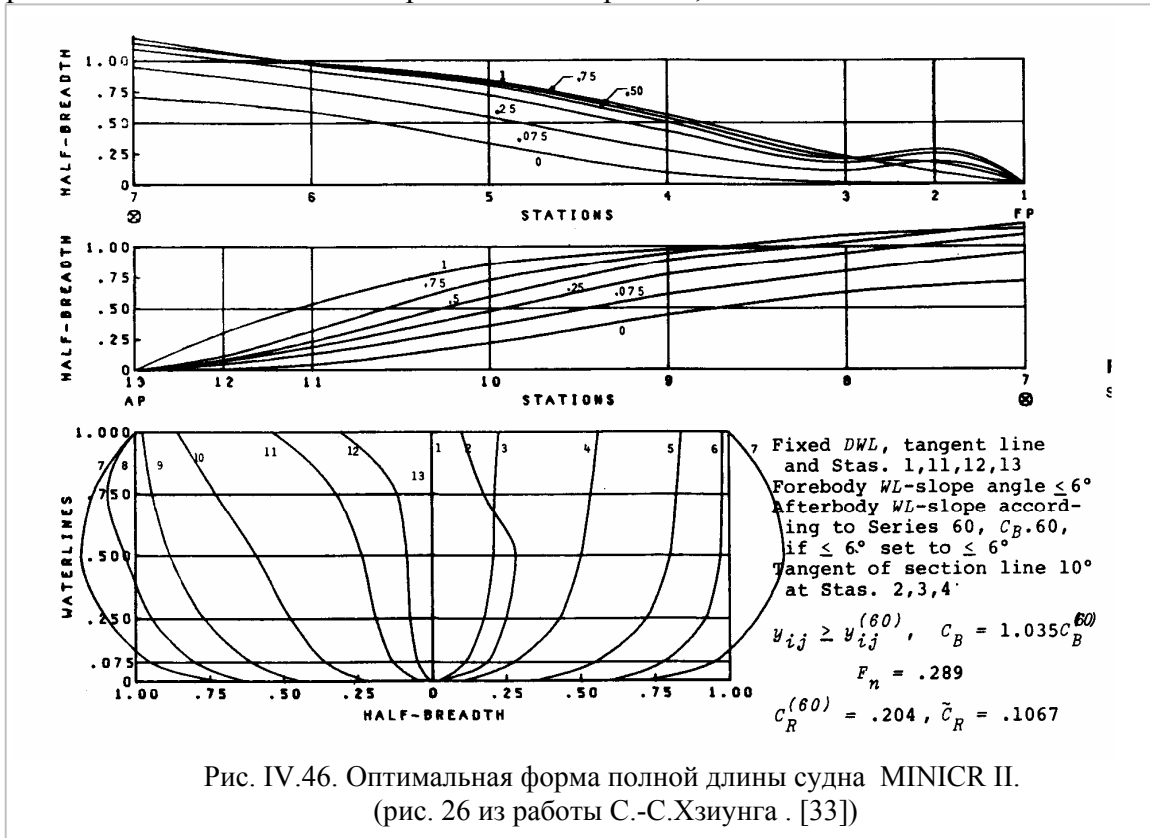


Рис. IV.46. Оптимальная форма полной длины судна MINICR II. (рис. 26 из работы С.-С.Хзиунга . [33])

При поисках форм с наименьшим волновым сопротивлением С.-С.Хзиунг пришёл к формам с бульбами и с булевым миделем, как показывает приведенный выше анализ. На рис. IV.46, и IV.47 показаны модели, отобранные С.-С.Хзиунг для экспериментальной проверки.

Сравнение кривых Мичелла (рис. IV.48 и IV.49) с соответствующими кривыми остаточного сопротивления (IV.29) показало, что в диапазоне низких чисел Фруда 0,20 – 0,26 и на высоких числах Фруда 0,36 и выше, экспериментальные результаты следуют теоретическим предсказаниям, но между числами Фруда 0,28 и 0,36 (включая проектное число Фруда 0,289) экспериментальные результаты расходятся с теоретическими. MINICR I предполагалась как лучшая модель по кривым Мичелла на числах Фруда $Fn \geq 0,26$, в то время как у этой модели в диапазоне 0,26 – 0,36 оказалось большее сопротивление по сравнению с другими двумя. Хзиунг объясняет это существованием создаваемого бульбом вихревого потока, который отражается в виде разницы второго порядка.

MINICR II показана на рис. IV.46, как лучшая модель на проектной скорости. Этот случай показал, что можно за счёт формы существенно уменьшить остаточное сопротивление.

Наконец, когда эксперименты были проведены, С.-С.Хзиунг заметил, что особый феномен, связанный с крыло-подобным бульбом, как у моделей MINICR I и MINICR III, оказывается на очень низких скоростях. Когда модель достигала определённой критической скорости, то получался гидравлический прыжок в районе носа, и на кривой остаточного

сопротивления образовался высокий скачок из-за энергии, затрачиваемой на гидравлический прыжок.

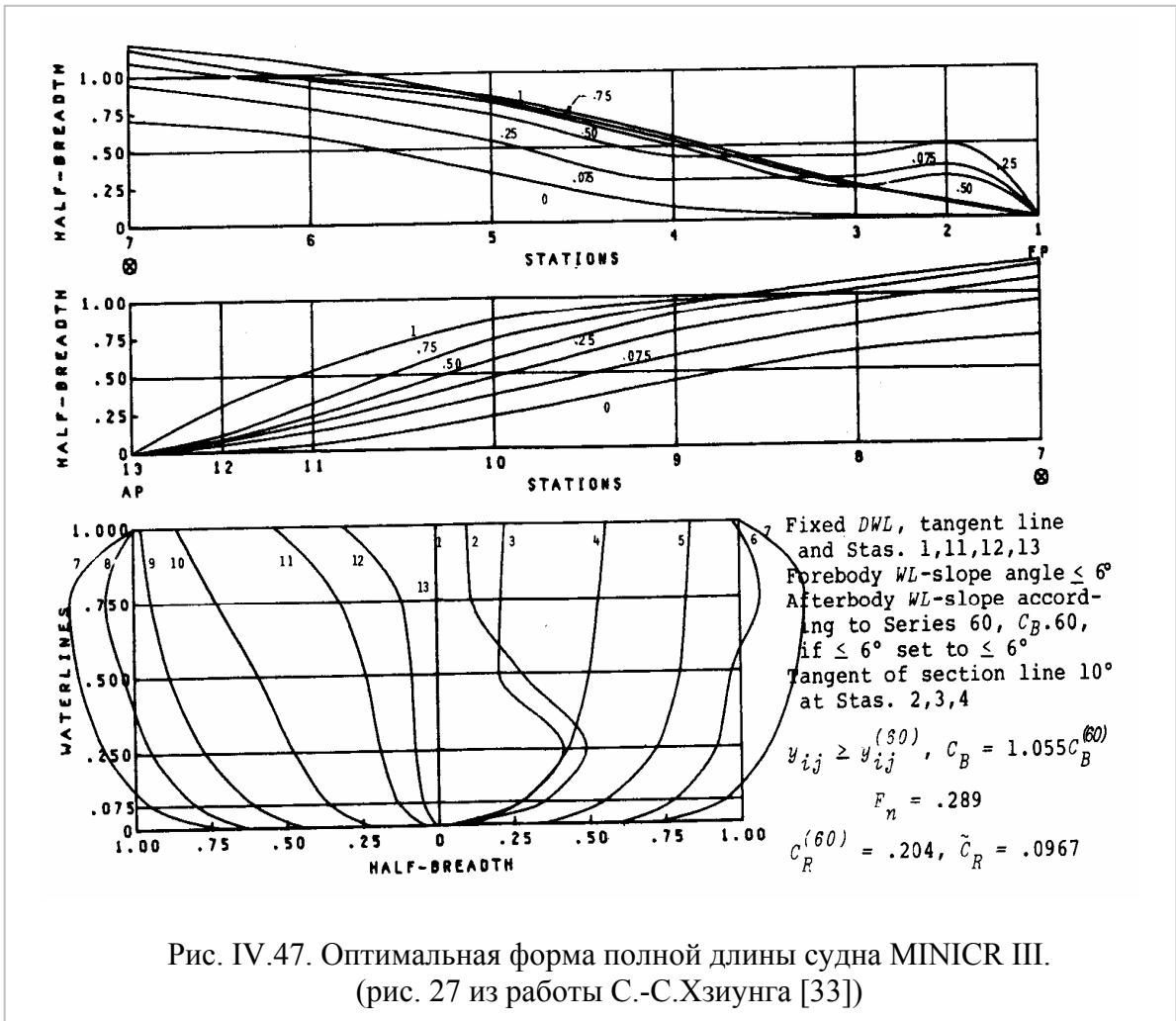


Рис. IV.47. Оптимальная форма полной длины судна MINICR III. (рис. 27 из работы С.-С.Хзиунга [33])

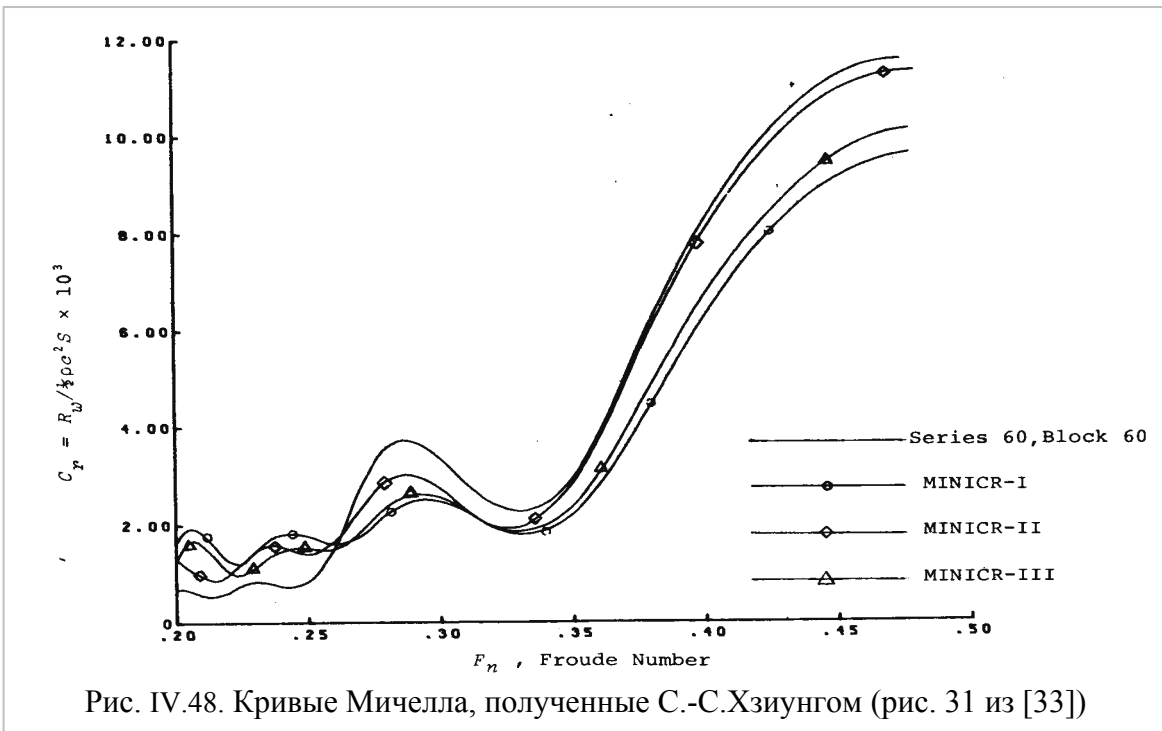


Рис. IV.48. Кривые Мичелла, полученные С.-С.Хзиунгом (рис. 31 из [33])

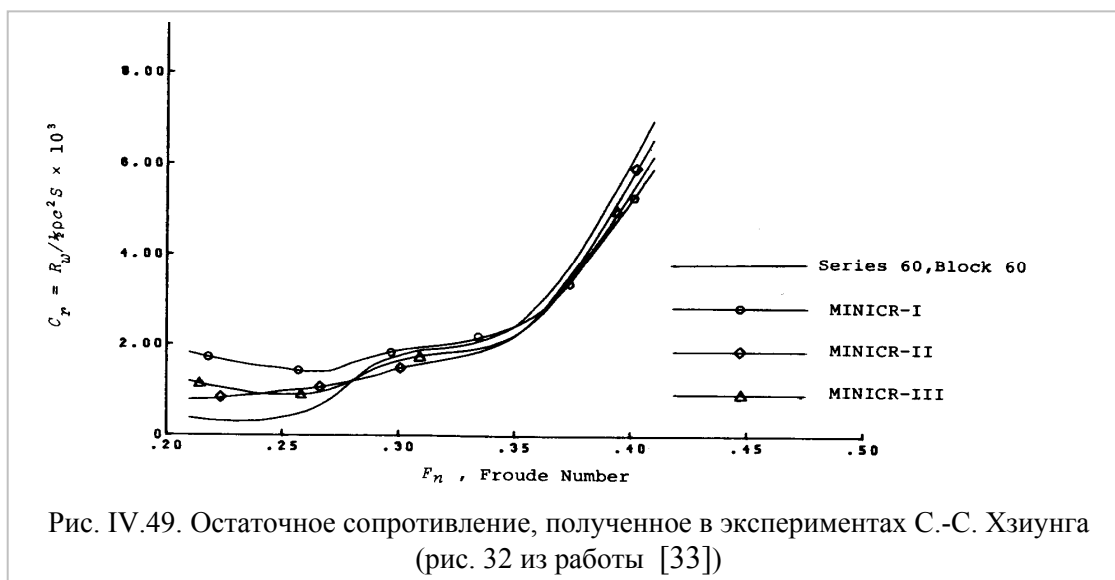


Рис. IV.49. Остаточное сопротивление, полученное в экспериментах С.-С. Хзиунга (рис. 32 из работы [33])



Рис. IV.50. Фотографии носовых оконечностей моделей, испытанных С.-С.Хзиунгом. (рис. 29 из работы [33])

На основании приведенного в этой и в пятой главе анализа можно сделать следующие выводы о форме корпуса водоизмещающего судна с наименьшим сопротивлением. Для уменьшения остаточного сопротивления возможны следующие рекомендации:

- 1) угол входа действующей ватерлинии и близких к ней должен быть сколь угодно малым;
- 2) объём носовой оконечности нужно смещать к днищу столько, сколько возможно;
- 3) бульб нужно проектировать таким, чтобы уменьшать «удар» на форштевне, т.е. желательно, чтобы поверхность бульба, обращённая к свободной поверхности была похожа на мелководный берег водоёма. В этом случае будут гаситься как подпорные, так и разрушающиеся волны, что уменьшит остаточное сопротивление.
- 4) В корме необходимо проектировать батоксы так, чтобы обеспечить плавный сход потока, сдвигая точку (линию) отрыва как можно дальше в корму.
- 5) На быстроходных судах плавность батоксов в корме приводит к наличию транца.

Литература к главе IV.

1. Алферьев М.Я. Сопротивление движению водоизмещающих судов внутреннего плавания /М.Я.Алферьев.- Труды Горьковского института инженеров водного транспорта.- М: Транспорт.- 1964, 54.- 190 с.
2. Алферьев М.Я. Транспортные катамараны внутреннего плавания /Алферьев М.Я., Мадорский Г.С.- М.: Транспорт, 1976.- 336
3. Гайкович А.И. Теория проектирования водоизмещающих кораблей и судов /А.И.Гайкович -Изд. МОРИНТЕХ.- Санкт-Петербург.-2014.- т. 1, 820с., т.2, 872 с.

4. Готман А.Ш. Проектирование обводов судов с развёртывающейся обшивкой /А.Ш. Готман - Л.: Судостроение.- 1979.- 192 с.
5. Готман, А.Ш. Определение волнового сопротивления и оптимизация обводов судов /А.Ш. Готман - НГАВТ.- Новосибирск: - 1995.- части 1 и 2 .- 320 с.
6. Дубровский В.А. Многокорпусные суда /В.А.Дубровский - Л.: Судостроение, 1978.- 304 с.
7. Дубровский В.А. Основные особенности гидродинамики и технико-эксплуатационные качества судов с малой площадью ватерлинии /В.А.Дубровский.- Судостроение.-1993, № 8-9.- С. 3-6.
8. Дубровский В.А. Новая форма корпуса СМПВ и возможности ее использования /В.А.Дубровский. – Судостроение.-1995.- № 2.- С. 41-42..
9. Дубровский В.А. Применение и перспективы модернизации многокорпусных судов, кораблей и катеров /В.А.Дубровский/ Судостроение.-2014, № 2.- С. 22-26.
10. Крейн М.Г. О нестандартности вариационных задач об оптимальной форме Судна /М.Г. Крейн, В.Г.Сизов// Труды научной сессии БИГС.- Варна,- 1981.- С. 77-1-5.
11. Baba, E. An Application of wave pattern analysis to ship form improvement /E.Baba// J. Soc. Nav. Arch., Japan.-1972, 132.-P.29 – 39.
12. Bessho, M. A new approach to the problem of ship wave /M. Bessho// Memoirs Defence Acad. Japan, 1962, 2.-№ 2.-P.1 – 30.
13. Bessho, M. On the problems of the minimum wavemaking resistance of ships /M.Bessho// Memoirs Defence Acad. Japan.-1962,2.- №4.- P. 161 – 174.
14. Bessho, M. Wave-free distributions and their applications /M. Bessho// Proc. Intern. Seminar on Theor. Wave Resistance.- Ann Arbor, 1963, 2.- P. 893 – 906.
15. Campana E.F. Shape optimization in ship hydrodynamics using computational fluid dynamics /E.F.Campana, D.Peri, Y.Tahara, F.Stern// Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering.-2006,196.-1-3, P. 634–651.
16. Chang H. Sample Selection Method for Ship Resistance Performance Optimization Based on Approximated Model /H.Chang, X.Cheng, L.Zuyuan, F.Baiwei, Z.Chengsheng // Journal of Ship Research, 2016, 60, No 1, P. 1-13(13)
17. Chen P.-F. An Inverse Design Approach in Determining the Optimal Shape of Bulbous Bow With Experimental Verification /P.-F.Chen; C.-H.Huang; M.-C.Fang; J.-H.Chou // Journal of Ship Research, 2006, 50, No 1.- P. 1-14(14)
18. Coach R.B., Moss J.L. Application of large protruding bulbs th ships of high block Coefficients/ R.B.Coach, J.L.Moss // Trans. SNAME.-1966, 74.-P. 392-442, 1967,75.
19. Chun H.-H. Hull Form Parameterization Technique with Local and Global Optimization Algorithms / Chun H.-H.// Proc. of MARTEC 2010. The Intern. Conf. On Marine Technology.- BUET, Dhaka, Bangladesh.- 2010.
20. Doctors L. J.. Waves and Wave Resistance of a High- Speed River Catamaran /L. J.Doctors, M.R.Renilson, G. Parker, N. Hornsby// Proc. International Conference on Fast Sea Transportation FAST –91), Norwegian Institute of Technology, Trondheim, Norway.- 1991, 1.- P. 35-52.
21. Doctors L. J. On the Great Trimaran-Catamaran Debate /L. J.Doctors// Proc. of the Fifth International Conference on Fast Sea Transportation (FAST '99). - Seattle Washington.- 1999.- P. 283-296.
22. Doctors L. J. On the Optimisation of Trimaran Sidehull Position for Minimum Resistance /L. J.Doctors// Proc. of the Seventh International Conference on Fast Sea Transportation . (FAST '03).- Ischia, Italy .-2003, 1.- P. KL 1-KL12.
- 23.. Doctors L. J. The Influence of Viscosity on the Wavemaking of a Model Catamaran /L. J.Doctors// Proc. International Workshop on Water Waves and Floating Bodies (19 WWWFB) Cortona , Italy.-2004.- 4p.
24. Dubrovsky V.A. Triple-hull ships with small water-plane area: towing test results and some full-scale comparison /V.A.Dubrovsky// Ships & Offshore Structures.- 2006, 1.- №3.-P. 185-189

25. Dubrovsky V.A. Aerodynamic characteristics of a hybrid trimaran model /V.A.Dubrovsky // Ocean Engineering .- 2007.- P. 616-620.
26. Everest J.T. Suggestion for modifications to a high speed linear form based upon wave pattern measurements /J.T.Everest // N.P.L. Ship Report 137, 1970.
27. Ferguson F.M. Hull and bulbous bow interaction /F.M.Ferguson, I.M.Dand // Quart. Trans. Roy. Inst. Nav. Arch.-London.- 1970, 112.- P. 421-434, disc. 434-441.
28. Gotman, A.Sh. 2002 Study of Michell's Integral and influence of viscosity and ship hull form on wave resistance /A.Sh.Gotman // Oceanic Engineering International, 8, No 2, pp 74 – 115.
29. Holtrop J. A Statistical Power Prediction Method /J.Holtrop, G.G.Mennen// International Shipbuilding Progress.- 1978, 25.
30. Holtrop J. An Approximate Power Prediction method /J.Holtrop, G.J.Mennen// International Shipbuilding Progress.- 1982, 29.- P. 166-170.
31. Holtrop J. A Statistical RE-analysis of Resistance and Propulsion Data /J.Holtrop // International Shipbuilding Progress.- November 1984, 31.
32. Holtrop J. A Statistical Resistance Prediction Method with a Speed Dependent Form Factor /J.Holtrop //.- «SMSSH».- Varna.- October 1988.
33. Hsiung, C.-C. Optimal ship forms for minimum wave resistance /C.-C.Hsiung// Journal of Ship Research.- 1981, 25.- № 2.- P. 95-116.
34. Hsiung, C.-C.& Shenyan D. Optimal Ship Forms for Minimum Total Resistance /C.-C. Hsiung, D.Shenyan// J. Ship Research, 1984, 28.- № 3.- P. 163-172
35. Ikehata M. A study on the practical development of waveless form theory of the first kind /M.Ikehata, H.Kadjitani // J.Soc. Nav. Arch. of Japan,- 1963, 114.- P.24.
36. Inui, T., Takahei, T., Kumano, M. Wave profile measurements on the wave-making characteristics of the bulbous bow /T.Inui, T.Takahei, M.Kumano// Journal of the Society of Naval Architects of Japan.-1960, 108.- P. 39 – 51.
37. Inui, T. Wave making resistance of ships /T Inui// Trans. Soc. Nav. Arch. Mar. Eng.- 1962, 70.- P, 283-352.
38. Ishii M. Semi submerged ship form with minimum wave making resistance /M.Ishii// J. Science Nav Arch. Japan.- 1963, 123.- P. 1.
39. Kotik, J., Newman, J. A Sequence of Submerged dipole distributions whose wave resistance tends to zero /J.Kotik, J.Newman // J. of Mathematics and Mechanics.-1964, 13.- № 5.- P. 693 – 700.
40. Kumano, M. A Study on the Waveless Stern (Part I), (Part II), (Part III)) /M.Kumano // Journ. Soc. Nav. Arch. of Japan.- 1960,108, 1961,109, 110.
41. Lee, A.Y.C. Source generated ships of minimum theoretical wave resistance /A.Y.C.Lee// Quart. Trans. Roy. Inst. Nav. Arch.- 1969, 3.-№ 4.- P. 449 – 486.
42. Larsson L. CFD in Ship Hydrodynamics /L. Larsson// Chalmers University Technology Gothenburg, Sweden.- 2008
43. Lowe, T. W. Conceptual Hull Design Using a Genetic Algorithm /T. W.Lowe, J.Steel// Journal of Ship Research.-2003, 47.-№ 3.- P. 222-236.
44. Markov N.E. Hull Form Optimization by Shift and Deformation of Ship Section /N.E.Markov, K Suzuki// Journal of Ship Research.- 2001, 45.-№ 3.-P. 197-204 (8)
45. Maruo, H. A note on the higher order theory of thin ships /H.Maruo// Bulletin Fac. Eng. Yokohama.- 1966,134.- P.15-29.
46. Maruo, H. Ship forms of minimum wave resistance with bulbs /H.Maruo, K.Kasahara, Miyazawa// J. Soc. Nav. Arch. of Japan.- 1974,135.- P,13 -24.
47. Maruo, H. On ship form of minimum wave resistance with a bow bulb /H.Maruo, K.Kasahara, K.Suzuki, T.Kawamura// J. Soc. Nav. Arch. of Japan.-1975,138.- P, 1 -11.
48. Matsui, M. A Method for optimization of ship hull forms based on wave pattern analysis data /M.Matsui, T.Tsuda, T.Ohkubo, S.Asumo// J. Soc. Nav. Arch. of Japan .- 1980, 147.- P. 10-19

49. Michelsen, F.G. Expression for the evaluation of wave-resistance for polynomial centerplane singularity distributions /F.G.Michelsen// Proc. Intern. Seminar on Theor. Wave Resistance.- Ann Arbor.-1963, 2.-P. 859 – 892.
50. Miyata, H., Tsuchiya, Y., Inui, T. Resistance reduction by stern-end-bulb (first report) /H. Miyata, Y. Tsuchiya, T.Inui // J. Soc. Nav. Arch. Japan.- 1980, 148.- P. 10 – 16.
51. Pascual E. Revised Approach to Khaskind's Method to Calculate the Wave-Making Resistance Depending on the Sectional Area Curve of the Ship /E.Pascual// Journal of Ship Research, 2007, 51.-No. 3, P. 259-266(8)
52. Pèrez F.L. Parametric Generation, Modelling, and Fairing of Simple Hull Lines With the Use of Nonuniform Rational B-Spline Surfaces /F.L.Pèrez , J.A.Clemente, J.A.Suárez, M.González// Journal of Ship Research.- 2008, 52.-No. 1.- P. 1-15.
53. Pien, P.C. Theoretical and Experimental Study of Wave-Making Resistance of Ships /P.C.Pien, W.I.Moor// Proc. Int. Seminar on Theor. Wave Resistance.-Ann-Arbor, 1963,1.- P. 133 - 182.
54. Pien, P.C. The Application of Wave Making Resistance Theory to the Design of Ship Hull with Low Total Resistance /P.C.Pien// 5th Symposium on Naval Hydrodynamics.- Bergen.- 1964.- P. 1109 – 1137, disc. 1137 – 1153.
55. Pien, P.C. Some Experimental Results of Hull Form Research /P.C.Pien// DTMB Report, 2144, 1965.
56. Sato S. Effect of a bulbous bow upon the resistance of ships with small beam-length ratio and largw block coefficient /S.Sato, S.Okada, S.Sudo, M.Takagi // J. Soc. Nav. Arch.-Japan.- 1965, 118, pp. 73-83.
57. Sharma, S.D. A comparison of the calculated and measured free-wave spectrum of Inuid in steady motion /S.D.Sharma // Proc. Int. Seminar on Theor. Wave Resistance.- Ann-Arbor.- 1963, 2.- P. 201 - 270.
58. Sharma, S.D. An attempted application of wave analysis techniques to achieve bow-wave Reduction /S.D.Sharma // 6th Symposium on Naval Hydrod.-1966.- P. 731 – 773.
59. Shor, S.W.W. Trial calculation of a hull form of decreased wave resistance by method of steep descent / S.W.W.Shor// Proc. Int. Seminar on Theor. Wave Resistance.- Ann-Arbor.-1963, 2.- P.455-464.
60. Stern F., Wilson R. Paradigm for Development of Simulation based design for Ship Hydrodynamics /F.Stern, R.Wilson, J.Longo, P.Carrica, T.Xing, Y.Tahara, C.Simonsen, J.Kim, J.Shao, M.Irvine, M.Kandysamy, S.Ghosh, G.Weymouth // The 8th International Conference on Numerical Hydrodynamics - Busan, Korea.- 2003.
61. Stern F., Yang L.Wang Z., Sadat-Hosseini H., Mousaviraad M., Bhushan S., Xing T., Computational Ship hydrodynamics: nowadays and way forward /F.Stern, L.Yang, Z.Wang, H.Sadat-Hosseini, M.Mousaviraad, S.Bhushan, T.Xing// Intern. Ship Building Progress, Invited paper.- 2013,60, No. 1-4.- P.3 -105.
62. Stern F. Recent progress in CFD for Naval Architecture and Ocean Engineering (Keynote speaker) /F.Stern, Z.Wang, L.Yang, H.Sadat-Hosseini, M.Mousaviraad, M.Dies, S.-H.Yoon, P.-C.Wu, S.-M.Yeon, T.Dogan, D.-H.Kim, S.Volpi, M.Conger, T.Michael, T.Xing, R.Thodal, J.Grenestedt// Proc. of the 11th Intern. Conference Hydrodynamics (ICHHD 2014).-Singapore.- 26p.
63. Takahei, T. A study on waveless bow (Part 2) /T.Takahei// Journal of Zozen Kiokai.- 1961, 209.- P. 73 –85.
64. Wigley, W.C.S. The Theory of Bulbous Bow and its Practical Application /W.C.S.Wigley// Trans. NECIES.- 1935 – 36,52.- P. 1935-1936.
65. Yim, B. On ships with zero and small wave resistance /B.Yim // Intern. Seminar on Theoretical Wave Resistance.- Ann Arbor.-1963, III.-P.1033-1082
66. Yim, B. Some recent developments in theory of bulbous ships /B.Yim // 5th Symposium on Naval Hydrodynamics.- Bergen.- 1964.- P.1065 – 1097.

67. Zalek, Stiven F. Naval Hull Form Multicriterion Hydrodynamic Optimization for the Conceptual Design Phase /Zalek F.Stiven, M.G. Parsons, R.F.Beck // Journal of Ship Research.- 2009, 53, No. 4, P. 199-213 (15).
68. 26th International Towing Tank Conference Rio de Janeiro, Brazil, 2011. (The Specialist Committee on CFD in Marine Hydrodynamics Final Report)

Число гипотез, объясняющих данное явление,
 обратно пропорционально объёму знаний о нём
Теория Эддингтона
 Научные теории контролируются
 практическими выводами из них.
Карл Раймонд Поппер

ГЛАВА V. ОСТАТОЧНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ СУДНА

В этой главе приводится впервые полученный метод расчёта остаточного сопротивления водоизмещающих судов по теоретическому чертежу. Метод основан на учёте взаимодействия подпорных и корабельных волн. Приведены доказательства того, что пограничный слой корпуса судна не влияет на волновые системы судна, а интерференция носовой и кормовой волновых систем подавляется турбулентным подповерхностным пограничным слоем жидкости..

Преимущество расчёта остаточного сопротивления заключается в том, что результат можно сравнить с экспериментальной кривой остаточного сопротивления, которую традиционно получают в буксировочном бассейне по методу Фруда. Для проектанта это проще метода Тулина - Бетца определения вязкостного сопротивления и проще методов «волнового анализа». Кроме того, к достоинствам данного метода расчёта остаточного сопротивления следует отнести его абсолютную прозрачность.

V.1. Влияние молекулярной и турбулентной вязкости жидкости на корабельные волны

Как только из экспериментальных и расчётных результатов В.Виглея и Г.Вейнблума стало ясно, что кривая Мичелла правильно отражает качественную картину волнового сопротивления, но количественно расходится с кривой остаточного сопротивления, начались поиски причины этого расхождения и способа устранения его. С самого начала было понятно, что всё дело в действии вязкости жидкости на корабельные волны. Здесь рассматриваются основные направления теоретических исследований, в одних из которых учитывается действие на поверхностные волны молекулярной вязкости (вязкость покоящейся жидкости), а в других - турбулентной вязкости движущейся завихрённой жидкости. Так как действие вязкости в потоке вокруг движущегося судна проявляется в образовании пограничного слоя корпуса судна, то в течение многих лет делались попытки как можно точнее определить влияние пограничного слоя корпуса судна на носовую и кормовую системы волн.

Т.Хавелок был первым из тех, кто пытался изучить влияние вязкости жидкости на волновое сопротивление судна теоретическим путём [33], [34]. Он считал, что именно вязкость жидкости за счёт трения в пограничном слое уменьшает волнообразование в корме. Для учёта этого влияния он ввёл в расчёт множитель $\beta(x)$, который уменьшает эффективный наклон касательных к поверхности корпуса судна $\partial y / \partial x$ и определяет по Мичеллу величину амплитуды вызванных корабельных волн. Т.Хавелок высказал предположение [35], что влияние пограничного слоя на образование волн происходит вблизи кормы на участке малой длины и подобно влиянию вязкости жидкости на величину нормальных давлений (сейчас уже известно, что попутный поток и пограничный слой практически не влияют на корабельные волны).

Большое внимание уделил проблеме влияния вязкости на волновое сопротивление В.Виглей [53], [54], [55]. Он рассматривал волновое сопротивление в виде суммы

$$C_w = C_{wb} + \alpha\beta C_{wi} + \beta C_{ws}, \quad (V.1)$$

где C_{wb} - волновое сопротивление, вызванное носовой системой волн, C_{ws} - кормовой системой и C_{wi} - их интерференцией. Он считал, что расхождение между расчётом волнового сопротивления и результатами эксперимента на малых скоростях объясняется

влиянием вязкости жидкости, которая не учитывается в интеграле Мичелла, потому что в выводе Мичелла жидкость считается идеальной. Коэффициенты α и β В.Виглей принял, стремящимися к нулю на малых скоростях и к единице – на больших.

В.Виглей выделил три допущения, которые облегчают теоретическое и экспериментальное изучение волнового сопротивления. Первое допущение связано с изменением смоченной поверхности корпуса за счёт деформации свободной поверхности при движении модели. Второе допущение состоит в пренебрежении изменением скорости частиц за счёт объёмности корпуса судна по сравнению с пластиной. Третье допущение состоит в том, что, по мнению В.Виглея, отрыв потока зависит только от формы кормы, но не зависит от скорости.

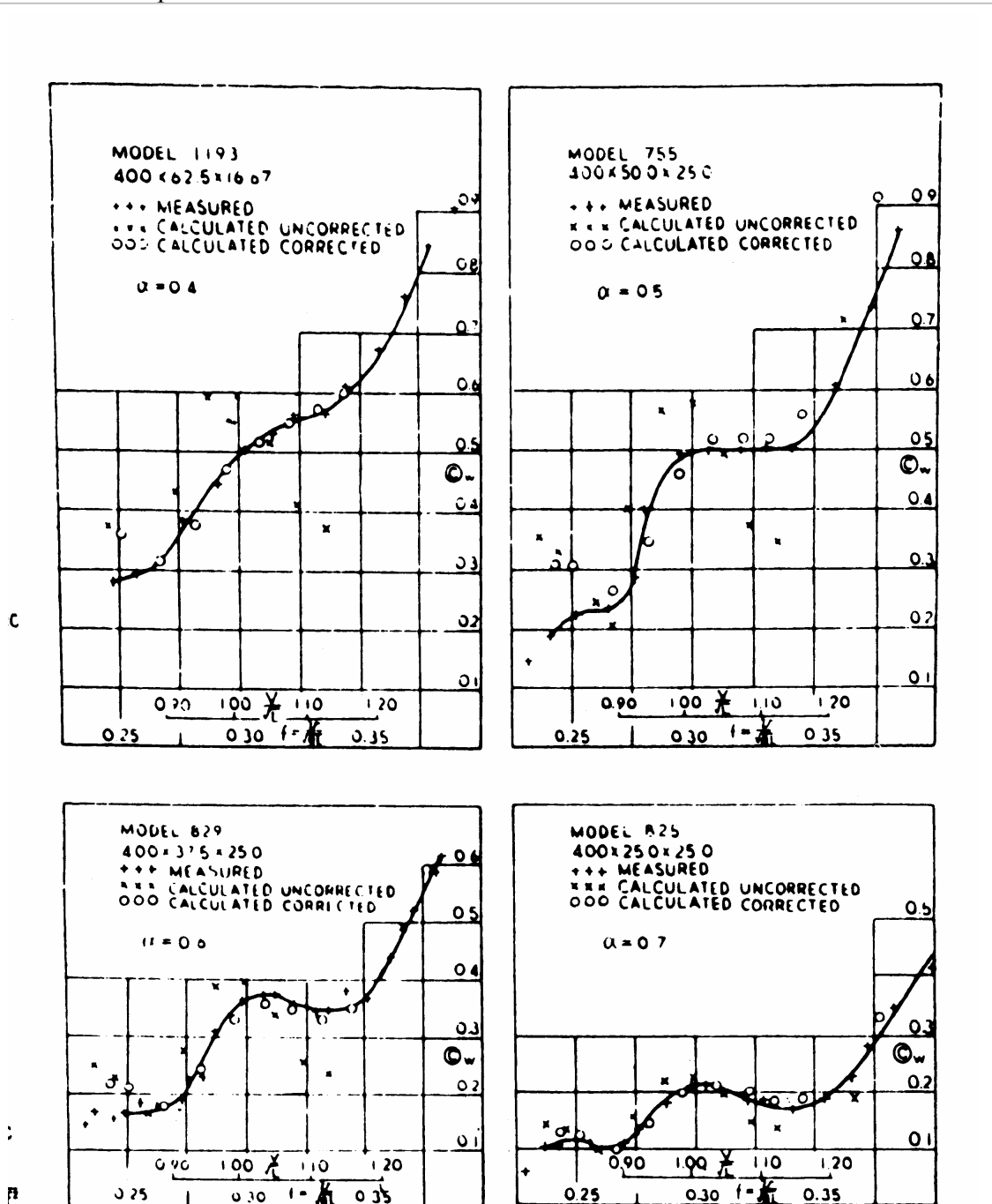


Рис. V.1. Сравнение измеренного и расчётного волнового сопротивления для моделей 755, 825, 829, 1193 из статьи А.Эмерсона [29]

В связи с тем, что во взятом для расчёта выражении очень неудобно иметь два независимых множителя, В.Виглей предложил для удобства принять $\alpha = \beta$. Тогда волновое сопротивление в вязкой жидкости вычисляется по формуле

$$C_{wc} = C_w - (1 - \beta^2)(C_w - C_{wb}), \quad (V.2)$$

а поправка для учёта вязкости имеет вид

$$\Delta C_w = -(1 - \beta^2)(C_w - C_{wb}). \quad (V.3)$$

Множители α и β меньше единицы. В.Виглей предложил эмпирическую формулу для редуцированного множителя в виде

$$\beta^2 = \exp(-0,001Fn^{-5}), \quad (V.4)$$

где Fn - число Фруда по длине $Fn = v/\sqrt{gL}$. Он определил этот множитель путём сравнения расчёта по Мичеллу с экспериментальными данными для моделей, поверхность корпуса которых задана аналитически. А.Эмерсон [29], в отличие от В.Виглея, предположил, что α не зависит от β и отражает вихреобразование вокруг кормы. Потом он применил другой тип влияния вязкости потока, который распространяется в кормовой части судна. Т.Инуи [37] выдвинул такую же идею. Он считал, что множитель α должен отражать нелинейность условий на корпусе, учитывая ширину корпуса, в отличие от теории Мичелла, Он назвал его интерференционным коэффициентом и составил полуэмпирическую формулу

$$\alpha = \exp(-0,40 \cdot (B/L) \cdot Fn^{-2}). \quad (V.5)$$

Обычно считают, что влияние вязкости проявляется в уменьшении амплитуды и сдвиге фазы кормовых волн. Это учитывается уменьшающим множителем β , в то время как сдвиг по фазе кормовых волн выражается осциллирующим членом в C_{wi} и отражает вихреобразование вокруг кормы с помощью добавки δ . Оба коэффициента α и δ зависят от геометрии корпуса. Влияние этих коэффициентов сказывается на уменьшении амплитуды горбов и впадин на расчётной кривой или в смещении к высоким числам Фруда.

Из приведенных А.Эмерсоном графиков (рис.V.1) видно, что с помощью этих коэффициентов можно достаточно приблизить расчётную кривую к экспериментальной. Рационального объяснения и обоснования для этих множителей нет. Т.Инуи по замерам кормовых волн показал, что влияние на фазу волн множитель δ не оказывает. Позже отказались от эмпирического учёта вязкости жидкости в расчётах волнового сопротивления и начали более точное теоретическое изучение этого вопроса.

Одно из направлений исследований влияния вязкости на корабельные волны связано с учётом потока вытеснения, вызванного пограничным слоем корпуса судна. Первым эту идею высказал В.М.Лаврентьев [8] и привёл практическую формулу, когда к уравнению поверхности корпуса добавляется толщина пограничного слоя $\delta^*(x, z)$.

$$R_w = \frac{4\rho g^2}{\pi v^2} \left[\int_0^{\pi/2} (I^2 + J^2) \sec^3 \theta d\theta + 2 \int_0^{\pi/2} (I \cdot I_1 + J \cdot J_1) \sec^3 \theta d\theta + 2 + \int_0^{\pi/2} (I_1^2 + J_1^2) \sec^3 \theta d\theta \right], \quad (V.6)$$

где

$$\begin{aligned} I &= \iint_S \frac{\partial f}{\partial x} e^{kz \sec^2 \theta} \cos(kx \sec \theta) dx dz, \\ J &= \iint_S \frac{\partial f}{\partial x} e^{kz \sec^2 \theta} \sin(kx \sec \theta) dx dz, \\ I_1 &= \iint_S \frac{\partial \delta^*}{\partial x} e^{kz \sec^2 \theta} \cos(kx \sec \theta) dx dz, \\ J_1 &= \iint_S \frac{\partial \delta^*}{\partial x} e^{kz \sec^2 \theta} \sin(kx \sec \theta) dx dz, \end{aligned} \quad (V.7)$$

где $k = g/v^2$. Таким образом, вязкостные силы непосредственно в расчёт не входят. В.Виглей проверил эту гипотезу численно [54] на нескольких моделях и показал, что эта поправка ничтожно мала. Если форму корпуса вместе с пограничным слоем считать замкнутой, то тогда влияние этого дополнительного объёма на расчётное значение волнового сопротивления заметно.

Дж.Лурье [40] применил для моделирования попутного потока комбинацию из Озеенлетов и источников. Детальный анализ был сделан М.Вильсоном [57]. Х.Маруо [41] и др. таким же путём рассчитали волнообразование и волновое сопротивление судна на высоких числах Рейнольдса. Результат оказался таким же, как и в расчёте потенциального попутного потока.

Большую работу для учёта вязкости в расчёте волнового сопротивления проделал Р.Брар [23]. Он принял во внимание вязкость при расчёте поля потока вместе с вихревым попутным потоком, но с таким распределением вихрей, чтобы удовлетворить уравнение движения и уравнение Навье-Стокса.

К семинару в Токио 1976 года большую и интересную работу о волновом поле вокруг судна, движущегося в вязкой жидкости, выполнил Х.Маруо [42]. Он показал, что молекулярная вязкость не влияет на волновое сопротивление. Он исходил из того, что вязкость влияет на волны в попутном потоке за счёт изменения давления, но для расчётов удобнее рассматривать потенциальный попутный поток, хотя он должен представлять собой вихревую область, потому что при вихревом описании невозможно удовлетворить граничные условия.

Здесь следует заметить, что такой же вывод о влиянии вихревого пограничного слоя на распределение нормальных давлений в корме ещё в 1946 году сделал И.Г.Ханович [18] и даже рассчитал таким путём вихревое сопротивление, считая, что только изменение распределения давлений в корме даёт это сопротивление. В те годы почему-то никто не обращал внимания на вихри, идущие от форштевня.

Х.Маруо [42] предложил рациональный подход для учёта вязкости при расчёте волнообразования. В отличие от Р.Брара, он использовал не вихревой, а потенциальный попутный поток, исходя из того, что вихреобразование происходит в ограниченном линиями тока районе пограничного слоя и попутного потока. Кроме того, Х.Маруо рассмотрел волнообразование, вызванное приложенным к поверхности вязкой жидкости давлением, что впервые было рассмотрено Л.Н.Сретенским [16]. При этом поток предполагается ламинарным, и решается линеаризованное уравнение Навье-Стокса для несжимаемой жидкости:

В качестве главных уравнений движения Х.Маруо рассмотрел уравнения Навье-Стокса, считая поток ламинарным, а жидкость несжимаемой, в виде

$$[(U\mathbf{e}_x + \mathbf{v})\nabla]\mathbf{v} = -\nabla\left(\frac{p}{\rho} + gz\right) + \nu\nabla^2\mathbf{v} \quad , \quad (\text{V.8})$$

где ν - кинематический коэффициент вязкости. При этом Х.Маруо считал, что поскольку возмущения вызваны распределением давления, приложенным к свободной поверхности, они могут быть малыми возмущениями по сравнению с начальным однородным потоком, и возможна линеаризация уравнения Навье-Стокса. Скорость жидкости должна удовлетворять уравнению неразрывности $\nabla\mathbf{v} = 0$. Тогда, если учесть, что поле скорости записывается в виде $U\mathbf{e}_x + \mathbf{v}$, где \mathbf{v} - возмущённая скорость, то $(\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v}$ - член второго порядка. Если отбросить члены высшего порядка, то получится уравнение Озеена в следующем виде

$$U\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial x} = -\nabla\left(\frac{p}{\rho} + gz\right) + \nu\nabla^2\mathbf{v}. \quad (\text{V.9})$$

Если положить $(\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} = -\mathbf{K}$ и перенести в правую часть, то можно написать

$$U\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial x} = -\nabla\left(\frac{p}{\rho} + gz\right) + \nu\nabla^2\mathbf{v} + \mathbf{K}. \quad (\text{V.10})$$

Если отбросить \mathbf{K} , то останется уравнение Озеена, и Х.Маруо приходит к уравнению

$$U \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial x} = -\nabla \left(\frac{p}{\rho} + g z \right) + \nu \nabla^2 \mathbf{v} + \frac{1}{\rho} \mathbf{F} \delta(\mathbf{r}), \quad (\text{V.11})$$

где $\delta(\mathbf{r})$ - дельта – функция Дирака, сила в начале координат интенсивности $\mathbf{F} = 4\pi\rho U \bar{\sigma}$, удовлетворяющая уравнению (V.11).

Для того, чтобы получить фундаментальное решение для точечной особенности, Х.Маруо определяет вектор интенсивности $\bar{\sigma}$. Тогда скорость и давление записываются в виде

$$\mathbf{v} = \nabla \times (\nabla \times \bar{\sigma})(\chi_f - \phi_f) = \nabla [\bar{\sigma} \cdot \nabla(\chi_f - \phi_f)] - 2k_o \bar{\sigma} \partial \chi_f / \partial x, \quad (\text{V.12})$$

$$P = -\rho U \bar{\sigma} \nabla(\partial \phi_f / \partial x) - \rho g z, \quad (\text{V.13})$$

где

$$\bar{\phi} = \bar{\sigma} \phi_f \text{ и } \bar{\chi} = \bar{\sigma} \chi_f \quad (\text{V.14})$$

$$\partial \phi_f / \partial x = -1/r \equiv -\phi_e, \quad (\text{V.15})$$

$$\partial \chi_f / \partial x = -e^{k_o(x-r)} / r \equiv -\chi_e, \quad (\text{V.16})$$

а $\bar{\sigma}$ - это момент озеенлета, который в свою очередь является фундаментальным решением уравнения Озеена с особенностью в начале координат, если поле потока соленоидально. Силу сопротивления тела даёт выражение $-4\pi\rho U \bar{\sigma}_x$, которое называется сопротивлением Озеенлета.

Скорости частиц жидкости должны удовлетворять уравнению Лапласа. Граничное условие изначально состоит в том, что тангенциальные напряжения на свободной поверхности равны нулю. Кроме скалярного потенциала ϕ принимается во внимание векторный потенциал \mathbf{A} , который определяется как

$$\mathbf{v} = \nabla \phi + \nabla \times \mathbf{A} = \nabla \phi + \mathbf{v}. \quad (\text{V.17})$$

Окончательное решение, полученное Х.Маруо, имеет вид

$$\zeta = \frac{K_o P}{2\pi\rho U^2} \int_{-\pi/2+\omega}^{\pi/2} e^{-2(K_o^2/k_o)\sec^4\theta(x+ytg\theta)} \cdot \left[\sin(K_o \sec\theta(x+ytg\theta)) + 6 \frac{K_o}{k_o} \sec^3\theta \cos(K_o \sec\theta(x+ytg\theta)) \right] \sec^4\theta d\theta. \quad (\text{V.18})$$

Множитель K_o/k_o отражает влияние числа Рейнольдса и квадрата числа Фруда и имеет порядок $10^{-6} \sim 10^{-7}$. Следовательно, демпфирование относится только к составляющей той части расходящихся волн, которая близка к границе кельвиновского клина. Получается, как и у других авторов, что волны подавляются экспоненциально на большом расстоянии. Подавление значительно только для составляющих расходящихся волн, у которых θ примерно $\pi/2$. Х.Маруо писал, что Е.Кумбербач [27] применил метод наискорейшего спуска и получил асимптотическую форму волновой картины.

Волновое сопротивление для нормальных давлений определяется как горизонтальная составляющая от интеграла давлений в следующем виде

$$R_w = - \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P(x,y) \frac{\partial \zeta}{\partial x} dx dy = - \frac{1}{4\pi^2 \rho U^2} \int_{-\pi}^{\pi} \cos\theta d\theta \int_0^{\infty} \frac{|F(k,\theta)|^2 k^2}{D} dk., \quad (\text{V.19})$$

где $D = k \cos^2\theta - K_o - 2ik^2 k_o^{-1} \cos\theta$,

$$\begin{aligned}
 F(k, \theta) = & 4\pi\rho U \iint_{S_o} \left\{ (i\cos\theta + k/k_o) \times (-m + \sigma_1 + \sigma_2 \tan\theta + i\sigma_3 \sec\theta) e^{kz'} \right. \\
 & \left. - (1/k_o) (\sigma_1 k_1 + \sigma_2 k_1 \tan\theta + i\sigma_3 \sec\theta) e^{k_1 z'} \right\} \times e^{ik(x'\cos\theta + y'\sin\theta)} dS(x', y', z') + \\
 & + 4\pi\rho U \iiint_{V_w} \left\{ (i\cos\theta + k/k_o) \times (\sigma_1 + \sigma_2 \tan\theta + i\sigma_3 \sec\theta) e^{kz'} - \right. \\
 & \left. - (1/k_o) (\sigma_1 k_1 + \sigma_2 k_1 \tan\theta + i\sigma_3 \sec\theta) e^{k_1 z'} \right\} \times e^{ik(x'\cos\theta + y'\sin\theta)} dV(x', y', z'),
 \end{aligned}$$

где m - напряжение поверхностного распределения источников, в то время как $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, напряжения Озеенлетов либо при поверхностном, либо объёмном распределении. Полное выражение скорости является суммой потока модели дублетов, и скорости, вызванной приложенным давлением (см. [42]).

Относительно возможности линеаризации уравнений Навье-Стокса Х.Маруо писал, что она может быть узаконена только тогда, когда возмущения, вызванные движущимся по поверхности жидкости давлением, малы. Однако линеаризация уравнений не может быть законной, когда жидкость возмущена движущимся телом, даже если это тело такое тонкое, как шероховатая пластина, и её скорость соизмерима со скоростью потока. Следовательно, уравнения Озеена не могут быть выбраны в качестве главных уравнений, поэтому Х.Маруо рассматривает движение жидкости только для высоких чисел Рейнольдса. Есть ещё одна особенность: при больших числах Рейнольдса поток вокруг тела турбулентный, но аналитическое представление турбулентного потока с помощью уравнений Рейнольдса трудно решается. Для облегчения задачи вводится коэффициент исчезающей вязкости. Х.Маруо принимает этот коэффициент постоянным, что позволяет ему решать задачу как для ламинарного обтекания, но только с другим значением коэффициента вязкости.

Х.Маруо считал [42], что, судя по результатам экспериментов, вязкость пренебрежимо мало влияет на распределение нормальных давлений, за исключением небольшой области вокруг кормы. Для учёта влияния этой области рассматриваются две модели: первая модель циркуляционного потока, а вторая – потенциального. Первая модель, представляющая собой распределение вихрей, была рассмотрена Р.Браром [23].

Т.Татинклаус [50] разработал схему расчёта волнового сопротивления оживального вертикального цилиндра с циркуляционным попутным потоком, предполагая его в виде распределения вихрей. Р.Бек [21] предложил другой тип циркуляционного потока, составленного из плоской полосы вихрей.

На больших числах Рейнольдса вихри располагаются внутри пограничного слоя и попутного потока, а внешний поток считается потенциальным. Если судно рассматривается достаточно узким, как в теории Мичелла, то и попутный поток тоже имеет малую ширину. Существующий пограничный слой и попутный поток в этом случае влияют как дополнительное водоизмещение. Это влияние моделируется распределением дополнительных источников и диполей. Источники, которые моделируют дополнительное водоизмещение, вызванное попутным потоком, называются источниками Бетца, впервые рассмотревшего их в процессе экспериментального изучения вязкостного сопротивления. А.Бетц изучал распределение вихревых источников на теле, но эти источники могут существовать и внутри попутного потока, как их рассматривал Т.Хавелок.

Попутный поток может рассматриваться как замкнутый или открытый, то есть, простирающийся до бесконечности. Замкнутый поток изучал Дж. Милграм [43] при длине попутного потока $0,9L$ и $0,95L$. Расчёт выполнялся по формуле Мичелла. Влияние вязкости, учтённое по схеме Дж.Милграма, оказалось незначительным.

Ламинарное поле потока вокруг тела в однородном потоке вязкой жидкости выражается некоторым распределением потенциальных источников и Озеенлетов. Однако при этом невозможно сформулировать краевую задачу для уравнения Озеена путём принятия условий на твёрдой поверхности. Уравнение Озеена даёт нелинейный эффект, которым нельзя пренебречь, но с помощью распределения Озеенлетов нельзя заменить граничную поверхность из-за образующихся в этом случае скачков, которых в жидкости нет.

Исследования влияния вязкости на волны и волновое сопротивление проводились в разных направлениях. Нам интересно влияние вязкости на прогрессивные и корабельные волны. Предполагается, что это влияние имеет разный характер. Прогрессивные волны в процессе перемещения сохраняют свою форму. Корабельные волны образуются из круговых волн в процессе перемещения источника. Их длина и амплитуда меняются при удалении от источника.

Сначала рассмотрим прогрессивные волны [10], у которых высота на поверхности идеальной жидкости мала и имеет форму

$$h = a \sin(mx - nt),$$

где m - волновое число, определяемое по формуле $m = g/v^2$, а $n = g/v$ - частота волны, перемещающейся со скоростью v .

Учёт касательных напряжений в вязкой жидкости выражается в виде экспоненциального множителя. Высота волны получается как

$$\eta = a_o \exp(-2\nu m^2)(\sin(mx - nt)),$$

где t - время после возникновения волны, ν - кинематический коэффициент вязкости.

Для того, чтобы определить изменение высоты второй, третьей и четвёртой волны от места возникновения первой волны, сделаем преобразование этого выражения, используя известные соотношения

$$\tau = \lambda/c, \quad \lambda = 2\pi c^2/g, \quad m = 2\pi/\lambda. \quad (V.20)$$

Если $\nu = 1,22 \cdot 10^{-6}$, то высота второй волны практически не изменяется, потому что экспоненциальный множитель близок к единице (т.е. $e^{-0,0007} \approx 1$). Даже высота четвёртой волны изменяется бесконечно мало, где-то в $e^{-0,0021}$ раз. Следовательно, вязкие свойства жидкости незначительно влияют на величину прогрессивных волн.

Множество исследований показало, что разница между движением тела в идеальной и в вязкой жидкости выражается в виде множителя, зависящего от кинематического коэффициента вязкости. Г.Лэмб [9] приводит множитель, в котором вязкость принимается в рассмотрение в расчётах прогрессивных волн в виде

$$\exp(-2\nu g^2 t/v^4) \quad (V.21)$$

$$\exp(-2\nu \frac{g^2 L}{v^4 v}) = \exp(-\frac{2\nu}{Fn^5 L^{3/2} g^{1/2}}). \quad (V.22)$$

Вопрос о влиянии вязкости на волны, возникающие на свободной поверхности жидкости, в России не является новым. Одной из первых теоретических работ является исследование Л.Н.Сретенского [16]. Он рассматривает линеаризованные уравнения Навье-Стокса, уравнение Лапласа, линеаризованные граничные условия на свободной поверхности и решает две задачи. Сначала определяет волны, вызванные нормальными давлениями, а затем касательными напряжениями, приложенными к поверхности жидкости.

Пространственная задача о корабельных волнах в вязкой жидкости решалась Л.В.Черкесовым [20], причём, также рассматривалось движение системы нормальных давлений по свободной поверхности. Учёт вязкости позволил получить экспоненциальный множитель для амплитуды вызванных волн. Л.В.Черкесов получил для возвышения поверхности формулу, которая в диапазоне углов $0 \leq \gamma \leq 19^{\circ}28'$ даёт выражение

$$\zeta = \frac{1}{\sqrt{\kappa R}} \sum_{k=1,2} f(u_k) \left\{ \sin \left[\kappa R F(u_k) + (-1)^k \frac{\pi}{4} \right] + 14\varepsilon(1+u_k^2)^{3/2} \cos \left[\kappa R F(u_k) + (-1)^k \frac{\pi}{4} \right] \right\}, \quad (V.23)$$

где

$$\kappa = g/c^2, \quad \varepsilon = \nu g/c^3, \quad (V.24)$$

$$f(u) = -\frac{g \kappa^2 p(1+u^2)^{7/4}}{\sqrt{\pi} \rho \varepsilon \sqrt{\cos \gamma + u(3+2u^2) \sin \gamma}} \exp[-4\varepsilon \kappa R(1+u^2)^{3/2} \cdot F(u)], \quad (V.25)$$

$$F(u) = \sqrt{1+u^2} (\cos \gamma + u \sin \gamma),$$

$$u_k = \frac{-\cos \gamma + (-1)^k \sqrt{9 \cos^2 \gamma - 8}}{4 \sin \gamma}.$$

R - расстояние от места приложения давления P , которое считается сосредоточенным в малой окрестности начала координат. На границе кельвиновского клина при $\gamma = 19^\circ 28'$ Л.В.Черкесов получил высоту волны в виде

$$\zeta = \frac{3^6 \sqrt{9} \Gamma(1/3) \kappa^2 P}{\sqrt[3]{\kappa R} 2 \sqrt{2\pi} \rho g} \sin(\sqrt{3}/2 \kappa R) + 21 \sqrt{3}/2 \varepsilon \cos(\sqrt{3}/2 \kappa R) \cdot \exp(-9/\sqrt{2} \cdot \kappa R \varepsilon). \quad (V.26)$$

Вне клина при $\gamma > 19^\circ 28'$ высота волн получилась в виде

$$\zeta = O \left[\frac{1}{\kappa R} \exp \left(- \frac{4 \varepsilon \delta}{\sin^3 \gamma} \kappa R \right) \right]. \quad (V.27)$$

Оценка по этим формулам делается с точностью до ε . Наибольшей высоты волны достигают на границе клина. При $\gamma \rightarrow 0$, то есть на линии перемещения возмущения $\zeta \rightarrow 0$ для расходящихся волн ($\kappa = 1$) и для поперечных волн ($\kappa = 2$). Это легко показать с помощью предельного перехода, потому что

$$\lim_{\gamma \rightarrow 0} f(u_k) = 0.$$

Отсюда видно, что возвышение свободной поверхности очень быстро сосредотачивается на границе волнового клина. Само же влияние вязкости начинает ощущаться только на очень больших расстояниях от источника возмущения. Следовательно, при движении волн возле корпуса судна вязкость жидкости непосредственно на величину волн не влияет.

Корабельные волны появляются в результате движения импульса давления, источника или любого движущегося возмущения свободной поверхности. Их форму легко получить путём трансформации круговых волн от движущегося с постоянной скоростью источника (Г.Е.Павленко [14], Дж.Н.Ньюман [13]). Для того, чтобы учесть вязкость в решении задачи Коши-Пуассона, найденного Л.Н.Сретенским [16] с помощью использования уравнений Навье-Стокса, используется его формулу (48), где η - высота волны.

$$\eta = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{g}{x}} \frac{St}{x^{3/2}} e^{vg^2 t^5 / 2/x^4} \cos \left(\frac{gt^2}{4x} - \frac{\pi}{4} \right) \quad (V.28)$$

Эти многочисленные исследования и расчёты позволяют сделать вывод, что влияние молекулярной вязкости жидкости на корабельные волны пренебрежимо мало.

На рис. V.2 приведены результаты сравнения расчётов интеграла Мичелла с учётом молекулярной и турбулентной вязкости с экспериментальной кривой остаточного сопротивления параболической модели Виглея. Легко видеть, что молекулярная вязкость, присущая покоящейся жидкости, практически не влияет на корабельные волны, вызванные движением судна.

Первая попытка выполнить расчёт поля скоростей, волнового профиля и волнового сопротивления путём численного интегрирования уравнения Навье-Стокса была выполнена Т.Хино в 1989 году [36]. В заключении своей работы Т.Хино писал: «Метод решения конечных разностей для усреднённого уравнения Рейнольдса, полученного из уравнения Навье-Стокса, применим для моделирования потока со свободной поверхностью вокруг движущегося судна на высоких числах Рейнольдса. Численные результаты для модели Виглея и модели Тодда серии 60 с $C_b = 0,6$ показали хорошее согласование с экспериментальными данными по волновому профилю и распределению давления на поверхности корпуса. Требуется дальнейшие усилия для разработки модели турбулентности с учётом влияния свободной поверхности, чтобы получить количественное согласие с характеристиками попутного потока».



Итак, показано, что молекулярная вязкость жидкости не оказывает заметного влияния на поверхностные волны. Но корабельные волны распространяются не на тихой воде, а по поверхности потока, образующегося вокруг движущегося судна. При этом сами волны имеют подповерхностный пограничный слой, образование которого связано с градиентом скорости из-за искривления свободной поверхности. Вследствие этих особенностей поток турбулизуется. При этом турбулентный коэффициент вязкости (если понимать под вязкостью способность сопротивляться сдвигу) становится на несколько порядков больше молекулярного коэффициента. Турбулентные движения отнимают часть энергии корабельных волн и не позволяют им достичь той высоты, которая была бы на поверхности идеальной жидкости. Эта потеря энергии сказывается на взаимодействии носовой и кормовой систем корабельных волн, что объясняет отсутствие горбов и впадин на экспериментальных кривых остаточного сопротивления.

Обзор работ по действию турбулентности потока на поверхностные волны. Проблеме турбулентности жидкости посвящено такое количество работ и книг типа И.О.Хинце [19], двухтомника А.С.Монина и А.М.Яглома [11] и др., что для составления их обзора пришлось бы написать специальный том, поэтому в этом параграфе рассмотрены только те работы, которые непосредственно относятся к турбулентности подповерхностного пограничного слоя волн.

А.А.Дмитриев в 1953 году [5] разработал теорию волнообразования с учётом диссипации. Предметом изучения в его исследовании является конструкция диссипации касательного движения возле свободной поверхности, возле дна, возле стенок и внутри жидкости.

А.Г.Боев [1] одним из первых рассмотрел задачу гашения поверхностных волн сильной турбулентностью. Он считал, что примером такой турбулентности может служить турбулентность, созданная движущимся кораблем, что важно в данном случае. В его работе обсуждается физический механизм взаимодействия турбулентности с волной, приводящий к затуханию волны; строится замкнутая система уравнений, описывающая поведение ветровых волн в сильно турбулизованном море. По характеристикам турбулентности – интенсивности турбулентных флуктуаций и нормированному пространственному спектру – строится коэффициент затухания волн; который возрастает с уменьшением длины поверхностной волны. В качестве примера вычисляется коэффициент затухания волн на струйном течении.

А.Г.Боев рассмотрел физический механизм, который является ответственным за изменение энергии волны, - механизм «вертикального перемешивания» жидкости (перемешивания, вызванного флуктуацией компоненты скорости турбулентного движения, нормальной к поверхности). Он показал, что этот механизм вследствие неоднородности волнового потока по глубине всегда приводит к уносу энергии волны вглубь и к ее затуханию.

Поверхностные волны гасятся сильной турбулентностью, энергия которой E_t много больше энергии волн E_b . т.е. $E_t \gg E_b(\lambda)$, где λ - длина волны. Этим самым исключается из рассмотрения естественная морская турбулентность, для которой характерно обратное неравенство $E_t \ll E_b$. Неравенство $E_t \gg E_b$ может выполняться лишь для «искусственной» турбулентности, например, для турбулентности, образованной проходом корабля.

С целью пояснения работы этого механизма А.Г.Боев рассмотрел сначала поверхностную волну длины λ в спокойном, не турбулизованном море; Поверхностная волна длины λ представляет собой такое движение жидкости, при котором скорость жидкости v' и давление в ней p' экспоненциально убывают вглубь, так что с достаточно хорошей точностью можно считать, что эти величины отличны от нуля лишь в слое глубины λ - «волновом слое». Вне него жидкость не движется.

Известно, что амплитуда $A(k,t)$ свободной гравитационной волны (волна с волновым числом $k = 2\pi/\lambda$) удовлетворяет уравнению осциллятора

$$A'' + \omega^2 A = 0, \quad (*)$$

где $\omega = \sqrt{gk}$ - частота свободной гравитационной волны. Таким образом, волновой слой ведет себя как консервативная система - кинетическая энергия вертикальных колебаний переходит в потенциальную энергию поднятой жидкости и обратно. Если в некоторый момент времени жидкость приводится в турбулентное движение, то картина движения жидкости сразу меняется. Теперь уже элементы жидкости в глубоких слоях (на глубине $> \lambda$) также движутся, они участвуют в заданном турбулентном движении. Элементы жидкости, находящиеся в волновом слое, участвуют теперь в двух движениях – заданном турбулентном и волновом, так что энергия этих элементов больше энергии элементов, находящихся в глубоких слоях.

Участвуя в турбулентном движении, элементы жидкости будут флуктуировать по вертикали и переходить из волнового слоя вглубь жидкости и наоборот. Элементы, уходящие из волнового слоя вглубь, будут уносить с собой и энергию волнового движения; элементы же, попадающие в волновой слой из глубины, волновой энергией не обладают и не могут возместить потери ее волновым слоем. Поэтому с появлением турбулентного движения из волнового слоя вглубь жидкости будет существовать поток волновой энергии и следовательно, энергия волны будет уменьшаться. При этом волновой слой не сможет вести себя как консервативная система, и будет вести себя как система с диссипацией. Амплитуда свободной волны должна при этом удовлетворять не уравнению (*), а уравнению осциллятора с затуханием

$$A'' + 2\gamma A' + \omega^2 A = 0, \quad (V.29)$$

где коэффициент затухания γ должен определяться параметрами турбулентности – интенсивностью турбулентных флуктуаций, нормальных к поверхности, и их нормированным пространственным спектром (рис. V.3a.). Зависимость γ от параметров турбулентности можно получить из следующих соображений: по отношению к длине λ и частоте ω волны все турбулентные флуктуации с длинами L и частотами Ω можно разделить на 4 типа: а) «длинные» ($L \geq \lambda$) и «короткие» ($L < \lambda$), б) «быстрые» ($\Omega \geq \omega$) и «медленные» ($\Omega < \omega$). Понятно, что медленные турбулентные флуктуации не могут заметно влиять на поведение волны; основное влияние на волну будут оказывать лишь быстрые. Однако и среди быстрых флуктуаций не все будут играть одинаковую роль в поведении волны. Действительно, так как энергия волнового движения максимальна на поверхности и убывает вглубь, то для того чтобы существовал заметный унос ее из волнового слоя, необходимо,

чтобы размер L вертикальной турбулентной флуктуации был либо больше, либо порядка длины волны $L \geq \lambda$. Таким образом, среди всех турбулентных флуктуаций основное влияние на волну будут оказывать лишь быстрые и в то же время длинные

$$(\Omega > \omega) \text{ и } L \geq \lambda. \quad (V.30)$$

Отсюда следует, что величина коэффициента затухания γ должна меняться в зависимости от соотношения частот и длин турбулентных флуктуаций и волны. Так как распределение турбулентных флуктуаций по масштабам характеризуется нормированным пространственным спектром, а частоты их зависят от интенсивности, то от этих величин должен зависеть и коэффициент затухания γ . Что касается горизонтального перемешивания, называемого флуктуациями горизонтальных компонент скорости турбулентного движения, то оно может привести лишь к перераспределению волновой энергии в волновом слое и не должно заметно влиять на изменение энергии волны.

А.Г.Боев получил коэффициент затухания волн на поверхности вязкой жидкости. Он показал, «что коэффициент затухания $\gamma(k)$ зависит от параметров турбулентности, в частности, интенсивности одномерного нормированного спектра. Наличие множителя $1 - \exp(-2\pi k/s)$ свидетельствует о различной роли турбулентных флуктуаций различных масштабов на поведение волны заданной длины. Мелкомасштабные турбулентные флуктуации практически не дают вклада в коэффициент затухания, так как для них $1 - e^{-2\pi k/s} \approx 0$. Одновременно вклад дают длинные флуктуации, для которых $1 - e^{-2\pi k/s} \approx 1$, что полностью согласуется с физическими соображениями. При любом спектре эффект гашения волн турбулентностью монотонно растёт с уменьшением длины волны. Это понятно и физически, так как с уменьшением длины волны число «длинных» турбулентных флуктуаций в спектре увеличивается. В качестве примера вычислен и приведен на рис. V.3a. коэффициент затухания волн на струйном течении при использовании экспериментальных данных о нормированном спектре турбулентности. Зависимость коэффициента затухания γ от длины λ поверхностной волны, вычисленного по этому спектру, приведена на рис. V.3b.

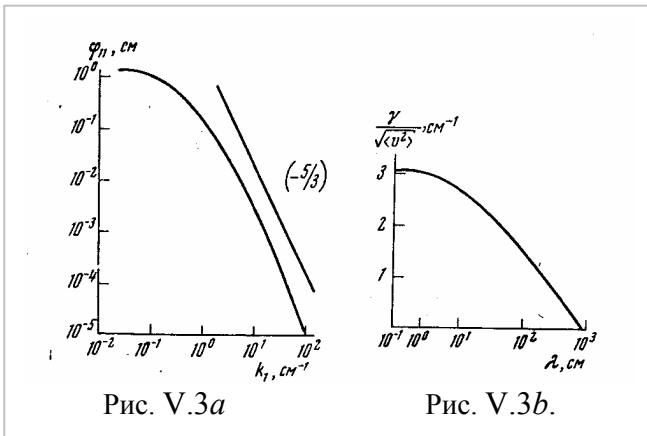


Рис. V.3a

Рис. V.3b.

Сравним коэффициент γ с коэффициентом затухания волны вследствие молекулярной вязкости жидкости

$$\gamma_0 = (2\pi)^2 10^{-2} \lambda^{-2} \text{ (сек}^{-1}\text{)}. \quad (V.31)$$

Следует отметить не только количественное различие, которое обусловлено энергией турбулентности (обычно γ_0 меньше на несколько порядков), но и различие в качественном поведении. Коэффициент γ_0 убывает с λ как λ^{-1} во всём диапазоне длин волн;

коэффициент $\gamma \sim \lambda^{-2}$ лишь для волн с длинами $\lambda \leq 20$ см. Для волн с длинами $\lambda > 20$ см коэффициент γ убывает как λ^{-1} .

Полученные результаты позволяют качественно объяснить явление «зеркальной дорожки», которая возникает за кормой движущегося корабля при небольшом ветре. Существование зеркальной дорожки объясняется гашением ветровых волн на турбулентной структуре гидродинамического следа корабля. Так как при этом наиболее интенсивно гасятся короткие волны (рябь), то поверхность моря за кораблём разглаживается и становится как бы зеркальной».

В 1973 году В.Джонс и Б.Лаундер [38] дали численное предсказание различных турбулентных сдвиговых потоков, в которых структура вязкого подслоя заметно влияет на поток. Используется такая модель турбулентности, в которой энергия турбулентности и ее

коэффициент рассеяния рассчитаны с помощью уравнений переноса, решаемых одновременно с консервативными уравнениями главного потока. Решения этих уравнений обеспечивают шкалу длины l и времени t активной части турбулентного движения. Затем было получено турбулентное напряжение путём умножения местной средней скорости напряжения на турбулентную вязкость жидкости μ_T , где $\mu_T = c'_\mu l^2 / t$. На высоких числах Рейнольдса c'_μ постоянная. Уравнение турбулентной кинетической энергии, без исключения, одно из тех, которые используются в модели турбулентности с двумя уравнениями. Таким образом, выражение обычно пишется как $\mu_T \equiv c''_\mu \rho k^{1/2} l$, где k обозначает энергию турбулентности. Кроме того, оказалось, что масштаб длины не особенно хорошо-обусловленная переменная, чтобы принять его как зависимую переменную второго уравнения.

Вместо этого авторы выбирают переменные формы $k^a l^b$, где a и b постоянные величины. Например, К.Нге, Д.Спалдинг [45] и В.Роди, Д.Спалдинг [49] выбрали произведение kl , в то время как Ф.Харлоу и П.Накаяма [32] предложили уравнение для диссипации энергии турбулентности ε , которая может быть интерпретирована как пропорциональная $k^{1/2} / l$. С последней переменной выражение может быть переделано в $\mu_T = c_\mu \rho k^2 / \varepsilon$. Обзору многих работ, посвящённых влиянию вязкости на поверхностные, в том числе корабельные, волны, посвящены две работы автора [3], [4], в которых самые важные результаты приведены достаточно подробно.

Экспериментальное изучение турбулентной вязкости. Сложность изучения турбулентности на свободной поверхности видна из рассмотрения результатов экспериментов. Результаты экспериментов явно зависят от числа Рейнольдса. Например, для того, чтобы определить структуру турбулентности при отсутствии сдвига, Т.Узкан и В.Рейнольдс [52] сделали сетку, производящую однородную турбулентность на стенке, которая передвигалась по течению на такой же скорости как главный поток. Они нашли, что интенсивность направленной по течению турбулентности возле границы не достигает максимума, как это бывает возле твердой стенки, а вместо этого уменьшается монотонно от ее значения в свободном потоке до нуля на границе. Через 10 лет С.Томас и П.Хэнкок [51] выполнили подобный же эксперимент для чисел Рейнольдса приблизительно в 20 раз больших, чем у Т.Узкана и В.Рейнольдса, и нашли, что интенсивность направленных по течению составляющих увеличивается при подходе к границе.

Расхождение между этими двумя результатами было удовлетворительно объяснено в 1978 году Дж.Хантом и Дж.Грэхомом [31], которые предложили модель с двумя слоями взаимодействия. При больших турбулентных числах Рейнольдса существует тонкий вязкий слой возле стенки, входящей в большой исходный слой. Исходный слой должен быть приблизительно размера средней длины турбулентности свободного потока и не существует на границе из-за отсутствия флуктуаций массы жидкости. Их теория предсказывает перераспределение турбулентной энергии в исходном слое от вертикальной компоненты скорости к направленным по течению и по размаху компонентам. Результат Т.Узкана и В.Рейнольдса [52] легко объяснялся, потому что, при малых числах Рейнольдса в их эксперименте вязкий слой доминировал возле поверхности, и турбулентность была соответственно подавлена. На более высоких числах Рейнольдса в эксперименте С.Томаса и П.Хэнкока [51], исходный слой доминировал, и перераспределение турбулентности было подтверждено согласно модели Дж.Ханта и Дж.Грэма. Многие из этих результатов были позже подтверждены моделированием больших вихрей

В 1981 году С.Биринген, В.Рейнольдс [22] и Б.Брамли, Х.Джука [26] представили результаты экспериментов, в которых однородная турбулентность взаимодействовала со свободной поверхностью. Их результаты хорошо согласовались с модифицированной формой модели Дж.Ханта и Дж.Грэма.

Выполненное Р.Хандлером и др. [30] моделирование было разработано, чтобы представить настолько ясно, насколько возможно, физику взаимодействия турбулентности со свободной поверхностью, в которой действием поверхностных волн можно благополучно пренебречь. С этой целью моделировалась полностью развитая турбулентность между твердой стенкой и свободной поверхностью. Физические процессы, представленные этими моделями отличаются по некоторым важным свойствам от процессов в физических экспериментах, отмеченных ранее. Во-первых, на этих моделях, вязкий слой не может развиваться, так как составляющие скорости, колеблющиеся по направлению течения и по размаху, не подавляются до нуля, как в экспериментах 1977 года С.Томаса, П.Хэнкока [51] и Т.Узкана, В.Рейнольдса [52]. Во-вторых, турбулентность, прилегающая к свободной поверхности, не изотропна. Стенка действует как источник анизотропной турбулентности, которая связана со свободной поверхностью. Эти модели также учитывают влияние свободной поверхности на структуру пристенной турбулентности.

К.Мори [44] отнёс феномен генерирования барашков к неустойчивости сдвигового течения, и вследствие этого разрушения носового потока, и изучил его теоретически и экспериментально более подробно. Кривизна, по его заключению, является источником сдвигового потока под свободной поверхностью. Анализ устойчивости, теория растяжения вихрей и теория пограничного слоя под свободной поверхностью были включены для объяснения экспериментальных результатов, в том числе скорости, Рейнольдсовых напряжений и высот волн.

М. Брочини и Д.Перегрин [24], [25] писали, что волны на воде - это типичное движение на свободной поверхности и что они хорошо описываются в виде безвихревых потоков и, следовательно, не могут быть рассмотрены как часть турбулентного потока. Однако на границе любого турбулентного потока безвихревые флуктуации скорости, вызванные: возле и на свободной поверхности, могут иметь различный характер, который часто включает генерирование волн. Также волны являются потенциальным источником турбулентности, когда они разрушаются. Итак, волны и турбулентность глубоко связаны.

Волны на воде, генерируемые слабой турбулентностью, требуют соответствия шкалы длины и времени между турбулентным движением и свободными волнами, как в теории резонансного взаимодействия О.Филлипса [48] для волн, генерируемых ветром. Как хорошо известно, свободные волны имеют минимум фазовой скорости, благодаря балансу между гравитацией и поверхностным натяжением на воде при $0,23 \text{ м/с}$ и длине волны 17 мм . Это даёт нижнюю границу переноса скорости турбулентных вихрей, на которой такие вихри генерируют волны. Для больших скоростей прорывающийся характер границы турбулентного района ведёт себя подобно волнообразованию вокруг каждого движущегося вихря. Результирующие волны возникают как из любого другого местного возмущения. В частности, группа среднескоростных волн является мгновенно генерируемой таким вихревым движением. Обратная реакция, возникновение волн на среднеразвитой турбулентности типично приводит к диссипации волновой энергии, как можно видеть из относительно спокойных условий на попутном потоке корабля. Д.Перегрин [47] сделал обзор этого предмета, и ещё больше можно найти в работах А.Боева [1] и Х.Олмеца и Х.Милграма [46]. Главный общий результат состоит в том, что набегающие волны сильно подавляются, если их длина равна или меньше турбулентности.

Д.С.Данн и др. [28] обратили внимание на то, что в исследованиях турбулентности имеются "стандартные" потоки, экспериментальные измерения которых повлияли на развитие концепций и полуэмпирических моделей, типа пограничных слоев, слоя перемешивания и полностью турбулентных потоков возле стенки. Такие потоки должны все же быть определены для турбулентности свободной поверхности, хотя для этого имеется один очевидный кандидат - гидравлический прыжок. Они писали, что у гидравлического прыжка имеется преимущество, потому что его полные свойства могут быть легко смоделированы, хотя мы знаем, что его внутренний поток может зависеть строго от структуры натекающего потока. Здесь следует вспомнить, что Е.Баба и Х.Мията для

моделирования разрушающихся и ударных волн использовали теорию гидравлического прыжка. Несмотря на то, что теория гидравлического прыжка дала им возможность использовать её для расчётных оценок, эта теория не соответствует тем явлениям, которые происходят в носовой оконечности судна

Е. Кумбербач [27] также исследовал влияние вязкости на корабельные волны. Он показал, что уровень экспоненциального затухания является основным влиянием вязкости и что подавление системы поперечных волн мало меняется, в то время как расходящиеся волны подавляются сильнее. Он писал, что главным членом, на который влияет вязкость, является аргумент, который даёт множитель экспоненциального затухания $\exp(-rv g B_o \cos \theta / v^3)$, где $(B_o \cos \theta)^{-1}$ меняется от 0,241 при $\theta^o = 12^o$ до 0,152 для поперечных волн при $\theta^o = 19,5^o$ и до 0,015 на $\theta^o = 12^o$ для расходящихся волн. Его изменение незначительно в пределах величины 0,25 в большинстве поперечных волн системы Кельвина (v - кинематический коэффициент вязкости, r - расстояние от источника возмущения). Тогда убывание высоты волны происходит по закону

$$e^{-\frac{vg^2 t^2}{2x^4}} = \exp(-vg^2 t^2 / 2x^4). \quad (V.32)$$

А.К.Никитин и С.А.Подрезов [12] выполнили важное исследование волн на поверхности вязкой жидкости бесконечной глубины. Они получили выражение высоты волны в виде:

$$\eta = \frac{Q\sigma^3}{\rho g^2 \sqrt{2\pi g r}} \exp\left(-\frac{8\sigma^5 v r}{g^3}\right) \sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\sigma^2 r}{g} + \sigma t\right) \cdot \left[1 + o(1/\sqrt{\lambda r}) + o(\sqrt{4r/gt^2}) + o(\sqrt{g/\sigma^2 r})\right], \quad (V.33)$$

где $\sigma = \frac{g}{v}$.

Используя множитель δ , равный

$$\delta = \frac{8\sigma^5 v r}{g^3} = \frac{8g^2 v r}{v^5}, \quad (V.34)$$

можно написать

$$\exp(-\delta) = \exp\left(-\frac{8g^2 v r}{v^5}\right). \quad (V.35)$$

Для того, чтобы сравнить с выражением для прогрессивных волн, берётся

$$\delta = 2vm^2 t = 2v\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 t = 2v\left(\frac{2\pi g}{2\pi v^2}\right)^2 \frac{r}{v} = \frac{2g^2 v r}{v^5}. \quad (V.36)$$

Тогда $\exp(-\delta) = \exp(-2g^2 v r / v^5)$. Легко видеть, что аргумент получается в e^4 раза меньше, чем в $\exp(-\delta) = \exp(-8g^2 v r / v^5)$ для двумерного случая. Для определения значения этой величины в пределах одной длины волны, принято равенство $r = \lambda = 2\pi c^2 / g$, тогда $\delta = 16\pi g v / Fn^3 / (gL)^{3/2}$. Если принять $gL = 9$, то есть $l = 0,914$ м, тогда $\delta = 2,2 \cdot 10^{-5} / Fn^3$. Эта величина так мала, что практическое влияние молекулярной вязкости на высоту волн в пределах длины корпуса можно считать пренебрежимо малым.

Корабельные волны образуются при перемещении импульса давления или источника. Их форма получается в результате трансформации круговых волн, когда источник движется [14], [13]. Для того, чтобы включить вязкость в расчёт, использована формула Л.Н.Сретенского в решении задачи Коши-Пуассона в вязкой жидкости [16] для высоты волны

$$\eta = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{g}{\pi}} \frac{St}{x^{3/2}} \exp(-vg t / g^3) \cos\left(\frac{gt^2}{4x} - \frac{\pi}{4}\right) \quad (V.37)$$

Если предположить, что время t равно времени, за которое носовые волны достигают точки волнообразования в корме, то при подстановке в формулу Сретенского экспоненциальный множитель получается в виде:

$$\exp\left(-\nu / L^{3/2} / g^{1/2} / Fn^5\right) \quad (V.38)$$

Так как коэффициент молекулярной вязкости ν не влияет на высоту волны, то мы должны заменить его на коэффициент турбулентной вязкости $\nu_{турб}$. Возник вопрос о возможности простой замены коэффициента молекулярной вязкости. Но такая замена сделана в задаче диффузии Н.Е.Кочиним [7]. После решения этой проблемы возникает проблема точного определения коэффициента турбулентной вязкости $\nu_{турб}$. В нашем случае этот коэффициент имеет форму

$$k_{турб} = \exp(-\nu_{турб} / L^{3/2} / g^{1/2} / Fn^5). \quad (V.39)$$

где $\nu_{турб}$ - коэффициент турбулентной вязкости.

Для учёта турбулентной вязкости этот множитель вводится в интеграл Мичелла. Турбулентный множитель $k_{турб}$ введён в то слагаемое, которое содержит тригонометрические члены и отражает взаимодействие волновых систем судна. В этом случае новая форма интеграла Мичелла имеет вид (см. часть II.3):

$$R_w = \frac{4\rho g^2}{\pi \nu^2} \left(\frac{B}{2}\right)^2 \cdot T^2 \left[I_1^2 + (k_{турб} \cdot I_2)^2 \right], \quad (V.40)$$

где

$$I_1 = \int_0^{\pi/2} J_4^2(p) F_1(k) \frac{d\theta}{\cos^3 \theta}, \quad I_2 = \int_0^{\pi/2} J_4^2(p) [F_2(k) \cos 2k + F_3(k) \sin 2k] \frac{d\theta}{\cos^3 \theta}. \quad (V.41)$$

Здесь I_1 даёт главную часть волнового сопротивления, а I_2 представляет собой интерференцию носовой и кормовой систем корабельных волн, где $F_2(k)$ и $F_3(k)$ равны

$$F_2(k) = k^{-2} [G_{bo} \cdot G_{so} + k^{-2} G_{bl} \cdot G_{sl}] \cdot k_{турб}, \quad (V.42)$$

$$F_3(k) = k^{-3} [G_{bo} \cdot G_{sl} - G_{bl} \cdot G_{so}] \cdot k_{турб}. \quad (V.43)$$

Определение коэффициента $k_{турб}$ представляет собой самостоятельную задачу. Коэффициент турбулентной вязкости $k_{турб}$ в наших расчётах определялся методом проб и ошибок. В процессе проверочных расчётов оказалось, что введение этой поправки приводит форму расчётной кривой Мичелла к виду кривой остаточного сопротивления. Кроме того, оказалось, что для разных моделей его величина меняется в небольших пределах. Известно, что турбулентная вязкость в сотни тысяч или миллион раз больше молекулярной вязкости ν .

Известно такое сравнение: «коэффициент турбулентной вязкости воздуха равен коэффициенту обычной молекулярной вязкости сиропа, и соответствующий коэффициент турбулентной вязкости воды равен коэффициенту молекулярной вязкости ваксы» [17]. Отсюда неудивительно, что искомый коэффициент турбулентной вязкости воды равен примерно 0,08 – 0,16, а не $1,56 \cdot 10^{-6}$.

Важно, что в данный коэффициент входит число Фруда в пятой степени. Этот множитель согласуется с множителем, который В.Виглей получил эмпирически в виде $\beta = \exp(-A / Fn^5)$, в результате испытаний большого числа моделей разной формы [53]. Ещё более важно, что этот множитель входит только в интерференционный член интеграла Мичелла, поэтому для расчёта нужно использовать модифицированную форму интеграла Мичелла вместо его

традиционного выражения. Для определения коэффициента турбулентной вязкости $\nu_{турб}$ разработано 2 метода.

Первый метод

Этот метод основан на следующей гипотезе: известно, что под свободной поверхностью корабельных волн имеется турбулентный пограничный слой. В этом слое возникают касательные напряжения. Вычислив эти напряжения, можно определить коэффициент сдвиговой вязкости из известных зависимостей [52]

$$\tau_{турб} = \mu \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \text{ и } \nu = \frac{\mu}{\rho}, \quad (V.44)$$

где μ - динамический коэффициент вязкости, а ν - кинематический, ρ - плотность жидкости.

Для вычисления касательных напряжений $\tau_{турб}$ использовано интегральное соотношение Кармана, полученное нами для пограничного слоя судна, спроектированного из развертывающихся поверхностей [2]. В соотношение Кармана входят коэффициенты кривизны поверхности в направлениях обычных сечений корпуса судна. Учитывая, что прогрессивная двумерная волна представляет собой цилиндрическую поверхность, можно использовать это интегральное соотношение для расчета касательных напряжений на поверхности прогрессивной волны. Корабельные волны представляют собой набор двумерных прогрессивных волн, движущихся под разными углами, поэтому можно, получив коэффициент турбулентной вязкости для прогрессивных волн, использовать его для корабельных.

Интегральное соотношение для пограничного слоя судна при постоянной плотности жидкости ρ имеет вид ([2], §16, формула IV.80)

$$\tau_x = -\frac{1}{\sqrt{E}} \left\{ -\frac{1}{\sqrt{E}} \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\delta} \rho u^2 dn - \frac{1}{\sqrt{G}} \frac{\partial}{\partial z} \int_0^{\delta} \rho u w dn + \nu_x \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\delta} \rho u dn + \sqrt{\frac{E}{G}} \nu_x \frac{\partial}{\partial z} \int_0^{\delta} \rho w dn \right\}, \quad (V.45)$$

где коэффициенты, связанные с кривизной волн имеют вид

$$\sqrt{E} = \sqrt{1 + (\partial \zeta / \partial x)^2}; \quad \sqrt{G} = \sqrt{1 + (\partial \zeta / \partial y)^2}. \quad (V.46)$$

где $\zeta = \zeta(x, y)$ – уравнение поверхности волны.

В выражение (V.46) входят составляющие скорости, которые определяются из известного потенциала прогрессивной волны при установившемся движении а $\zeta = \zeta(x, y)$ – уравнение поверхности волны

$$\varphi = \frac{ga}{\omega} e^{-kz} \sin(kx), \quad (V.47)$$

где a – амплитуда волны, ω – частота, k – волновое число.

Высота волны при установившемся движении записывается в виде

$$\zeta(x) = a \cos(kx). \quad (V.48)$$

Тогда входящие в формулы (V.47) производные можно равны

$$\frac{\partial \zeta}{\partial x} = -ak \sin(kx); \quad \frac{\partial \zeta}{\partial y} = 0. \quad (V.49)$$

И коэффициенты кривизны волны равны соответственно

$$\sqrt{E} = \sqrt{1 + a^2 k^2 \sin^2(kx)}; \quad \sqrt{G} = 1. \quad (V.50)$$

Скорости, необходимые для расчета, получаются из (V.48) в форме

$$u = \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{kga}{\omega} e^{-kz} \cos(kx), \quad w = \frac{\partial \varphi}{\partial z} = -\frac{kga}{\omega} e^{-kz} \sin(kx). \quad (V.51)$$

Отсюда легко получаются u^2 , uw , $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial uw}{\partial z}$, $u \frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial w}{\partial z}$. Для преобразования этих формул используются известные зависимости

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad \omega^2 = kg, \quad \omega = \sqrt{\frac{2\pi g}{\lambda}}, \quad \lambda = \frac{2\pi v^2}{g}. \quad (V.52)$$

И тогда касательные напряжения получается из (V.46) в виде

$$\tau_{\text{турб}} = \frac{1-\sqrt{E}}{E} \rho \int_0^\delta \left[\frac{k^3 g^2 a^2}{\omega^2} e^{-2kz} \sin(2kx) \right] dn + \nu_x \frac{\sqrt{E}-1}{\sqrt{E}} \rho \int_0^\delta \left[\frac{k^2 g a}{\omega} e^{-kz} \sin(kx) \right] dn. \quad (V.53)$$

Считая волны малыми, можно принять направление нормали к волне n близким к направлению оси Oz. В этом случае интегралы легко берутся, и выражение для касательных напряжений на свободной поверхности имеет вид

$$\tau_{\text{турб}} = \frac{1-\sqrt{E}}{E} \frac{\rho \omega^2 a^2}{2} \sin 2kx (e^{-2k\delta} - 1) + \frac{\sqrt{E}-1}{\sqrt{E}} \nu_x \rho \omega a \sin kx (e^{-k\delta} - 1). \quad (V.54)$$

δ - толщина пограничного слоя, которая принимается в долях длины волны λ и равна примерно $\lambda/16$.

Из формулы (V.54) с учетом выражений

$$\frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{k^2 g a}{\omega} e^{-kz} \cos(kx), \quad \frac{\partial w}{\partial x} = -\frac{k^2 g a}{\omega} e^{-kz} \cos(kx), \quad \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = -\frac{2k^2 g a}{\omega} e^{-kz} \cos(kx) \quad (V.55)$$

легко получить динамический коэффициент турбулентной вязкости в виде

$$\begin{aligned} \mu_{\text{турб}} &= \frac{\tau_{\text{турб}}}{-\frac{2k^2 g a}{\omega} e^{-kz} \cos(kx)} = \\ &= -\frac{1-\sqrt{E}}{E} \frac{\rho \omega a e^{kz}}{2k} \sin(kx) (e^{-2k\delta} - 1) - \frac{\sqrt{E}-1}{\sqrt{E}} \frac{\nu_x \rho e^{kz}}{2k} \text{tg}(kx) (e^{-k\delta} - 1). \end{aligned} \quad (V.56)$$

Для того, чтобы исключить из этой формулы зависимость от абсциссы, производится осреднение по x . Тогда

$$\begin{aligned} \mu_{\text{турб}} &= \frac{\nu^3 \rho}{2g} \left[\frac{4}{n} \int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{1+4\pi^2 \sin^2 kx/n^2} - 1}{1+4\pi^2 \sin^2 kx/n^2} \sin kx d(kx) (e^{-2k\delta} - 1) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{1 - \sqrt{1+4\pi^2 \sin^2 kx/n^2}}{\sqrt{1+4\pi^2 \sin^2 kx/n^2}} \text{tg} kx d(kx) (e^{-k\delta} - 1) \right] \end{aligned} \quad (V.57)$$

Необходимый для расчета волнового сопротивления коэффициент $\mu_{\text{турб}}$ получен при $z = 0$ и $a = \lambda/n$ (n для малых волн принято примерно равно 10) в виде

$$\begin{aligned} \mu_{\text{турб}} &= \frac{\nu^3}{2g} \left[\frac{4}{n} \int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{1+4\pi^2 \sin^2 kx/n^2} - 1}{1+4\pi^2 \sin^2 kx/n^2} \sin kx dx (e^{-2k\delta} - 1) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{1 - \sqrt{1+4\pi^2 \sin^2 kx/n^2}}{\sqrt{1+4\pi^2 \sin^2 kx/n^2}} \text{tg} kx dx (e^{-k\delta} - 1) \right] \end{aligned} \quad (V.58)$$

Второй метод

В данном случае вывод основан на методе, который использовал С.В.Доброклонский [6] для определения турбулентной вязкости трохoidalных волн. Уравнения прогрессивной двумерной волны имеет вид

$$\begin{aligned} x &= x_1 + a e^{2\pi z_1/\lambda} \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x_1 + \sigma t\right) = x_1 - a e^{kz_1} \sin(kx_1 + \sigma t) \\ z &= z_1 - a e^{2\pi z_1/\lambda} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} x_1 + \sigma t\right) = z_1 - a e^{kz_1} \cos(kx_1 + \sigma t) \end{aligned} \quad (V.59)$$

Вся масса жидкости движется со скоростью $-c$, тогда движение становится установившимся и имеет компоненты скорости в виде

$$U = -c + u(x_1, z_1) = -c + \frac{2\pi a}{\lambda} e^{2\pi z_1/\lambda} \cos \frac{2\pi}{\lambda} x_1 \quad (\text{V.60})$$

$$W = w(x_1, z_1) = \frac{2\pi a}{\lambda} e^{2\pi z_1/\lambda} \sin \frac{2\pi}{\lambda} x_1 \quad (\text{V.61})$$

Максимальные значения пульсаций при усреднении по длине волны равны

$$\bar{u}' = \pm l_1 \left(\frac{\partial u_o}{\partial z} \right)_{x_1} \quad (\text{V.62})$$

Поперечное движение частиц связано с вихрем скорости $\Omega = \frac{\partial u_o}{\partial z} - \frac{\partial w_o}{\partial x}$, величина которого у переносимых масс будет отличаться от величины в поверхностном слое на величину

$$\Omega - \Omega_o = \pm l_1 \left(\frac{\partial \Omega_o}{\partial z} \right) = \pm l_1 \left(\frac{\partial^2 u_o}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 w_o}{\partial x \partial z} \right). \quad (\text{V.63})$$

Если рассматривать блуждающие массы жидкости как вихри со средним диаметром l_2 то создаваемые ими пульсации скорости будут в среднем пропорциональны

$$v' = \pm l_2 (\Omega - \Omega_o) \approx \pm l_2 l_1 \left(\frac{\partial^2 u_o}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 w_o}{\partial x \partial z} \right). \quad (\text{V.64})$$

Делается предположение о том, что в любой точке должна соблюдаться пропорциональность пульсационных скоростей и длин, характеризующих пути переноса и размеры вихрей, то есть,

$$\bar{u}' \approx v', \quad l_1 \approx l_2.$$

Вместо l_1 и l_2 вводится единый масштаб длин l и определяется среднее значение v' по x (или x_1) по длине λ .

$$v' \approx l^2 \left(\frac{\partial^2 u_o}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 w_o}{\partial x \partial z} \right) \approx l^2 \left(\frac{\partial^2 u_o}{\partial z^2} \right)_{x_1}, \quad (\text{V.65})$$

так как $\left(\frac{\partial^2 w_o}{\partial x \partial z} \right)_x = \frac{1}{\lambda} \int_0^\lambda \frac{\partial^2 w_o}{\partial x \partial z} dx = 0$. Из (V.45), (V.46) и (V.47) следует

$$l \left(\frac{\partial u_o}{\partial x} \right)_{x_1} = l^2 \left(\frac{\partial^2 u_o}{\partial z^2} \right)_x \quad \text{или} \quad l = k \left(\frac{\partial u_o}{\partial z} \right)_{x_1} / \left(\frac{\partial^2 u_o}{\partial z^2} \right)_{x_1} \quad (\text{V.66})$$

Постоянную k считают «универсальной» постоянной, которая по опытам в трубах получается равной 0,36 – 0,4. Пользуясь обычным выражением теории Прандтля, которое осредняется по x

$$\mu_{\text{турб}} = \rho l^2 \left(\frac{\partial u_o}{\partial z} \right)_{x_1},$$

получается для коэффициента турбулентной вязкости (коэффициента обмена) в волне модифицированная формула Кармана

$$\mu_{\text{турб}} = \rho k^2 \left| \left(\frac{\partial u_o}{\partial z} \right)_{x_1}^3 / \left(\frac{\partial^2 u_o}{\partial z^2} \right)_{x_1}^2 \right| \quad (\text{V.67})$$

Величины производных $\frac{\partial u_o}{\partial z}$ и $\frac{\partial^2 u_o}{\partial z^2}$ находятся из (V.60) и (V.61), считая параметры Лагранжа промежуточными переменными дифференцирования.

$$\frac{\partial u_o}{\partial z} = \frac{4\pi^2 a}{\lambda \Gamma} \frac{e^{2\pi z_1/\lambda} \cos \frac{2\pi x_1}{\lambda}}{1 - \frac{2\pi a}{\lambda} e^{2\pi z_1/\lambda} \cos \frac{2\pi x_1}{\lambda}},$$

если положить $\beta = e^{2\pi z_1/\lambda}$ и $\varphi = 2\pi x_1/\lambda$, тогда

$$\frac{\partial u_o}{\partial z} = \frac{4\pi^2 a}{\lambda \Gamma} \frac{\beta \cos \varphi}{1 - \frac{2\pi a}{\lambda} \beta \cos \varphi} = \frac{4\pi^2 a}{\lambda \Gamma} \beta \frac{\cos \varphi + \frac{2\pi a}{\lambda} \beta \cos^2 \varphi}{1 - \frac{4\pi^2 a^2}{\lambda^2} \beta^2 \cos^2 \varphi} \quad (\text{V.68})$$

и вторая производная равна

$$\frac{\partial^2 u_o}{\partial z^2} = -\frac{8\pi^2 a}{\lambda \Gamma} \beta \frac{\cos \varphi + \frac{6\pi a}{\lambda} \beta \cos^2 \varphi + \frac{12\pi^2 a^2}{\lambda^2} \beta^2 \cos^3 \varphi + \frac{8\pi^3 a^3}{\lambda^3} \beta^2 \cos^4 \varphi}{\left(1 - \frac{4\pi^2 a^2}{\lambda^2} \beta^2 \cos^2 \varphi\right)^3}. \quad (\text{V.69})$$

Если учесть тригонометрические равенства $\cos^4 \varphi = 1 - 2\sin^2 \varphi + \sin^4 \varphi = 1 - 2 + 2\cos^2 \varphi + \sin^4 \varphi$, а также то обстоятельство, что рассматривается теория малых волн, то $\sin^4 \varphi \approx 0$, $\cos^4 \varphi \approx 2\cos^2 \varphi - 1$ и тогда окончательно и формула (V.69) примет вид

$$\frac{\partial^2 u_o}{\partial z^2} = -\frac{8\pi^2 a}{\lambda \Gamma} \beta \left[\cos \varphi + \frac{6\pi a}{\lambda} \beta + \frac{12\pi^2 a^2}{\lambda^2} \beta^2 \cos \varphi + \frac{16\pi^3 a^3}{\lambda^3} \beta^2 \cos^2 \varphi - \frac{8\pi^3 a^3}{\lambda^3} \beta^2 \right] \frac{1}{\left(1 - \frac{4\pi^2 a^2}{\lambda^2} \beta^2 \cos^2 \varphi\right)^3}.$$

После осреднения по λ и с учётом того, что среднее значение $\overline{\cos \varphi} = 0$, $\overline{\cos^2 \varphi} = \frac{1}{2}$, получается значение первой производной в виде

$$\overline{\frac{\partial u_o}{\partial z}} = \frac{4\pi^2 a}{\lambda \Gamma} \beta \frac{\frac{\pi a}{\lambda} \beta}{1 - \frac{4\pi^2 a^2}{\lambda^2} \beta^2} = \frac{4\pi^3 a^2}{\lambda^2 \Gamma} \beta^2 \frac{1}{1 - \frac{2\pi^2 a^2}{\lambda^2} \beta^2}, \quad (\text{V.70})$$

а значение второй производной имеет вид

$$\overline{\frac{\partial^2 u_o}{\partial z^2}} = \frac{8\pi^3 a}{\lambda^2 \Gamma} \beta \left[\frac{3\pi a}{\lambda} \beta \right] \frac{\frac{24\pi^4 a^2}{\lambda^3 \Gamma} \beta^2}{\left(1 - \frac{2\pi^2 a^2}{\lambda^2} \beta^2\right)^3} = \frac{24\pi^4 a^2}{\lambda^3 \Gamma} \beta^2 \frac{1}{\left(1 - \frac{2\pi^2 a^2}{\lambda^2} \beta^2\right)^3} \quad (\text{V.71})$$

Тогда в правой части формулы (V.67) имеем

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial u_o}{\partial z}\right)^3 &= \frac{4^3 \pi^9 a^6}{\lambda^6 \tau^3} \beta^6 \left(1 - \frac{2\pi^2 a^2}{\lambda^2} \beta^2\right)^6 \\ \left(\frac{\partial^2 u_o}{\partial z^2}\right)^2 &= \frac{3^2 8^2 \pi^8 a^4}{\lambda^6 \tau^2} \beta^4 \left(1 - \frac{2\pi^2 a^2}{\lambda^2} \beta^2\right)^3 \\ &= \frac{\pi a^2 \beta^2}{9 \tau} \left(1 - \frac{2\pi^2 a^2}{\lambda^2} \beta^2\right)^3 \end{aligned}$$

Если принять $h = 2a$, тогда динамический коэффициент турбулентной вязкости можно рассчитать по формуле

$$\mu_{турб} = \frac{\pi \rho k^2}{9} \frac{h^2}{\tau} \beta^2 \left(1 - \frac{2\pi^2 a^2}{\lambda^2} \beta^2\right)^3 \quad (V.72)$$

Расчёты показали, что значения коэффициентов турбулентной вязкости, полученных по первому и второму методу, отличаются примерно на 7%.

Практически все эти поправки учитывают влияние образования подповерхностного пограничного слоя в корабельных волнах.

Результаты расчётов интеграла Мичелла с поправками, учитывающими коэффициент турбулентной вязкости, приводят к тому, что расчётная кривая Мичелла имеет не такие резкие горбы и впадины на малых числах Фруда, как без поправок, и, главное, принимает форму, близкую к форме экспериментальной кривой остаточного сопротивления. На рис. V.4а, V.4б, V.4в приводятся три примера расчётов кривой Мичелла с учётом турбулентной вязкости.

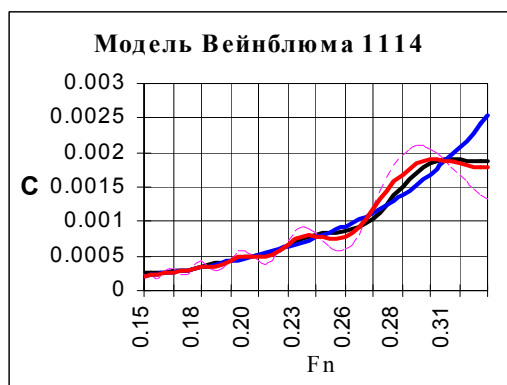


Рис. V.4а. Модель Вейнблума 1114

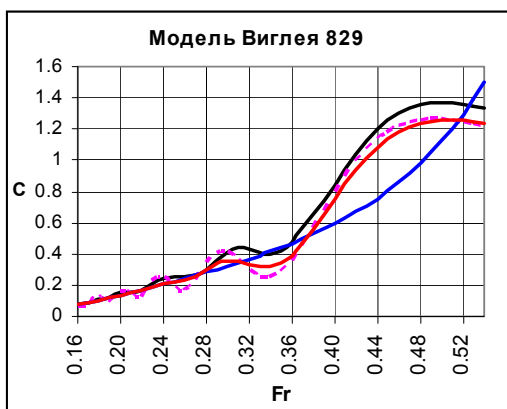


Рис. V.4б. Модель Виглея 829

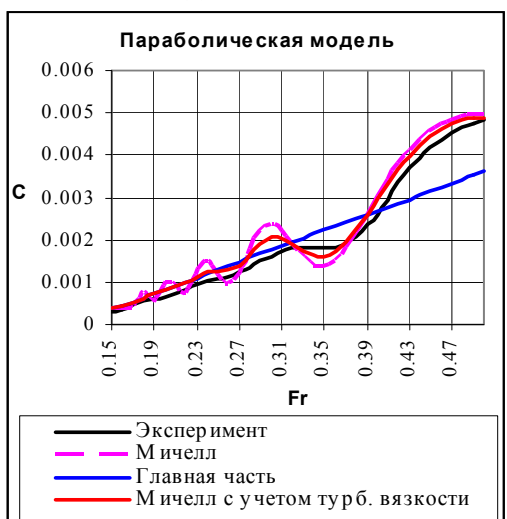


Рис. V.4в. Параболическая модель

Литература к части V.1.

1. Боев, А.Г. О гашении поверхностных волн сильной турбулентностью /А.Г.Боев// Физика атмосферы и океана. 1971, 7.-№ 1.-С.50 – 59.
2. Готман А.Ш. Проектирование обводов судов с развертывающейся обшивкой /А.Ш.Готман.- Л. Судостроение.- 1979.-192 с.
3. Готман А.Ш. Обзор иностранной литературы по волновому сопротивлению судна в трёх томах. Том 1. Волновое сопротивление судна в идеальной жидкости. Том 2. Волновое сопротивление судна в вязкой жидкости. Том 3. Библиография. (470 наимен.). /А.Ш.Готман.- ВИНТИ,- М.,1985.- 3108, 3109, 3110 Деп.
4. Готман А.Ш. Изыскание метода расчёта волнового сопротивления с учётом турбулентной вязкости Гос. рег. № 01.88.0000800. /А.Ш. – Готман.- ВИНТИ,- М - 1990.- 64 с.

5. Дмитриев А.А. Волны на поверхности вязкой жидкости, генерируемые пульсирующим источником /А.А.Дмитриев// Изв. АН СССР, серия геофизика.- 1953.-С. 335-345.
6. Доброклонский С.В. Турбулентная вязкость в поверхностном слое моря и волнения /С.В.Доброклонский// Доклады АН СССР.- 1947, 58.- №7.-С.1345 – 1348.
7. Кочин, Н.Е. Теоретическая гидромеханика /Н.Е.Кочин, И.А.,Кибель, Н.В.Розе .- ГИФ-МЛ, Части 1 и 2 - 584с. и 728 с.
8. Лаврентьев В.М. Влияние пограничного слоя на волновое сопротивление корабля /В.М.Лаврентьев// Докл. АН СССР.- 1951, 80.-№6.-С.. 857 – 860.
9. Ламб, Г. Гидродинамика. ОГИЗ / Г.Ламб.- Гостехиздат.- 1947 .-928с.
10. Милн-Томсон, Л.М. Теоретическая гидромеханика /Л.М.Милн-Томсон. М. Мир.- 1964.- 656 с.
11. Монин А.С. Статистическая гидромеханика /А.С.Монин, А.М.Яглом .- 1965 часть 1 (640 с..) и 1967, часть 2 (720 с.), «Наука», ГРФ-МЛ, М.
12. Никитин, А.К., Подрезов, С.А. К пространственной задаче о волнах на поверхности вязкой жидкости бесконечной глубины /А.К. Никитин, С.А.Подрезов// ПММ.- 1964, 28.-№ 3.-С. 452-463.
13. Ньюмен Дж. Морская гидродинамика /Дж.Н.Ньюмен.- (Пер. Н.Б.Плисова и К.В.Рождественского) Изд. Судостроение , 1985 .-368 с. (Newman, J.N. Marine hydrodynamics. England.-«The MIT press Cambridge, Massachusetts and London England».- 1977.)
14. Павленко, Г.Е. Сопротивление воды движению судов /Г.Е.Павленко - Изд. Морской транспорт.- 1956.- 508 с.
15. Патрашев А.Н. Прикладная гидромеханика /А.Н. Патрашев, Л.А. Кивако, С.И. Гожий.- М. Военное изд. Минобороны СССР, 1970, 684 с.
16. Сретенский, Л.Н. О волнах на поверхности вязкой жидкости /Л.Н.Сретенский .-Труды ЦАГИ.- 1941.- № 541.
17. Федяевский, К.К. Гидромеханика /К.К.Федяевский, Я.И.Войткунский, Ю.И.Фаддеев.- Л. Судостроение.-1968.
18. Ханович И.Г. Сопротивление воды движению корабля /И.Г.Ханович.- Воен. Изд. Министерства Вооруженных Сил Союза ССР.- 1946.- 318 с.
19. Хинце И.О. Турбулентность (её механизм и теория /И.О.Хинце .- ГИФ-МЛ, М.- 1963.- 680 с.
20. Черкесов, Л.В. Корабельные волны в вязкой жидкости /Л.В.Черкесов// Докл. АН СССР.- 1963, 153.-№ 6.
21. Beck, R.F. The wave resistance of a thin ship with rotational wake /R.F.Beck// Journal of. Ship Research.- 1971,15 .- № 3.-P. 196-214.
22. Biringen C. Large Eddy Simulation of the Shear Free Turbulence Boundary Layer /C. Biringen, W.Reynolds// Journal of Fluid Mechanics.- 1981, 103.-P. 53– 63.
23. Brard R. Viscosity, Wake, and Ship Waves /R.Brard// Journal of Ship Research.-1970,14, 4, 207 – 240.
24. Brocchini, M. & Peregrine, D.H. The dynamics of strong turbulence at free surfaces, Part 1. Description /M.Brocchini, D.H.Peregrine// Journal of Fluid Mech. - 2001, 449.-P. 225-254
25. Brocchini, M. & Peregrine, D.H. The dynamics of strong turbulence at free surfaces, Part 2, Free-surface boundary conditions /M.Brocchini, D.H.Peregrine// Journal of Fluid Mech.».- 2001,449.-P. 255-290.
26. Brumley B. Near Surface Turbulence in a Grid Stirred Tank / B.Brumley, H.Jirka//.-Journal of Fluid Mechanics.- 1987, 183.-P. 235 – 263.
27. Cumberbatch, E. Effects of viscosity ship waves /E.Cumberbatch // Journal of Fluid Mechanics.- London.- 1965, 23.- P. 471-479.
28. Dunn, D.C. Turbulence at the free surface /D.C.Dunn, D.D.H Peregrine, J.R.Chaplin, D.Mouazé, F.P.J. Murzyn// Abstract for the 18th Intern. Workshop on Water Waves and Floating Bodies.- Le Croisic, France.- 2003.

29. Emerson, A. The Application of wave resistance calculations to ship hull design /A.Emerson // - Trans. Inst. Nav. Arch..- 1954, 96.-P. 268 – 283.
30. Handler, R.A. Leng Scales and the Energy Balance for Turbulence Near a Free Surface /R.A.Handler, T.F.Swean, R.I.Leighton, J.D.Swearingen// AIAA Journal,.- 1993, 31.-№ 11.-P. 1998 – 2007.
31. Hant J., Graham J. Free Stream Turbulence Near Boundaries /J. Hant, J.Graham // Journal of Fluid Mechanics.- 1978, 84.-№ No.2.-P.. 209 – 235.
32. Harlow F.H. Transport of turbulence energy decay rate /F.H.Harlow, P.I.Nakayama // Los Alamos Sci Lab Rep LA- 3854.- 1968
33. Havelock, T. Wave-resistance: Some cases unsymmetrical forms /T.Havelock// Proc. Royal Soc. of London, Ser. A.-1926, 110.-P. 233 - 241.
34. Havelock, T. Ship waves. The relative efficiencies of bow and stern /T.Havelock// Proc. Roy. Soc. London, Ser. A.-1935, 149.-P. 417 – 426.
35. Havelock, T. 1948 Calculations Illustrating the Effect of Boundary Layer on Wave Resistance /T.Havelock //.- Trans. Institution of Naval Architects.- vol. 90.- pp. 259 – 271.
36. Hino, T. Computation of a Free Surface Flow around an Advancing Ship by the Navier-Stokes Equations /T.Hino // Fifth Numerical Conference on Ship Hydrodynamics. -Hiroshima, Part 1.-P.69- 82
37. Inui, T. Study on wave-making resistance of ships /T.Inui// Soc. Nav. Arch. Japan, 60th Anniversary Series.- 1957, 2.- P. 173-355.
38. Jones, W.P. The calculation of Low-Reynolds-Number Phenomena with a Two-equation model of Turbulence /W.P.Jones, B.E.Lauder// Int. J. Heat Mass Transfer. Pergamon Press. -1973, 16.-P. 1119 – 1130.
39. Leighton, R.L., Swean, T.F., Handler, R.A., Swearingen, J.D. Interaction of vorticity with a free surface in turbulent open channel flow /R.L.Leighton, T.F.Swean, R.A.Handler, J.D.Swearingen// AIAA 91-0236, 29th Aerospace Sciences Meeting Reno.- 1991.-, Nevada.
40. Lurye J.R. Interaction of free-surface waves with viscous wakes /J.R.Lurye// The Physics of Fluids.- 1968, 10,-№ 2.-P. 261-265.
41. Maruo, H. Ship waves and wave resistance in a viscous fluid /H.Maruo// J. Soc. Nav. Arch., Japan.- 1973, 134.-P. 15-29.
42. Maruo, H. Ship waves and wave resistance in a viscous fluid /H.Maruo// Int. Seminar on Wave Resistance, Tokyo.- 1976.-P. 217-238.
43. Milgram J.H. The effect of a wake on the wave resistance of a ship /J.H.Milgram// J.Ship Research.- 1969, 13.- № 1.-P.69-71.
44. Mori, K. Necklace Vortex and Bow Wave Around Blunt Bodies /K.Mori // Proc. 15th ONR Symposium on Naval Hydrodynamics.-Humburg, Germany, Sept. 1984..
45. Ng K.H. Some application of a model of turbulence for boundary layer near Walls /K.H.Ng, D.B. Spalding // Physics Fluids.-1972,15.
46. Olmez, H.S. An experimental-study of attenuation in channel flow /H.S.Olmez, J.H.Milgram // J. Fluid Mechanics.- London.- 1992, 239P. 133 -156.
47. Peregrine, D.H. Interaction of water waves and currents /D.H.Peregrine // Adv. In Appl. Mech..- 1976, 16.- № 9.-P. 117.
48. Phillips, O.M. On the generation of waves by turbulent wind /O.M.Phillips// J. Fluid Mech..- 1957, 2.-P. 417 – 445.
49. Rodi W. A two-parameter model of turbulence and its application to free jets /W.Rodi, D.B.Spalding// Wärme und Stoffübertragung.-1970, 3.
50. Tatinclaus T.C. Effect of a rotational wake on the wavemaking resistance of an ogive /T.C. Tatinclaus// Journal of Ship Research.- 1977, 14.- № 2. –P. 84 – 99.
51. Thomas S.M. Grid Turbulence Bear a Moving Wall /S.M. Thomas, P.E.Hancock// Journal of Fluid Mechanics.- 1977, 82.-№.3.-P. 481 – 496.
52. Uzkan T., Reynolds W. A Shear Free Turbulent Boundary Layer /T.Uzkan, W.Reynolds// Journal of Fluid Mech..- 1967, 28.- № 4.-P. 803 – 821.

53. Wigley, W.C.S. Effects of viscosity on the wave-making of ship /W.C.S.Wigley// Trans. of the Inst. of Engin. Ship Builders in Scotland.- 1937-8, 81.-P. 187-212.
54. Wigley, W.C.S. The effect of viscosity on wave resistance /W.C.S.Wigley// Schiffstechnik.- 1962, 9.-№.46.- P.- 69-72.
55. Wigley, W.C.S. The effect of viscosity on wave resistance /W.C.S.Wigley// Inter. Seminar on Theor. Wave Resistance».- 1963,.III.- P. 1295-1310.
56. Wigley, W.C.S. A note on wave resistance in a viscous fluid / W.C.S.Wigley// Schiffstechnik.- -1967, 14.- P. 10.
57. Wilson M.B. Michell A – Oseen flow theory for this ships /M.B.Wilson, AMichell// Thesis Californ. Just. Techn..- 1971.

Очевидное - это то, чего никто не видит, пока кто-нибудь не выразит его наипростейшим способом
 Джубран
 Тысячи путей ведут к заблуждению, к истине – только один.
 Карл Поппер

V.2. О сопротивлении формы

Самое неопределённое и в то же время самое важное для проектанта слагаемое полного сопротивления – это *сопротивление формы*, которое ещё называют *вихревым*. Для того, чтобы научиться рассчитывать остаточное сопротивление, нужно разобраться с гидродинамикой сопротивления формы.



В отечественной литературе можно найти описание сопротивления формы, которое объясняет, почему его могли назвать «вихревым». Считается, что вязкость вызывает возникновение пограничного слоя вдоль поверхности корпуса и спутной струи за ним (рис. V.5). В результате этих процессов структура поля

скоростей впереди и позади тела в вязкой жидкости оказывается различной, и спутная струя позади тела либо представляет область турбулентного движения, либо содержит крупные отдельные вихри, образующиеся при отрыве пограничного слоя. В любом случае это приводит к затрате энергии и понижению давлений в кормовой части тела по сравнению с давлениями в невязкой жидкости, и возникновению результирующей давлений, которая называется *сопротивлением формы* R_{ϕ} . Так как эта часть сопротивления связана с образованием вихрей, сопротивление формы и называют «вихревым».

Итак, вихревое сопротивление связано с вязкостью жидкости, но вызвано давлениями на корпусе судна. В первую очередь это доказывается зависимостью вихревого сопротивления от числа Фруда, а не от числа Рейнольдса, что подтверждено многочисленными экспериментами в опытовых бассейнах. У.Фруд тоже все явления, кроме трения, отнёс к остаточному сопротивлению и показал, что оно моделируется по одному числу подобия - числу Фруда.

И.Г.Ханович определял силу вихревого сопротивления [6], рассуждая при этом следующим образом: «Если (рис. V.6) через ds обозначить длину элемента профиля, давление на котором равняется p , а через α - угол наклона касательной к элементу по отношению к диаметральной плоскости, то проекция на направление потока элементарной силы давления, действующей на площадку $T ds$ составит $p T ds \cdot \sin \alpha$, а полная величина вихревого сопротивления определяется интегралом



$$R_e = 2 \int_0^s p T \cdot \sin \alpha ds, \quad (V.73)$$

причём элементарные силы давления, действующие на кормовую часть тела, будут входить в этот интеграл с отрицательным знаком, так как у соответствующих им элементов профиля угол α , а вместе с ним и $\sin \alpha$ меньше нуля. Нетрудно видеть, что замена в выражении (V.73) давления p величиной $p - p_o$ (p_o - статическое давление в набегающем потоке) не меняет численного значения соответствующего интеграла. Действительно,

$$\int_0^s p \sin \alpha ds = \int_0^s (p - p_o) \cdot \sin \alpha ds + \int_0^s p_o \cdot \sin \alpha ds = \int_0^s (p - p_o) \cdot \sin \alpha ds + p_o \int_0^s \sin \alpha ds. \quad (V.74)$$

Выражение $\sin \alpha ds$, стоящее под знаком последнего интеграла, представляет собой проекцию элемента ds на плоскость миделя. Следовательно, интеграл

$$\int \sin \alpha ds, \quad (V.75)$$

распространяется по всей носовой оконечности корабля. Аналогичное значение, но противоположное по знаку ($\sin \alpha < 0$), получает выражение (V.75), подсчитанное в пределах кормовой оконечности. Таким образом,

$$\int_0^s \sin \alpha ds = \int_{\text{нос.ок}} \sin \alpha ds + \int_{\text{корм}} \sin \alpha ds = 0.$$

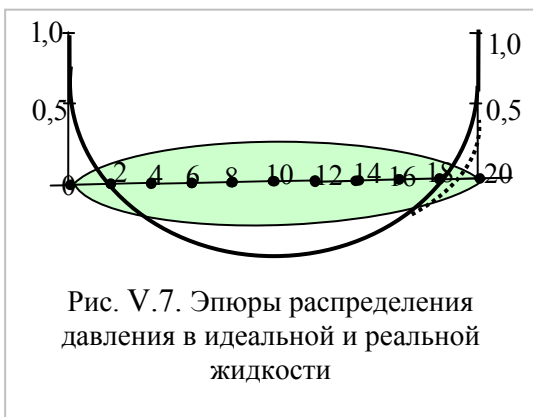
на основании (V.74) и последнего заключения вместо (V.73) можно написать

$$R_e = 2 \int_0^s (p - p_o) \cdot T ds = 2T \int_0^s (p - p_o) ds.$$

Искомый коэффициент вихревого сопротивления составляет

$$\zeta_e = \frac{R_e}{\rho \Omega v^2 / 2} = \frac{R_e}{q_o 2ST} = \int_0^1 \frac{p - p_o}{q_o} \sin \alpha d\left(\frac{s}{S}\right), \quad (V.76)$$

где через $q_o = \rho V_o^2 / 2$ по-прежнему обозначен скоростной напор набегающего потока, а замена верхнего предела последнего интеграла связана с изменением переменной s на s/S .



Для численного определения вихревого сопротивления достаточно трансформировать ординаты кривой распределения давлений, представленной на рис. V.7. путём умножения их на величины $\sin \alpha$, различные для разных элементов профиля, и построив их в функции от отношения s/S , подсчитать в соответствующем масштабе площадь, ограниченную кривой, осью абсцисс и крайними ординатами (рис. V.8)».

В опытовом бассейне НГАВТ (сейчас СГУВТ) аспиранты А.А.Красновы¹⁷ выполнили замеры давления на поверхности корпуса модели установленными заподлицо датчиками и получили эпюру давлений для разных скоростей движения. Пример показан на рис. V.9. Легко видеть хорошее согласование вида экспериментальных кривых и теоретической расчётной кривой И.Г.Хановича. Отсюда ясно, что сила вихревого сопротивления определяется величиной давления в носу [5].

Резкое увеличение давления на форштевне можно считать *источником как вихревого, так и волнового сопротивления*. Характер этого давления может быть разным, так как связан с подъёмом воды возле форштевня по носовой оконечности разной формы. Отделить

¹⁷ А.А.Красновы – два брата – близнеца.

часть давления, приходящегося на образование вихрей, от части, создающей волны, экспериментально невозможно.

Для того, чтобы понять, что происходит в месте пересечения форштевня со свободной поверхностью, в июле 2010 были выполнены наблюдения на экспериментальном судне СГУВТ «Меридиан».

Судно «Меридиан» имеет следующие размерения: $L_{pp} = 40,6 м$, $B = 6 м$, $T = 1,46 м$. Наименьшая его скорость $\approx 10 км/час$, наибольшая $\approx 20 км/час$. Эксперимент проводился на числах Фруда $Fr \approx 0,14$, $Fr \approx 0,278$ и ещё на одном промежуточном числе Фруда. Испытания проходили в районе Обского моря, за шлюзами Аванпорт на Оби, на тихой воде около 20 часов 26 июля 2010 года.

Снималось на видео поведение воды на форштевне возле поверхности воды. Так как с палубы это место не видно, то наблюдения велись с помощью зеркала. Экспериментального судна с тупым носом не было, а у «Меридиана» нос острый. Тем не менее, даже у этого острого носа наблюдались периодические движения жидкости в виде отбрасываемых струй. Это видно на фотографии рис. V.10. Из видео сделаны стоп-кадры (рис. V.11), на которых прослеживается периодичность отбрасывания воды на форштевне. Одновременно с видео в трюме записывались на диктофон явно слышимые периодические удары. Частота отбрасывания воды на форштевне и частота записанных на диктофон ударов совпали, что подтвердило их непосредственную связь.

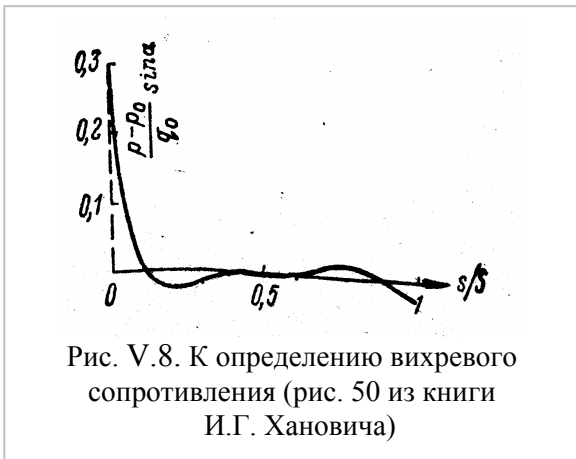


Рис. V.8. К определению вихревого сопротивления (рис. 50 из книги И.Г. Хановича)

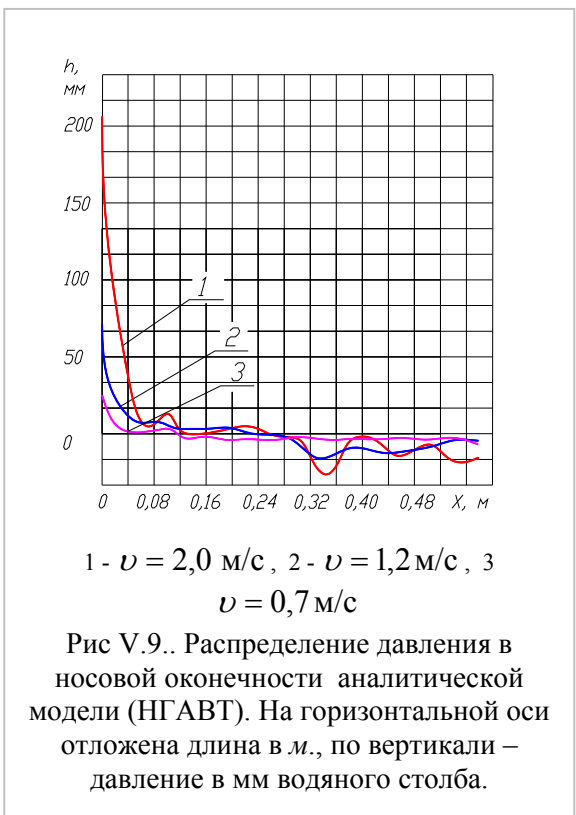


Рис V.9.. Распределение давления в носовой оконечности аналитической модели (НГАВТ). На горизонтальной оси отложена длина в м., по вертикали – давление в мм водяного столба.

Таким образом, эксперимент дал ответ на вопрос, во-первых, о периодичности явления, и, во-вторых, о форме, которую принимает жидкость при входе форштевня в невозмущённую воду. При отбрасывании струй воды в районе форштевня происходит периодическое увеличение и уменьшение давления на обшивку, которое должно восприниматься как удары.

Эти значит, что поведение воды в носу имеет ударный характер, что важно, потому что объясняет возникновение турбулентности и вихревых потоков в окрестности носовой оконечности. Получается, что давление в носу движущегося судна создаёт импульсное движение жидкости, поэтому вместо слова «удар» дальше будет применяться термин «импульсное давление».

Из вышесказанного возникла гипотеза о существовании «удара» (импульсного давления) в носу – как источника явно недисперсионных волн в окрестности форштевня. Из сравнения методов расчёта волнового сопротивления и

приведенного выше метода определения вихревого сопротивления ясно, что в первом случае берётся проекция тех давлений, которые вызывают волны $\delta p = -\rho g \zeta$, а во втором

рассматриваются те давления, которые связаны со скоростным напором $q_o = \rho V_o^2 / 2$ на форштевне.



Рис. V.10. Кадр из видеофильма. В зеркале видна отброшенная струя в точке пересечения форштевня со свободной поверхностью.



Рис. V. 11. Отбрасывание струи в месте пересечения форштевня с поверхностью воды. (снимки сделаны с периодом 6 сек, который не совпадает с периодом пульсаций воды)

Эксперимент с несимметричной моделью.

Для того, чтобы показать, что импульсное давление в носу играет бóльшую роль в создании сопротивления, чем спутная струя в корме, в опытовом бассейне НГАВТ был выполнен эксперимент с длинной узкой моделью (длиной 2,5 м и шириной 0,05 м), имеющей разные оконечности. Одна оконечность имела тупую эллиптическую форму, а другая – острую параболическую (рисунок V.12). Если основную роль играет срыв пограничного слоя, как следует из определения сопротивления формы как разности эпюр давлений, то сопротивление при движении вперёд острым концом должно быть больше, так как отрыв пограничного слоя и завихрённость спутной струи при эллиптической корме сильнее. Однако эксперимент показал обратный результат (рис. V.13.), чем подтвердил выдвинутую гипотезу о роли импульсного воздействия жидкости в носу судна в создании остаточного сопротивления (сопротивление трения модели считается независимым от направления движения).

Как уже отмечалось в начале, вихри и волны вокруг движущегося судна хорошо видны, образуя всем знакомый волновой клин, но методики расчёта сопротивления, связанного с этой картиной, до сих пор нет. Или, например, на рис. V.14 и V.15 хорошо видно, как подпорные волны отодвигают вершину носовых волн в корму, но до сих пор никто этого сдвига не учитывал в расчёте сопротивления.

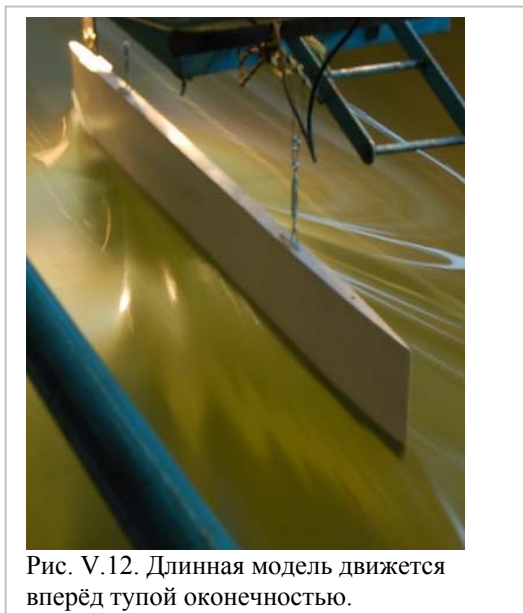


Рис. V.12. Длинная модель движется вперёд тупой оконечностью.

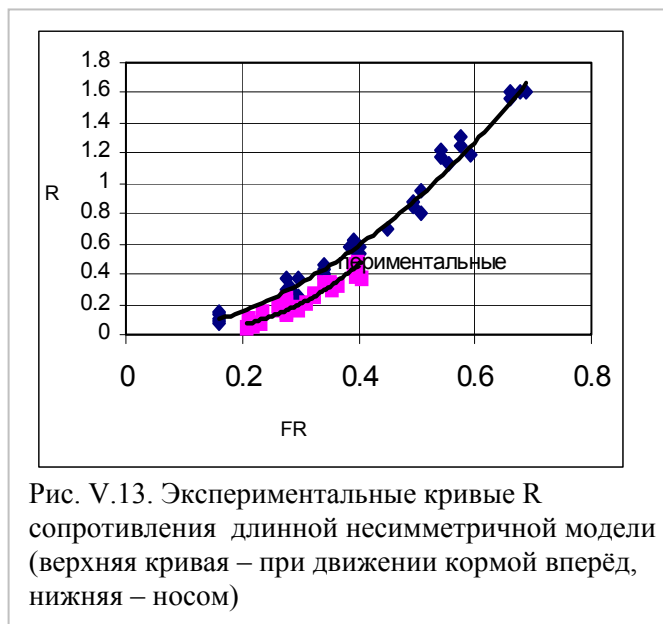


Рис. V.13. Экспериментальные кривые R сопротивления длинной несимметричной модели (верхняя кривая – при движении кормой вперёд, нижняя – носом)

Вихревое сопротивление по Е.Баба и С.Шарма

Действие вязкости в потоке вокруг движущегося судна проявляется в следующих зонах: 1) в турбулентности подпорных (ударных) волн вокруг форштевня, 2) в вихревых потоках вдоль бортов, создаваемых разрушающимися волнами, 3) в пограничном слое корпуса судна, 4) в пограничном слое под волновой поверхностью за счёт градиента скорости. Сопротивление трения, определяемое пограничным слоем, достаточно точно



Рис. V.14. Видно, что носовая кельвиновская система волн сдвинута в корму

рассчитывается по известным экстраполяторам трения, поэтому вообще здесь не обсуждается. Попутный поток находится вне корпуса, а сопротивление создаётся на поверхности корпуса.

Благодаря решению Мичелла [14], можно в первом приближении оценить волновое сопротивление для судна с заданными обводами [1], [2], [3]. Как принято в отечественной литературе, сопротивление формы водоизмещающих судов, как результата изменение эпюры давлений, оценивается в виде небольшой поправки к волновому сопротивлению. Но достаточно посмотреть на рис. V.14, и V.15, чтобы понять, что вихревые потоки, идущие от носа, требуют достаточно больших затрат энергии.



Рис. V.15. Типичная картина волн и вихрей при движении судна

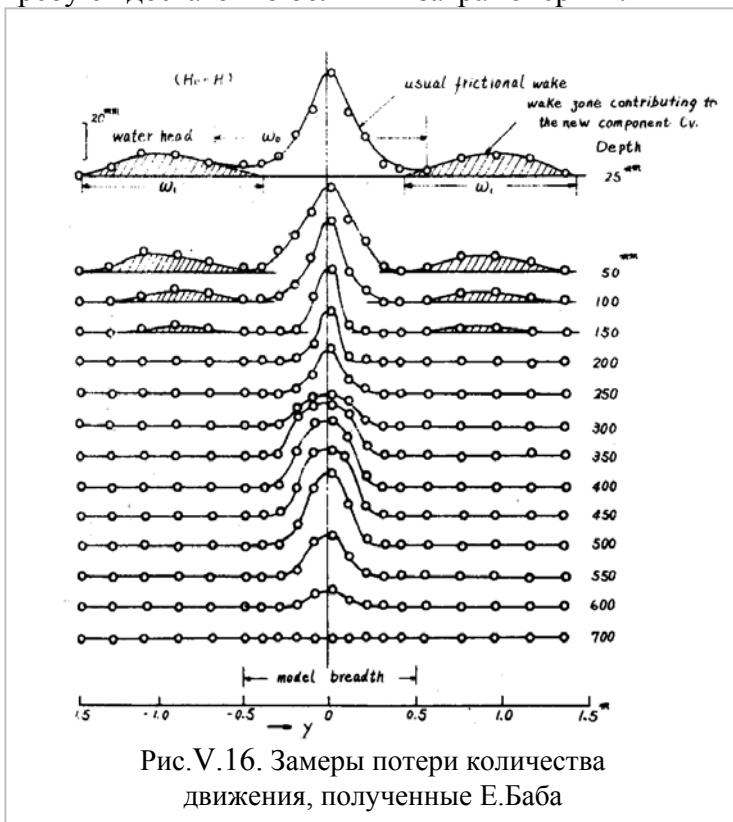


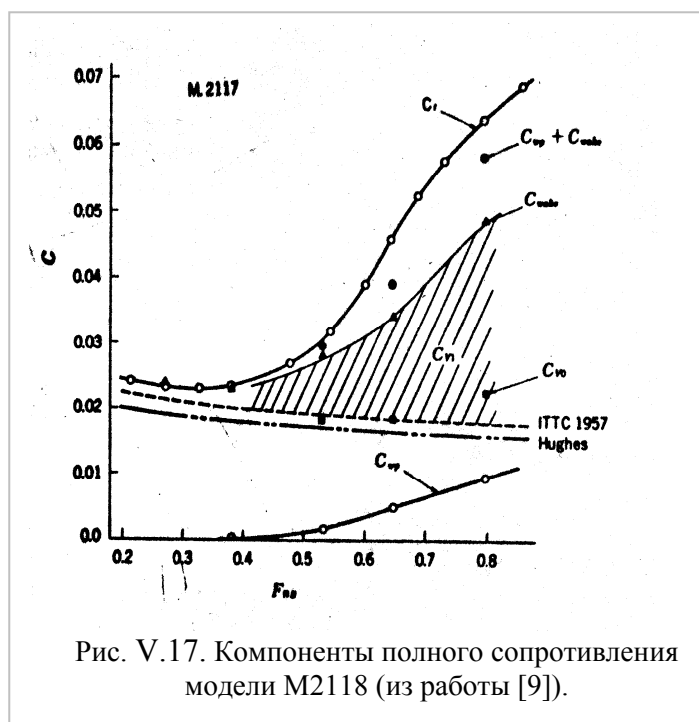
Рис. V.16. Замеры потери количества движения, полученные Е.Баба

Впервые на идущие от носа вихри обратил внимание Е.Баба [7], [8] в 1969 году. Используя метод Тулина - Бэтца определения вязкостного сопротивления по потере количества движения [36], он обнаружил, что в корме в плоскости, перпендикулярной к ДП корпуса, наблюдаются значительные потери количества движения (рис. V.16.) вне ширины обычного попутного потока. Вихревой поток, идущий вне корпуса и попутного потока, он назвал «разрушающимися волнами». Впоследствии С.Танеда этот вихревой поток назвал «ожерельем вихрей». Е.Баба измерил потери количества движения за счёт потока от разрушающихся волн на модели танкера. Оказалось, что эти потери достигают значительной доли полного сопротивления. Позже в работе [7] Е.Баба привёл анализ

потока вокруг плоского судна (с отношением $B/T \approx 6$), и этот анализ подтвердил, что вихревая компонента составляет большую величину. Для оценки вихревого сопротивления была испытана серия моделей длиной 7 м, шириной 1 м и с осадкой 0.166 м, отличающихся коэффициентами полноты.

На рис. V.17, взятом из работы Е.Баба [8], показаны доли полного сопротивления: трения, волнового сопротивления и вихревого (заштрихованная часть на числах Фруда от 0,1 до 0,7. Из эпюры видно как у плоскодонного судна на числах Фруда больше 0,4 резко увеличивается доля «вихревого сопротивления». Величина сопротивления от разрушающихся волн на танкере по замерам Е.Баба составила 15% от полного сопротивления. Понятно, что такую часть сопротивления нельзя оставить без внимания. Следует отметить, что позже в других бассейнах Японии, в опытовом бассейне Гамбурга и в США в бассейне Давида Тейлора и в других проводилось много исследований потока в носу водоизмещающих судов. Как правило, наряду с обычными обводами, в подобных работах

изучается роль носового бульба. Список статей в этой области приводится в работах Т.Инуи [20] и в совместной работе Х.Мията и Т.Инуи [25]. Много экспериментальных работ было выполнено позже в девяностые годы..



корпусу движущегося судна, и это дало возможность получить экстраполяторы, по которым рассчитывается сопротивление трения с достаточной для практики точностью.

О происхождении гипотезы о существовании «удара» на форштевне

Итак, в носу судна образуются ударные волны, описанные Х.Мията и др. [25], и разрушающиеся волны с ожерельем вихрей, которые изучал Е.Баба [8]. Ударные и разрушающиеся волны связаны с вязкими свойствами жидкости. Это доказывается тем, что задний склон ударных волн турбулентный, как описано в статьях Х.Мията [20], [25], турбулентный характер разрушающихся волн очевиден. В идеальной жидкости обтекание предполагается плавным. В процессе поисков решения вопроса об источнике «вихревого сопротивления» выдвинута гипотеза о существовании на форштевне «удара» при входе носа судна в невозмущённую воду. Против гипотезы «удара» в носу движущегося судна выступают многие учёные. Подробно теорию удара Ньютона рассмотрел Х.Новаки [28]. Х.Новаки выступает против терминологии Х.Мията «ударные волны на свободной поверхности». Он пишет: «Теория удара Ньютона распалась. Это было продемонстрировано Дэниелом Бернулли, Бенджаминем Роббинсом, Леонардом Эйлером и другими. Таким образом, теория удара умерла около 1750 года. Насколько я знаю, слово «удар» в теории сопротивления, предполагая удар частицы в стенку, не вновь появилось в теории гидродинамики взамен непрерывной механики... Это теория работает без частиц, следовательно, без «удара». Слово "удар" (shock) не является лучшим вариантом, так как оно занято для явлений в сжимаемых жидкостях, которых мы не имеем здесь. Таким образом, я спрашиваю, не могут ли эти явления быть описаны в терминах непрерывной механики жидкости, где давление и скорость - фазовые переменные? В моей терминологии мы

Несмотря на обилие экспериментальных работ, посвящённых изучению потока в окрестности носа движущегося судна, практического способа расчёта остаточного сопротивления в зависимости от заданной формы корпуса пока нет¹⁸.

Об источнике «вихревого сопротивления» Е.Баба пишет, что вихревые волны возникают от падения струй и капель носовой разрушающейся волны. Однако, трудно найти источник вихревого сопротивления, изучая только картину потоков вне корпуса, потому что все источники сопротивления находятся непосредственно на поверхности корпуса движущегося судна. Например, Л.Прандтль посчитал сопротивление трения, выдвинув гипотезу прилипания частиц жидкости к

¹⁸ В настоящее время среди множества компьютерных программ, разработанных для расчётов ходкости, наиболее достоверной можно считать программы, составленные на основе программы Холтропа FREE!ship Plus, потому что Холтроп использовал данные множества серийных испытаний ходкости существующих судов и их моделей и получил практичную программу, позволяющую выбирать обводы по прототипу. Тем не менее, проектиранту необходимо ясное понимание происхождения и взаимодействия всех сил на корпусе движущегося судна.

обсуждаем важное явление местного потока в локальной области носа, где большие конечные амплитуды, разрушающиеся волны и, следовательно, эффекты неустойчивости играют роль. Ясно, что линейная теория не может предсказывать эти события. Можем ли мы найти альтернативные объяснения, которые не противоречат основам непрерывной механики?»

Эти очень важные замечания Х.Новаки выявляют слабые стороны теории ударных волн Х.Мията, которую, как и Х.Новаки, совсем не принимают американские и европейские специалисты, занимающиеся гидродинамикой судна. Однако у нас вопрос о существовании ударных явлений в носу возник при решении вопроса о влиянии пограничного слоя на волновое сопротивление судна, когда сравнивались результаты двух экспериментов.

Первым был эксперимент (рис.V.18.), проведенный Г.Вейнблумом и др. [39]. Позже подобный же эксперимент провёл С.Шарма [33] и тоже получил полное совпадение расчётной кривой Мичелла с экспериментальной кривой остаточного сопротивления. Было непонятно, почему у шестиметровой модели с развитым пограничным слоем нет влияния вязкости на остаточное сопротивление. Получалось, что развитый пограничный слой никак не влияет на волновую картину.



Рис. V.18. Испытания длинной модели $L/B=36,7$ [38].

Второй эксперимент проводился в опытовом бассейне НГАВТ (сейчас СГУВТ) с тандемом стоек, вызывающих две следующие друг за другом системы кельвиновских волн. (рис. V.19) [1]. Предполагалось, что стойки исполняют роль двух источников. Несмотря на отсутствие между стойками корпуса судна с его пограничным слоем, кривая сопротивления тандема имела такой же характер, какой имеют кривые остаточного сопротивления моделей водоизмещающих судов, хотя предполагалось, что взаимодействие двух волновых систем должно дать горбы и впадины на кривой сопротивления тандема (рис. V.20), как на кривой Мичелла. Тогда возник вопрос: «Почему у моделей с развитым пограничным слоем в эксперименте Вейнблума и др. жидкость ведёт себя как идеальная, а у двух тонких стоек

авиационного профиля в отсутствии корпуса с пограничным слоем, существует явное влияние вязкости?». С.Шарма (в личном письме) на вопрос о причине отсутствия влияния вязкости при движении длинных моделей ответил, что это связано с отсутствием срыва пограничного слоя в корме. Из этого ответа получается, что если нет срыва пограничного слоя в корме, то нет влияния вязкости на создаваемую моделью волны.

Для объяснения этих парадоксальных результатов выдвинута гипотеза о том, что основную роль в сопротивлении движущегося по поверхности жидкости тела играют не пограничный слой и не сход потока в корме, а импульсное давление в носу судна. Модели Г.Вейнблума и др. и С.Шарма имели очень малый угол входа ($\approx 2^\circ$), и поэтому импульсное давление в носу было мало, а у стоек угол входа большой, что создало в носу большое давление, приведшее к турбулизации потока. Кроме того, стало ясно, что именно энергия этого импульсного давления (рис. V.8 и рис. V.9) является источником наблюдаемого Е.Баба ожерелья вихрей вдоль бортов движущегося судна.

Получается, что гипотеза о существовании «удара» (повышенного импульсного давления) в носу движущегося судна является вполне правдоподобным объяснением отсутствия влияния вязкости в эксперименте с длинными моделями Вейнблума и Шарма. и наличия этого влияния в эксперименте с тандемом стоек.

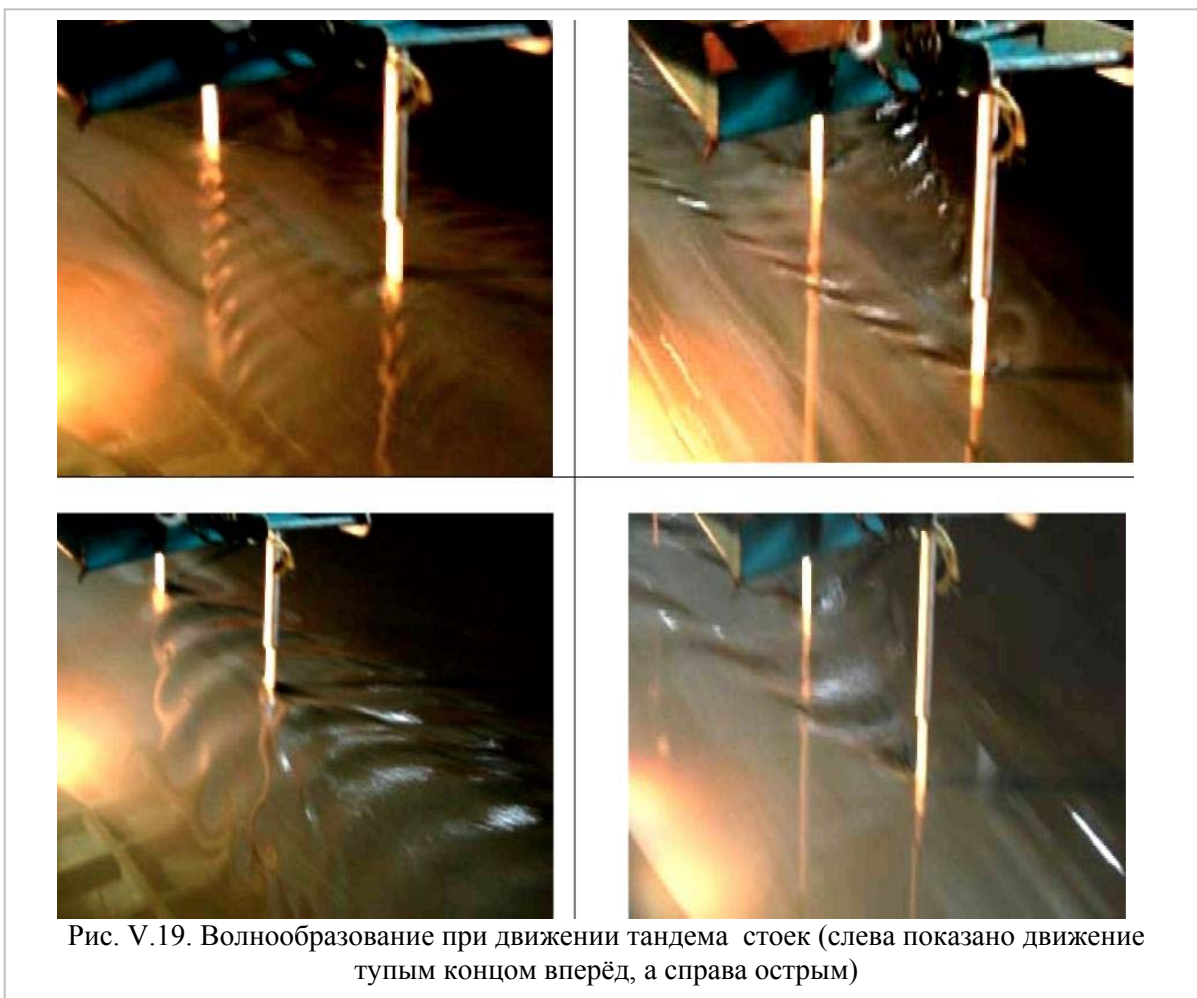


Рис. V.19. Волнообразование при движении тандема стоек (слева показано движение тупым концом вперёд, а справа острым)

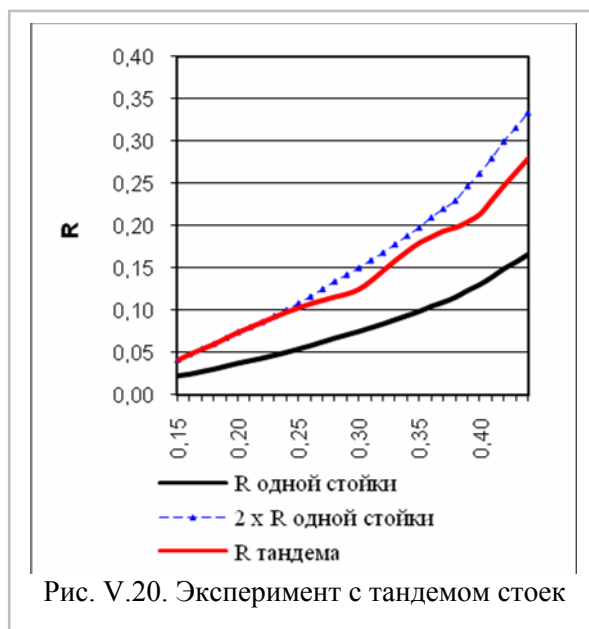


Рис. V.20. Эксперимент с тандемом стоек

Так как между стойками нет пограничного слоя корпуса, турбулизация потока, которая влияет на взаимодействие волн, может существовать только за счёт импульсного давления в носу каждой стойки. А у длинных моделей Вейнблума и Шарма угол входа настолько мал, что импульсное давление в носу ничтожно, а пограничный слой, как показывают эти эксперименты, никак не влияет на взаимодействие корабельных волн. Это ещё одно подтверждение того, что пограничный слой корпуса судна никак не влияет на системы корабельных волн.

О влиянии пограничного слоя корпуса на корабельные волны

Описанные выше эксперименты с длинными моделями дают подтверждение того, что пограничный слой корпуса судна никак не влияет на системы корабельных волн.

Тем не менее, Е.Баба [7] проводил эксперимент для проверки влияния пограничного слоя на волновое сопротивление. Он увеличивал шероховатость поверхности модели, чтобы увеличить ширину пограничного слоя, но оказалось, что это почти никак не влияло на волновое сопротивление. В заключительной части своей работы Е.Баба пишет: «Для того, чтобы получить количественную информацию о взаимодействии вязкостного и волнового

сопротивления, были выполнены волновой анализ и замеры сопротивления шероховатой модели 4,2 метра в длину грузового лайнера М.1870. Вся поверхность модели была шероховатой. В результате шероховатости полное сопротивление, измеренное динамометром, возросло на 50 процентов. Волновое сопротивление, полученное из волнового анализа, было слегка меньше, чем для гладкой модели. Разница, однако, была пренебрежимо мала по сравнению с разницей в полном сопротивлении. Это доказывает, что влияние вязкого попутного потока на потенциальный поток довольно мало».

К настоящему времени проведено огромное количество экспериментов, посвящённых замерам скоростей и давлений в окрестности носовой оконечности моделей разной формы. Если бы вода была сжимаемой и не имела свободной поверхности, то перед носом движущегося судна были бы волны сжатия. Вместо этого в тонком слое под свободной поверхностью наблюдаются волны, которые Х.Мията назвал «ударными волнами на свободной поверхности». Кроме того, явно наблюдаются высокие волны от вытеснения воды носом судна. Изучению природы волн в носовой оконечности Х.Мията посвятил много лет. Об этих волнах в носу Х.Мията пишет: «Найдено, что компоненты скорости, параллельные фронту волны, сохраняются и что компоненты скорости, нормальные к нему, претерпевают резкие изменения». Далее он пишет, что ударные волны на свободной поверхности удовлетворяют соотношению удара в таком же виде, как ударные волны в сжимаемой жидкости и на мелководе.

Если рассматривать поведение жидкости в процессе разгона судна, то сначала образуется что-то вроде застойной зоны с подпорными волнами (по Х.Мията «ударными»), гребни которых почти нормальны к ДП судна. С увеличением скорости эти волны постепенно приближаются к бортам судна или его модели и в конце концов почти прилипают к ним (см. рис. V.54 и V.56).

В работе Х.Мията и др.[25] написано: «ударные волны на свободной поверхности» присутствуют в тонком слое, прилегающем к свободной поверхности». Это обстоятельство очень важно для того, чтобы не путать ударные волны с волнами, которые поднимаются по бортам за форштевнем и, обрушаясь, образуют вихревые потоки, идущие вдоль бортов к корме – разрушающиеся волны, которые изучал Е.Баба

Таким образом, источниками вихревого сопротивления являются, во-первых, ударные действия в носу судна, и, во-вторых, известное изменение эпюры давлений в корме за счёт пограничного слоя (ничтожная величина) или его отрыва [33].

С вязкими свойствами жидкости связаны: 1) застойная зона перед форштевнем и «ударные волны», прилипшие к поверхности корпуса судна (величина застойной зоны и форма ударных волн зависят от формы носовой оконечности и скорости движения, как видно из фотографий рисунка V.21); 2) волны, которые названы «разрушающимися волнами», т.е. «ожерелье вихрей»; 3) подповерхностный пограничный сдвиговый слой волновой поверхности. 4) попутный поток за кормой, образованный отделением пограничного слоя от корпуса судна;

Независимо от вязкости жидкости образуются потенциальные кельвиновские системы волн в носу и в корме (при числах Фруда больших $\approx 0,4$ носовая и кормовая системы волн сливаются, и от корпуса судна отходит только одна общая кельвиновская система волн).

Изучению ударных волн и сдвигового слоя под волновой поверхностью посвящено много экспериментальных работ, представляющих большой интерес для разработки теории и расчётных методов в области сопротивления воды движению водоизмещающих судов.

В.Пател, Л.Ландвебер и С.Танг [29] (авторы получившего широкое распространение расчётного метода RANS) пытались объяснить генерирование носовых вихрей на основе существования пограничного слоя под свободной поверхностью, который является слоем концентрации вихрей вследствие кривизны свободной поверхности в потоке реальной жидкости. Структура турбулентности возле свободной поверхности была ими изучена путём прямого моделирования. Результаты моделирования показали, что существует перераспределение турбулентной энергии по всему спектру составляющих скорости, когда

вертикальная составляющая скорости подавляется возле свободной поверхности. Результаты согласуются с последними экспериментальными наблюдениями. Уравнения баланса показали, что член давления в потоке даёт основной вклад в это поведение. В дополнение ими показано, что изотропная часть диссипации турбулентной энергии быстро уменьшается очень близко к свободной поверхности.

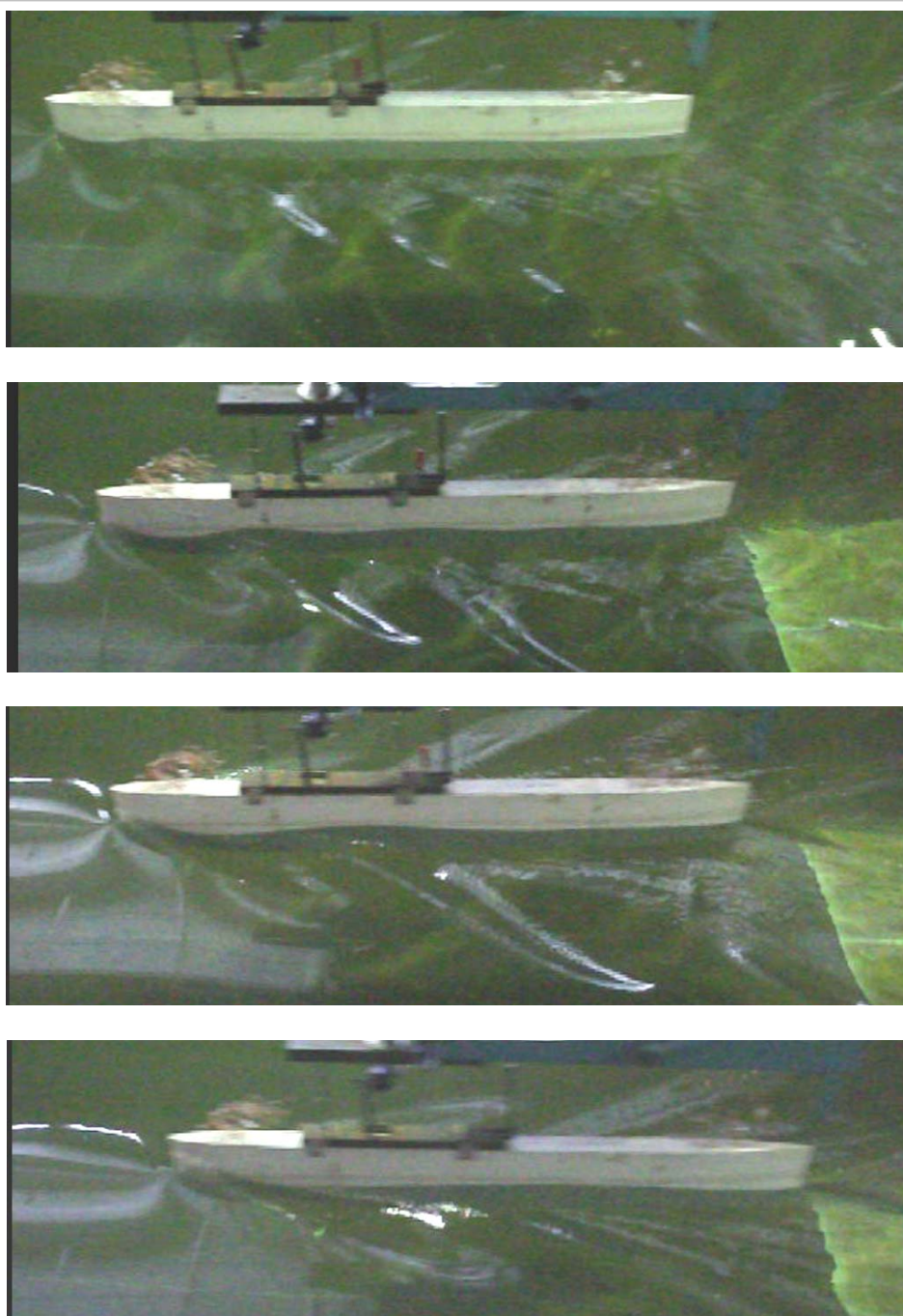


Рис. V.21 С увеличением скорости (от верхнего рисунка вниз) увеличиваются ударные волны (длина модели 2 м)

Р.Лейтон и др.[23] изучали взаимодействие между вихрями, смоделированными как сдвиг свободной границы, и свободной поверхностью, используя прямое численное моделирование открытого потока канала при низком числе Рейнольдса ($Re = Uh/\nu$ до 2340, где h – глубина канала, и U - средняя скорость свободной поверхности). В результате свободного сдвигового характера верхней границы только нормальные вихри могут кончаться на ней. В работе оценены уравнения анизотропного баланса для прямого численного приближения

турбулентного потока в открытом канале. Возле свободной поверхности есть два доминирующих источника неізотропности: перенос, благодаря флуктуации скорости, и диффузия, благодаря вихревым растяжениям и вращениям за счет скорости флуктуации.

В 1993 году Р.Хандлер и др [18] исследовали турбулентность на свободной поверхности, прилегающей к твердой стенке. Хотя в качестве твердой стенки в этой работе рассмотрена стенка канала, их результаты могут быть интересны при изучении волнового потока вдоль корпуса судна. В работе исследована структура турбулентности возле свободной поверхности по результатам прямого моделирования потока между нескользкой стенкой и потока со сдвигом свободной границы, что служит моделью безволновой свободной поверхности. Анализ баланса энергии показал, что составляющая давления деформации является доминирующей частью турбулентной кинетической энергии по размаху. Кроме того, уровень диссипации горизонтальных составляющих турбулентности сокращается возле свободной поверхности, принимая во внимание, что коэффициент рассеяния для вертикальной компоненты остается приблизительно постоянным. Двухточечные корреляции, энергетические спектры и масштабы длины выявили важность воздействия свободной поверхности на турбулентность. Шкала длины возле свободной поверхности оказалась сравнимой со шкалой по нормали возле центральной линии потока канала. Сравнение выявило возрастание в 3 раза шкалы продольной длины, связанной с флуктуациями поперечной скорости, и увеличение в 2 раза шкалы поперечной длины за счет флуктуаций продольной скорости. Шкала длины по нормали к свободной поверхности уменьшается для всех составляющих скорости. Это указывает на то, что структура вихрей более сплюснута возле свободной поверхности по сравнению с их структурой возле средней линии прямого канала. Изменчивая структура свободной поверхности, ограничивающей турбулентный поток канала, заметно более устойчива, чем в потоке прямого турбулентного канала. Это происходит, главным образом, из-за прилегающих к свободной поверхности ориентированных по течению пристенных вихрей.

Авторы пишут: «Турбулентность возле свободной поверхности фундаментально отличается от хорошо изученной турбулентности возле твердой нескользкой стенки. Возле твердой нескользкой стенки движение потока сдерживается границей, и турбулентность существует благодаря основному сдвигу. Одновременное присутствие двух воздействий возле твердой стенки затрудняет определение влияния каждой структуры турбулентности. Стенка дает неустраняемые ограничения размеров турбулентных вихрей, и главный сдвиг может усиливать ориентированные по течению вихри, которые сохраняются возле стенки. Однако на свободной поверхности возникновением турбулентности можно пренебречь, потому что исчезает главный сдвиг. Вследствие этого турбулентность может быть вызвана только действием ограничения вертикального движения жидкости, вызванного наличием свободной поверхности. Однако это не подобно потоку возле нескользкой границы, потому что нормальные скорости на свободной поверхности могут быть не равны нулю. В результате это дает возможность вихревой структуре снова подключаться или прикрепляться к свободной поверхности». Это исследование даёт информацию о том, что происходит с турбулентностью под поверхностью корабельных волн возле корпуса судна.

Продолжение исследований выполнили Д.Дан, Д.Перегрин и др. [12] в 2003 году. В их работе рассматривается полный диапазон задач, вытекающих из фундаментальных процессов от возникающей завихренности на поверхности жидкости на высоких числах Рейнольдса до полной турбулентности в области разрушения. Используются теоретические, числовые и экспериментальные методы. Авторы пишут, что в других исследованиях турбулентности в установившихся процессах имеются «стандартные» потоки, экспериментальные измерения которых повлияли на развитие концепций и полуэмпирических моделей типа пограничных слоев, слоя перемешивания и полностью турбулентных потоков возле стенки. Такие потоки должны все же быть использованы для изучения турбулентности на свободной поверхности, хотя имеется один очевидный источник турбулентности – это гидравлический прыжок. У него имеется преимущество, потому что

его свойства могут быть легко смоделированы. Этим воспользовались Е.Баба и Х.Мията для математического моделирования ударных волн и «вихревого сопротивления».

Измерения начались на потоках, где небольшие различия в скорости натекающей воды могут внести значительные изменения на свободной поверхности. Более медленный поток не дает никакого вовлечения воздуха. Вовлечение воздуха увеличивается быстро с увеличением скорости воды. Другой пример - поток перед тупым телом. Предварительные эксперименты с этим типом потока, и с «двумерными плавающими телами» показали высокую чувствительность к скорости натекающего потока. Авторы предполагают, что это может быть связано с глубиной погружения тела.

Авторы пишут: «В основных изучениях турбулентности прямое численное моделирование дает полезный вклад в понимание турбулентных потоков. Имеются некоторые примеры свободной поверхности, прямое численное моделирование в которых моделирует разрушение и турбулентные потоки, но они, главным образом, стремятся моделировать движения самого большого масштаба без капиллярности и вязких воздействий. Авторы пытались рассмотреть “самые маленькие разрушения”, которые производит турбулентность, как более подходящую отправную точку для прямого численного моделирования.



Рис. V.22. Разрушитель (бык моста) двигается вправо

Важно рассмотреть слой сдвига, который отделяется от самой крутой части волны и почти двумерен сначала. Слой сдвига, являясь неустойчивым,

развивает турбулентные вихри, которые достигают поверхности далеко позади гребня. Для создания этого необходима некоторая неустойчивость. Завихренность идет от самой крутой из впадин капиллярных волн, поскольку чуть более сильная волна дает меньшее количество капиллярных волн и имеет часть воды, перемещающейся с волной, сдержанной мениском. Простая аналитическая версия свободной поверхности с точкой возврата для открытого слоя может быть близко реализована моделью, показанной на рисунке V.22». Д.Дан и Д.Перегрин имели в виду использовать подобные модели как отправные точки для прямого численного решения, затем для разработки моделей более высоких и сильных разрушений.

Несколько авторов изучали носовые вихри как в двумерном, так и трёхмерном случае, например, Е.Эккерт и С.Шарма [13], К.Сузуки [34], Х.Хондзи [19], А.Шахшахан [32], У.Кайо, К.Такекума [21], У.Кайо, К.Такекума, К.Эггерс, С.Шарма [22] и К.Мори [27]. Но особенно важной Л.Рахедзя считает эксперименты У.Кайо, К.Такекума, К.Эггерс, С.Шарма [22] с горизонтальным полупогруженным круговым цилиндром, проведенные в Гамбурге в Шифбау. Он просматривал видеозаписи этих экспериментов. В этих экспериментах круговой цилиндр буксировался в горизонтальном полупогруженном положении (двумерный поток), и носовые вихри наблюдались благодаря водяному красителю. Точка раздела на свободной поверхности была изучена для различных значений числа Фруда по осадке F_d . Л.Рахедзя дал прекрасный обзор работ, посвящённых этой проблеме.

Г.Даган и М.Тулин [10] изучали гравитационный поток за тупым носом, используя два разложения возмущений. На малых числах Фруда решение было получено для потока под неразрушенной свободной поверхностью до второго порядка, в то время как на высоких числах Фруда решение было получено, основываясь на модели струи, отделяющейся от носа и не возвращающейся в поток. Разрушение волны было отнесено к Тейлоровой неустойчивости из-за крутизны линий тока. Критическое число F_d было получено для характеристики наступления разрушения волн. Соответствующее сопротивление из-за разрушения волн было также посчитано и было найдено, что оно было вдвое больше по сравнению с полученным Е.Баба [8] экспериментально.

К.Мори [27] приписал феномен генерирования белой воды к сдвиговой неустойчивости потока и последующему разрушению потока в носу, и изучал это явление как теоретически, так и экспериментально. Кривизна свободной поверхности была включена как один из источников сдвига потока под свободной поверхностью. Анализ устойчивости, теория растяжения вихрей и теория пограничного слоя поверхности были включены для объяснения результатов эксперимента, например, для определения скоростей, рейнольдсовых напряжений и высот носовых волн.

В.Пател, Л.Ландвебер и Ц.Танг [29] пытались объяснить генерирование носовых вихрей существованием пограничного слоя под свободной поверхностью, который является слоем концентрации вихрей вследствие кривизны свободной поверхности в потоке реальной жидкости. Авторы использовали то, что свободная поверхность должна двигаться медленнее, чем слой под ней, и эта разница должна приводить к разделу свободной поверхности впереди тела и вследствие этого к носовым вихрям. Далее, предполагая, что на свободной поверхности поверхностное натяжение сбалансировано силами нормальных вязких напряжений, выражение для точки разделения свободной поверхности они получили путём прямого интегрирования граничного условия, используя уравнение неразрывности. Положение этой точки было получено в зависимости от наклона свободной поверхности.

Л.Рахедзя использовал их результаты для того, чтобы подтвердить существование точки раздела и впоследствии найти её положение. Он считал, что можно узнать об этой точке и даже найти её начальное положение, анализируя начальные условия задачи. Он рассмотрел двумерный поток за горизонтальным полупогруженным круговым цилиндром и применил полученные результаты к круговому цилиндру и сравнил с экспериментальными значениями Кайо и др. [22]. Теоретические значения показали тенденцию к тому, что точка стагнации будет перемещаться прочь от тела с возрастанием числа Фруда по осадке, в то время, как экспериментальные результаты отмечали её возвращение. Однако эксперименты М.Гроссенбауха и Р.Юнга [16], [17] дали хорошее согласие с их критерием отделения. Идея пограничного слоя под свободной поверхностью, приводящая к существованию точки раздела потока, была впоследствии проверена Л.Рахедзя [30]. Скорость пограничного слоя свободной поверхности и скорость профилей сравнивались с разными положениями вверх по потоку. Наблюдалось, что свободная поверхность двигалась медленнее, чем поток под ней, но эта разница в скорости не была достаточно большой, чтобы в результате точка раздела была перед телом. Р.Юнг и П.Ананкриштан [40] в их численном эксперименте задачи также заключили, что завихрённость свободной поверхности не настолько интенсивна, чтобы привести к носовым вихрям. Профили вихрей пограничного слоя, посчитанные Л.Рахедзя (там же), отмечал впереди неустойчивость пограничного слоя потока, благодаря их немонотонной природе.

Л.Рахедзя [31] пытался понять механизм носовых вихрей в двумерном пространстве. Он исходил из того, что вихревые движения, наблюдаемые впереди погруженного объекта, буксируемого в гидродинамическом бассейне, известны как носовые вихри. Район носовых вихрей отделяется от главного потенциального потока резкой границей, определяемой как разделяющая точка на свободной поверхности, когда поток двумерный. Понимание этого феномена прямо связано с разрушением носовых волн, которые ответственны за субстанциальную составляющую сопротивления корабля (Е.Баба 1969 год). Феномен проявляет себя в форме белой воды в носу и продолжается вокруг всей грузовой ватерлинии.

Дж.Ванден-Брок и Е.Так [37], Дж.Ванден-Брок, М.Шварц и Е.Так [38] продолжали исследования аналитического решения задачи носового потока, используя серию экспериментов с увеличением чисел Фруда, но заключили, что невозможно получить непрерывный профиль волн из-за неединственности решения. Они предполагали, что возможной формой решения может быть переворачивающаяся струя. Е.Так и Дж.Ванден-Брок [35] показали, что непрерывный не расплёскивающийся поток в носу был возможен для некоторых разных форм носа, таких как бульб. В продолжение всего предполагалось, что точка стагнации лежит на пересечении тела и свободной поверхности.

Трудность в нахождении замкнутого решения дала импульс для численного изучения. Х.Мията и С.Нишимура [26] применили версию МАС метода к описания нелинейного разрушения волн в носу. Нелинейное волновое разрушение в носу, благодаря крутизне свободной поверхности было определено как ударные волны на свободной поверхности. Точные нелинейные условия на свободной поверхности были использованы на свободной границе как условия прилипания на теле. Расчётное изучение, которое даёт большее понимание потока в носу, было сделано М.Грозенбахом и Р.Юнгом [15] Эти авторы использовали метод граничного интегрирования для расчёта двумерного потока на свободной поверхности за полубесконечным телом во временной области. Расчёт свободной поверхности сделан в соответствии с методом, данным М.Лонге-Хиггинсом и Е.Кокелетом [24] Критическое число Фруда F_d для начала разрушения волны было найдено для таких форм носа, как вертикальный штевень, хорошо обтекаемое тело и носовой бульб. Было найдено, что носовой бульб задерживает разрушение волн. В этом исследовании поток свободной поверхности развивался, начиная от устойчивого состояния потока дублированного тела, исключая импульсный старт тела, до перехода в неконтролируемый подъём носовой волны. Это также поддержано изысканиями Г.Дагана и М.Тулина, где низший порядок асимптотического разложения потока свободной поверхности за полубесконечным телом найден как поток дублированного тела со свободной поверхностью, заменённой твёрдой пластиной. Авторы также обсудили появление подводной точки стагнации на теле, которое по-разному ведёт себя в режиме разрушения потока. Для последнего случая точка стагнации остаётся ниже свободной поверхности, в то время как носовая волна переворачивается и поднимается к свободной поверхности, когда снижается подъём в носу и устанавливается на высоте стагнации $0,5 F_d^2$.

Р.Юнг и П.Анантакришнан [40] исследовали поток реальной жидкости за двумерным носом, цель была проверить возможность наблюдения носовых вихрей в лабораторных условиях. Авторы заключили, что появление носовых вихрей в лаборатории возможно благодаря присутствию поверхностно-активных веществ, которые аккумулируются возле тела и обеспечивают поведение, подобное твёрдой стенке, возле свободной поверхности, приводя к отделению (отрыву) пограничного слоя и впоследствии - вихрей. Уравнения Навье-Стокса, объединённые с уравнением концентрации поверхностно-активных веществ, были посчитаны методом пошагового изменения дробных частиц, а с условием прилипания на свободной поверхности было показано появление вихрей. Авторы исследовали также случай свободного скольжения и точные граничные условия на свободной поверхности и пришли к заключению, что вихреобразование, генерируемое благодаря кривизне свободной поверхности, недостаточно интенсивно, чтобы привести к отделению. Р.Донгом, Дж.Кацем и Т.Хуангом [11] разработан метод (путём использования PIV) визуализации носового потока и измерения скорости потока возле носовой волны вверх и вниз по потоку. Слой лазера прослеживает поток при разной ориентации впереди носа и на разных положениях вниз по потоку от носа.

Суммируя этот обзор, можно отметить, что идеи Тейлоровской неустойчивости, пограничного слоя свободной поверхности и концентрации поверхностно-активных веществ были проверены, но механизм генерации носовых вихрей и появление точки раздела ещё не поняты достаточно хорошо. Для улучшения знания важны результаты экспериментов Я.Кайо и др., но нужна теория для объяснения их экспериментальных результатов. Особенно это важно перед обсуждением трёхмерной генерации белой воды, ожерелья вихрей или разрушения носовых волн идущего судна.

Л.Рахедзя предложил теорию для объяснения генерации носовых вихрей в лабораторных условиях для двумерного потока на базе возникновения подводной точки стагнации. Он считал, что это аналитическая находка для потока за полупогруженным горизонтальным круговым цилиндром. Затем им была рассчитана приближенная величина положения точки раздела для разной осадки по числу Фруда и сравнена с экспериментальной величиной, полученной Я.Кайо и др. Вызванное давлением в носу сопротивление посчитано и

сравнивалось с величиной, оценённой Е.Баба экспериментально. Кроме кругового цилиндра Л.Рахедзя применил теорию также к вертикальному форштевню и к носу с бульбом. Он рассмотрел проектирование эффективного контура носа для двумерного случая. В следующей секции статьи развита идея и соответствующие выражения этого способа шаг за шагом, приведшего к данным для будущей сферы работ. В заключение Л.Рахедзя писал, что проблема генерации носовых вихрей в лабораторных условиях рассмотрена, чтобы понять результаты экспериментов с горизонтальным цилиндром.

1) Показано, что существует точка стагнации под свободной поверхностью, то есть подводная точка стагнации, которая отвечает за существование ветви главного течения вверх навстречу свободной поверхности, которая производит реверсивный поток, обращающийся в носовые вихри и дающей точку раздела свободной поверхности.

2) Точка стагнации является функцией числа Фруда по осадке F_d и распределения давления дублированного тела. Точка стагнации появляется тогда, когда имеется распределение давления по дублированной модели вдоль осадки и, следовательно, максимум появляется в давлении ниже свободной поверхности. Предметом будущего обсуждения является то, что положение точки стагнации представляет баланс между действием инерции и гравитации. Точка стагнации двигается навстречу к свободной поверхности, когда F_d возрастает и только для $F_d = \infty$ (то есть, когда нет гравитации, а только одна инерция) точка стагнации лежит на свободной поверхности, совпадая с точкой возникновения потока дублированной модели.

3) Положение точки раздела потока, рассчитанное на базе этой теории для потока за горизонтальным полупогруженным круговым цилиндром, объясняет экспериментальный результат Я.Кайо [22] качественно и количественно в разумных пределах.

4) Соппротивление носовой части тела получено как функция числа Фруда по осадке. Величина носового сопротивления на $F_d = 1,7$ для случая кругового цилиндра хорошо согласуется с величиной, полученной Е.Баба [7] в экспериментах с танкером и найденного ему двумерного эквивалента.

5). Подтверждено, что носовые вихри в трёхмерном пространстве, то есть «ожерелье вихрей» судна, также продуцируются такими же условиями. Если осадка конечна, есть компоненты скорости в направлении глубины потока дублированной модели судна, которые ведут к убыванию давления в потоке дублированного тела на носовом перпендикуляре к килю в носу и по ватерлинии к скуле. Это приводит к точке стагнации в носу и в сечении ниже свободной поверхности. Поток от точки стагнации навстречу к свободной поверхности превращается в струю на свободной поверхности, которая увлекает воздух и образует пузыри, делающие воду белой, или приводит к появлению пены. Однако эти результаты требуют дальнейшего подтверждения и развития.

Определение силы удара по формуле Ньютона [28]

В своё время расчёты сопротивления кораблей выполнялись по формуле Ньютона. Для некоторых типов судов они давали приличные результаты, но иногда расчётные результаты отличались от результатов экспериментов. Это дало повод Д.Бернулли в 1736 году отказаться от теории Ньютона. Затем Д.Бернулли и Л. Эйлер разработали теорию плавного обтекания вместо теории удара Ньютона.

Считалось, что решительный удар по теории удара И.Ньютона был нанесён в 1736 новой концепцией для потока, направленного на плоскую пластину (нормально или под углом к направлению потока). Идея относительно “отражения после удара” (рис. V.23 А и С) была заменена в соответствии с концепцией “отклонения перед контактом” (рис. V.23 В и D). Корпускулярный вид жидкой материи был оставлен в пользу модели криволинейных линий тока. Это создало свободу для более поздних теорий механики сплошной среды. Иллюстрацией могут служить картины параллельного натекания на плоскую пластину, показанные на рис. V.23: по И.Ньютону и по Д. Бернулли: А. - теория удара Ньютона в

разреженной среде (отражение частиц) нормально к пластине; В. - эта же теория при наклонной пластине; С. - теория Даниила Бернулли: линии тока при нормальном натекании; D. - теория Бернулли о линиях тока при натекании под углом.

При рассмотрении нашей гипотезы о существовании удара в носу судна возникло сомнение, стоило ли полностью отказываться от теории Ньютона. И.Ньютон рассматривал разреженную среду, для которой он постулировал отсутствие взаимодействия между отдельными частицами, и рассматривал лишь силу соударения между телом и частицами, находящимися в пространстве, через которое движется тело. Ньютон считал, что закон соударения, определяющий потерю нормальной составляющей количества движения, не зависит от угла встречи

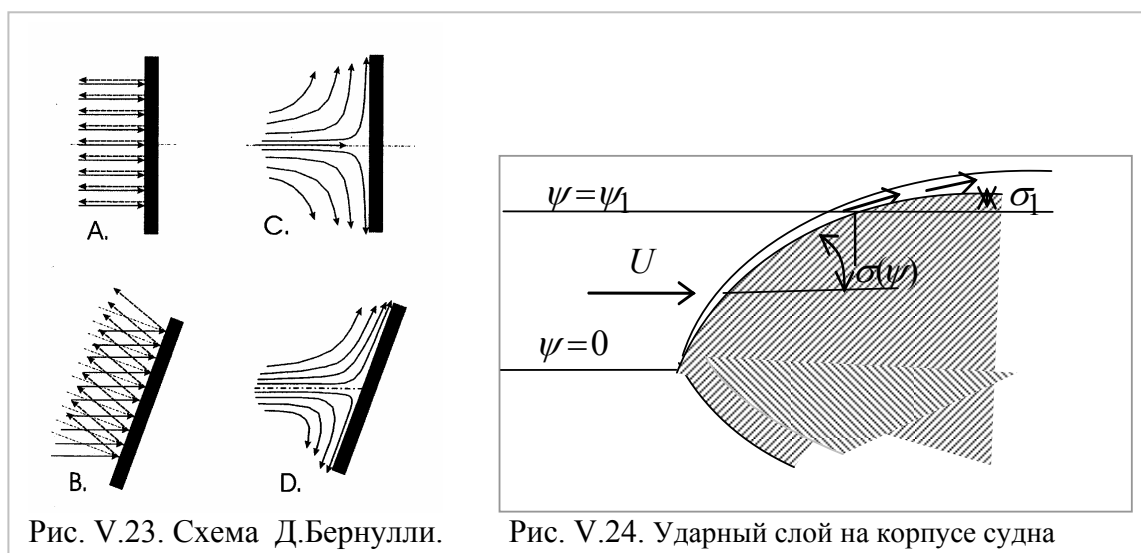


Рис. V.23. Схема Д.Бернулли.

Рис. V.24. Ударный слой на корпусе судна

частицы с поверхностью тела и что при ударе не происходит изменения касательной составляющей количества движения. Отсюда И.Ньютон заключил что импульс (сила удара частицы о тело) пропорционален синусу угла встречи и направлен по нормали к телу. Составляющая этого импульса от одной частицы, влияющая на сопротивление, пропорциональна квадрату синуса угла встречи. Ньютон рассчитал сопротивление сферы для разных случаев соударения. В первом случае он рассмотрел абсолютно упругое соударение, а во втором - абсолютно неупругое соударение (для нормальной составляющей количества движения). П.С.Эпштейн¹⁹ был первым, кто получил газодинамическим методом формулу для давления, соответствующую ньютоновскому случаю 2, т.е. случаю абсолютно неупругого соударения (для нормальной составляющей количества движения). Эта формула имеет вид

$$p_s - p_\infty = \rho_\infty U^2 \sin^2 \theta_b \quad (V.77)$$

индекс s относится к давлению за ударным слоем.

Сила удара в носу пропорциональна массовой плотности ρ , квадрату поступательной скорости U и квадрату синуса угла входа σ (по Ньютону [5]). Для определения силы удара давление интегрируется по носовой части корпуса (рисунок V.24.). Для того, чтобы найти это давление и напряжения в волне, необходимо умножить это давление на время действия гравитации на свободную поверхность U/g , где скорость движения судна U и g ускорение силы тяжести. В дополнение удар должен быть пропорционален площади поперечного сечения (миделя) S_\otimes и обратно пропорционален площади действующей ватерлинии S_{wl} . Тогда значение коэффициента напряжений имеет вид

$$\mu_{impact} = \rho U^3 \sin^2 \sigma \cdot S_\otimes / g / S_{wl} \quad (V.78)$$

¹⁹ Энциклопедия по машиностроению.

Обозначение μ выбрано потому, что размерность полученной величины равна размерности динамического коэффициента вязкости. Полученное значение (V.78) можно записать в виде

$$\mu_{impact} = K_{im} \frac{\rho U^3}{g}, \quad (V.79)$$

где K_{im} - коэффициент вязких напряжений, равный

$$K_{im} = \sin^2 \sigma S_{\otimes} / S_{wl} = \sin^2 \sigma \frac{\beta BT}{\alpha LB} = \sin^2 \sigma \frac{\beta T}{\alpha L}, \quad (V.80)$$

где α - коэффициент полноты действующей ватерлинии, β - коэффициент полноты миделя, T - осадка, L - длина корпуса судна или модели. Очевидно, что значение ударных напряжений зависит от угла входа и пропорционально отношению осадки к длине.

Сделано сравнение влияния этих напряжений с влиянием на расчётную кривую Мичелла напряжений турбулентной вязкости, полученных выше. Результаты расчётов приведены в таблице V.1.

Полученная поправка учитывает только напряжения, которые вызваны ударом в носу. Вообще же этот удар, кроме кельвиновских волн, создаёт подпорные волны, которые имеют турбулентную природу. Благодаря этому в окрестности носа судна создаётся турбулентная зона, которая *отодвигает* носовую систему кельвиновских волн, имеющих потенциальную природу. Влияние этого сдвига рассматривается в следующей части.

Для получения расчётной формулы силы импульсного давления R_{imp} (удара) за основу взята формула удара Ньютона. Ньютон считал, что вся энергия удара в носу переходит в касательные напряжения ударного слоя, поэтому у него в формулу входит площадь ударного слоя. По такой формуле он определял полное сопротивление воды движению судна. Если исходить из того, что удар в носу создаёт дополнительные давления на корпусе, а не касательные напряжения, то вместо площади ударного слоя нужно взять площадь миделевого сечения S_{\otimes} (или самого полного шпангоута). Тогда расчётная формула получается в виде

$$R_{imp} = k \frac{\rho v^2}{2} \sin^2 \alpha S_{\otimes}, \quad (V.81)$$

где ρ - массовая плотность, v - скорость движения судна, α - угол входа действующей ватерлинии, k - эмпирический коэффициент. Для получения эмпирического коэффициента k был выполнен предварительный анализ. Для него использованы эксперименты серий аналитических моделей Г.Вейнблума и В.Виглея [14]. Этот анализ показал, что величина коэффициента k зависит как от угла входа действующей ватерлинии α , так и от коэффициента продольной полноты φ , и коэффициент может быть записан в виде $k = k(\alpha, \varphi)$.

На графиках, показанных в таблице V.1, даны результаты расчётов остаточного сопротивления как суммы вихревого и волнового сопротивления. При этом вихревое сопротивление принято равным силе импульсного давления, определённого по формуле (V.77) и взятого со знаком плюс или минус. Получилось, что при малых углах входа действующей ватерлинии остаточное сопротивление равно сумме волнового и вихревого сопротивления, а при больших углах входа - разности.

Выяснилось, что коэффициент $k = k(\alpha, \varphi)$ зависит не только от угла входа ватерлинии α и коэффициента продольной полноты φ , но, по всей видимости, ещё от кривизны поверхности формы носовой оконечности. Коэффициент $k = k(\alpha, \varphi)$ по смыслу представляет собой синус угла θ - наклона касательной к корпусу в точке приложения равнодействующей давлений на корпусе, образующихся от удара.

Легко видеть, что в одних случаях поправка на удар улучшает результат, в других нет. Следовательно, ударные явления в носовой оконечности полностью не определяют величину остаточного сопротивления.

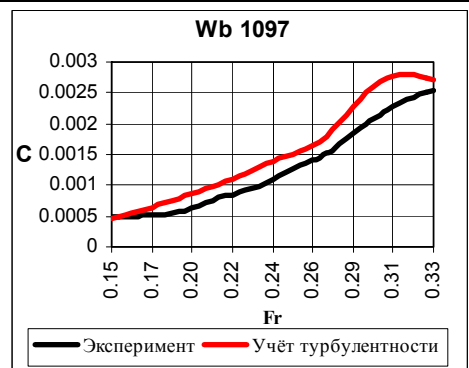
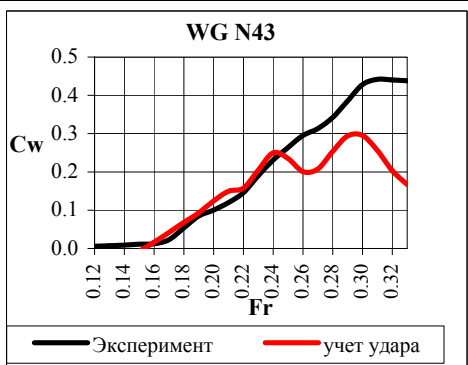
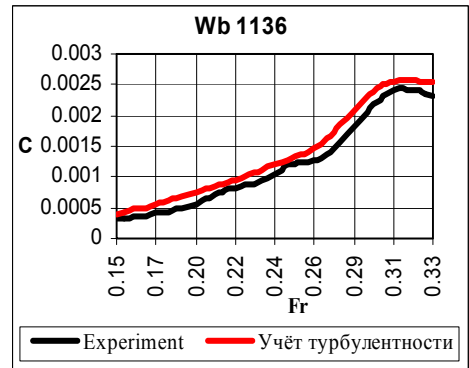
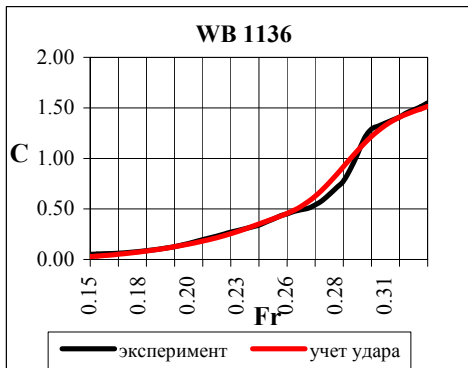
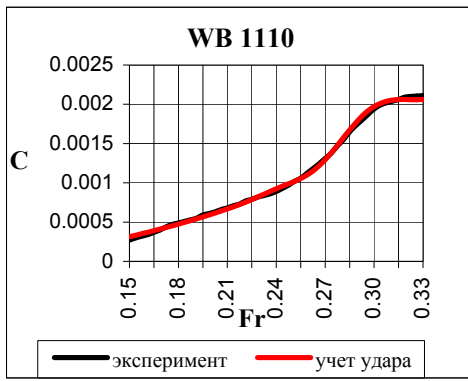
На основании всех этих исследований сделаны три вывода.

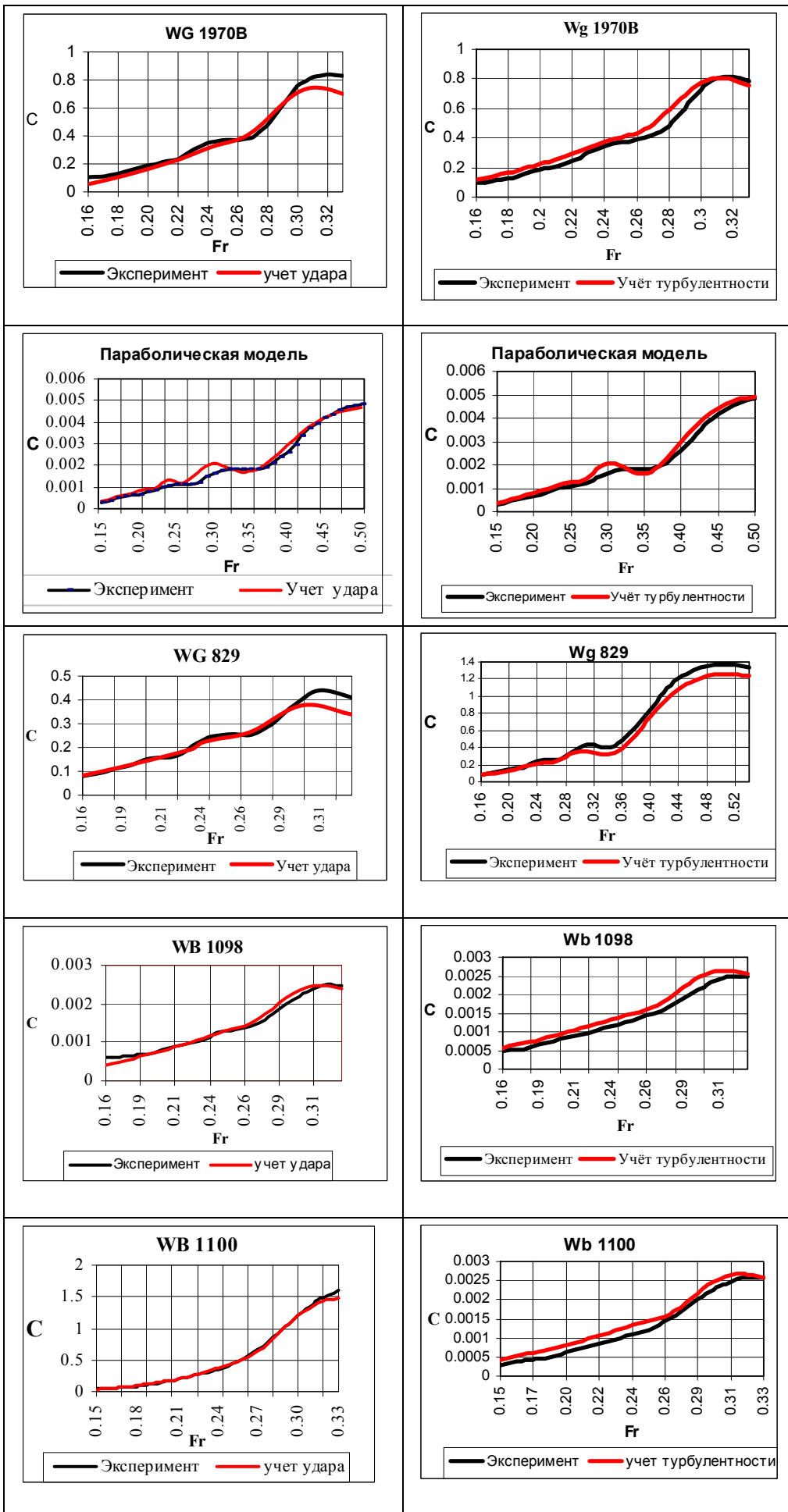
1) Влияние вязкости на поток, создаваемый движущимся судном, намного сложнее, чем изменение давления в кормовой оконечности, поэтому важно из всех вихревых образований выбрать соизмеримые с волновым сопротивлением. Такой выбор сделан в пункте V.3.

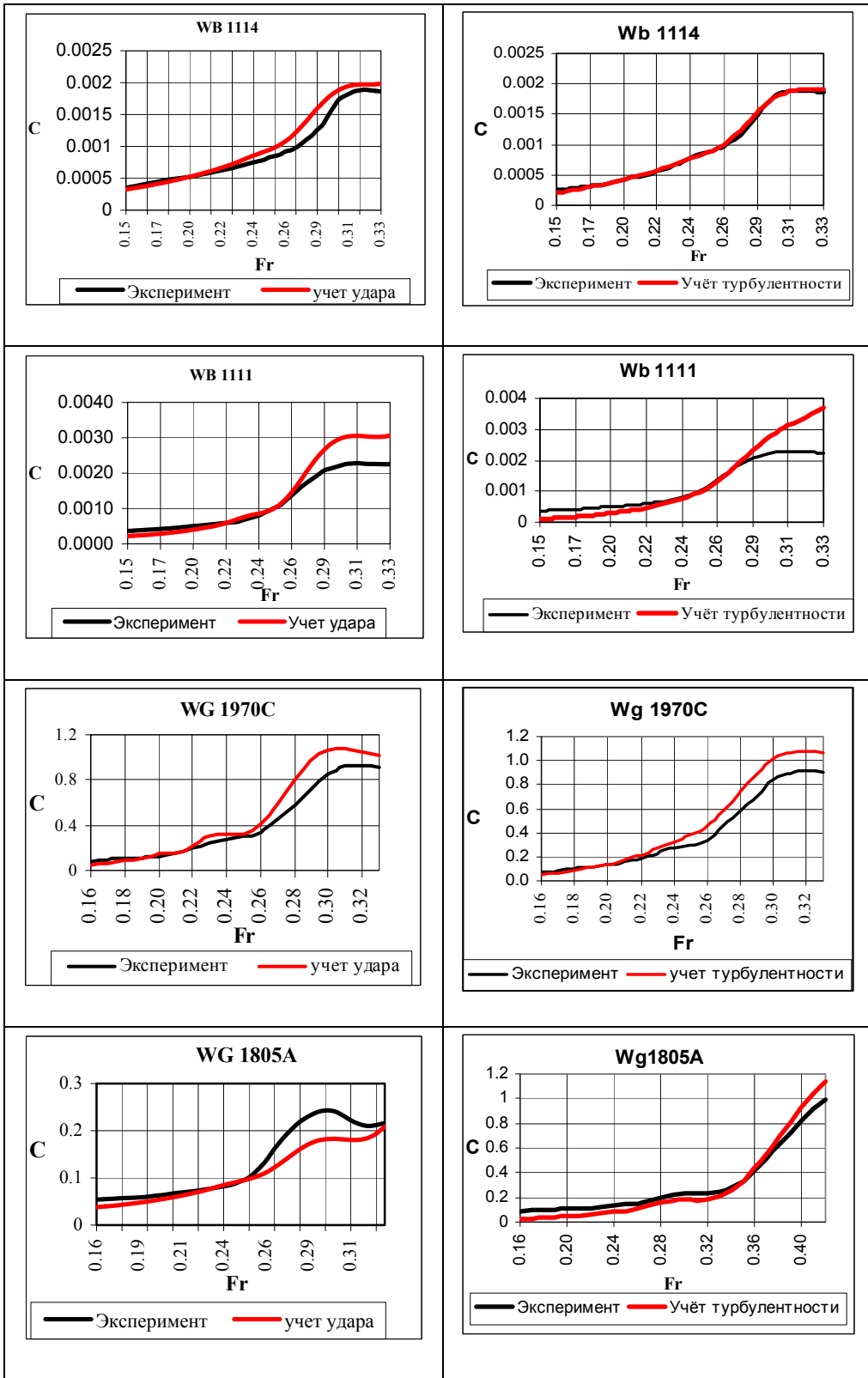
2): Любую теорию, связанную с сопротивлением воды движению судна необходимо проверять на серии разных моделей, потому что проверка только на параболической модели Виглея и одной модели Годда, как это сейчас принято, может показать хорошее согласие с экспериментом, но для других моделей может привести к большим ошибкам.

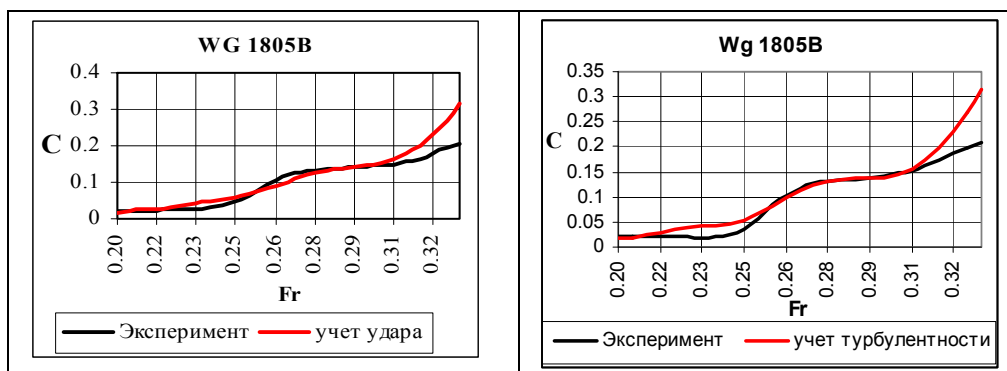
3) Понятие сопротивления формы остаётся неясным.

| <p>Таблица V.1 Сравнение расчётных кривых с экспериментом. (справа учтена турбулентность волн, слева учтен ещё и удар). Модели расположены в порядке убывания угла входа главной в.л.</p> | |
|---|---|
| <p>Экспериментальная кривая и главная часть плюс удар</p> | <p>Соотношение эксперимента и исправленной кривой Мичелла</p> |
| <p>WG1846A</p> <p>— Эксперимент — учёт удара</p> | <p>Wg 1846A</p> <p>— Эксперимент — Учёт турбулентности</p> |
| <p>WB 1113</p> <p>— эксперимент — учёт удара</p> | <p>Wb 1113</p> <p>— Эксперимент — Учёт турбулентности</p> |
| <p>WG 1846B</p> <p>— Эксперимент — учёт удара</p> | <p>Wg 1846B</p> <p>— Эксперимент — Учёт турбулентности</p> |









Литература к части V.2.

1. Готман А.Ш. К вопросу интерференции носовой и кормовой систем корабельных волн / А.Ш. Готман.- Материалы по обмену опытом ВНТО им. ак. А.Н.Крылова, 1989, 469, Судостроение. - С. 36 – 49.
2. Готман А.Ш. Аналитическое описание судна с помощью корабельной верзиеры / А.Ш. Готман. - Доклады научно-технической конференции «Проблемы мореходных качеств судов, корабельной гидромеханики и освоения шельфов», XVIII Крыловские чтения.- СПб, 2009.- С. 35 -37.
3. Готман А.Ш. Аналитическое задание поверхности корпуса корабля произвольной формы /А.Ш. Готман// Морской вестник, 2010, № 1 (33). С. 81 – 85.
4. Готман А.Ш. Метод расчёта волнового сопротивления и сопротивления трения по теоретическому чертежу /А.Ш. Готман// Морские интеллектуальные технологии. Специальный выпуск, №2 2011г. С. 19 – 23.- Санкт - Петербург, Россия.
5. Готман А.Ш. Изучение поведения воды в носовой оконечности движущегося судна /А.Ш.Готман, А.В.Краснов, А.В.Краснов .-Морские интеллектуальные технологии 2011, 2 (12), С. 27-32.
6. Ханович И.Г. Сопротивление воды движению корабля /И.Г Ханович. – М.: Воен. Изд. Министерства Вооруженных Сил Союза ССР, 1946.- 318 с.
7. Baba, E. Study on separation of ship resistance components /E.Baba// Journal of Society Nav. Arch. Japan.- 1969, 125.- P. 9 – 22.
8. Baba, E. A new component of viscous resistance of ships /E.Baba// J. Soc. Nav. Arch., Japan.- 1969, 125.- P. 23-34.
9. Baba, E. Analysis of surface flow near the bow of flat ships /E.Baba // Japan Shipbuilding and Marine Engineering.-1975, 9 (2), 5-19.
10. Dagan, G. Two-dimensional free-surface gravity flow past blunt bodies /G.Dagan, M.Tulin// Journal of Fluid Mechanics.- 1972, 51.-P.529 – 543.
11. Dong R.R. On the structure of bow waves on a ship model /R.R.Dong, J.Katz, T.T.Huang // Journal Fluid Mech.- 1997, 346.-P. 77-115.
12. Dunn, D.C. Turbulence at the free surface /D.C.Dunn, D.D.H.Peregrine, J.R.Chaplin, D.Mouazé, F.P.J.Murzyn// Abstract for the 18th Intern. Workshop on Water Waves and Floating Bodies, Le Croisic.- France. 2003.
13. Eckert,E. Bugwjlste for Iangsame vollige Schiffe /E.Eckert, S.D.Sharma // Jahrbuch der Schiffbautechnischen Gessellschaft.-1970, 64.- P. 129 – 171.
14. Gotman A.Sh. Study of Michell’s integral and influence of viscosity and ship hull form on wave resistance /A.Sh.Gotman // Oceanic Engineering International.- 2002, 6.-№ 2.- P. 74 – 115
15. Grosenbaugh M.A. Flow Structure Near a Ship Bow /M.A.Grosenbaugh, R.W.Yeung // Report No. NAOE 85-ONR Contract No. N00014-84-K-0026, Univ. of California, USA.- 1985.
16. Grosenbaugh M.A. Nonlinear Free Surface Flow at a Two-Dimensional Bow /M.A.Grosenbaugh, R.W.Yeung // Journal of Fluid Mech. .-1989, 209, pp. 57.

17. Grosenbaugh M.A., Yeung R.W. Flow Structure Near a Ship Bow of Two Dimensional Bodies /M.A.Grosenbaugh, R.W.Yeung// Journal of Ship Research.-1989, 33.-P. 269-283.
18. Handler, R.A. Leng Scales and the Energy Balance for Turbulence Near a Free Surface /R.A.Handler, T.F. Swean, R.I.Leighton, J.D.Swearingen// AIAA Journal.-1993, 31,-№ 11.- P.1998 – 2007.
19. Honji H. Observation of a Vortex in Front of a Half-Submerged Circular Cylinder /H.Honji// J. of the Physical Society.-1976 , 40.-№ 5.-P. 1475-1478.
20. Inui, T. From Bulbous Bow to Free-Surface Shock Wave – Trends of 20 Years' Research on Ship Waves at the Tokyo University Tank / T. Inui // Journal of Ship Research.-1981, 25,- №3.-P.147-180.
21. Kayo Y. On the Free Surface Shear Flow Related Bow Wave-Breaking of Full Ship Models /Y.Kayo, K. Takekuma// Journal of the Society of Nav. Arch. of Japan, 1981, 149.- P. 11-20.
22. Kayo Y. Observation of Free Surface Shear Flow and its Relation to Bow Wave-Breaking on Full Forms /Y. Kayo, K.Takekuma, K.Eggers, S.D. Sharma// Inst, Schiffbau, Univ. Hamburg, Rept. 420.- 1982.
- 23.. Leighton, R.L. Interaction of vorticity with a free surface in turbulent open channel flow /R.L.Leighton, T.F.Swean, R.A.Handler, J.D.Swearingen // AIAA 91-0236, 29th Aerospace Sciences Meeting Reno .- Nevada.- 1991.
24. Longuet-Higgins, M.S., Cokelet, E.D. The deformation of steep surface waves on water A Numerical method of computation /M.S.Longuet-Higgins, E.D Cokelet// Proc. Roy. Soc. London, A.-1976, 350.-P.1 – 26.
25. Miyata, H. & Inui, T. Nonlinear ship waves /H. Miyata, T. Inui// Advances in Applied Mechanics».- 1984, 24.- P. 215-228.
26. Miyata, H.,Nishimura, S. Finite-difference simulation of nonlinear ship waves/ H. Miyata, S. Nishimura// -«J. Fluid Mech.».- 1985, 157.-P. 327 – 357.
27. Mori, K. Necklace Vortex and Bow Wave Around Blunt Bodies./K.Mori// Proc. 15th ONR Symposium on Naval Hydrodynamics.- Humburg, Germany.- 1984..
28. Nowacki Horst. 2006 Developments in Fluid Mechanics Theory and Ship Design before Trafalgar /Horst Nowacki// Max-Planck Institut für Wissenschaftsgeschichte .-Max Plank Institute für the History of Science.-pp. 54+11.
29. Patel V.C. Free surface Boundary Layer and the Origin of Bow Vortices /V.C.Patel, L.Landweber, C.J. Tang // Proc. 2nd Intern. Symp. On Viscous Resistance, SSPA.- Goteborg, Sweden, 1985.
30. Raheja L.R. Free Surface Boundary Layer Approach to Study Bow Vortices Generation Ahead of a Semisubmerged Horizontal Circular Cylinder /L.R.Raheja // J. Ship Research, 1995, 39.-P. 284-296.
31. Raheja L. (Indian Institute of Technology, Kharagpur, India) On submerged Stagnation Points and Bow Vorticities Generation /L.R.Raheja// (получено от К.Эггерса в 2004 году).
32. Shahshahan A. A Study of a Free Surface Flow Near a Ship Bow /A.Shahshahan // MS thesis, Inst. of Hydraulic Research. The University of Iowa.- Iowa City. Iowa.- 1981.
33. Sharma, S.D. Some results concerning the wavemaking of a thin ship /S.D.Sharma// J. Ship Research.- 1969, 13, P..72-81.
- 34.. Suzuki, K. On the drag of Two Dimensional Bodies Semisubmerged in a Free Surface Flow / K.Suzuki// Journ. of Society of Naval Arch. Japan, 1975, 137.- P.22-35.
35. Tuck, E.O. Splashless Bow Flows in Two Dimensions / E.O.Tuck, J.Vanden-Broeck // 15th Symposium of Naval Hydrodynamics.-1975.-P. 293-301.
36. Tulin M.P. The Separation of Viscos Drag and Wave Drag By Means of the Wake Survey /M.P.Tulin// DTMB Report 772.-1951.
37. Vanden-Broeck J.-M. Computation of near-bow or stern flows using series expansion the Froude number /J.-M.Vanden-Broeck, E.O.Tuck // Proc. Second Intern. Conf. on Numerical Ship Hydrodyn.- Berkeley.- 1977.--pP. 377-387.

38. Vanden-Broeck J.-M. Divergent low Froude-Number series expansion of nonlinear free-surface flow Problems /J.-M.Vanden-Broeck, L.W.Schwartz, E.O.Tuck// Prob. Royal Soc. London, Ser.A.-1978, 361, P. 207-224.
39. Weinblum, G.P. Investigation of wave effects produced by a thin body – TMB Model 4125 /G.P. Weinblum, J.J.Kendrick, M.A. Todd // Navy Department, the David W. Taylor Model Basin, Washington 7.DC, Report 840.- 1952.
40. Yeung R.W. Vortical Motion with and without a Surface Piercing Body /R.W.Yeung, P.Ananthakrishnan // Proc. 19th Symposium on Naval Hydrodynamics.- Seoul, Korea.- 1992.

Как здорово, что мы столкнулись с парадоксом.
теперь появилась надежда на развитие
Нильс Бор
Для разыскания истины необходимо
раз в жизни поставить всё под сомнение
Рене Декарт

V.3. Об остаточном сопротивлении судна

В предыдущей части рассмотрены задачи, связанные с сопротивлением формы, которое называют «вихревым сопротивлением» и определяют как сопротивление «ожерелья вихрей». В этой части рассматривается роль подпорных волн в остаточном сопротивлении судна.

Эту проблему невозможно обсуждать без уточнения терминологии. Волны, которые Х.Мията назвал «ударными волнами на свободной поверхности», практически относятся к тем волнам, которые в русской литературе называются «подпорными». И это, конечно, более точное определение для этих волн.

Входя в невозмущённую воду, судно толкает её перед собой, и на форштевне возникает импульсное давление. Если бы жидкость была идеальной, то импульсное давление было бы источником только кельвиновской системы волн, и не было бы ни подпорных волн, ни разрушающихся волн, ни пограничного слоя трения на корпусе, ни попутного потока. Но жидкость не идеальная, поэтому в носу судна образуются турбулизованные подпорные и потенциальные кельвиновские волны. Так как вихревой и потенциальный потоки не могут существовать в одном и том же пространстве ($\text{rot grad } \varphi = 0$), подпорные волны отодвигают носовую Кельвиновскую систему волн от форштевня в направлении к миделю. Между турбулентным полем подпорных волн и потенциальными волнами образуется чётко видимая граница.

Кроме перечисленных проявлений вязкости под свободной поверхностью ещё создаётся градиент скорости за счёт искривления её волнами, что приводит к образованию пограничного слоя. Этот пограничный слой на малых числах Фруда может быть ламинарным, но на больших числах Фруда, на больших моделях и на реальных судах он становится турбулентным.

В 1997 году в США Донг и др. [14] изучали область границы между турбулентной и потенциальной частью носового потока. И если японские исследователи только отметили сдвиг носовой Кельвиновской системы волн «вбок», то Р.Донг и др. сосредоточили своё внимание именно на природе этого сдвига.

Разрушающиеся носовые волны вокруг полных судов являются известным феноменом, но, как уже указывалось выше, только в 1969 году Е.Баба [4], [7] и С.Шарма [43] выделили отдельную вихревую составляющую сопротивления полных судов таких, как танкеры и сухогрузы, вокруг которых хорошо видна большая область разрушающихся волн. Они указали на необходимость уменьшения этой составляющей для уменьшения сопротивления судов. Е.Баба привёл качественное доказательство существования компоненты сопротивления, вызванной разрушением волн в окрестности носа. Путём измерения потери напора методом наблюдения попутного потока он сумел даже проследить эту потерю на пути от носа, где она генерируется, до плоскости кормового перпендикуляра. Для корпусов полных форм этот вклад даёт значительную часть полного сопротивления (до 15%), и Е.Баба попытался уменьшить его путём улучшения формы корпуса и с помощью носового бульба.

До того, как Х.Мията начал изучать структуру потока вокруг носа судна, был выполнен ряд экспериментальных работ с цилиндрами. Горизонтальный цилиндр, движущийся перпендикулярно своей оси, даёт возможность изучать двумерный поток, образующийся перед ним. Для двумерных потоков легче разрабатывать теорию, потому что упрощается математический аппарат и можно использовать теорию функций комплексного переменного. Эксперименты с вертикальным цилиндром тоже дают возможность теоретического подхода. Вертикальный цилиндр является примером тела предельно полной формы.

Одними из первых работ, посвящённых изучению структуры сдвигового вихревого слоя возле свободной поверхности, как уже указывалось в первой главе, были работы с цилиндрами Х.Хондзи [21], [22], в которых описан сдвиговый вихревой слой возле свободной поверхности перед движущимся горизонтальным круговым цилиндром. Х.Хондзи писал, что свободная поверхность жидкости ведёт себя как тонкая мембрана, вдоль которой может формироваться пограничный слой, на основании чего Х.Хондзи высказал идею о существовании под свободной поверхностью пограничного слоя. Он изучал область стагнации (см. рис. I.26) перед движущимся цилиндром и зависимость длины этой области от скорости (рис. V.25). Эксперимент Х.Хондзи был выполнен на маленьких цилиндрах в двухметровом и шестиметровом бассейнах. Подобные исследования в Японии и в большом Гамбургском бассейне проводились с цилиндрами большего диаметра и, кроме того, выполнялись исследования сдвигового слоя и вихреобразования при движении вертикального цилиндра, как предельного случая полного тела.



В начале восьмидесятых годов Я.Кайо и К.Такекума [45] исследовали влияние сдвигового слоя на разрушающиеся носовые волны. Они наблюдали

существование сдвигового слоя под свободной поверхностью на фронте движущейся модели полного судна и выяснили, что именно сдвиговый слой даёт, так называемое, ожерелье вихрей. Они также показали важную роль этого сдвигового слоя в разрушении носовых волн с помощью эксперимента, в котором искусственно изменяли интенсивность сдвигового слоя. Выяснилось, что разрушение носовых волн усиливалось или уменьшалось в соответствии с тем, как сдвиговый слой был искусственно усилен или ослаблен.

Для того чтобы получить эффективный теоретический инструмент для разработки формы корпуса с меньшим сопротивлением из-за разрушающихся волн, в Гамбурге в 1982 году была выполнена коллективная работа Я.Кайо, К.Такекума, К.Эггертс и С.Шарма [26], посвящённая этой теме.

Несмотря на то, что было сделано много исследований для изучения этой темы, в начале восьмидесятых годов было ещё далеко до удовлетворительного теоретического объяснения этого явления. В работах Х.Мията приводится много примеров профилей скорости под свободной поверхностью возле носа моделей судов. Пример этих профилей (рис.V.26) ясно указывает на существование градиента скорости под свободной поверхностью и, как следствие, сдвигового слоя, который тщательно исследовался в восьмидесятые – девяностые годы в Гамбурге.

В экспериментах коллективной работы Я.Кайо и др. определялось влияние разных условий на сдвиговый строй. Сдвиговый слой под свободной поверхностью наблюдался путём введения красителя в жидкость перед движущимся цилиндром, а результаты снимались на видео. Поверхность воды непосредственно перед фронтом цилиндра двигалась



с такой же скоростью, как сама модель, вплоть до определённой поперечной линии, которую можно легко наблюдать, и чьё расстояние от переднего конца цилиндра оказалось зависящим от скорости.

Линия стагнации выглядит как точка в двумерном случае, когда рассматривается вид сбоку, и её положение является вообще стабильным на любом индивидуальном пробеге, за исключением малых пульсаций на высоких скоростях. Рисунок, подобный рис. I.25, показывает расстояния от переднего конца цилиндра до линии стагнации. Величина этого расстояния имеет большой разброс, особенно на малых скоростях. Большое значение, замеренное на скорости 0,05 м/с, было получено на первом пробеге в день, когда вода была спокойной. С другой стороны, наименьшие расстояния, измеренные на этой же скорости, были, когда каретка двигалась назад к начальной точке после каждого пробега. Кажется, что эта длина может быть изменена остаточным течением в бассейне на очень малой скорости. Однако расстояние до линии стагнации длиннее на малой скорости и убывает с возрастанием буксировочной скорости до достижения постоянного значения около $s/r = 2,0$, где s - измеренное расстояние, r - радиус цилиндра. Эта тенденция сильно отличается от полученной Х.Хондзи (рис. V.25). Длина бассейна может иметь некоторое влияние на расстояние до этой линии стагнации.

Интересной чертой картины потока на фронте цилиндра является образование области мёртвой воды со многими вихрями. Эти вихри имеют сходство с потоком вокруг кругового цилиндра в неограниченной жидкости с тонкой разделительной пластиной, присоединённой к нему. Свободная поверхность на фронте движущегося тела является источником завихрённости, и под свободной поверхностью может развиваться определённый вид пограничного слоя.

Безразмерная высота волны на продольной центральной линии на каждой осадке мало влияет на скорость в потоке, за исключением области возле цилиндра, где образуется плато. Однако в непосредственной близости к цилиндру вода имеет подъём до высоты давления стагнации и в некоторых случаях даже повышается на 10%, что, по-видимому, нарушает уравнение Бернулли. Картина течения на продольной центральной линии на фронте вертикального цилиндра похожа на область фронта горизонтального цилиндра, за исключением того, что здесь нет определённой стагнации в области свободной поверхности на фронте цилиндра. Самые верхние частицы окрашенной воды находятся впереди перед цилиндром, благодаря непрерывному движению свободной поверхности, в то время как нижний слой удерживается вихрями. Оказалось, что ожерелье вихрей образуется на любой скорости, и вихри существуют даже на очень малой скорости, где наблюдается разрушение волны. Влияние осадки довольно стабильно, но диаметр ближайших вихрей зависит от скорости буксировки. Диаметр вихрей довольно большой на наименьшей скорости и убывает с возрастанием скорости до определённой точки, где появляется наблюдаемое разрушение волн.

Затем вихри растут снова на высокой скорости с сильным разрушением волн. Было замечено, что вихревое движение увеличивается с увеличением сдвига под свободной поверхностью. Для того чтобы это проверить, авторы положили фольгу на свободную поверхность, которая перемещалась вместе с моделью, увеличивая сдвиговый слой. На основании этого исследования авторы сделали важные для нас следующие выводы: 1) на фронте движущегося тела существует вид сдвигового слоя; 2) сдвиговый слой под свободной поверхностью может создавать вихри вокруг передней части тела; 3) интенсивность этих вихрей растёт с возрастанием буксировочной скорости; 4) образование разрушающихся носовых волн у полных форм связано с интенсивностью этих вихрей.

Через два года были выполнены более тщательные исследования сдвигового слоя К.Эггерсом и К.Такекума [17]. Учитывая, что исследования гидродинамического механизма разрушения волн вокруг носа были выполнены многими исследователями, авторы классифицировали их по трём следующим областям:

(1) самые ранние экспериментальные исследования, выполненные путём обследования попутного потока и замеров сопротивления выполнялись с целью определения влияния параметров формы корпуса, в частности, выдвинутого бульба. К ним относятся работы С.Танеда [46], Е.Эккерта [16], К.Танигучи и др. [47].

(2) Аналитическое изучение математических моделей потока вокруг носа и связанных с ними деформаций свободной поверхности выполнялись Г.Даганом и М.Тулиным [12], Е.Баба и К.Такекума [6], Т.Инуи [24], К.Эггерсом [18], Х.Маруо и М.Фукасава [32] и, наконец, К.Мори [38].

(3) Численное исследование путём решения краевой задачи полностью невязкого потока (то есть, без допущений малости для составляющих) или для потенциального потока выполнили Г.Гедд [19] (методом источников Рэнкина) и Р.Чен и Ф.Чен [9], и с моделью, включающей вихревой поток, Х.Мията и др. [35].

После описанных выше предварительных исследований, главным образом в своих организациях, К.Такекума [44] с целью обеспечения материала для разработки математической модели, чтобы описать этот феномен, как обычный инструмент для проектирования судна, провёл серию измерений потока вокруг носа модели полного судна путём использования пятидырочных трубок Пито. Сравнение результатов с расчётами по потенциальной теории позволило сделать следующие выводы:

1) за исключением тонкого слоя ниже свободной поверхности, компоненты скорости, полученные путём измерений, совпали с результатами численных расчётов, основанных на допущении дублированной модели потока,

2) в этом тонком слое компоненты скорости резко изменяются в вертикальном направлении (рис. V.26).

Примерно в те же годы был изучен визуально с помощью металлической стружки и краски для воды поток под свободной поверхностью вокруг нескольких моделей судов и полупогруженных круговых цилиндров (Я.Кайо и др. [26], [27]). Сдвиговый слой под свободной поверхностью, соответствующий грубому изменению профиля скорости, был рассмотрен и проиллюстрирован на рис. I.30 и I.31. Было замечено, что интенсивность сдвигового слоя и завихрённость возрастали с возрастанием поступательной скорости. В частности, это происходило при искусственном увеличении сдвигового слоя, вызванного разрушающимися волнами, уже на значительно меньшей скорости, чем без таких манипуляций, как показано на рис. I.32. Ни аналитические исследования, ни чисто численные, как отмечено в [5] и [6], не привели к созданию приемлемых моделей для наблюдений за сдвиговым слоем и генерированием вихрей.

К.Эггерс и К.Такекума исследовали влияние параметров формы, влияние обводов носа на сдвиговый слой под свободной поверхностью, влияние осадки, влияние подводного выдвинутого бульба, влияние угла входа носа и влияние формы ватерлинии на поведение сдвигового потока под свободной поверхностью, на вихреобразование и на величину его вклада в общее сопротивление полных судов. Все эти исследования и результаты описаны в первой главе.

В результате выполненных исследований К.Эггерс и К.Такекума сделали выводы, что

(1) сдвиговый слой на свободной поверхности и вихри в нём близко связаны с разрушением волн вокруг носа;

(2) несколько параметров формы корпуса, а именно, осадка в носу, подводный выдвинутый бульб, угол входа носа и обводы ватерлинии сильно влияют на сдвиговый слой под свободной поверхностью и на вихри в нём;

(3) теория вторичного течения полезна, как обеспечивающая некоторое направление в процессе проектирования формы корпуса на основании понимания гидродинамического механизма сдвигового слоя под свободной поверхностью и завихрённости в нём.

В это же время Х.Мията и Т.Инуи [36] изучали отходящие волны без детального рассмотрения вихревой структуры в непосредственной близости к поверхности судна, поэтому так важна работа Р.Донга, Дж.Катца и Х.Хуанга [14], которую они выполнили в

1997 году. Это очень значительная и интересная работа по замерам носовых волн в процессе их разрушения. Авторы считали, что слишком мало экспериментальных данных, показывающих структуру потока внутри слоя жидкости, образующегося вокруг носа судна и на пересечении этого слоя с главной носовой волной. Практически именно эта область находится там, откуда начинается ожерелье вихрей, поэтому она особенно интересна.

Исследования Донга

Р.Донг и др. выполнили большую работу в бассейне Давида Тейлора (США). Они делали измерения с помощью скоростемера PIV с изображением частиц²⁰ и выполняли наблюдения возле модели судна, сосредоточив внимание на потоке внутри слоя жидкости, вверх от которого отделяются от поверхности модели носовые волны. Кроме того, они изучали начало и структуру носовой волны и поток вниз по течению от гребня волны. Измерения были предприняты на числах Рейнольдса в диапазоне от $2,8 \times 10^6$ до $7,4 \times 10^6$. Измерения распределения скорости и завихренности на числах Фруда 0,17 и 0,45 демонстрируют характерные структуры жидкости и крутые волны соответственно. Схема эксперимента Р.Донга и др. показана на рис. V.27. Результаты приводятся на рис. V.28 - V.31

Эти исследования показали, что очень близко к носу примыкает тонкий и очень неустойчивый слой. С возрастанием расстояния от носа слой становится толще, и его развитие связано со значительным образованием завихренности. В случае умеренной скорости эта завихренность начинается на свободной поверхности, в то время как в случае крутой волны отделение пограничного слоя происходит на модели, которая также переносит завихренность в слой жидкости. Эта завихренность и связанный с ней индуцируемый боковой поток остаются возле модели вниз по течению от носовой волны.

Р.Донг и др. пишут в своей работе, что из расчётов составляющих ускорения слоя, касательного к свободной поверхности, видно, что пики возле-поверхностных вихрей появляются в районе с большим потоком завихренности. Образование носовой волны также включает значительное образование завихренности. Подобно двумерным разрушениям первичное начало завихренности находится в нижней части потока. Однако, не так, как в двумерных случаях, область, содержащая завихренность в корабельной волне, не является продолжением сдвигового слоя. Вместо этого завихренность отходит от плоскости слоя лазера, как ряд различных вихревых нитей. Корабельная волна также имеет мощное встречное чередование вихрей, сконцентрированных возле гребня волны, что наблюдается в двумерных волнах, но не такой мощности. Разрушение становится слабее с возрастанием расстояния от модели, но сохраняется даже на «хвосте» носовой волны.

Р.Донг и др. сосредоточились на потоке и структурах волн возле носа модели судна. Практически были получены уникальные знания. Приводятся результаты, включающие фотографии, распределение скорости и вихреобразования внутри слоя жидкости, умеренное и резкое разрушение носовой волны. В работе Р.Донга и др. сделаны оценки трёхмерного распределения скорости и потери напора из-за разрушения волн. Обсуждены начало вихреобразования внутри корабельных волн и их отношение к потоку возле свободной поверхности, основанное на экспериментальных данных.

Обследовав подробнейшим образом структуру носовой волны, Р.Донг и др. практически ответили на основные вопросы, связанные с ошибками в расчётах волнового сопротивления. Они не просто отметили, как Х.Мията, что происходит сдвиг носовой системы волн к корме, но описали всю картину этого движения. Р.Донг и др. пишут, что из результатов изучения видно, что с возрастанием числа Фруда угол между носовой волной и осью модели уменьшается, точка вдоль тела, в которой волна отделяется от модели, движется дальше вниз по течению, расстояние между волнами возрастает и волновой гребень становится прямее (менее кривым).

²⁰ PIV - скоростемер с изображением частиц

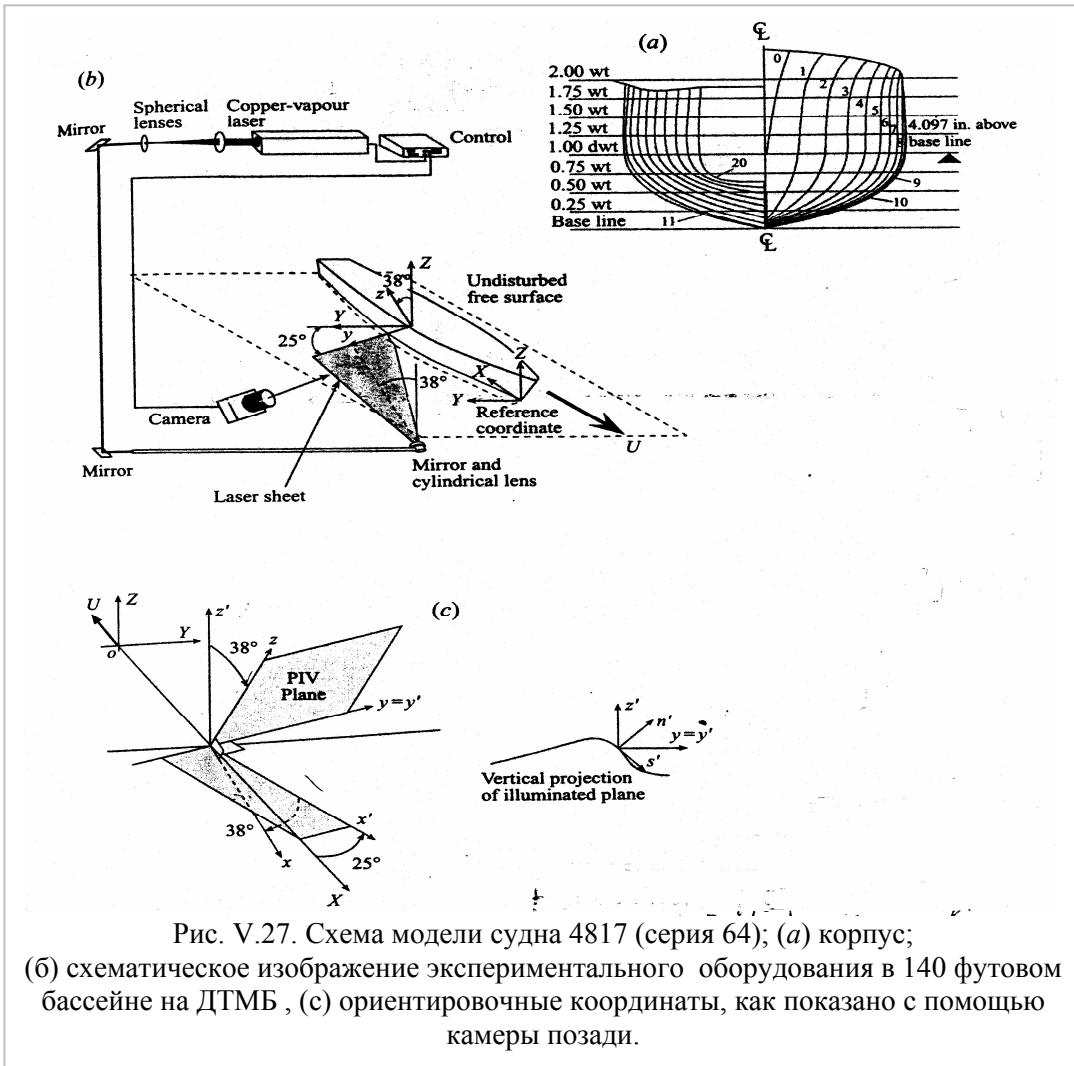


Рис. V.27. Схема модели судна 4817 (серия 64); (a) корпус; (б) схематическое изображение экспериментального оборудования в 140 футовом бассейне на ДТМБ, (с) ориентировочные координаты, как показано с помощью камеры позади.

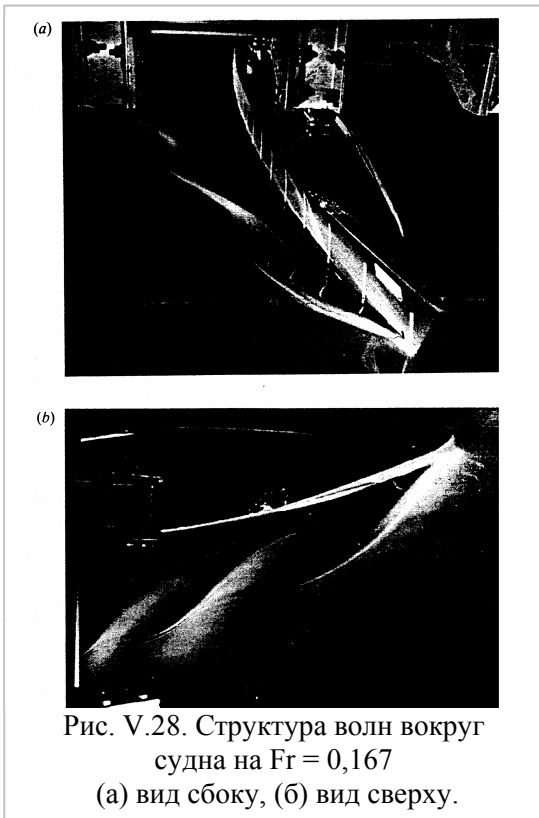


Рис. V.28. Структура волн вокруг судна на $Fr = 0,167$
(а) вид сбоку, (б) вид сверху.

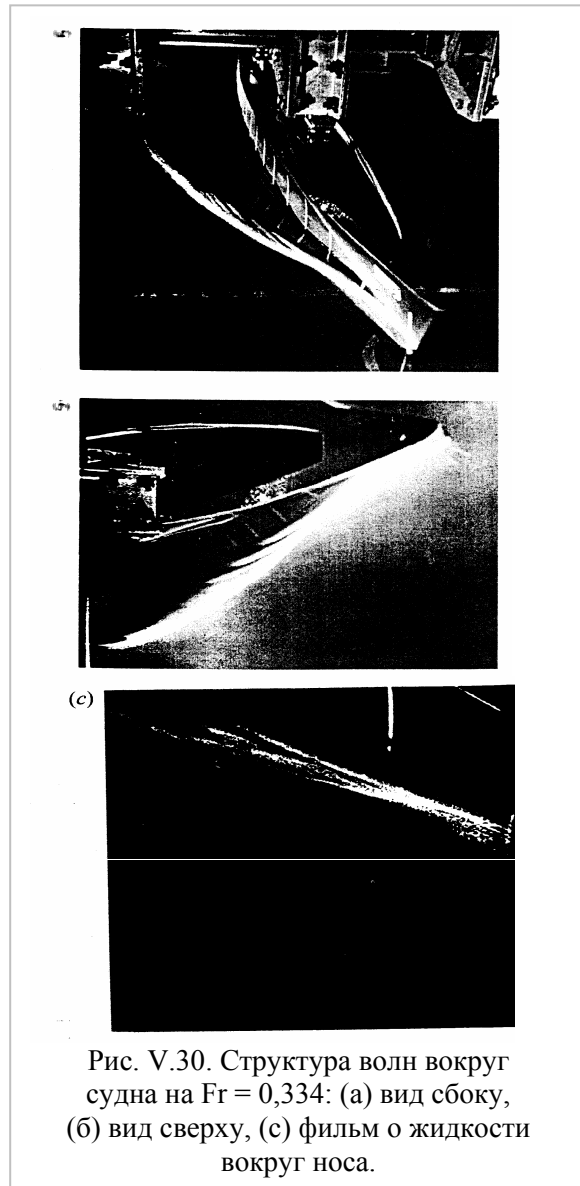
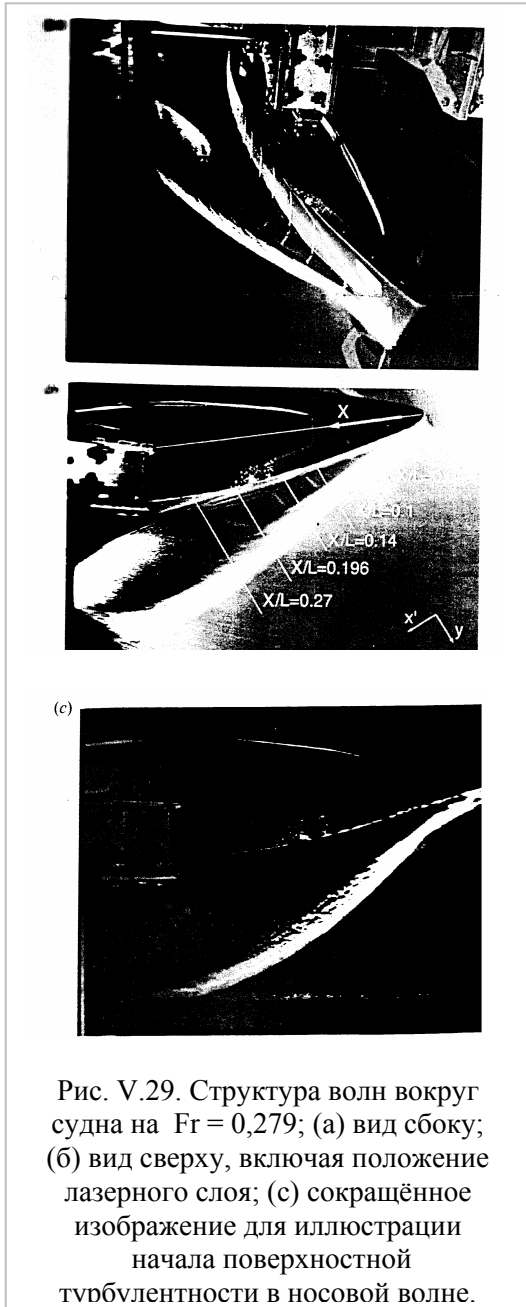
В отличие от корабельных волн, была широко исследована структура внутри двумерного спиллингового (разливного) разрушения. Начало разрушения волн было изучено теоретически Д.С.Лонге-Хиггинсом [30], [31], экспериментально Дж.Дунканом и др. [15] и численно Д.Г.Доммермутом и Р.Муи [13].

Их результаты Р.Донг и др. рассмотрели и сравнили со своими наблюдениями. В то же время с помощью PIV сделали измерения Дж.Лин и Д.Роквелл [28], [29] и Д.Дабири и М.Гариб [11]. Они показали, что разрушение волн вызвано образованием расширенного сдвигового слоя, который начинается на нижней части волны. Дж.Лин и Д.Роквелл показали, что структура и напряжение этого слоя зависят от числа Фруда и что инициатива разрушения принадлежит капиллярным волнам, что согласуется с результатами Д.С.Лонге-Хиггинса и Дж.Дункана. Диапазон и роль турбулентности в смешанном слое были описаны Дж.Хойтом и Р.Селлином [23], М.Баннером и Д.Перегрином

[8], Р.Коинтом и М.Тулиным [10]. Начало завихрённости внутри волны и её отношение к потоку возле поверхности и обводы волны были темой работ Е.Руда [41], [42] и Д.Дабири и М.Гариба. Эксперименты Р.Донга и др. по корабельным волнам подтвердили значение вязкой диффузии завихрённости свободной поверхности.

Сложная структура крутых волн была изучена Д.Г.Доммермутом и В.Мелвилем с В.Раппом [33]. Дальнейшие подробности и многие другие источники можно найти в обзоре статьи Д.Перегрини и Л.Свендсена [39] и М.Баннера с Д.Перегрином [8].

К сожалению, невозможно привести подробно всю работу Р.Донга и др., но их результаты очень важны для разработки методики расчёта остаточного сопротивления судна, поэтому основные их результаты приводятся дальше.



Эта тенденция согласуется с наблюдениями Х.Мията и Т.Инуи [36] на других моделях судов. На фотографиях (рис.V.28, V.29, V.30) также видно, что образуется тонкий слой жидкости на теле вверх по течению, на котором носовая волна ясно отделяется от модели, и поведение этого слоя было проверено видеокамерой, установленной над поверхностью (рис. V.27). Близко к носу слой очень тонкий, не более 2 мм шириной и совсем неустойчивый,

колеблющийся по подъёму и толщине. В некоторых случаях верхняя часть этой тонкой плёнки кажется свёртывается до появления «шишки», что на рис. V.29c и V.28b ясно видно.

Другой курьёзный феномен – это очевидное образование отдельных нитей, которые тянутся от передней стороны волны к потоку позади неё. Они частично видны на рис. V.40 и меньше на рис. V.28. На рис. V.28b и V.30 видна тенденция потока вниз от гребня носовой волны поворачиваться к телу и затем поворачиваться от него снова, когда достигает гребня следующей волны.

Последняя тенденция двигаться наружу была продемонстрирована также Х.Мията и Т.Инуи, как часть их попытки провести аналогию между носовой волной и косым ударом. На теле, пересекающем поверхность, с большой осадкой Е.М.Погозельский, Дж.Катц, Т.Хуанг [40], показали, что внутренний поток достигает тела (следующая волна образуется дальше вниз по потоку), вызывая генерацию пузырчатого попутного потока. Эта серия фотографий также показывает, что главные черты потока, то есть форма волны, конфигурация и

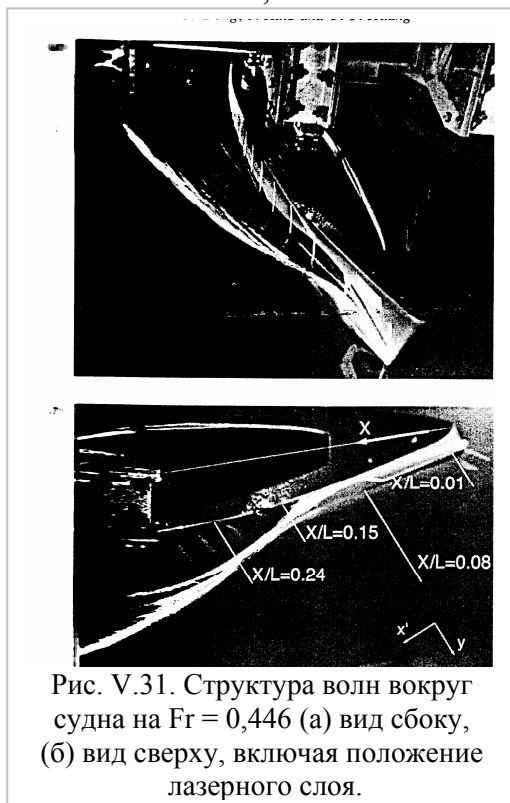


Рис. V.31. Структура волн вокруг судна на $Fr = 0,446$ (а) вид сбоку, (б) вид сверху, включая положение лазерного слоя.

положение нитей и главная тенденция в направлении потока совершенно устойчивы. Однако в большинстве случаев подповерхностный поток становится турбулентным, пересекая волну, (рис. V.29c) в соответствии с наблюдениями Х.Мията и Т.Инуи для корабельных волн, как и у Д.Перегрини и Л.Свендсена [39] для двумерных волн. Заметно, что полосы на рис. (б) V.31б за линией $X/L = 0.24$ были созданы входящими пузырями. На низких числах Фруда и вверх по потоку увлечение этих линий пузырями минимально. Примеры распределения скорости и завихренности представлены на рис. V.26. Первая серия на $F_D = 1.51$ представляет поток с умеренным гребнем носовой волны, а вторая серия на $F_D = 2.41$ представляет крутую носовую волну, которая на определённом расстоянии дальше от тела расплывается и генерирует попутный поток пузырей. Точное положение и протяжённость плоскости визуализации отмечены на рис. V.28б и V.31б

Образование завихренности.

М.Лонге-Хиггинс [30], [31] и Дж.Дункан [15] теоретически и экспериментально показали процесс разрушения двумерных разливающихся разрушающихся волн. Они показали, что, когда волны становятся круче, образуются пузыри на их передней стороне, и капиллярные волны образуются на выпуклой части. Согласно М.Лонге-Хиггинсу, эти капиллярные волны образуют вихревую область, которая вызвана локальным разделением и в конечном счете становится турбулентной. Дж.Дункан и др., однако, наблюдали, что, когда нижняя часть выпуклости движется вниз, то на передней стороне волны растёт ряд волн большой амплитуды, но малой длины, на поверхности этой выпуклости. Эти волны растут быстро, и поток становится турбулентным.

Этот процесс образования расплескивающихся разрушений не наблюдался в исследовании Р.Донга и др., хотя существование капиллярных волн возле гребня волны было видно в большинстве умеренных случаев (например, на рис. V.28 и V.29б). Корабельная волна, показанная на этих фотографиях, уже «разрушена», но здесь есть массив увлечённых вихрей, генерируемых на свободной поверхности в поток, особенно возле нижней части, и, как показано раньше, также и вдоль гребня.

В некоторых случаях таких, как скуловая волна, склон волны очень умеренный, но завихренность на вершине уже значительная (рис. V.35 и V.36). Как наблюдали С.Лин и

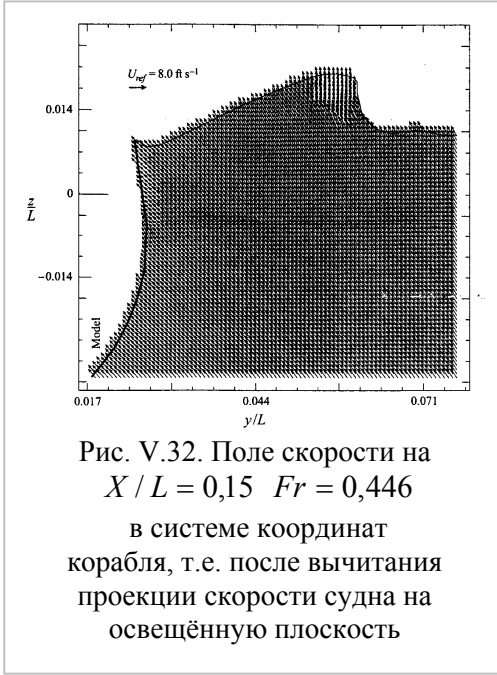


Рис. V.32. Поле скорости на $X / L = 0,15$ $Fr = 0,446$ в системе координат корабля, т.е. после вычитания проекции скорости судна на освещённую плоскость

Д.Роквелл, этот процесс, описанный М.Лонге-Хиггинсом, оказывается на ранней стадии движения судна, в то время как измерения, сделанные Р.Донгом и др., показали, что поток возле поверхности уже совершенно турбулентный и «установившийся». Сведение к механизму, вызванному увлечением завихрённости свободной поверхности, сделано в статьях Е.Руда [41], [42] и Д.Дабири и М.Гариба [11]. Путём преобразования вихревого транспортного уравнения они привели его к форме, которая позволяет идентифицировать феномен специфических форм, которые вызывают расширение вязкой диффузии вихрей прочь от свободной поверхности. Д.Дабири и М.Гариб использовали эти выражения для измерения вовлечения вихрей в двумерное разрушение растекания. Они показали, что вязкая диффузия вихрей связана с быстрым ускорением или замедлением потока параллельно свободной поверхности. В этом случае, большая часть этой диффузии оказывается сразу вверх по течению от вершины

расплескивающегося разрушения, и оценка количества вовлечённых вихрей хорошо сочетается с уровнем диффузии, посчитанной по этим данным. Для объяснения соотношений между ускорением свободной поверхности и вовлечением вихрей, уравнение количества движения записано в форме

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_j} - g_i = -\nu \varepsilon_{ijk} \frac{\partial \omega_k}{\partial x_j}, \quad (V.82)$$

где u_i и ω_i являются скоростью и завихрённостью соответственно. В рамках описания, которое требуется для вычитания скорости судна из каждой компоненты скорости (см. пример на рис. V.32.), главными чертами потока можно пренебречь для установившихся и неуставившихся членов. Эти допущения полагаются на тенденцию, наблюдаемую в фотографиях, и менее справедливо, когда поток становится турбулентным вниз по течению носовой волны. Поверхностным натяжением пренебрегают, а именно считают давление постоянным вдоль поверхности. Параллельные поверхности компоненты в уравнении $w' = -v \tan \beta'$, используя криволинейные координаты s, n, x (s и n параллельная и нормальная к пересечению слоя лазера со свободной поверхностью, соответственно, и x нормальна к иллюминированной плоскости (см. рис. V.27), используются для следующего уравнения для вязкой завихрённости возле свободной поверхности:

$$\left(u_i \frac{\partial v}{\partial x_i} \right) \cos \beta - \left(u_i \frac{\partial w}{\partial x_i} \right) \sin \beta - g \cos 38^\circ \sin \beta \approx -\nu \left(\frac{\partial \omega_x}{\partial n} - \frac{\partial \omega_n}{\partial x} \right), \quad (V.83)$$

где $\beta = -\tan^{-1}(\partial z / \partial y)|_{surface}$. PIV обеспечивает данные только для плоского распределения скорости, при этом неизвестны u и $\partial / \partial x$. Для разработки этой проблемы имеются два мнения: первое состоит в проверке влияния членов, которые известны, и второе в использовании заключения для оценки неизвестных членов. Выбираются два пути, то есть посмотреть сначала на распределение известных членов и затем для одного примера добавить влияние оцениваемых членов. Как дальше показано, оба совершенно ясны.

Члены справа в (V.83) представляют вязкий поток. Первый – это поток ω_x через границу и второй поток ω_n нормален к слою лазера. Однако, поскольку $\partial / \partial x'$ обычно мал, то

$$\partial / \partial x \approx -\tan 38^\circ \partial / \partial z. \quad (V.84)$$

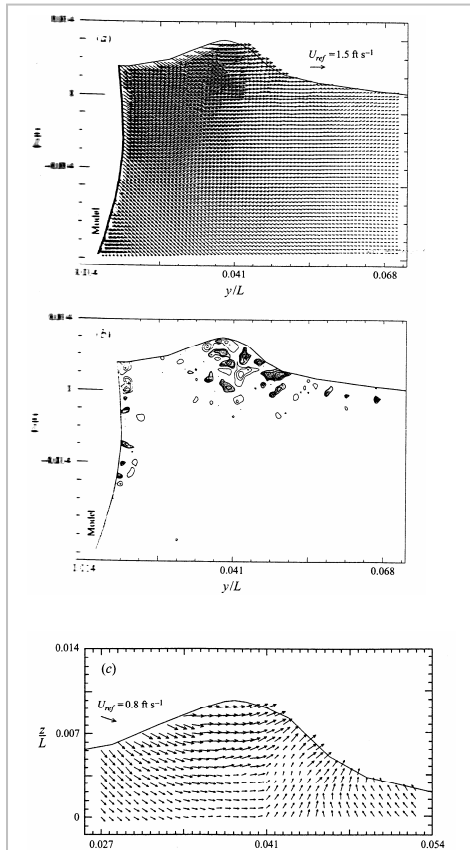


Рис. V.33. (а) Скорость и (б) завихрѐнность на $X/L = 0,10$ и на $Fr = 0,279$ (с) значительная часть поля скорости после вычитания постоянной опорной скорости (обозначенной как U_{ref})

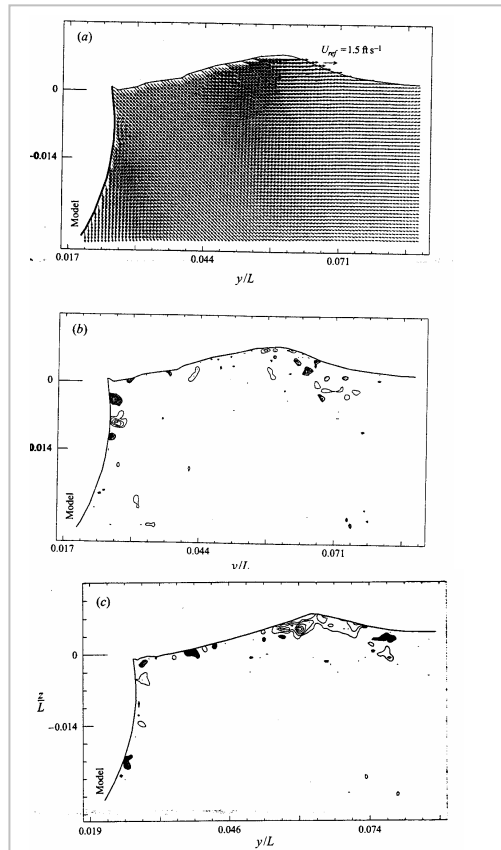


Рис. V.34. (а) - скорость и (б) завихрѐнность на $X/L = 0,14$ и на $Fr = 0,279$, (с) дополнительное распределение завихрѐнности от другого пробега на $X/L = 0,16$ и на $Fr = 0,279$, демонстрирующее изменение структуры потока

Поскольку

$$\partial/\partial z = (\partial/\partial n) \cos \beta - (\partial/\partial s) \sin \beta, \quad (V.85)$$

и, когда умножается на вязкость, то не похоже, что градиент касательных $\partial/\partial s$ значительный, тогда

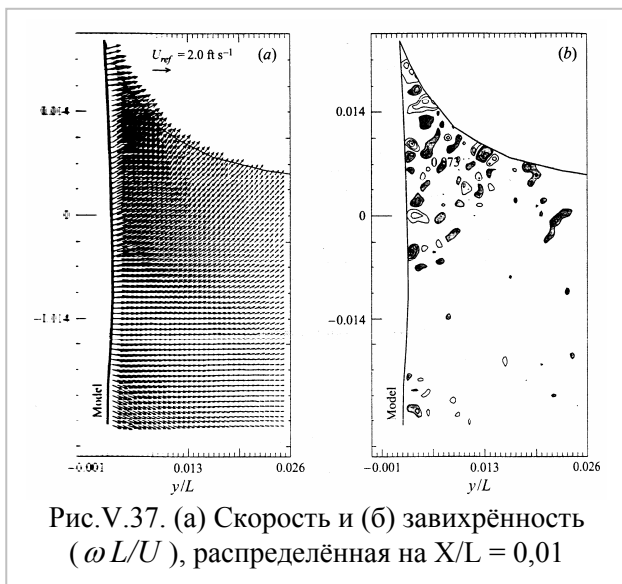
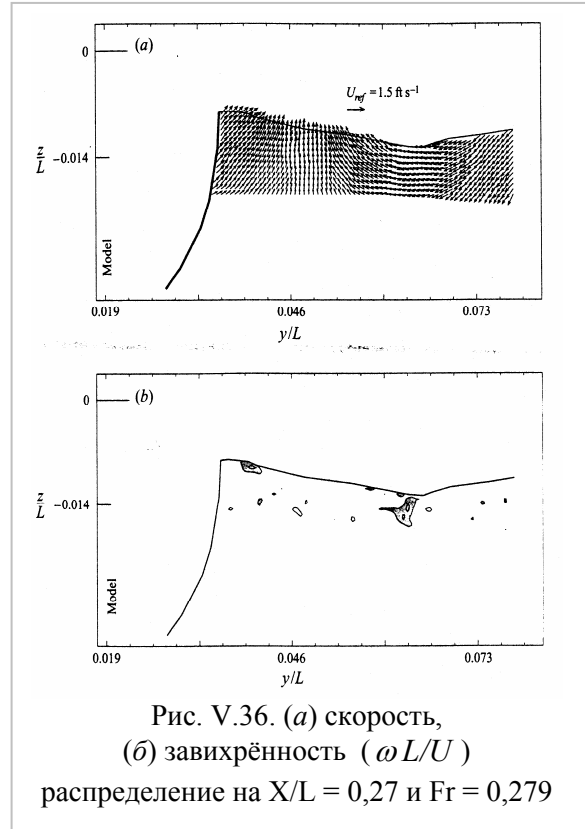
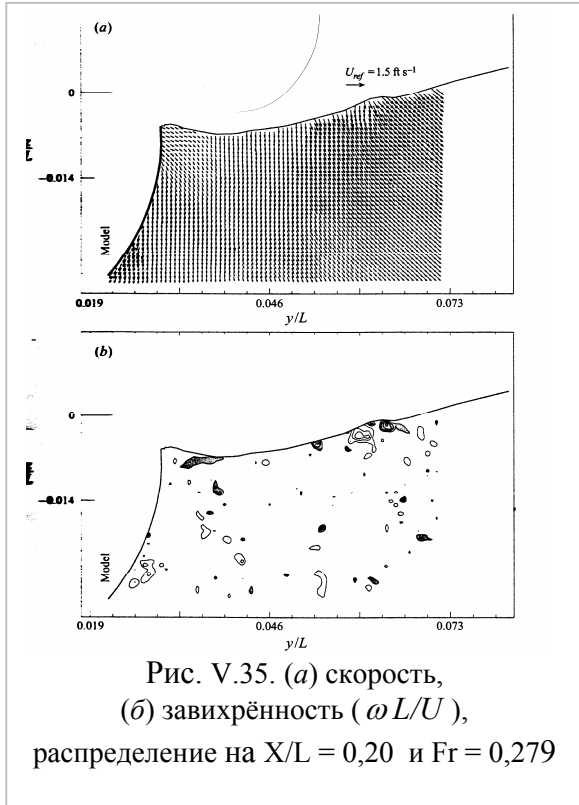
$$\partial \omega_n / \partial x \approx -\tan 38^\circ \cos \beta \partial \omega_n / \partial n \quad (V.86)$$

Итак, оба члена справа обеспечивают вязкий поток завихрѐнности через границу. Можно только измерить соотношение между ускорением и распределением ω_z . Авторы решили провести анализ умеренных волн на $X/L = 0.1$ (рис. V.33) и $X/L = 0.14$ (рис. V.34), которые представляют разные уровни вовлекаемой завихрѐнности, и в жидком слое крутой волны на $X/L = 0.08$ (рис. V.38). Сумма компонент ускорения в плоскости (V.83) определяется как a_s и проекция гравитации g_s , то есть

$$a_s = \left(v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) \cos \beta - \left(v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) \sin \beta, \quad g_s = g \cos 38^\circ \sin \beta \quad (V.87)$$

В заключение авторы пишут, что PIV измерения и визуализация свободной поверхности были выполнены в потоке жидкого слоя вокруг модели судна, образующегося возле носа там, где рождается носовая волна, а также была изучена структура этой волны на расстоянии от модели и на потоке возле модели вниз по течению от волны. Как уже указывалось выше, измерения были предприняты на числах Рейнольдса от $2,8 \times 10^6$ до $7,4 \times 10^6$ и числах Фруда по длине судна от 0,17 до 0,45.

Представление данных на $Fr_L = 0,28$ (рис. V.35 и V.36) демонстрирует характерную структуру умеренной волны и на $Fr_L = 0,45$ (рис. V.37), показана также структура крутой волны, чей передний фронт был близок к вертикальному перед погружающимися и увлекающимися пузырями. Несмотря на разные числа Фруда и форму волн, эти потоки имеют несколько общих характеристик, которые становятся более выраженными и доступными для выявления с возрастанием числа Фруда.



Фотографии структуры волн продемонстрировали образование тонкого слоя на теле вверх по течению от точки, в которой носовая волна отделяется от модели. Очень близко к носу слой был очень тонкий – не более 2мм ширины – и был почти неустановившийся, колеблющийся по подъѐму и ширине. Ширина слоя является результатом значительной завихрѐнности. В умеренном случае доминирующий источник этой завихрѐнности был расположен на свободной поверхности. В крутом случае граничный слой разделялся, охватывая поверхность модели, которая также передаѐт вихри в слой. Отрицательная завихрѐнность была захвачена потоком близко к носу жидкого слоя. Погруженный сдвиговый слой, который начинается на носке, распространяется в поток, вдоль которого появляется интерфейс между слоем жидкости и передней стороной носовой волны. С помощью расчѐта компонент ускорения, касательного к свободной поверхности, было показано, что пики завихрѐнности возле поверхности частично на носке и вершине слоя, появляющегося в

районах с высокой завихрённостью вязкой жидкости от поверхности. На конце слоя замедление превысило $-3g$, тогда как на вершине ускорение было больше $2g$.

Результаты также продемонстрировали, что завихрённость, образованная в слое жидкости, остаётся возле поверхности модели вниз по течению от носовой волны. В крутом случае эта завихрённость образуется вторичными потоками с высокими боковыми скоростями (до 20% скорости судна), чьё воздействие может быть легко почувствовано на $X/L = 0,24$

В умеренном и крутом случае образование носовой волны включает значительное продуцирование завихрённости. Подобно структуре двумерного разрушения вида расплёскивания (М.Баннер и Д.Перегрин [8]; Дж.Лин и Д.Роквелл [28], [29]; Д.Дабири и М.Гариб [11]) первичное начало завихрённости было на пяте разрушения. Однако, не подобно двумерным волнам, большая часть завихрённости остаётся близко к передней стороне волны, и только маленькая часть попадает в жидкость, чтобы образовать подводный сдвиговый слой. Дальше судовая волна имеет мощные вращающиеся в противоположных направлениях вихревые структуры, которые сконцентрированы возле гребня волны. Существование завихрённости с противоположным знаком уже наблюдалось в двумерных волнах, но не настоящей силы и площади. Завихрённость, генерируемая на гребне волны, передаётся в поток позади в виде ряда отдельных нитей, которые производят серии удлинённых «шишек» на свободной поверхности.

Простые поперечные сечения потока внутри «шишек» показали, что они состоят из пары вращающихся в противоположном направлении вихрей. Однако, некоторые «шишки» содержат простые вихри. Разрушение становится слабее, то есть здесь было много меньше вихревой диффузии на носке, с возрастанием расстояния от модели. Однако, некоторые отрицательные вихри вовлекаются даже на «хвост» носовой волны. Диффузия положительной завихрённости близко к гребню волны сохраняется через начальную волну на подобном уровне. Плечо волны, которая следует, показывает такую же тенденцию, то есть втягивает негативную завихрённость даже, когда волновой склон очень умеренный. В крутом случае носовая волна погружается и производит попутный слой пузырей.

Компонента ускорения, касательная к свободной поверхности, рассчитанная из замеров распределения скорости, показала ясно согласование между рассчитанным потоком распределения вязких вихрей от свободной поверхности и распределением высокой подповерхностной завихрённости. Вовлечение положительной завихрённости оказалось в районах с отрицательным ускорением (относительно судна), такого как гребень волны, в то время как негативная завихрённость была втянута на конец, где ускорение относительно корабельной волны положительно. В настоящем случае влияние гравитации было значительным.

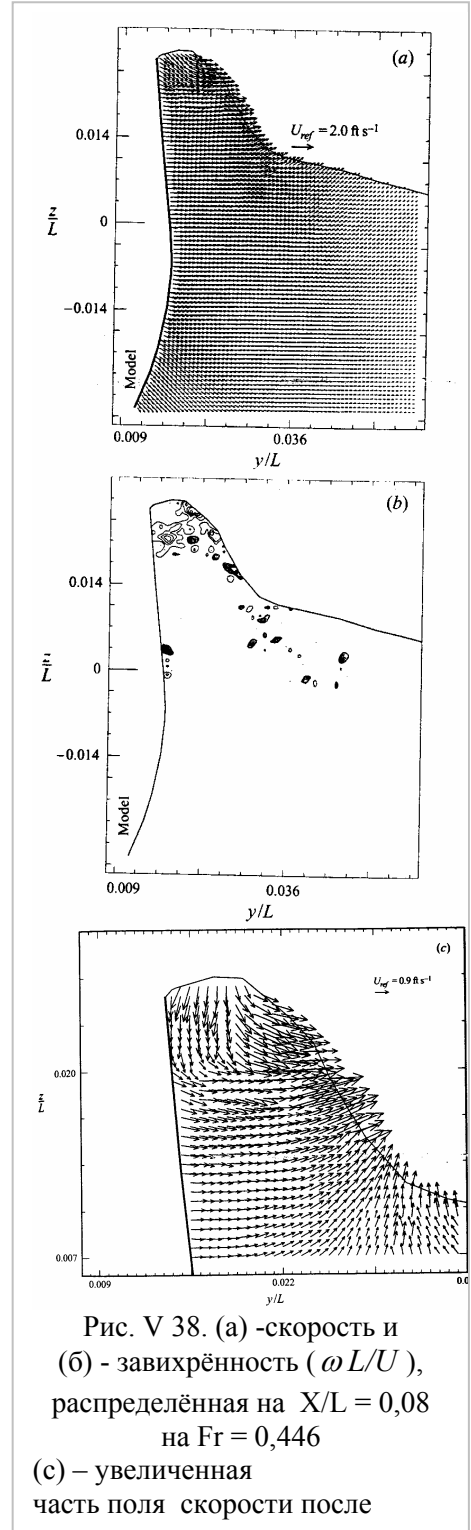


Рис. V 38. (а) - скорость и (б) - завихрённость ($\omega L/U$), распределённая на $X/L = 0,08$ на $Fr = 0,446$ (с) – увеличенная часть поля скорости после

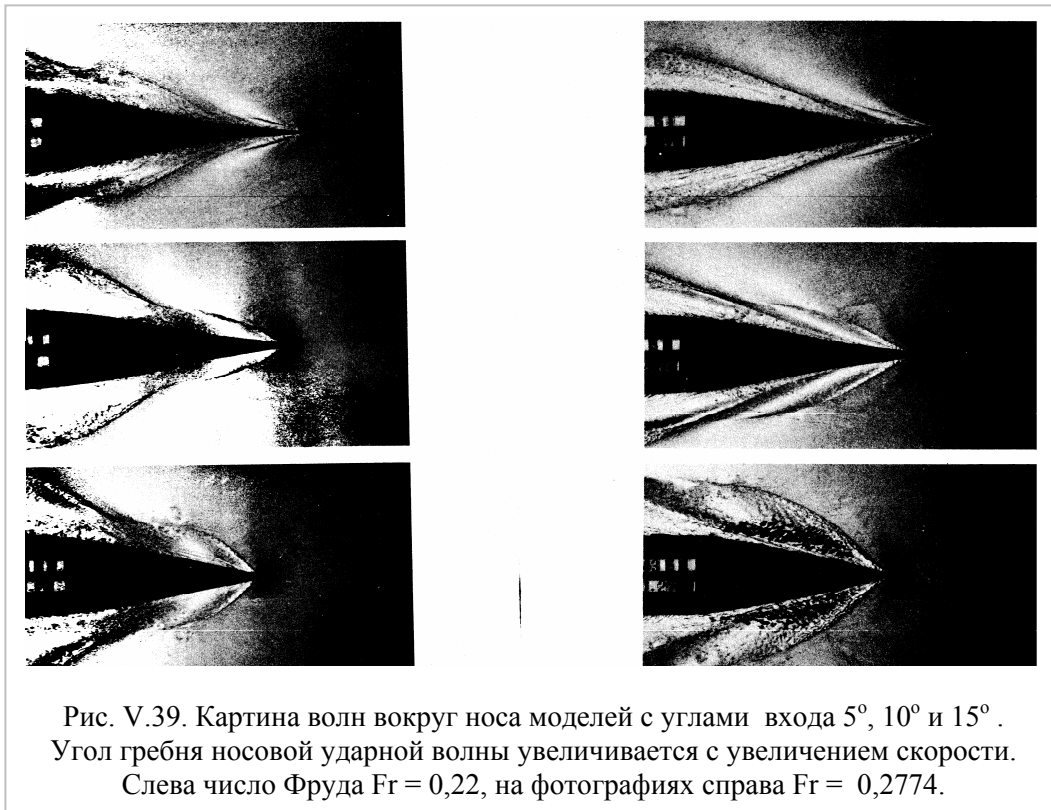


Рис. V.39. Картина волн вокруг носа моделей с углами входа 5° , 10° и 15° . Угол гребня носовой ударной волны увеличивается с увеличением скорости. Слева число Фруда $Fr = 0,22$, на фотографиях справа $Fr = 0,2774$.

Допуская компоненты ускорения, нормальные к поверхности воды, нулевыми (установившийся поток) и, используя факт, что настоящий слой света был наклонён, можно оценить все три компоненты скорости и потери энергии вдоль поверхности. Тенденция согласуется с большей частью данных Х.Мията и Т.Инуи [36]. Результаты показали, что значительная потеря энергии (примерно 30% от полного напора) оказалась на передней стороне волны, особенно возле носка. Это заключение согласуется с появлением разделения потока и увлечением завихрённости в таком же положении. Также продемонстрировано резкое изменение в направлении потока вне судна на передней стороне волны (максимальное изменение было на гребне), и поворот назад потока навстречу модели позади волны. Этот поток навстречу телу вызывает образование плеча волны.

Разработка метода расчёта остаточного сопротивления

Все приведенные выше исследования относятся к изучению свойств потока вне корпуса судна, поэтому они не приводят к методике расчёта «вихревого сопротивления» реальных судов, хотя для понимания гидродинамики потока обтекания водоизмещающего судна они представляют определённый интерес.

Е.Баба и Х.Мията для построения теории и разработки методики расчёта вязкостного и вихревого сопротивления использовали теорию гидравлического скачка на мелководье. Как Х.Новаки не принимает терминологию «удара», так ещё труднее согласиться с теорией скачка на поверхности хорошо обтекаемого корпуса судна, поэтому одним из положений при разработке методики расчёта остаточного сопротивления принято условие, что все источники сопротивления нужно искать на поверхности корпуса движущегося судна, а не в потоке окружающей жидкости.

Как уже указывалось выше, поток возле корпуса движущегося судна, связанный с вязкими свойствами жидкости, можно разделить на следующие зоны: 1) вихревую зону в окрестности носовой оконечности вместе с подпорными волнами (рис. V.39), 2) пограничный слой, прилегающий к корпусу судна, 3) попутный поток за кормой, который не нужно учитывать в расчёте сопротивления, потому что он находится вне корпуса судна.

То, что подпорные волны не расходятся, а сохраняют своё положение возле носа судна и движутся вместе с ним, а также имеют турбулентную природу в отличие от потенциальных волн кельвиновской системы, хорошо видно на фотографиях судов (рис. V.40-45).

Примеры фотографий кораблей с видимым сдвигом системы носовых волн в корму



Рис. V.40. Мега яхта английской верфи Sunseeker.

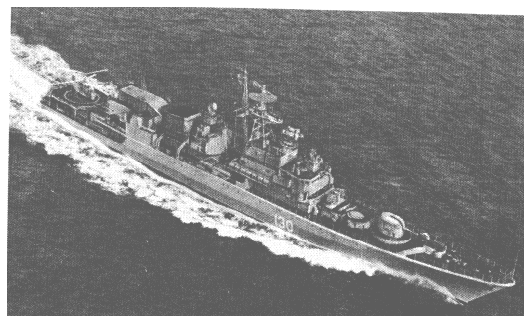


Рис. V.41. Пограничный сторожевой корабль «Менжинский»



Рис. V.42. «Адмирал Кузнецов».



Рис. V.43. Американский авианосец



Рис. V.44. Эскадренный миноносец



Рис. V.45. Крейсер проекта 1164 типа «Атлант»

Разделение полного сопротивления на составляющие

Особенность задачи о сопротивлении воды движению судна состоит в том, что решить её можно только путём разделения полного сопротивления на составляющие. Это делается разными способами и с разной целью: 1) по направлению гидродинамических сил; 2) по физическим свойствам воды, как среды, окружающей судно; 3) для физического понимания

происходящих процессов в потоке обтекания корпуса судна; 4) для расчёта сопротивления в зависимости от обводов корпуса и скорости движения; 5) для замеров составляющих сил сопротивления; 6) для сравнения расчётов с результатами эксперимента.

Всё эти методы разделения полного сопротивления на составляющие легко сводятся в таблицу, из которой видно, что для расчётов у нас есть только экстраполяторы трения и интеграл Мичелла волнового сопротивления. Численные методы CFD не рассматриваются, потому что пользователю, как правило, не известна гидродинамика, заложенная в расчётную схему.

| № | Формула | Составляющие сопротивления | Измеряемая величина | Расчётная величина |
|---|---|---|--|--|
| 1 | $R = R_p + R_\tau$ $R_p = R_v + R_w$ | R_p - сопротивление давления R_τ - сопротивление трения R_v - сопротивление формы (вихревое) R_w - волновое сопротивление | R_p - сопротивление давления R_w - волновое сопротивление из «волнового анализа» | R_τ - сопротивление трения по экстраполятору м трения |
| 2 | $R = R_w + R_S$ | R_w - волновое сопротивление (действие гравитации) R_S - вязкостное сопротивление (из-за вязкости) | R_S - вязкостное сопротивление по методу Тулина – Бетца. R_w - волновое сопротивление методом «волнового анализа» | R_w - волновое сопротивление по Мичеллу (приближённо) |
| 3 | $R = R_{mp} + R_{ост}$ | R_{mp} - сопротивление трения $R_{ост}$ - остаточное сопротивление | $R = R_{mp} + R_{ост}$ - полное сопротивление. | R_{mp} - сопротивление трения $R_{ост} = R - R_{mp}$ |

Расчётная кривая волнового сопротивления по интегралу Мичелла в его традиционном виде получается с горбами и впадинами, которых не бывает на экспериментальных кривых, поэтому нет возможности не только сравнивать разные обводы, но и оценивать сопротивление судна на заданной скорости (рис. V.46). Для расчёта волнового сопротивления нами используется интеграл Мичелла в его новой форме, в которой отделены главная не осциллирующая часть от части, ответственной за интерференцию носовой и кормовой волновых систем. Подробный вывод этой формы интеграла Мичелла изложен в работе автора [20]. Эта форма интеграла Мичелла оказалась очень информативной. Самым поразительным оказался тот факт, что в подынтегральную функцию входят производные уравнений ватерлиний на форштевне и ахтерштевне, где в реальности действительно зарождаются вершины кельвиновских систем волн.

Логика решения задачи об остаточном сопротивлении судна

Для разработки метода расчёта остаточного сопротивления используется несколько принципиальных положений.

Первое положение. Все практические инженерные решения строятся на учёте первого порядка действующих сил без рассмотрения их высших порядков, поэтому, например, построенное на линеаризации дифференциальных уравнений и граничных условий решение

Мичелла даёт главную часть волнового сопротивления и лучшее приближение к экспериментальным кривым остаточного сопротивления, чем все теории высших порядков.

Таблица V.2a. Сравнение взаимного положения главной части расчётной кривой Мичелла и экспериментальной кривой остаточного сопротивления (модели Виглея)

| № п/п | Модели Виглея и Вейнблума | Угол входа α grad | β | δ | φ | Fr = 0,2 - 0,33 |
|-------|---------------------------|--------------------------|---------|----------|-----------|-----------------|
| 1 | Wg1846a | 0.2913 | 0,666 | 0,498 | 0,747 | Rw > Rres |
| 2 | WgN43 | 0.2366 | 0,909 | 0,799 | 0,879 | Rw > Rres |
| 3 | Wg1846b | 0.2226 | 0,666 | 0,462 | 0,693 | Rw > Rres |
| 4 | Парабол. | 0.1978 | 0,556 | 0,444 | 0,667 | Rw > Rres |
| 5 | Wg1970b | 0.1978 | 0,667 | 0,467 | 0,700 | Rw > Rres |
| 6 | Wg829 | 0.158 | 0,667 | 0,427 | 0,640 | Rw ≤ Rres |
| 7 | Wg1970c | 0.1003 | 0,671 | 0,467 | 0,700 | Rw > Rres |
| 8 | Wg1805 | 0.0748 | 0,666 | 0,391 | 0,587 | Rw < Rres |

Второе положение. Сопротивление является результатом воздействия корпуса движущегося судна на воду, поэтому искать источники составляющих сопротивления нужно на поверхности корпуса, а не в потоке волн и вихрей вне корпуса судна. Доказательством этой гипотезы служит, например, работа Л.Прандтля о пограничном слое корпуса судна и сопротивлении трения.

Третье положение. Для выявления причин расхождения расчётной величины сопротивления воды движению корабля с экспериментом необходимо найти объяснения парадоксов, возникших в процессе решения этой задачи. В данной задаче определения остаточного сопротивления водоизмещающего судна нами выявлены три парадокса

Первый парадокс. При разработках методов расчёта сопротивления воды движению судна обычно рассматривается обращённое движение, то есть, судно считается зафиксированным, а жидкость рассматривается как натекающий на него с постоянной скоростью поток. При этом не учитывается парадокс Дюбуа.

Суть парадокса Дюбуа состоит в том, что сопротивление тела, движущегося с постоянной скоростью в покоящейся жидкости, больше сопротивления неподвижного тела, находящегося в потоке. Существуют разные объяснения этого парадокса, но можно рассуждать так: ко гда движется тело, а жидкость находится в покое, то нужно преодолеть инерционное состояние покоящейся жидкости, на что затрачивается дополнительная энергия. Когда жидкость движется, то, обтекая тело, её частицы только слегка отклоняются от своего пути, т.е. слегка искривляются линии тока, на что энергия почти не затрачивается.

Таким образом, в расчётах сопротивления воды движению судов при обращенном движении не учитывается энергия подпорных волн, связанных с инерцией жидкости.

Второй парадокс. Понятно, что кривая волнового сопротивления, полученная в идеальной жидкости, должна проходить ниже кривой остаточного сопротивления, полученной в вязкой жидкости, потому что двигаться в жидкости, лишённой вязкости, безусловно, легче, чем в вязкой. Тем не менее, у многих моделей с большим углом входа действующей ватерлинии кривая волнового сопротивления, полученная по интегралу Мичелла, расположена выше кривой остаточного сопротивления. Этот факт противоречит физическому смыслу и требует объяснения. Пример показан на рис. V.46.

Взаимное положение кривых волнового сопротивления и экспериментальных кривых остаточного сопротивления показано в таблицах V.2a и V.2б. В этих таблицах использованы кривые Мичелла, полученные с поправкой, учитывающей подповерхностный пограничный слой, т.е. описанный выше сдвиговой слой с градиентом скорости. Для сравнения использованы симметричные относительно миделя модели Вейнблума [49], [50] и В.Виглея

[52], [53], [54], выполненных ими в тридцатые годы двадцатого столетия. Кроме того, расчёты выполнены для моделей 60-ой серии Годда и двух моделей речных судов.

Таблица V.2б. Сравнение взаимного положения главной части расчётной кривой Мичелла и экспериментальной кривой остаточного сопротивления (модели Вейнблума)

| № п/п | Модели Виглея и Вейнблума | Угол входа α grad | β | δ | φ | Fr = 0,2 - 0,33 |
|-------|---------------------------|--------------------------|---------|----------|-----------|-----------------|
| 9 | Wb1113 | 0.257 | 0,839 | 0,578 | 0,689 | Rw > Rres |
| 10 | Wb1100 | 0.2366 | 0,839 | 0,579 | 0,690 | Rw > Rres |
| 11 | Wb1097 | 0.2366 | 0,75 | 0,5425 | 0,723 | Rw > Rres |
| 12 | Wb1136 | 0.2366 | 0,929 | 0,619 | 0,666 | Rw > Rres |
| 13 | Wb1110 | 0.2366 | 0,839 | 0,5506 | 0,656 | Rw = Rres |
| 14 | Wb1098 | 0.1375 | 0,75 | 0,5196 | 0,692 | Rw > Rres |
| 15 | Wb1114 | 0.1361 | 0,839 | 0,55 | 0,656 | Rw = Rres |
| 16 | Wb1111 | 0.1075 | 0,839 | 0,542 | 0,647 | Rw < Rres |

В правом крайнем столбце таблиц V.2a и V.2б показано взаимное положение кривой Мичелла R_w и экспериментальной кривой остаточного сопротивления R_{res} в диапазоне $0.15 < Fr < 0.3$. Модели в таблицах V.2a и V.2б расположены по порядку убывания углов входа α (третий столбец таблицы). Из таблиц видно, что кроме угла входа действующей ватерлинии, на взаимное положение расчётной и экспериментальной кривой влияет коэффициент продольной полноты φ . Это показано выделением тех значений φ , которые

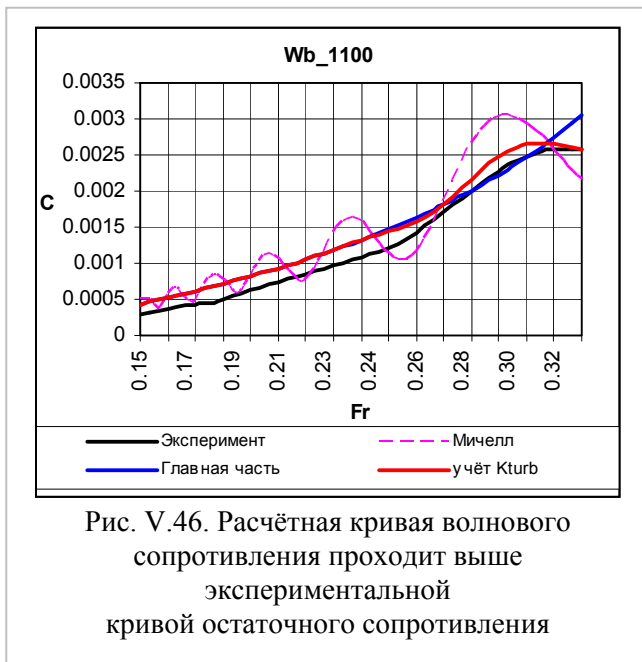


Рис. V.46. Расчётная кривая волнового сопротивления проходит выше экспериментальной кривой остаточного сопротивления

объясняют нарушение порядка во взаимном положении кривых. Например, у модели Вейнблума 1110 угол входа такой же, как у соседних, однако расчётная кривая Мичелла проходит, в отличие от других, ниже кривой остаточного сопротивления. Это можно объяснить только тем, что у неё коэффициент φ меньше, чем у других моделей с таким же углом входа. То же происходит с моделью Виглея 829.

Если рассматривать остаточное сопротивление как сумму волнового и вихревого сопротивления (как это делается обычно), то случаи, когда расчётная кривая волнового сопротивления проходит выше экспериментальной кривой остаточного сопротивления, являются *парадоксальными* и требуют специального исследования.

Третий парадокс. В предыдущем пункте V.2 этой главы описаны два эксперимента: Г.Вейнблума, Дж.Кендрика и М.Тодда [50] и эксперимент С.Шарма [43], в котором расчётная кривая Мичелла совпадает с кривой остаточного сопротивления (рис. V.18)., и эксперимент с тандемом стоек, в котором, несмотря на отсутствие между ними корпуса судна с его пограничным слоем, кривая сопротивления оказалась без горбов и впадин, как у реальных судов (рис. V.20).

Возникает вопрос: «Почему у моделей с развитым пограничным слоем в эксперименте Вейнблума и др. жидкость ведёт себя как идеальная, а у тандема двух тонких стоек

авиационного профиля при отсутствии между ними корпуса судна с пограничным слоем, существует явное влияние вязкости?».

Для объяснения этого парадокса была выдвинута гипотеза о том, что основную роль в сопротивлении движущегося по поверхности жидкости тела играет импульсное давление в носу судна, а не вихри в спутной струе.. Существование импульсного давления («удара») в носу позволило объяснить парадоксальные результаты этих двух экспериментов.

Влияние сдвига носовой системы волн на расчётное волновое сопротивление.

На роль сдвигового слоя под свободной поверхностью указано во многих работах. Например, в статье Т.Инуи [24] изучается влияние сдвигового потока под свободной поверхностью на зависимость ожерелья вихрей от параметров формы носа (осадки, угла входа и выдвинутого бульба). Для учёта этого влияния в своё время был получен экспоненциальный множитель [20], который приводит кривую Мичелла к виду, достаточно близкому к виду кривой остаточного сопротивления (рис. V.46). Введение в расчёт интеграла Мичелла поправки, учитывающей влияние подповерхностного сдвигового слоя $k_{турб}$, полного совпадения расчётной кривой с кривой остаточного сопротивления обычно не даёт, поэтому нужно найти ещё другие причины несовпадения расчёта с экспериментом в работе.

Но сейчас рассматривается другой сдвиг – это сдвиг подпорными волнами вершины носовой кельвиновской системы волн вдоль действующей ватерлинии корпуса в направлении миделя. Как указывалось выше, турбулизированные подпорные волны и потенциальные кельвиновские волны не могут существовать в одном пространстве, поэтому подпорные волны сдвигают вершину носовой кельвиновской системы волн в корму. Этот сдвиг следует учесть в расчёте сопротивления.

Учёт сдвига кельвиновской системы волн в расчёте сопротивления. Для учёта указанного сдвига волн используется то обстоятельство, что в новую форму интеграла Мичелла. входят производные ватерлиний на форштевне и ахтерштевне (V. 82). Первая производная равна тангенсу угла входа ватерлинии. Так как вершина носовой системы волн сдвигается в корму, эти производные нужно брать в тех точках, в которые сдвинулась эта вершина. Причём (рис. V.47а) при выпуклых ватерлиниях сдвиг приводит к уменьшению расчётного угла входа ($\beta < \alpha$) и тогда, если принять угол β вместо угла на форштевне α , расчётная кривая Мичелла опустится до положения кривой остаточного сопротивления. В случае вогнутой ватерлинии при сдвиге вершины волн угол наоборот увеличится ($\beta > \alpha$). Это хорошо видно на рис. V.47б. При очень малых углах входа ватерлиния возле форштевня вогнутая, и кривая Мичелла обычно проходит ниже кривой остаточного сопротивления. Зависимость сложнее при наличии перегиба на пути смещения вершины. Если действующая ватерлиния имеет перегиб, то, несмотря на малый угол входа главной ватерлинии, расчётная кривая Мичелла может проходить выше экспериментальной кривой остаточного сопротивления. Это объясняется существованием скуловой части корпуса.

Для расчёта остаточного сопротивления в интеграл Мичелла [20] вводятся две поправки: одна, как указано выше, учитывает подповерхностный пограничный слой $k_{турб}$, а вторая поправка k_{sd} учитывает сдвиг вершины носовой кельвиновской системы волн вдоль борта

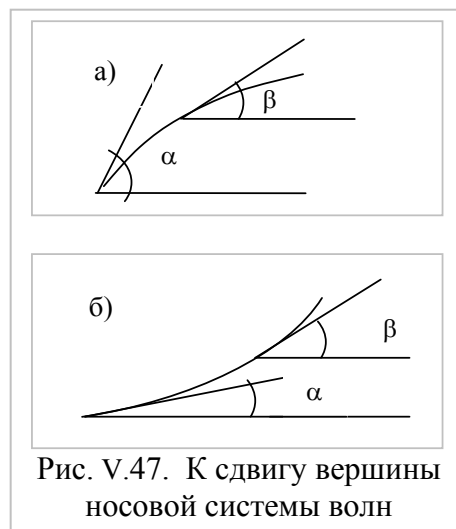


Рис. V.47. К сдвигу вершины носовой системы волн

по действующей ватерлинии в направлении миделя.. Таким образом, расчётная форма интеграла Мичелла с двумя поправками имеет вид:

$$R_w = \frac{4\rho g^2}{\pi v^2} \left(\frac{B}{2}\right)^2 \cdot T^2 [I_1^2 + (k_{\text{выпб}} \cdot I_2)^2], \quad (\text{V. 82})$$

где

$$I_1 = \int_0^{\pi/2} J_4^2(p) \cdot F_1(k) \frac{d\theta}{\cos^3 \theta}$$

$$I_2 = 2 \int_0^{\pi/2} J_4^2(p) [F_2(k) \cos 2k + F_3(k) \sin 2k] \frac{d\theta}{\cos^3 \theta}$$

где

$$F_1(1) = k^{-2} [G_{bo}^2 + k^{-2} G_{b1}^2 + G_{so}^2 + k^{-2} G_{s1}^2];$$

$$F_2(1) = k^{-2} [G_{bo} G_{so} + k^{-2} G_{b1} G_{s1}];$$

$$F_3(1) = k^{-3} [G_{bo} G_{s1} - k^{-2} G_{b1} G_{so}];$$

где $p = \frac{g}{v^2 \cos^2 \theta}$, $k = \frac{g}{v^2 \cos \theta}$. Здесь θ - угол интегрирования. Индексы bo и $b1$ относятся к носовой части, а индексы so и $s1$ относятся к кормовой части корпуса. При этом

$$G_{b1} = g'(1) - g'''(1)k^{-2} + g^V(1)k^{-4} - \dots (-1)^{r+1} g^{(2r-1)}(1)k^{-(2r-2)},$$

$$G_{bo} = g(1) \cdot k_{sd} - g''(1)k^{-2} + g^{IV}(1)k^{-4} \dots \begin{cases} (-1)^r g^{(2r-2)}(1)k^{-2r}, & \text{если } m = 2r + 1, \\ (-1)^{r-1} g^{(2r)}(1)k^{-(2r-2)}, & \text{если } m = 2r, \end{cases} \quad (\text{V.83})$$

$$G_{s1} = g'(-1) - g'''(-1)k^{-2} + g^V(-1)k^{-4} - \dots (-1)^{r+1} g^{(2r-1)}(-1)k^{-(2r-2)},$$

$$G_{so} = g(-1) \cdot k_{sd} - g''(-1)k^{-2} + g^{IV}(-1)k^{-4} \dots \begin{cases} (-1)^r g^{(2r-2)}(-1)k^{-2r}, & \text{если } m = 2r + 1, \\ (-1)^{r-1} g^{(2r)}(-1)k^{-(2r-2)}, & \text{если } m = 2r, \end{cases}$$

где $g(x) = f'_x(x, z)$. На форштевне $g(1) = f'_x(1, 0)$. Все производные, входящие в формулу (V.83), берутся в интеграле Мичелла на форштевне и ахтерштевне в точках $x=1$ и $x=-1$. Сдвиг учтён в расчёте интеграла Мичелла следующим образом: поправка k_{sd} вводится в виде множителя к функциям $g(1)$ и $g(-1)$, которые являются тангенсами угла входа действующей ватерлинии (это функции G_{bo} и G_{so} в формуле (V.83)). Эта поправка сдвига имеет вид

$$k_{sd} = k_1 \pm k_2 \cdot (Fr - Fr_o). \quad (\text{V.84})$$

Замечание. Практически эта одна поправка должна косвенным образом учитывать изменение угла в оконечностях нижних ватерлиний тоже.

Надо сказать, что при первых же расчётах по приведенным формулам совпадение расчётных кривых с экспериментальными у одной модели за другой казалось поразительным, потому что, несмотря на уверенность в правильности понимания гидродинамики, о таком точном совпадении расчётных кривых остаточного сопротивления с экспериментальными даже не мечталось, уж слишком много лет поиски методов расчёта сопротивления судов шли не в том направлении, и расчётные кривые никогда не совпадали с экспериментальными.

Следует заметить, что коэффициенты k_1 и k_2 определялись путём подбора, и требуются дополнительные исследования, чтобы получить эмпирические формулы этих коэффициентов в зависимости от всех параметров формы (для разных типов судов).

Вывод формулы поправки подповерхностного пограничного слоя $k_{турб}$

Для того, чтобы получить коэффициент, учитывающий вязкость подповерхностного пограничного слоя, использована формула Л.Н.Сретенского для расчёта высоты волны в задаче Коши-Пуассона для вязкой жидкости [3] в виде:

$$\eta = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{g}{\pi}} \frac{St}{x^{3/2}} \exp\left(-\nu g t / g^3\right) \cos\left(\frac{g t^2}{4x} - \frac{\pi}{4}\right). \quad (V.85)$$

Если предположить, что время t равно времени, за которое носовые волны достигают точки волнообразования в корме, то при подстановке t в формулу Л.Н.Сретенского поправка получается в виде:

$$\exp\left(-\nu / L^{3/2} / g^{1/2} / Fn^5\right).$$

Так как коэффициент молекулярной вязкости ν практически не влияет на высоту волны, то необходимо заменить его на коэффициент турбулентной вязкости $\nu_{турб}$. При этом возникает вопрос о возможности простой замены коэффициента молекулярной вязкости на коэффициент турбулентной вязкости. Так как подобная замена сделана в задаче диффузии Н.Е.Кочиным [2], то мы посчитали возможным сделать такую же замену в данном случае.

Следующей возникает проблема точного определения коэффициента турбулентной вязкости $\nu_{турб}$. В нашем случае этот коэффициент $k_{турб}$ имеет форму

$$k_{турб} = \exp(-\nu_{турб} / L^{3/2} / g^{1/2} / Fn^5), \quad (V.86)$$

где $\nu_{турб}$ - коэффициент турбулентной вязкости [1].

Замечание. Коэффициент $k_{турб}$ зависит от размера модели, потому что в него входит длина модели или судна L . Все модели, для которых выполнялись наши расчёты, имели длину примерно 4,5 м. и для них $\nu_{турб} = 0,08$. Если бы расчёт выполнялся для модели длиной 16м, то $\nu_{турб}$ пришлось бы принимать $\nu_{турб} \approx 0,8$. Но так как определяется коэффициент остаточного сопротивления, то можно выбрать масштаб расчётной модели таким образом, чтобы её длина была равна 4,5м, и взять $\nu_{турб} = 0,08$. Если ватерлинии носовой оконечности имеют очень малый угол входа, то турбулизация подповерхностного пограничного слоя

Таблица V.3а. Производные уравнений поверхности корпуса моделей Виглея

| Номер модели | $k_{sd} = k_1 \pm k_2 \cdot (Fr - Fr_o)$ | $f(I)$ | $f'(I)$ | $f''(I)$ | $f'''(I)$ | $f^{IV}(I)$ | $f^{V}(I)$ | $f^{VI}(I)$ | a° |
|--------------|--|--------|---------|----------|-----------|-------------|------------|-------------|-----------|
| Wg1805b | $k_{sd} = -0.0 - 4.0 \cdot (Fr - 0.05)$ | 0.00 | 0.08 | 2.40 | 2.40 | 0 | 0 | 0 | 0°00' |
| Wg1805a | $k_{sd} = 1.0 + 2.8 \cdot (Fr - 0.15)$ | -0.08 | 0.40 | 14.40 | 1.44 | 0 | 0 | 0 | 4°17' |
| Wg1970c | $k_{sd} = 1.2 - 5.0 \cdot (Fr - 0.16)$ | -0.10 | 1.35 | 10.65 | 42.13 | 94.50 | 94.50 | 94.50 | 5°45' |
| Wg829 | $k_{sd} = 1.08 + 0.3 \cdot (Fr - 0.15)$ | -0.16 | 0.00 | 0.48 | 0.48 | 0 | 0 | 0 | 8°00' |
| Wg1970b | $k_{sd} = 0.8 + 1.35 \cdot (Fr - 0.15)$ | -0.20 | 0.15 | 3.15 | 13.65 | 31.65 | 31.65 | 31.65 | 11°20' |
| Параб. | $k_{sd} = 0.8 + 0.50 \cdot (Fr - 0.15)$ | -0.20 | -0.20 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 11°20' |
| Wg1846b | $k_{sd} = 0.7 + 2.0 \cdot (Fr - 0.16)$ | -0.24 | -0.40 | -0.48 | -0.48 | 0 | 0 | 0 | 12°42' |
| Wg1846a | $k_{sd} = 0.45 + 4.1 \cdot (Fr - 0.15)$ | -0.32 | -0.08 | -1.44 | -1.44 | 0 | 0 | 0 | 16°41' |

мала, и коэффициент $\nu_{турб}$ можно принимать меньше 0,08. Например, у модели Вейнблума 1111 этот коэффициент оказался равным $\nu_{турб} = 0,05$, а не 0,08, как у остальных.

В своё время В.Виглей заметил, что вязкость влияет только на взаимодействие систем корабельных волн и не влияет на главную его часть, и происходит это влияние по экспоненциальному закону [16]. Проверка этого влияния описана нами в работе [20]. Так происходит, потому что искривление свободной поверхности при волновом движении

создаёт градиент скорости, т.е. образуется сдвиговый (пограничный) слой, который гасит энергию волн и не позволяет достичь тех размеров горбов и впадин, которые получаются при допущении идеальной жидкости, что видно на рис. V.46 (красная кривая). На главную часть интеграла Мичелла подповерхностный пограничный слой не влияет, потому что взаимодействие волн происходит вне корпуса судна.

Подобный расчёт волнового сопротивления с учётом влияния вязкости выполнял К.Мори [37]. Он писал, что «полученная кривая волнового сопротивления имеет тенденцию к уменьшению горбов и впадин, однако, это уменьшение недостаточно, по сравнению с результатами буксировочных испытаний или волнового анализа. Присутствие упомянутого

Таблица V.3б. Производные уравнений поверхности корпуса моделей Вейнблума

| Номер модели | $k_{sd} = k_1 \pm k_2 \cdot (Fr - Fr_o)$ | $f'(1)$ | $f''(1)$ | $f'''(1)$ | $f^{IV}(1)$ | $f^V(1)$ | $f^{VI}(1)$ | α^o |
|--------------|--|---------|----------|-----------|-------------|----------|-------------|------------|
| Wb1111 | $k_{sd} = 2.3 - 13.0 \cdot (Fr - 0.15)$ | -0.11 | 1.43 | 11.6 | 46.6 | 105.1 | 105.12 | 6°10' |
| Wb1114 | $k_{sd} = 1.0 + 0.001 \cdot (Fr - 0.15)$ | -0.14 | 0.36 | 2.2 | -0.97 | -55.6 | -286.1 | 7°48' |
| Wb1098 | $k_{sd} = 0.67 + 1.0 \cdot (Fr - 0.16)$ | -0.14 | 0.6 | 5.1 | 18.0 | 34.8 | 28.80 | 7°56' |
| Wb1136 | $k_{sd} = 0.8 + 0.65 \cdot (Fr - 0.15)$ | -0.24 | -0.08 | 2.4 | 12.0 | 28.8 | 28.80 | 13°31' |
| Wb1100 | $k_{sd} = 0.8 + 0.8 \cdot (Fr - 0.15)$ | -0.24 | -0.08 | 2.4 | 12.0 | 28.8 | 28.80 | 13°31' |
| Wb1110 | $k_{sd} = 1.0 + 0.01 \cdot (Fr - 0.15)$ | -0.24 | -0.08 | 2.4 | 12.0 | 28.8 | 28.80 | 13°31' |
| Wb1097 | $k_{sd} = 0.8 + 0.3 \cdot (Fr - 0.15)$ | -0.24 | -0.08 | 2.4 | 12.0 | 28.8 | 28.60 | 13°31' |
| Wb1113 | $k_{sd} = 0.82 + 0.1 \cdot (Fr - 0.15)$ | -0.24 | 0.31 | 5.9 | 27.4 | 64.4 | 64.44 | 14°39' |

выше пограничного слоя уменьшает горбы и впадины и при введении в расчёт даёт лучшее приближение». Дальше этого анализа К.Мори не пошёл.

Эмпирическая поправка $k_{\text{мпрб}}$ учитывает все явления, связанные с вязкими свойствами, происходящими на свободной поверхности, т.е. учитывает даже влияние разрушения волн, если оно происходит.

Поправка сдвига $k_{sd} = k_1 \pm k_2 \cdot (Fr - Fr_o)$

Значения коэффициента k_{sd} , полученные в результате подбора для разных моделей, приведены в таблицах V.3a и V.3b.

Поправка сдвига k_{sd} вводится для учёта влияния *подпорных носовых волн* на сдвиг вершины носовой кельвиновской волновой системы.. Поправка сдвига содержит два коэффициента k_1 и k_2 .

К сожалению, по взятой для анализа серии моделей, сказать заранее, чему равен коэффициент k_1 в поправке сдвига в общем случае, невозможно. Не проще ситуация с коэффициентом k_2 , отражающий зависимость остаточного сопротивления от скорости движения. Коэффициент k_2 учитывает относительную скорость движения судна, а следовательно, зависит от параметров формы корпуса судна, как и структура потока вокруг него.

Первый коэффициент k_1 в поправке сдвига $k_{sd} = k_1 \pm k_2 \cdot (Fr - Fr_o)$

Коэффициент k_1 учитывает разницу между углом α наклона касательной к действующей ватерлинии на форштевне и углом β в месте истинного положения вершины носовой кельвиновской системы волн во время движения судна. (рис. V.47.). При этом коэффициент k_1 зависит не только от угла входа действующей ватерлинии, но и от других параметров формы носовой оконечности судна, но все они влияют значительно меньше, чем угол входа ватерлинии.

На рис. V.48 и V.49 показаны главные ватерлинии выбранных для анализа моделей В.Виглея и Г.Вейнблума. Легко видеть, что В.Виглей и Г.Вейнблум составили свои серии, последовательно меняя форму оконечностей моделей от вогнутой до выпуклой. Из таблиц V.3a и V.3б видно, что формы действующих ватерлиний очень сильно отличаются друг от друга даже тогда, когда на форштевне они имеют близкие значения производных.

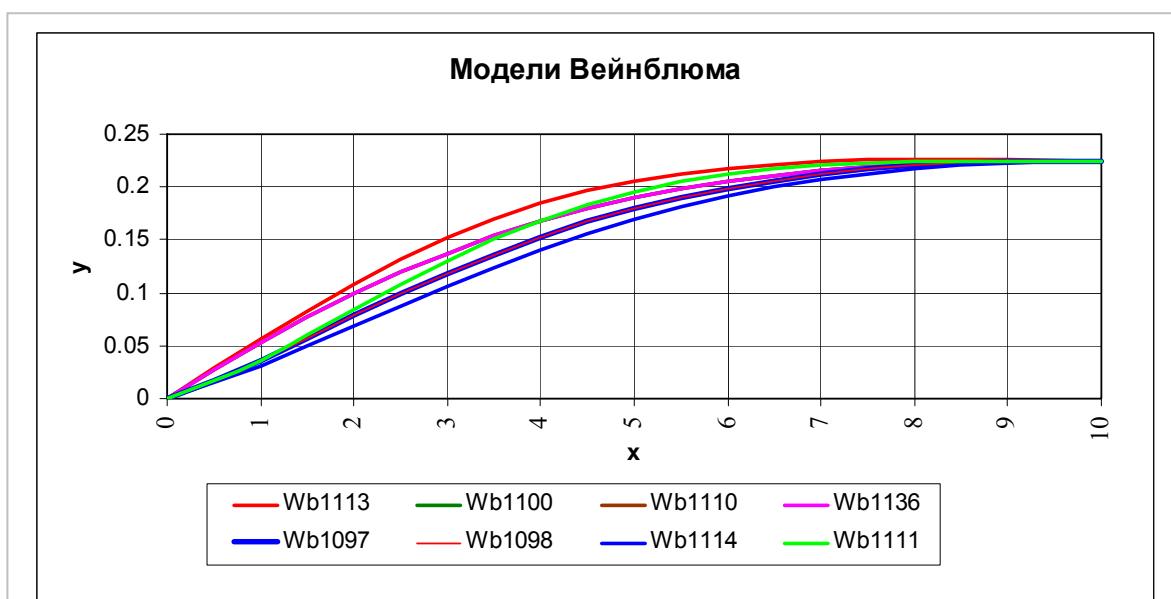


Рис. V.48. Действующие ватерлинии исследуемых моделей Вейнблума

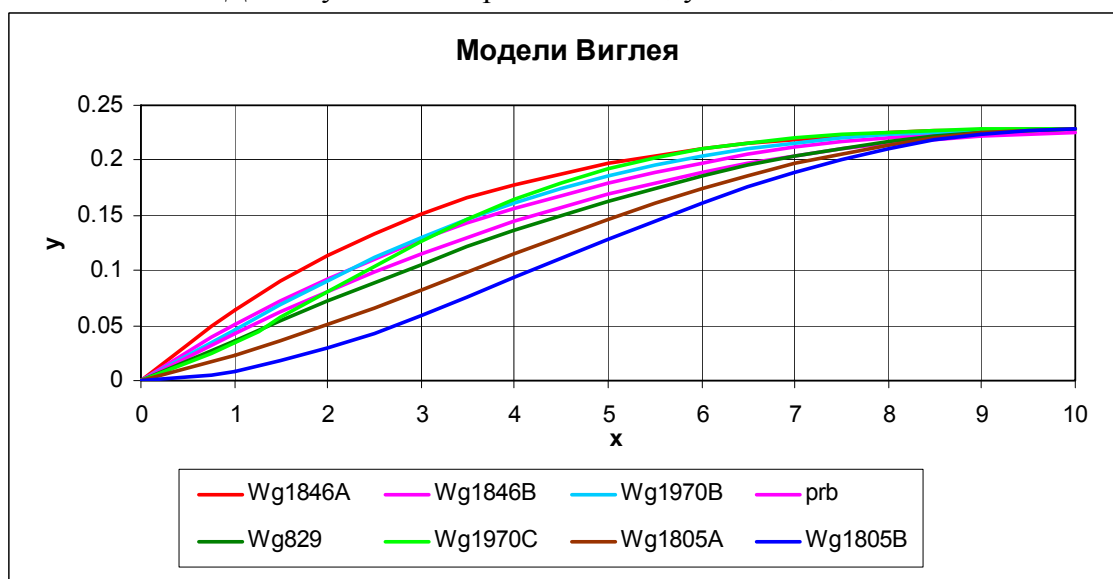


Рис. V.49. Действующие ватерлинии исследуемых моделей Виглея

Модели Виглея и Вейнблума, несмотря на примерно равные длину и ширину, отличаются по осадке: у моделей Виглея осадка равна 0,3 м, а у моделей Вейнблума - 0,18 м. На рис. V.50, V.51 и V.52 показана зависимость k_1 от угла входа (практически от первой производной уравнения главной ватерлинии на форштевне), а также от выпуклости и вогнутости (от второй производной) и от наличия перегиба (от третьей производной). Следует отметить, что значения коэффициента k_1 меняются в широких пределах $0,45 \div 2,3$.

Таблицы V.3a и V.3б составлены так, чтобы проследить соотношения между поправкой сдвига k_{sd} и производными действующей ватерлинии. Из этих таблиц видно, что получить зависимость коэффициентов k_1 и k_2 от производных главной ватерлинии очень трудно.

Например, коэффициент $k_1 = 1$ у моделей Wb1110, Wb1114 и Wg829, хотя ватерлинии этих моделей имеют разную форму, что можно видеть на рис. V.48. С другой стороны, тот факт, что у разных моделей коэффициент один и тот же, позволяет смелее выбирать $k_1 = 1$ для поправки сдвига. У моделей с малыми углами входа ещё сложнее предугадать величину сдвига. Например, у модели Wg1970с расчётная кривая Мичелла проходит выше кривой остаточного сопротивления, хотя у неё очень малый угол входа всего $5^{\circ}45'$. Но если посмотреть на рис. V.48 и V.49, то видно, что главная ватерлиния этой модели имеет большой перегиб, а это значит, что скула влияет на волновую картину не меньше, чем форштевень..

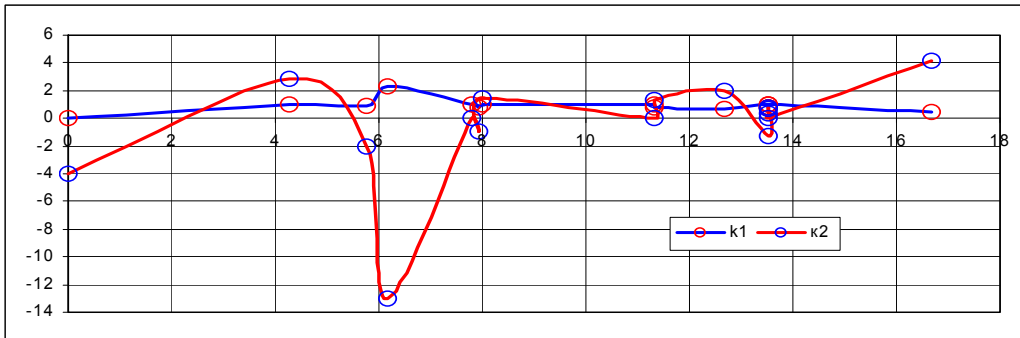


Рис. V.50. Зависимость k_1, k_2 от угла входа ватерлинии (от первой производной)

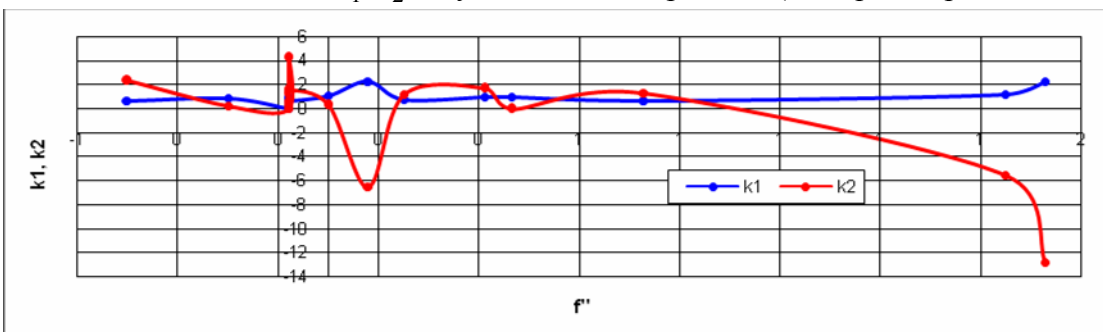


Рис. V.51. Зависимость коэффициентов k_1 и k_2 от значения второй производной f'' ватерлинии на форштевне

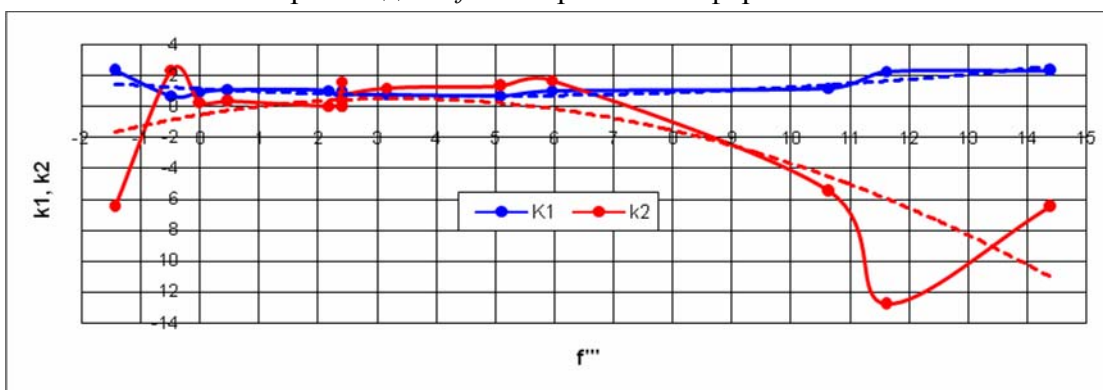


Рис. V.52. Зависимость коэффициентов k_1 и k_2 от значения третьей производной f''' ватерлинии на форштевне

Одну и ту же поправку сдвига $k_{sd} = k_1 \pm k_2 \cdot (Fr - Fr_o)$ можно получить при разных значениях коэффициентов k_1 и k_2 . Для упрощения анализа коэффициенты k_1 и k_2 были подобраны так, чтобы коэффициент k_1 принимал значение, равное единице, где это

возможно, а где невозможно, был равен примерно 0,8. Интересно, что коэффициент $k_1 = 1$ получается при большом разбросе углов входа действующей ватерлинии. Например, у модели Wg1805 первая производная действующей ватерлинии равна $f'(1) = -0,08$, у модели Wb1114 $f'(1) = -0,14$ и у модели Wb1110 $f'(1) = -0,24$.

Была сделана попытка получить зависимость k_1 от каждой производной графически, но получился большой разброс значений, особенно на малых углах входа. Единственный вывод, который можно сделать, заключается в том, что чем меньше кривизна носовой оконечности, тем ближе коэффициент k_1 к единице. Самые большие по модулю значения коэффициентов $k_1 = 2.3$ и $k_2 = -13$ получаются у модели Wb1111 при угле входа ватерлинии $6^{\circ}10'$, потому что реальный угол входа из-за перегиба получается значительно больше. Это можно также проследить по значениям третьей производной, которые становятся на порядок больше у этой модели по сравнению с другими моделями. К сожалению, нет прямой зависимости между величиной сдвига и третьей производной $f'''(1)$, хотя совершенно очевидно, что влиянием этой производной невозможно пренебречь. Дело в том, что сдвиг зависит не только от формы действующей ватерлинии, но и от формы подводной части и от осадки.

Второй коэффициент k_2 в поправке сдвига $k_{sd} = k_1 \pm k_2 \cdot (Fr - Fr_o)$.

| Таблица V.4a. Данные по моделям Виглея и Вейнблума | | | | | | | | |
|---|---------------------------|-----------------|---------|----------|-----------|-------|--------|------------|
| Модели Виглея: $L = 4,876\text{ м}$, $B = 0,457\text{ м}$, $T = 0,3048\text{ м}$, $L/B = 10,67$, $B/T = 1,5$, модели Вейнблума: $L = 4,5\text{ м}$, $B = 0,45\text{ м}$, $T = 0,18\text{ м}$, $L/B = 10$, $B/T = 2,5$ | | | | | | | | |
| № п/п | модели Виглея и Вейнблума | Угол входа в.л. | β | δ | φ | k_1 | k_2 | v_{turb} |
| 1 | Wg1805b | 0°00' | 0,666 | 0,355 | 0,533 | 0.0 | -4.0 | 0.08 |
| 2 | Wg1805a | 4°17' | 0,666 | 0,391 | 0,587 | 1.0 | 2.8 | 0.05 |
| 3 | Wg1970c | 5°45' | 0,671 | 0,467 | 0,700 | 1.2 | -5.0 | 0.08 |
| 4 | Wb1111 | 6°10' | 0,839 | 0,542 | 0,647 | 2.30 | -13.0 | 0.05 |
| 5 | Wb1114 | 7°48' | 0,839 | 0,550 | 0,6565 | 1.0 | -0.001 | 0.08 |
| 6 | Wb1098 | 7°56' | 0,75 | 0,519 | 0,693 | 0.67 | 0.1 | 0.08 |
| 7 | Wg829 | 8°00' | 0,656 | 0,427 | 0,640 | 1.08 | 0.3 | 0.08 |
| 8 | Wg1970b | 11°20' | 0,671 | 0,467 | 0,700 | 0.8 | 1.35 | 0.08 |
| 9 | Parabolic | 11°20' | 0,666 | 0,444 | 0,667 | 0.8 | 0,5 | 0.08 |
| 15 | Wg1846b | 12°42' | 0,666 | 0,355 | 0,693 | 0.7 | 2,0 | 0.08 |
| 11 | Wb1100 | 13°31' | 0,839 | 0,579 | 0,69 | 0.8 | 0.8 | 0.08 |
| 12 | Wb1110 | 13°31' | 0,839 | 0,550 | 0,656 | 1,0 | 0.01 | 0.08 |
| 13 | Wb1097 | 13°31' | 0,75 | 0,519 | 0,693 | 0.8 | 0.3 | 0.08 |
| 14 | Wb1136 | 13°31' | 0,929 | 0,619 | 0,666 | 0.8 | 0.65 | 0.08 |
| 10 | Wb1113 | 14°39' | 0,839 | 0,578 | 0,69 | 0.82 | 0.1 | 0.08 |
| 16 | Wg1846a | 17°41' | 0,666 | 0,391 | 0,587 | 0.45 | 4.1 | 0.08 |

Из формулы $k_{sd} = k_1 \pm k_2 \cdot (Fr - Fr_o)$ видно, что коэффициент k_{sd} линейно зависит от числа Фруда. Эту зависимость отражает коэффициент k_2 , который принимает разные значения в зависимости от кривизны поверхности модели и очень сильно меняется при наличии перегиба ватерлиний (перегиб учитывается третьей производной f'''). Коэффициент k_2 должен учитывать влияние не только формы действующей ватерлинии на сдвиг вершины кельвиновской носовой системы волн, но и всей подводной части корпуса, в процессе движения судна.

Коэффициент k_2 значительно сложнее, чем коэффициенты $k_{турб}$ и k_1 . Это видно из графиков зависимости коэффициентов k_1 и k_2 от первой, второй и третьей производных

действующей ватерлинии (V.50, V.51, V.52). Разброс значений коэффициента k_2 с увеличением производных действующей ватерлинии значительно больше разброса значений коэффициента k_1 . Если посмотреть таблицы V.3a и V.3б, то ясно, что при больших значениях третьей производной f''' коэффициент k_2 принимает очень большие значения.

Практический совет к выбору коэффициента k_2 . В данном исследовании коэффициент сдвига выбирался просто подгонкой под экспериментальную кривую остаточного сопротивления. Но если расчёт выполняется без экспериментальной кривой, то отличие от неё расчётной кривой при выборе некоторого коэффициента сдвига неизвестно.

Судя по выполненным расчётам с моделями В.Виглея и Г.Вейнблума, форма расчётной кривой Мичелла с учётом коэффициента $k_{\text{мырб}}$ принимает форму кривой остаточного сопротивления. Это действительно для большинства форм корпуса водоизмещающих судов, поэтому подбирать коэффициент k_2 нужно, ориентируясь на направление главной части интеграла Мичелла или кривой Мичелла с поправкой $k_{\text{мырб}}$. Только нужно учитывать, что диапазон чисел Фруда, на которых главная часть интеграла Мичелла проходит близко к экспериментальной кривой остаточного сопротивления, ограничен числами $0,3 \div 0,32$, а дальше она резко растёт. Зато при числах Фруда больше 0,4 интеграл Мичелла даже без поправок проходит близко к кривой остаточного сопротивления.

Если учесть, что экспериментальные кривые остаточного сопротивления обычно получаются с точностью в несколько процентов, то ошибка полученной таким способом расчётной кривой может считаться допустимой для её практического использования в первом приближении. Это хорошо видно в таблице V.5.

Для дальнейшего анализа коэффициента сдвига $k_{sd} = k_1 \pm k_2 \cdot (Fr - Fr_o)$ было интересно разделить модели на группы не только по углу входа действующей ватерлинии, но и в зависимости от формы ватерлинии. Исследуемые модели разделились на три группы: 1) с выпуклыми ватерлиниями модели Wb1100 ($k_1 = 0,8$), Wb1110 ($k_1 = 1,0$), Wb1113 ($k_1 = 0,82$), Wb1136 ($k_1 = 0,8$), Wg1970b ($k_1 = 0,8$), Wg1846a, ($k_1 = 0,45$) и Wg1846б ($k_1 = 0,7$) и у параболической моделей ($k_1 = 0,91$), 2) с почти прямыми ватерлиниями модели Wg1970с ($k_1 = 1,0$), Wg829 ($k_1 = 1,0$) и Wb_1098 ($k_1 = 0,67$), и 3) с вогнутыми ватерлиниями и с перегибом у моделей Wg1805a ($k_1 = 1,0$), Wg1805б ($k_1 = 0,0$), Wb1111 ($k_1 = 2,3$), Wb1114 ($k_1 = 1,0$).

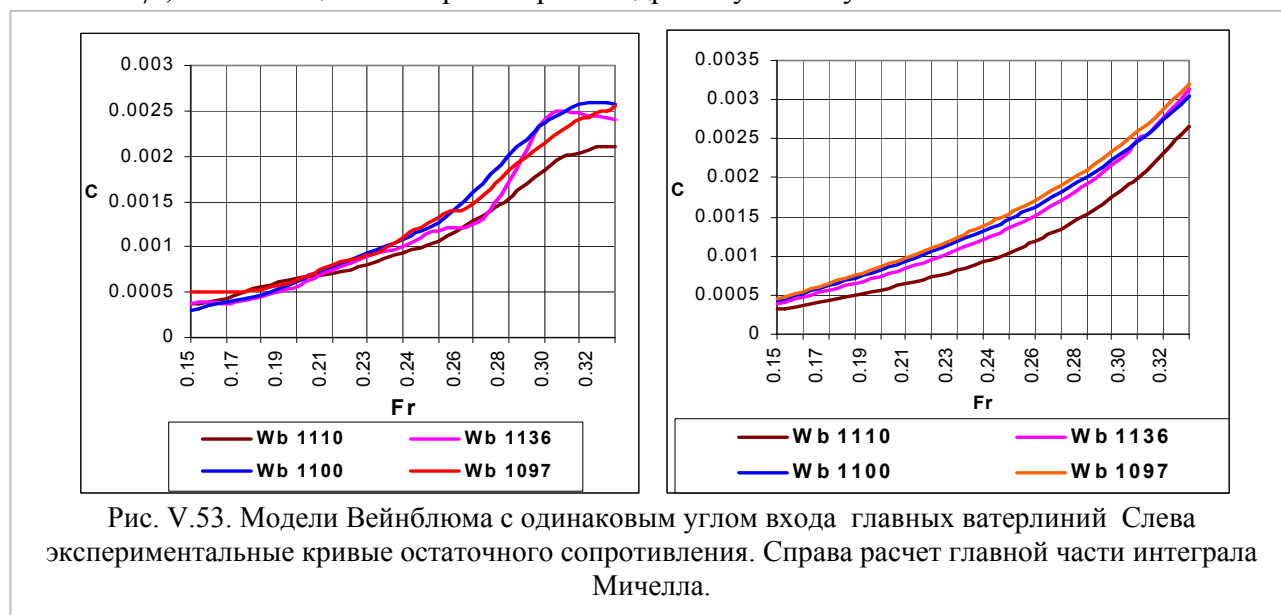
Получилось, что у моделей с выпуклыми ватерлиниями коэффициент k_1 меняется в пределах от 0,45 до 1,0, при этом у большинства моделей этот коэффициент равен 0,8. У моделей с прямыми ватерлиниями две модели имеют коэффициент k_1 , как ожидалось, равным 1,0, но у третьей модели $k_1 = 0,67$. У моделей с вогнутой действующей ватерлинией коэффициент k_1 меняется от нуля у модели с сильным перегибом до 2,3. При этом $k_1 = 0$, скорее всего, следует исключить из рассмотрения, потому что такой коэффициент получился у модели с углом входа равным нулю, что невозможно у реального судна. Отсюда диапазон изменений коэффициента k_1 у моделей с вогнутыми ватерлиниями получается в диапазоне от $k_1 = 1$ до $k_1 = 2,3$.

Нужно учитывать, что при больших углах входа действующей ватерлинии кривые остаточного сопротивления по главной части интеграла Мичелла получаются с запасом тем большим, чем больше угол входа отличается от угла $12^\circ - 13^\circ$. При малых углах входа ошибка кривой Мичелла ведёт в опасную сторону, потому что расчётные значения

| Models | α° | β | δ | φ |
|---------|----------------|---------|----------|-----------|
| Wb1136 | 0.2356 | 0,929 | 0,619 | 0,673 |
| Wb1100 | 0.2356 | 0,839 | 0,579 | 0,690 |
| Wb1110 | 0.2356 | 0,839 | 0,551 | 0,656 |
| Wb 1097 | 0.2356 | 0.750 | 0.543 | 0.723 |

волнового сопротивления получаются значительно меньше значений экспериментального остаточного сопротивления.

Среди моделей Вейнблума есть 4 модели, имеющие одинаковые производные вплоть до шестого порядка, т.е. они имеют одинаковую форму действующей ватерлинии и отличаются только коэффициентами полноты β , δ и φ (таблица V.4б. и рис. V.49). Конечно, естественно проанализировать на этих моделях влияние параметров формы на сопротивление модели. На графике явно прослеживается связь между коэффициентом продольной полноты φ и относительным положением экспериментальных кривых остаточного сопротивления. У модели Wb1110 самый маленький коэффициент φ , и кривая сопротивления проходит ниже других. У модели Wb1097 самый большой коэффициент φ , и кривая остаточного сопротивления проходит выше других (рис. V.53). Получается, что для уменьшения сопротивления следует сколько возможно уменьшать коэффициент продольной полноты φ , что вообще-то не противоречит здравому смыслу.



Анализируя графики и приведенные выше таблицы разных параметров моделей, можно сделать некоторые выводы. Для того, чтобы найти причину резкого выпадения значений коэффициента k_2 на графиках рис. V.50 - V.52, следует в таблицах V.3а и V.3б отметить те модели, у которых особенно большие коэффициенты k_2 . Из таблиц видно, что значения коэффициента k_2 связаны с третьей производной уравнения действующей ватерлинии. Чем больше третья производная уравнения действующей ватерлинии, тем больше значение коэффициента k_2 . Третья производная отражает характер изменения кривизны действующей ватерлинии. Следовательно, чем больше третья производная, тем резче изменяется кривизна ватерлинии и тем быстрее растёт кривая остаточного сопротивления с увеличением числа Фруда.

Расчётные кривые остаточного сопротивления, полученные с поправкой сдвига k_{sd} и поправкой на наличие подповерхностного пограничного слоя $k_{мурб}$ для 16 разных аналитических моделей приведены в таблице V.5. В левом столбце этой таблицы показана сама кривая Мичелла и её главная часть и кривая остаточного сопротивления. В правом столбце сравниваются кривые, полученные путём введения обеих поправок $k_{мурб}$ и $k_{sd} = k_1 \pm k_2 \cdot (Fr - Fr_o)$ с кривой остаточного сопротивления

На основании всех этих исследований можно сделать следующие выводы:

1) аналитически найти общую формулу $k_{sd} = k_1 + k_2(Fr - Fr_o)$ в зависимости от параметров формы корпуса судна или модели невозможно, потому что слишком сложной оказалась зависимость коэффициентов k_1 и k_2 от параметров формы корпуса.

2) Легко видеть из рис.V.50, V.51 и V.52, что на кривой k_2 наибольшее по величине значение имеют модели с малым углом входа ватерлинии 4 – 6 градусов. Это модели В.Виглея Wg1970c, Wg1805a, Wg1805b и модель Г.Вейнблума Wb1111. Из таблиц V.3a и V.3б видно, что эти модели имеют очень большую третью производную, т.е. резкое изменение кривизны действующей ватерлинии. Чем меньше меняется кривизна, тем меньше значение коэффициента k_2 . А это значит, что расчётная кривая остаточного сопротивления медленнее растёт с увеличением числа Фруда и коэффициент k_2 должен иметь небольшое значение порядка $0 \div 1.5$.

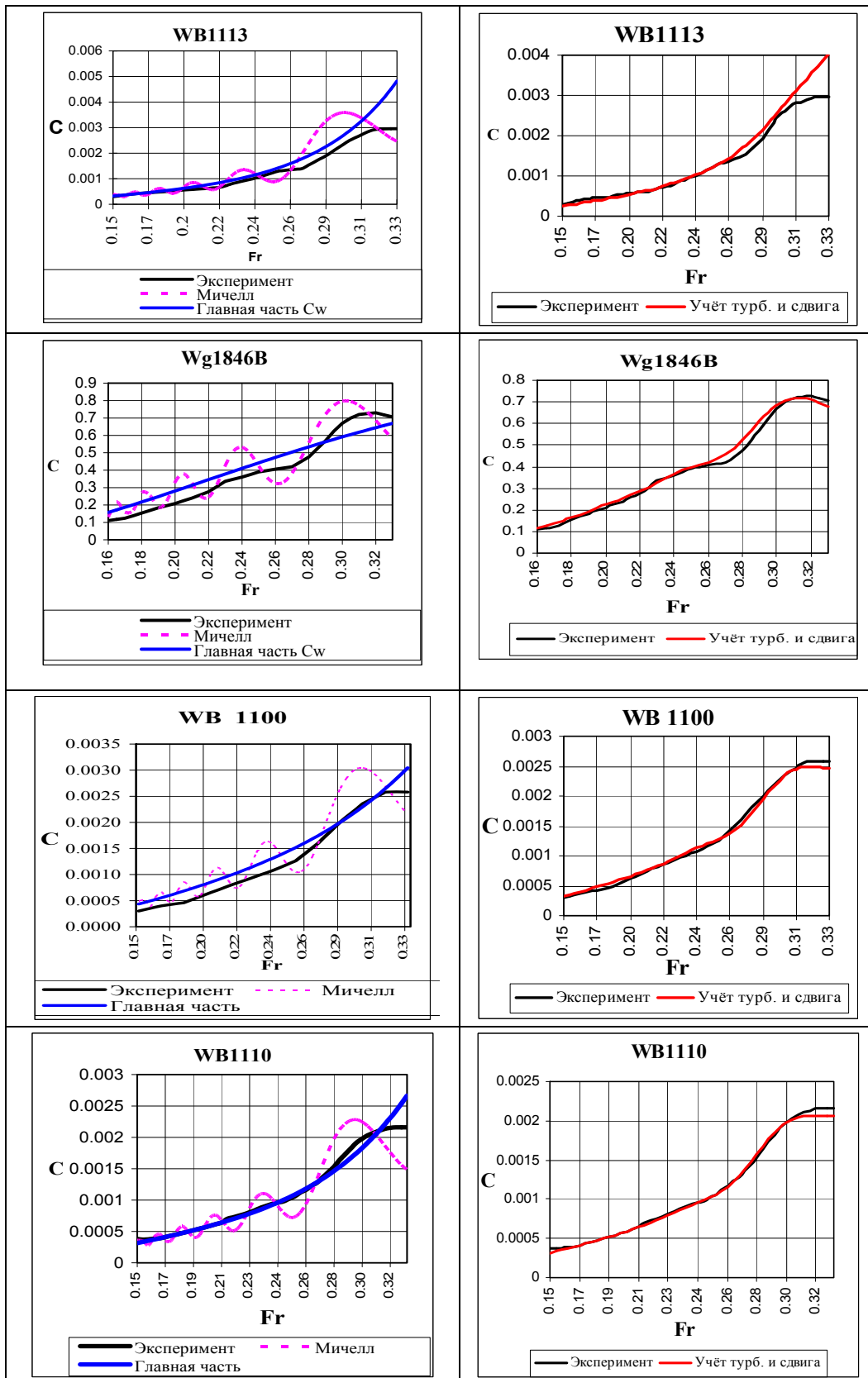
3) Коэффициент k_1 гораздо меньше зависит от второй и третьей производных уравнения ватерлиний, чем коэффициент k_2 , а так как он учитывает угол сдвига, то естественно зависит от угла входа действующей ватерлинии, т.е. от первой производной её уравнения.

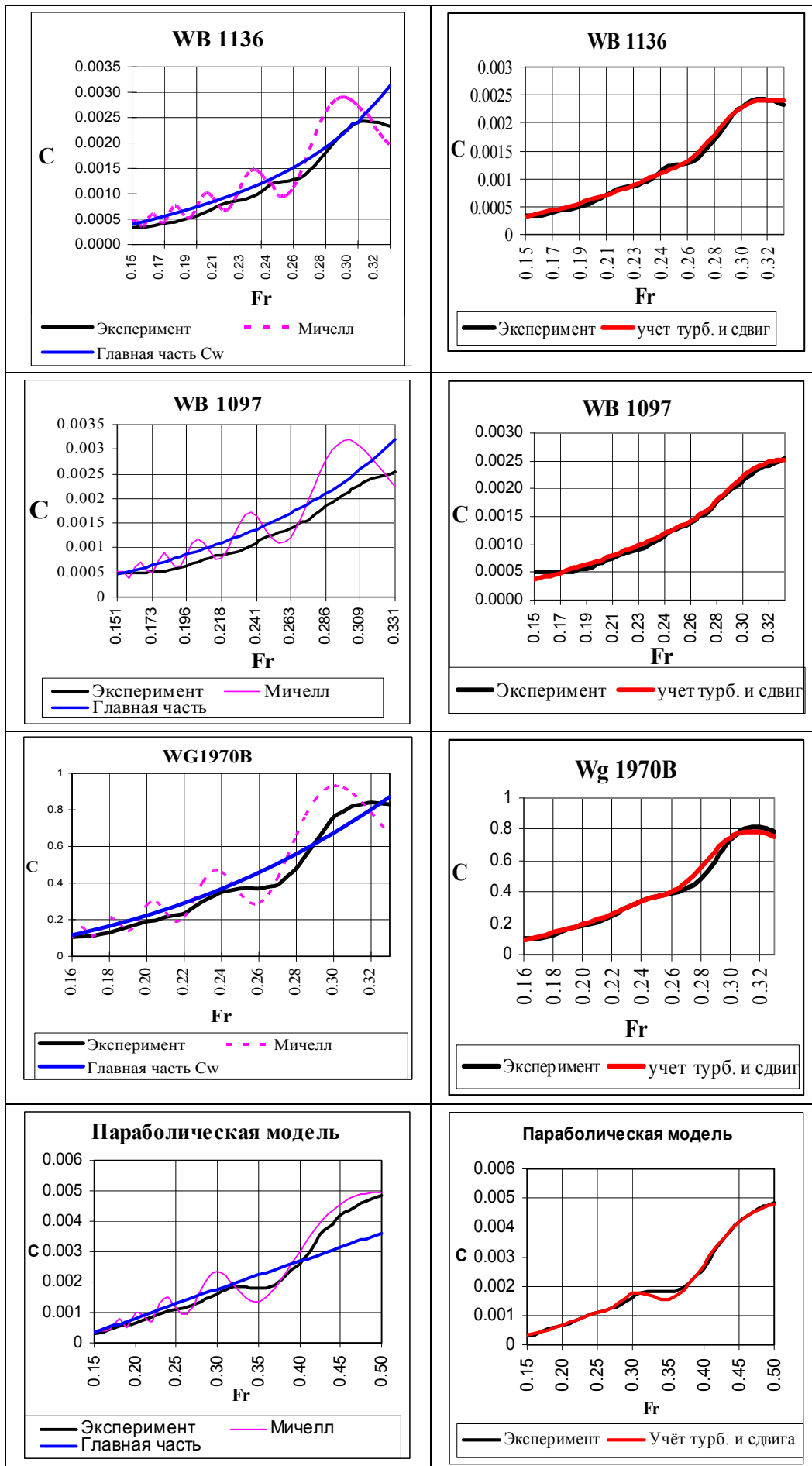
Замечание. Следует заметить, что никакие другие способы расчёта не давали такого точного совпадения расчётной кривой с экспериментальной кривой остаточного сопротивления, какое получается при учёте сдвига вершины носовой системы волн (табл. V.5). Например, попытки учесть удар на форштевне с помощью формулы типа Ньютона не дали возможности получить полное совпадение расчётной кривой с экспериментальной (примеры расчётов даны в таблице V.1).

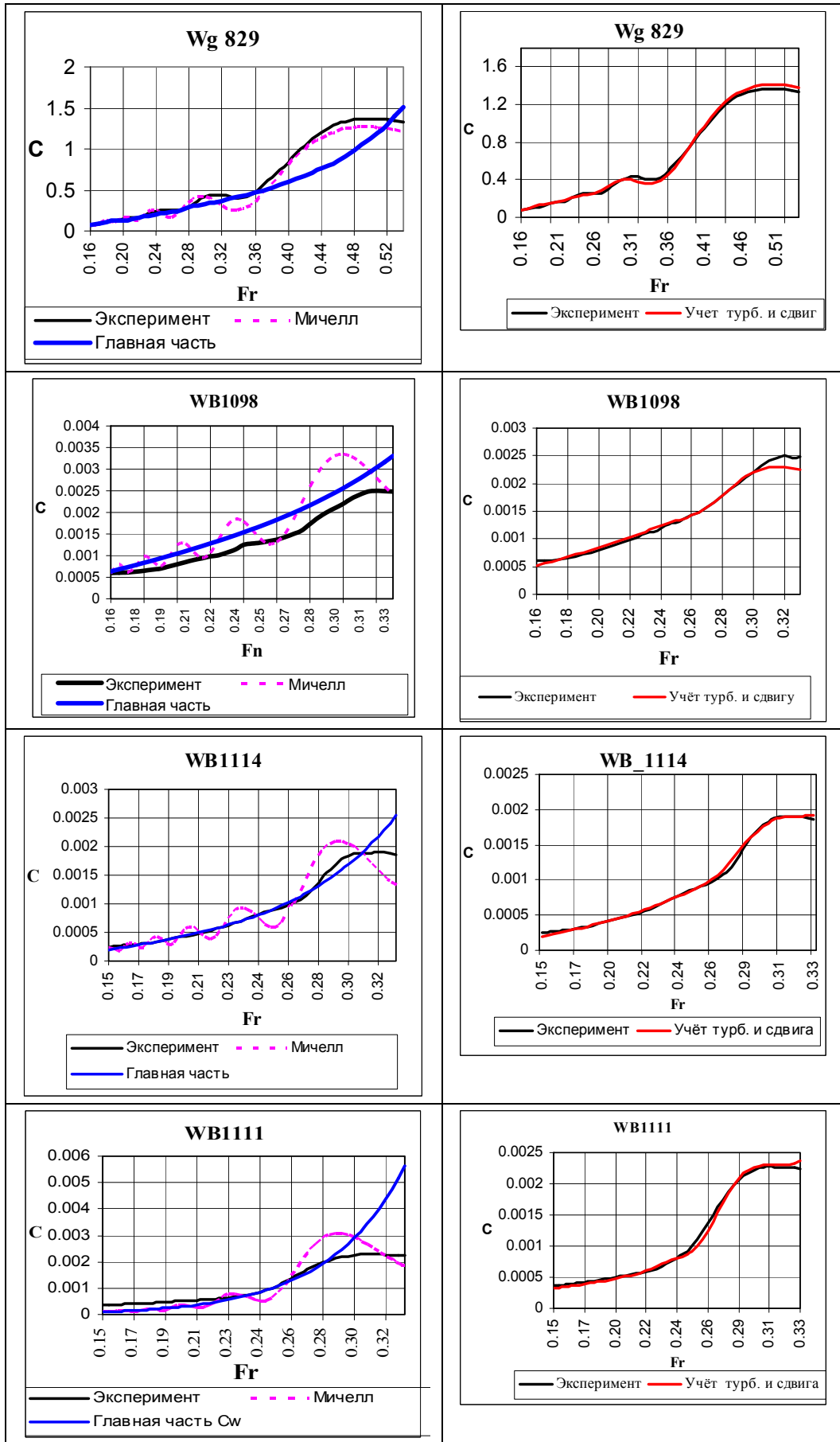
Хорошее согласование расчётных и экспериментальных кривых, приведенное в таблице V.5, даёт возможность сделать два заключения: во-первых, что гидродинамика потока вокруг корпуса движущегося судна понята правильно, во-вторых, что полученные расчётные кривые можно использовать для дальнейших исследований таким же образом, как результаты опытов, потому что они с достаточной точностью представляют собой результаты экспериментов.

Итак, остаточное сопротивление водоизмещающего судна является результатом взаимодействия подпорных волн с носовой кельвиновской системы волн, образования кормовой системы волн и влияния турбулентного пограничного подслоя под свободной волновой поверхностью.

| <p>Таблица V.5. Примеры расчётов остаточного сопротивления моделей Г.Вейнблума и В.Виглея</p> | |
|---|--|
| <p>Кривая коэффициента экспериментальной кривой остаточного сопротивления и кривая Мичелла и её главная часть</p> | <p>Сравнение экспериментальной кривой остаточного сопротивления с кривой Мичелла, полученной с поправкой $k_{турб}$ и поправкой сдвига</p> $k_{sd} = k_1 \pm k_2 \cdot (Fr - Fr_o)$ |
| | |







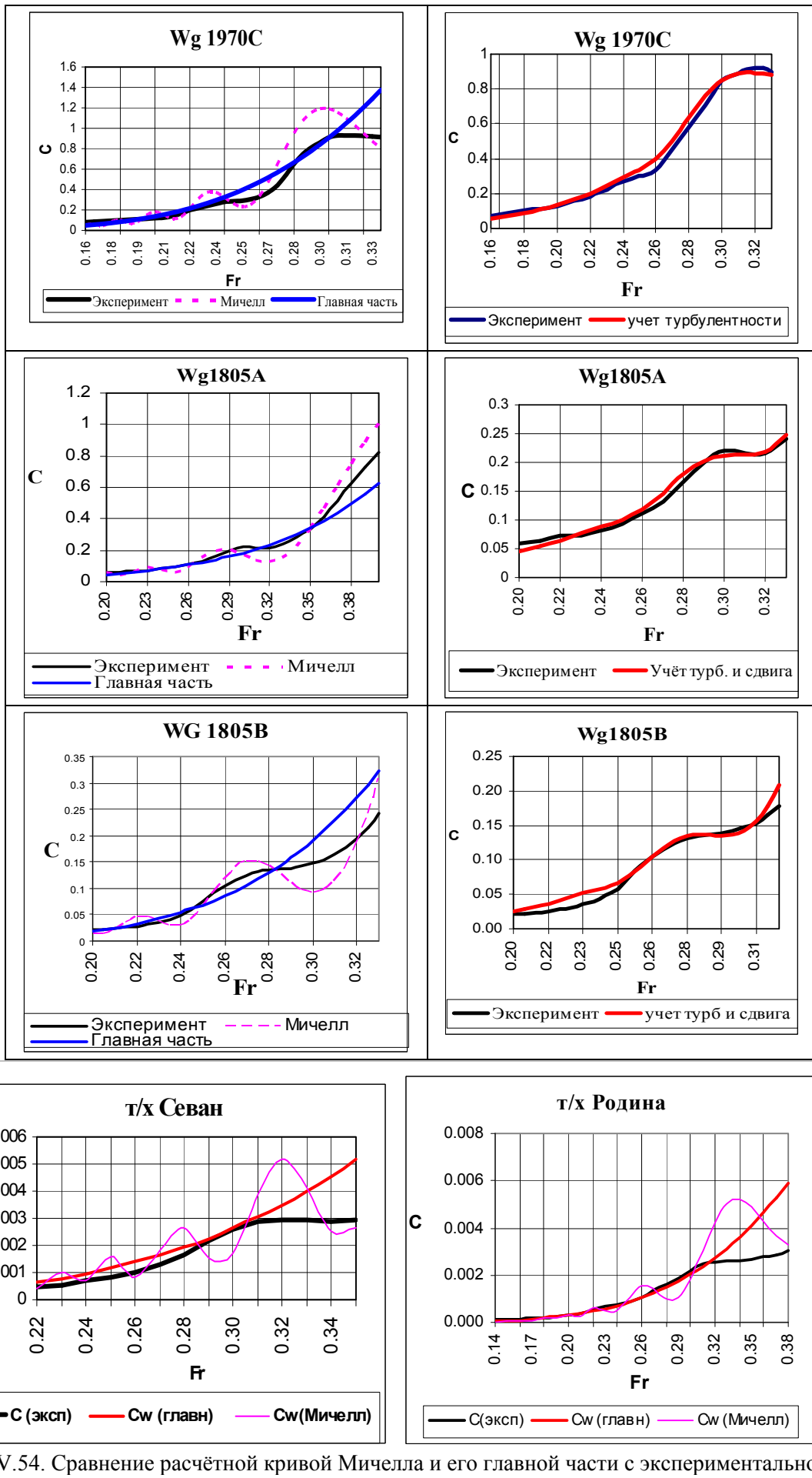


Рис. V.54. Сравнение расчётной кривой Мичелла и его главной части с экспериментальной

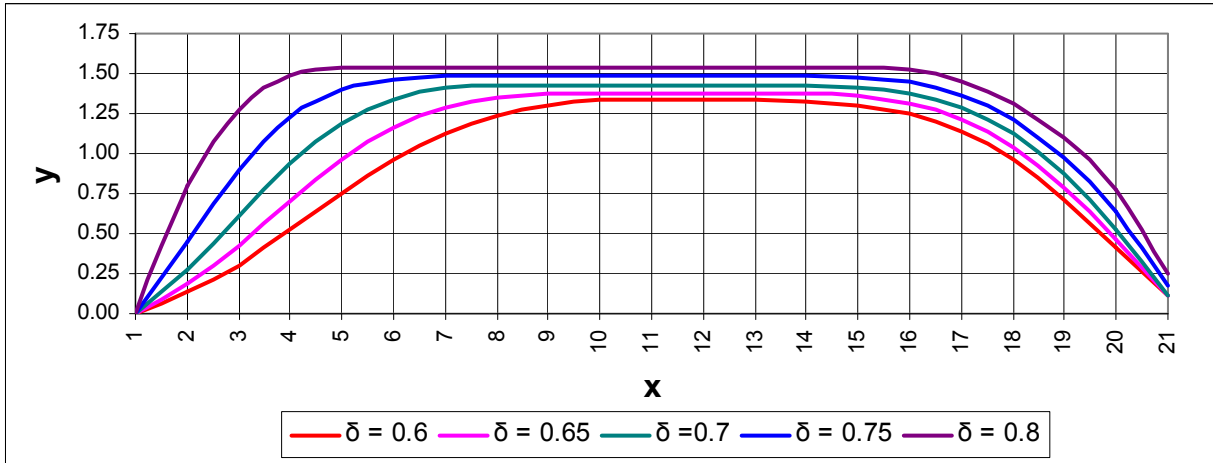
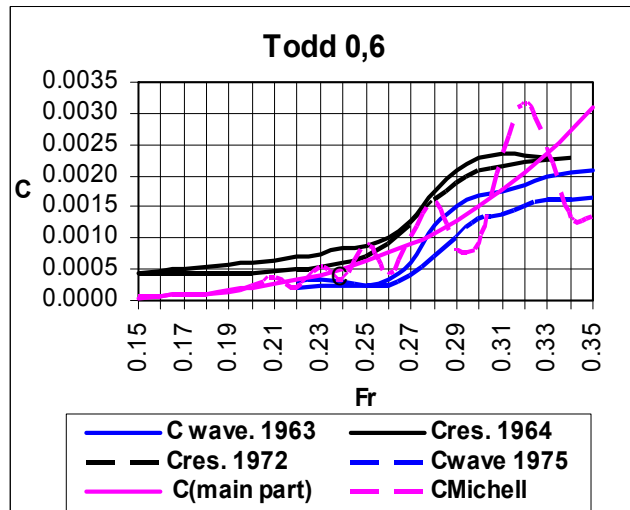
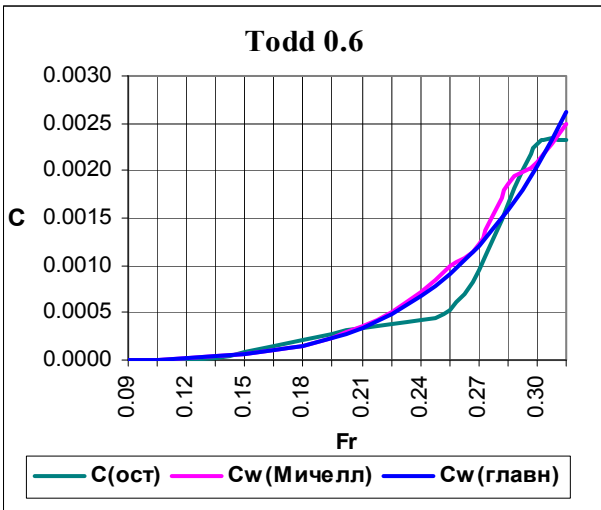


Рис. V.55. Сравнение ватерлиний моделей 60-ой серии Тодда (ширина ватерлиний увеличена для наглядности)..

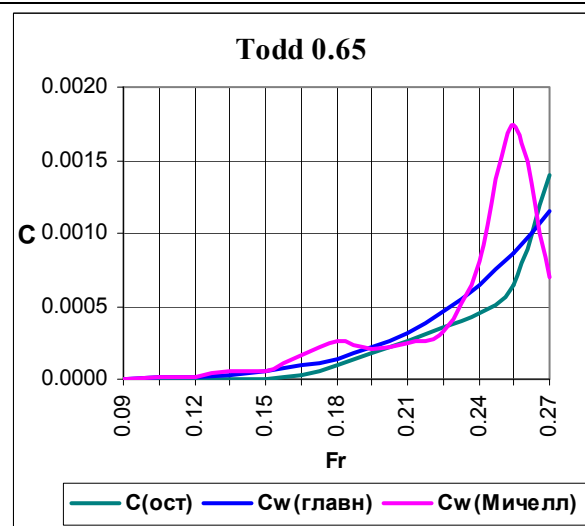
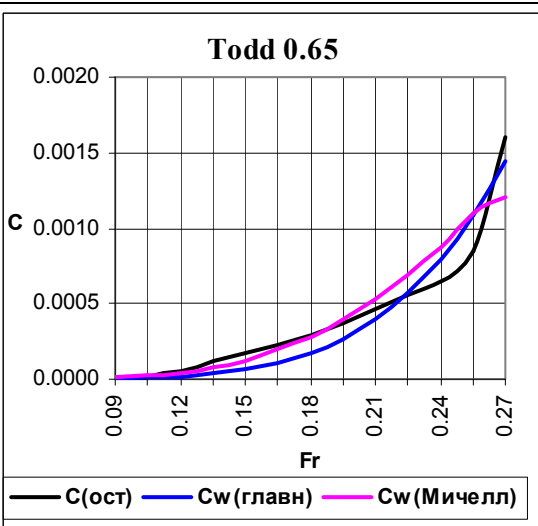
Таблица V.6. Примеры расчёта остаточного сопротивления моделей Тодда [48]

Сост – экспериментальная кривая остаточного сопротивления

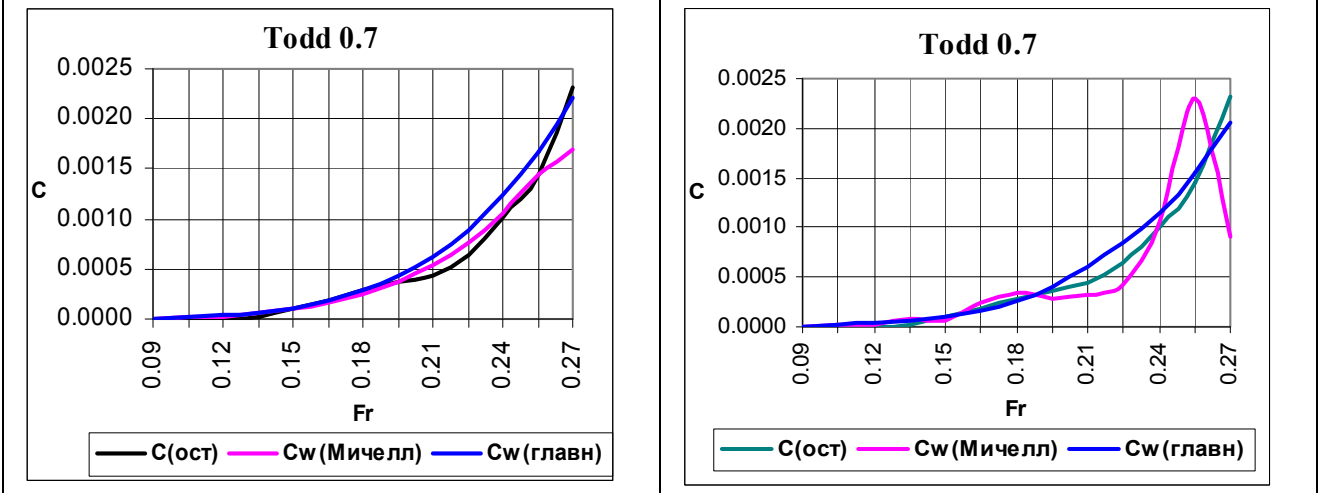
$C_w(\text{главн})$ - главная часть интеграла Мичелла, $C_w(\text{Мичелл})$ – расчётная кривая Мичелла



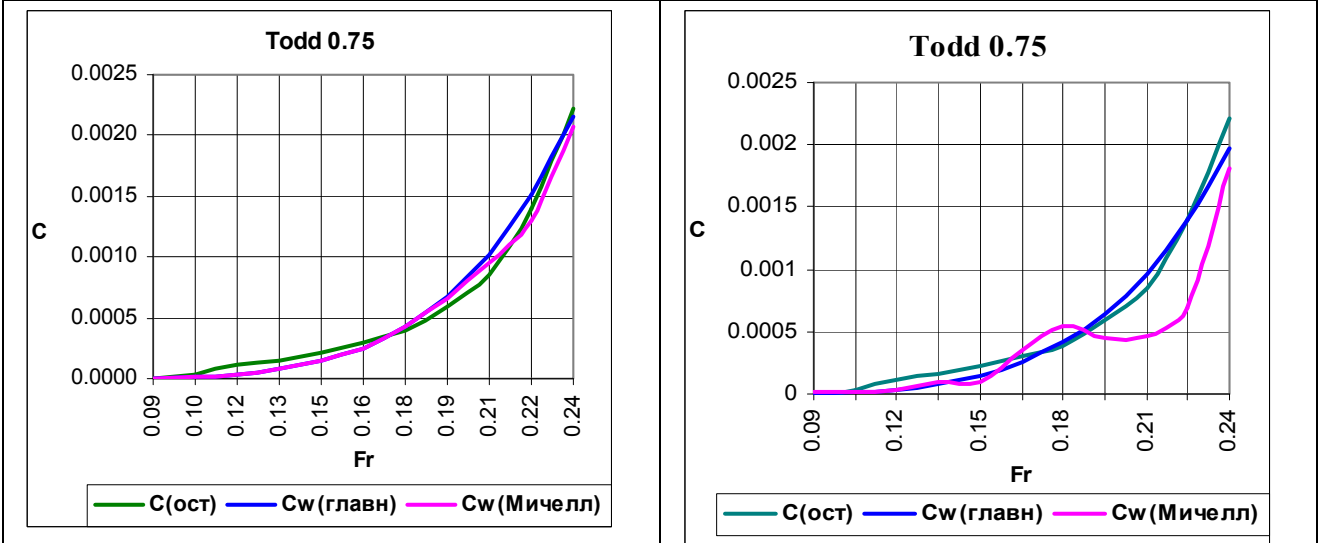
Модель Тодда с $\delta = 0.6$, $L/B = 7.5$



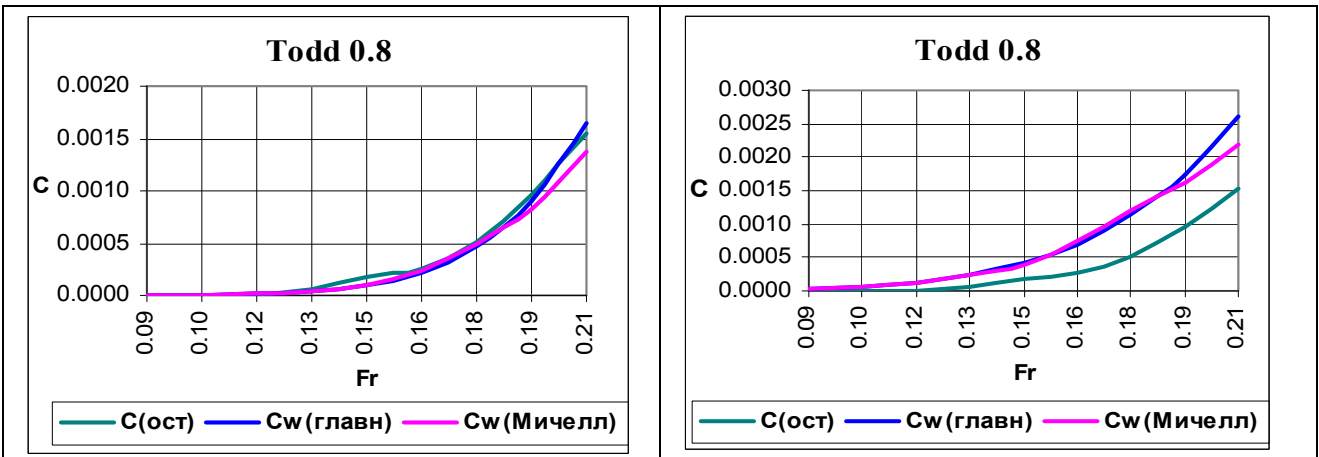
Модель Тодда с $\delta = 0.65, L/B = 7.25$



Model Todd with $\delta = 0.70, L/B = 7.0$



Модель Тодда с $\delta = 0.75, L/B = 6.75$



Модель Тодда с $\delta = 0.8, L/B = 6.5$

Описанная выше методика расчёта проверена на моделях Тодда 60-ой серии и моделях речных судов «Севан» и «Родина» В отличие от моделей Виглея и Вейнблума модели Тодда имеют обводы реальных судов. Результаты сравнительных расчётов сопротивления моделей Тодда сведены в таблицу V.6 (в левом столбце показаны расчётные кривые с учётом сдвига и подповерхностного пограничного слоя, справа расчёт интеграла Мичелла без поправок;

$S(\text{ост})$ – экспериментальные кривые). Обводы главных ватерлиний серии моделей Годда показаны на рис. V.55 [48]. Результаты сравнения интеграла Мичелла и его главной части с экспериментальными кривыми остаточного сопротивления моделей речных судов «Севан» и «Родина» показаны на рис. V.54.

Заключение

1) Расчёты и исследования показали, что остаточное сопротивление, замеряемое по методу Фруда, создаётся *взаимодействием подпорных и носовых кельвиновских волн, а также кормовой кельвиновской волновой системой. Кроме того, на его величину влияет подповерхностный сдвиговый слой турбулентной природы.*

2) Так как подпорные волны имеют *турбулентную природу*, а кельвиновские системы волн *потенциальную*, их взаимодействие заключается в *сдвиге по поверхности корпуса вершины кельвиновской носовой системы подпорными волнами.*

3) Выполненные исследования дают ответ на вопрос о *действии вязкости на волновое поле судна*: во-первых, установлено, что пограничный слой корпуса судна не влияет на волновое поле; во-вторых, *вязкость жидкости является источником турбулентности подпорных волн и подповерхностного турбулентного сдвигового слоя волн, а также образования ожерелья вихрей.*

4) Получено объяснение *первого парадокса* - парадокса Дюбуа – и его значения в разработке теории волнового и остаточного сопротивления воды движению судна: нельзя получить точное значение сопротивления без учёта существования подпорных волн, т.е. при обращении движения.

5) Получено объяснение *второго парадокса*, состоящего в том, что расчётная кривая Мичелла может проходить выше кривой остаточного сопротивления. Это происходит потому, что в интеграле Мичелла не учитывается сдвиг вершины носовой волновой системы судна подпорными волнами, и расчётный угол берётся на форштевне, где угол входа отличается от того, который касательная к поверхности корпуса образует с ДП в месте реального положения вершины.

6) *Третий парадокс* о совпадении кривой Мичелла с экспериментальной кривой остаточного сопротивления в экспериментах Г.Вейнблума и др. объясняется тем, что при очень малом угле входа действующей ватерлинии, как в их эксперименте, подпорные волны малы настолько, что их влияние на носовую волновую систему отсутствует. Кроме того, при таком большом удлинении модели вызванные волны имеют малую кривизну, и поэтому подповерхностный пограничный слой ничтожно тонок и не гасит интерференцию носовой и кормовой систем волн. Следовательно, вязкость жидкости при таком удлинении корпуса почти не оказывает влияния, и получается, что жидкость ведёт себя как идеальная, и, таким образом, удовлетворяются все три допущения Мичелла.

7) В результате проведенных исследований предложена методика оценки остаточного сопротивления, что *решает проблему сравнения расчёта с результатами буксировочных испытаний по Фруду..* Такой подход проще метода Тулина – Бетца определения вязкостного сопротивления, а также проще и точнее любого вида «волнового анализа».

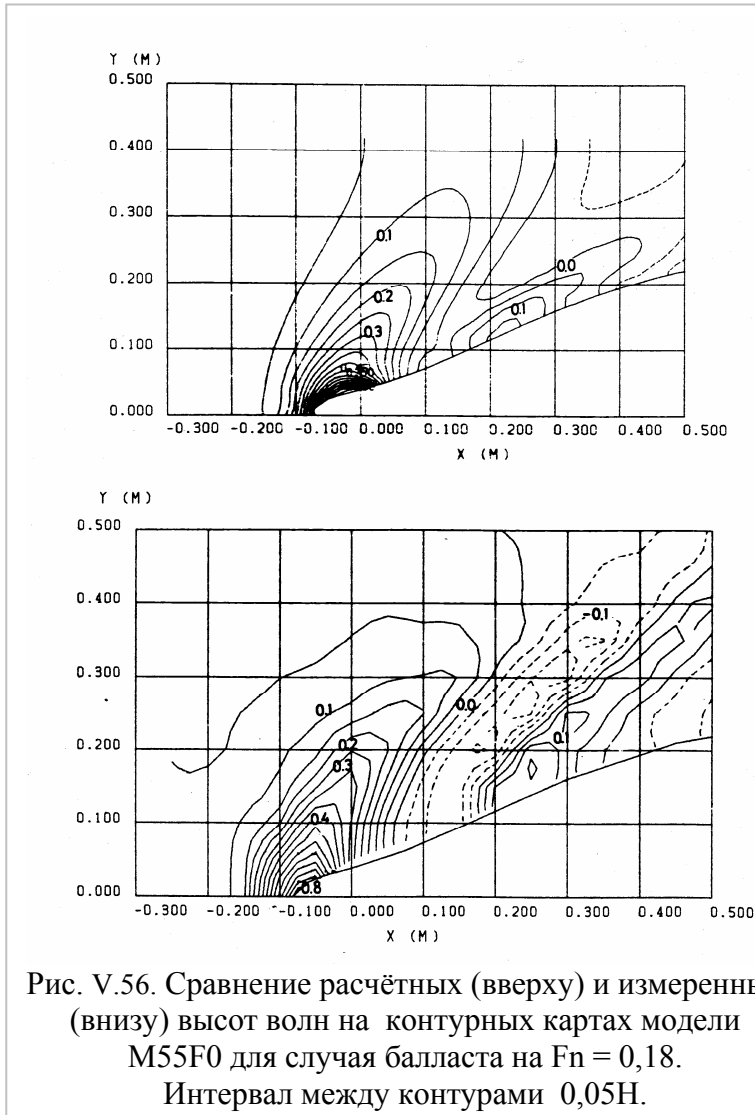
8) *Возможность расчёта остаточного сопротивления по теоретическому чертежу* позволяет проектанту спроектировать обводы корпуса водоизмещающего судна с возможно меньшим остаточным сопротивлением.

9) Для разработки точного определения коэффициента сдвига и коэффициента турбулентной вязкости для каждого типа судов требуются специальные серийные испытания.

10) Расчёты остаточного сопротивления моделей реальных судов показали, что главная часть интеграла Мичелла может быть в первом приближении использована для оценки остаточного сопротивления на числах Фруда от 0,15 до 0,30.

Дальнейшие исследования

Кроме описанных выше исследований можно попытаться рассчитывать длину сдвига вершины носовой Кельвиновской системы волн по известному коэффициенту сдвига. Это



можно сделать, используя известный угол наклона касательной к главной ватерлинии там, где в действительности находится вершина носовой системы волн. Это использовано для дальнейших исследований, которые описаны в части V.4 и необходимы для получения поправок $k_{sd} = k_1 + k_2(Fr - Fr_o)$ и $k_{турб}$.

Трудность заключается в том, что эти коэффициенты, кроме угла входа действующей ватерлинии α и коэффициента продольной полноты φ зависят от всех особенностей формы корпуса. Для исследований могут быть использованы имеющиеся результаты натуральных и буксировочных испытаний разных типов судов. Но без систематических серийных испытаний для получения эмпирических коэффициентов $k_{турб}$, k_1 и k_2 для разных типов судов трудно получить методику для выполнения точных расчётов

остаточного сопротивления танкеров, грузовых, грузопассажирских, контейнерных, разных военных, прогулочных, паромов, ледоколов и т.п.

Для разработки теории остаточного сопротивления судна необходимо решить сложнейшую задачу о взаимодействии турбулентного и потенциального полей, создаваемых движущимся телом на поверхности жидкости. Из теоретических решений, относящихся к данной задаче, известна работа К.Эггера [18]. Он нашёл границы между гиперболическим и эллиптическим полем, используя дисперсионное соотношение. Выбор такого метода исследования основан на результатах опытов японских учёных. Работы японских специалистов, занимающихся этой проблемой экспериментально, теоретически и практически, заслуживают особого внимания. Но следует отметить, что многолетние и систематические эксперименты японских исследователей не привели к получению новой теории и методики расчёта сопротивления судна [34]. Такая цель ими не ставилась. Их идея заключалась в том, чтобы улучшать форму корпуса судна, используя для этого наблюдения за волнообразованием. В этом они следовали идее Фруда. Их усилия были направлены на экспериментальное изучение волнового поля, создаваемого движущимся судном, в чём они достигли больших успехов. Их экспериментальные исследования частично описаны в первой главе данной монографии.

Типичные экспериментальные и расчётные результаты приведены на рис. V.56. Из этого рисунка ясно, что японские специалисты разработали замечательную технику измерений и расчётов корабельных волн. Возможно, по сериям подобных изображений можно получить данные для коэффициентов сдвига.

После того, как Е.Баба в 1969 году, используя методику М.Тулина, обнаружил в плоскости кормового перпендикуляра потерю количества движения из-за идущего от носа судна потока вихрей и показал, что этой потерей нельзя пренебрегать в расчёте сопротивления, японские исследователи начали внимательнее изучать картину волнового поля в окрестности носа судна. Существенный сдвиг произошёл в 1977 году, когда Х.Мията, как пишет Т.Инуи, «интуитивно понял появление вида ударных волн, которые подобны ударным волнам в сжимаемой жидкости и на мелководье, наблюдаемым на многих волновых картинах». Содержание работ в опытовых бассейнах Японии хорошо описано в статье Т.Инуи, Х.Мията и Х.Кадзитани [25].

Здесь интересно отметить, что основополагающая статья Фруда, определившая правила проектирования корпуса судна таким образом, чтобы расчётная скорость приходилась на выгодное взаимодействие кельвиновских волновых систем, была написана в 1877 году, то есть, ровно за 100 лет до обнаружения Х.Мията ударного характера подпорных волн.

В вышеупомянутой статье авторы пишут: «Исследовательская работа три последние десятилетия (имеются в виду шестидесятые, семидесятые и восьмидесятые годы) в бассейне университета Токио может быть кратко суммирована. В первой декаде гидродинамические знания были эффективно применены к проектированию формы корпуса. Развитие бульбовых носов и также безволновых форм могут быть типичным примером инженерной науки. Во второй декаде исследовались влияние высших порядков и противоречия между экспериментом и теорией, и вследствие этого выявлено значение механизма действия нелинейных волн. В последней декаде найдены ударные волны на свободной поверхности, что отразилось на процедуре проектирования корпуса и на инструментах анализа. Теоретическая динамика жидкости была наиболее эффективно применена в первой декаде, её неадекватность была обнаружена во второй декаде, и численные методы, основанные на уравнениях Эйлера и Навье-Стокса, были разработаны в третьей декаде».

Краткая история исследований описана Т.Инуи в третьей лекции, посвящённой памяти Георга Вейнблума в 1981 году [24]. В лекции описаны характеристики ударных волн на свободной поверхности. Нахождение этих новых нелинейных волн является началом как новой концепции проектирования формы корпуса, так и новых компьютерных методов определения характеристик потоков. Был спроектирован носовой бульб нового типа, который называется узким далеко продвинутым носовым бульбом.

Т.Инуи, Х.Мията и др. писали, что сингулярные волны в ближнем поле судна дают вклад в волновое сопротивление, который не может быть учтён в теории Т.Хавелока или при использовании метода Ньюмана – Шарма. Важный шаг в изучении этой проблемы был сделан, когда стало ясно, что на волновое сопротивление влияют именно эти ударные волны, а не вихревые потоки, как считал Е.Баба. Авторы пишут, что из-за ударных волн и без заслуживающих доверия экспериментальных разработок не ожидается прояснения теории волнового сопротивления. Т.Инуи и др. нашли, что эти волны похожи на ударные волны в сжимаемой жидкости и на нелинейные волны на мелководье, поэтому они назвали их «ударными волнами», но в отличие от ударных волн в аэродинамике. «ударными волнами на свободной поверхности», потому что это волны на поверхности жидкости, а не внутренние волны. Физики называют волны ударными в том случае, когда вдоль фронта волны происходит скачок скорости. В данном случае Х.Мията обнаружил две линии скачков скорости, поэтому, принятое название обосновано. (К сожалению, научная общественность не приняла этот термин, а вместе с ним и всю работу японских исследователей).

После нахождения ударных волн был разработан компьютерный метод, названный TUMMAC-IV. Это описано в десятках работ Х.Мията. Так как расчёт сопротивления является необходимым, то, естественно, авторам нужно было придумать, как учесть сингулярность при решении краевой задачи о сопротивлении и как численно решать эту

задачу. Поиски численных методов решений привели к использованию компьютерных программ MAC. В результате Т.Инуи, Х.Мията и др. последовательно разрабатывали программы, используя разные модификации вычислительной программы TUMMAC (TUMMAC расшифровывается как Tokyo University Modified Marker and Cell), начиная с TUMMAC-I для расчёта нелинейных волн до TUMMAC-IV, с помощью которой рассчитываются картины ударных волн, и в которой была получена зависимость угла наклона фронта ударной волны от числа Фруда по осадке и угла входа модели (см. рис. I.81 первой главы). С помощью компьютерных программ TUMMAC-IV отрабатываются формы носового бульба, рассчитываются разрушающиеся волны и вязкостное сопротивление.

В. TUMMAC применяется метод конечных разностей решения дифференциальных уравнений. Авторы использовали эти программы для улучшения формы и даже для создания безволновых форм корпуса, а также для решения многих вопросов: численного анализа ударных поверхностных волн, для анализа волн, генерируемых судами с разными формами ватерлиний, для расчётов двумерных и трёхмерных разрушающихся волн, нелинейных корабельных волн, вязких потоков и т.д. Пример расчёта волн показан на рис. V.56 (вверхний).

По этому поводу японские специалисты пишут: «Численная гидродинамика действительно эффективна, во-первых, для разъяснения механизма потоков, и, во-вторых, для инженерного использования как инструмента проектирования. Расчётные методы, разработанные в бассейне университета Токио, имеют много общих аспектов с другими методами, разработанными в разных областях исследований, потому что они основаны на уравнении Навье-Стокса. Это совершенно противоречит мнению что линейные теории волнообразования почти бесполезный эквивалент в других областях динамики жидкости. Обобщение методов является одним из важных направлений исследований динамики жидкости, и также предполагает обобщение движений жидкости».

Следует заметить, что в расчётах сопротивления японские специалисты используют линейную теорию Мичелла. И, как они писали, «разобрались в существовании противоречий между теорией сопротивления волнообразования и экспериментальными результатами».

В исследованиях японских учёных рассматривается два вида волн: кельвиновские дисперсионные и недисперсионные ударные волны на свободной поверхности. Отсюда легко понять, почему К.Эггерс рассматривал поля вокруг движущегося судна по дисперсионному соотношению. Однако Т.Инуи, Х.Мията и др. писали, что получить теоретическое объяснение волнообразования судов при поступательном движении весьма проблематично. Следует заметить, что японские исследования пытались понять не только свойства гиперболических волн, но и взаимодействие между дисперсионными и недисперсионными волнами на основании волновой картины и кривой волнового сопротивления. Они первыми заметили, что ударные волны сдвигают кельвиновскую носовую систему, как они писали, «вбок». Нужно отметить, что если бы они рассматривали волны, исходя из того, что всё происходит на поверхности корпуса, то поняли бы, что вершина кельвиновской системы сдвигается по поверхности корпуса к миделю, а не «вбок».

Т.Инуи, Х.Мията и др. обосновали необходимость новых теоретических и экспериментальных исследований, исходя из того, что большинство теорий сопротивления, по-существу, основаны на мнении, что корабельные волны на глубокой воде имеют бесконечно малую амплитуду и получаются решением уравнения Лапласа. Они пишут, что расхождения между теорией и экспериментом и слишком уж малый успех в ликвидации этого расхождения заставили авторов проверять легитимность этого предположения.

Вообще-то, конечно, мы наблюдаем в носу судна высоко поднимающуюся первую волну, которую никак нельзя назвать малой, а с другой стороны основанная на допущении малости высоты корабельных волн построена блестящая теория Мичелла. Здесь следует учесть, что подпорные волны имеют турбулентную природу и не могут быть учтены в линейной теории Мичелла. Именно это и приводит к расхождению расчётов по Мичеллу с результатами экспериментов, как доказано выше расчётами остаточного сопротивления.

Т.Инуи, Х.Мията и др. писали, что для расчётов необходима линейризация задачи о волнах, генерируемых судном при поступательном движении. С другой стороны, они отмечают, что из динамики жидкости известно, что нелинейность иногда играет решающую роль. Для выполнения расчётов они исходили из того, что ударные волны и гидравлический скачок могут быть описаны нелинейными дифференциальными уравнениями в частных производных. В связи с этим было предпринято тщательное изучение потока в ближнем поле судна и его связь с существующими теориями волнообразования.

Дальнейшие их исследования показали, что ударные волны и кельвиновские системы волн взаимодействуют и определяют величину сопротивления, но, судя по статьям Т.Инуи, Х.Мията и др. они считали, что этим определяется волновая составляющая сопротивления, и сравнивали её с результатами волнового анализа. (см.рис. I.88 первой главы).

Для испытаний Т.Инуи, Х.Мията и др. выбрали модели судов с хорошо обтекаемыми обводами с простыми формами корпуса, а также модели широких судов. Ожидалось, что нелинейные волны могут быть легче обнаружены на моделях с особыми формами корпуса. Главные размерения испытанных моделей судов приведены в таблица V.7.

| Таблица V.7. Главные размерения испытанных моделей судов | | | | | | | |
|--|-------|--------|-------|-------|-------|-------|-------------------------|
| Модель | L | B | d | L/B | B/d | C_b | Замечание |
| M33 | 2,000 | 0,1304 | 0,114 | 6,58 | 2,67 | 0,384 | хорошее судно |
| SR452 | 2,500 | 0,357 | 0,149 | 7,00 | 2,40 | 0,625 | обычное линейное |
| SR453 | 2,500 | 0,357 | 0,149 | 7,00 | 2,40 | 0,625 | то же |
| M42 | 2,000 | 0,444 | 0,105 | 4,50 | 4,25 | 0,543 | широкое хорошее судно |
| WM – A,B | 2,400 | 0,240 | разн | 10,0 | разн | 0,680 | параб. прямост. судно |
| WM1 – C | 2,400 | 0,240 | разн | 10,0 | разн | 0,667 | то же, то же, остр. нос |
| WM2 | 2,400 | 0,400 | разн. | 5,00 | разн | 0,667 | то же, то же, то же |
| SR138 | 2,500 | 0,385 | 0,135 | 6,49 | 2,85 | 0,572 | контейнерн. паром |



Рис. V.57. Волновая картина модели M33



Рис. V.58.. Сравнение картин волн обычных грузовых лайнеров SR542 и SR543.

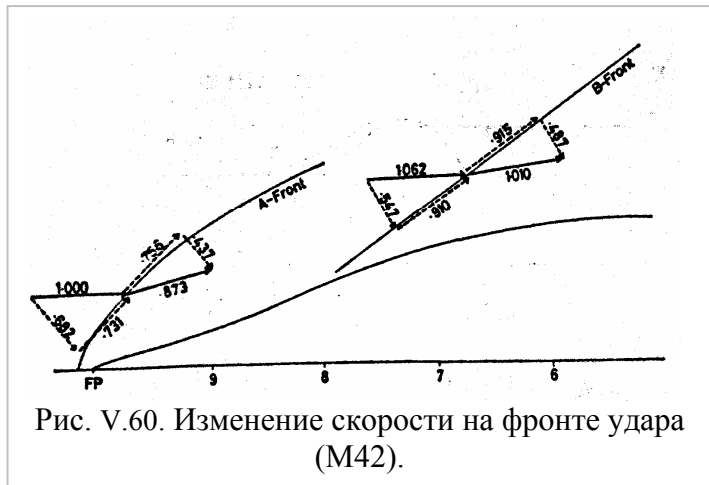
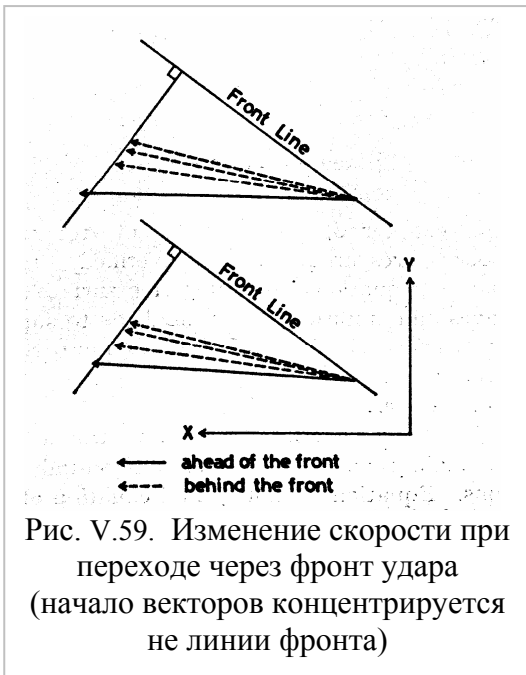
Для того, как писали авторы, чтобы «охватить картину интуитивно и искусственно», были сделаны фотографии при наличии на поверхности воды плёнки из алюминиевого порошка. Примеры испытаний хороших судов представлены на рис V.57. и V.58..

На рис. V.57 дан пример высокоскоростного судна. Авторы писали, что волновая картина в ближнем поле носовой оконечности отличается от кельвиновской системы волн и подобна ударным волнам в сжимаемой жидкости, а на расстоянии можно наблюдать кельвиновскую систему волн. Авторы делают следующий важный и абсолютно верный вывод: «Следовательно, волновое сопротивление является результатом композиции разных систем волн».

Структура ударных волн представлена в виде двух волн – нормальной и косой. Одна волна оказалась перпендикулярной к направлению движения - это А - фронт, а вторая - косой – это В-фронт (см. рис. V.60). Рис. V.58 даёт сравнение картин волн обычных грузовых лайнеров. Модель SR453 (внизу) образована изменением строевой по шпангоутам модели SR452 (вверху). Модель SR452 генерирует интенсивные ударные волны и сначала доминирует волна-А и картина волн подобна картине волн модели широкого судна WM2 с параболической ватерлинией. На модели SR453 первая ударная волна на свободной поверхности слабее из-за малого угла входа.

На основании этих фотографий Х.Мията и др. делают вывод, что хорошо обтекаемые суда также генерируют ударные волны, и потому по линейной теории оценить волновое сопротивление «невозможно».

Далее Х.Мията и др. замечают: «Появление нелинейных волн судна, движущегося на глубокой воде, похоже на нелинейные волны на мелководье, что предположительно



объясняется сингулярностью на свободной поверхности».

Изменение скорости при переходе через фронт волны

Изменение векторов скорости, на $x - y$ плоскости впереди и позади волнового фронта показано на рис. V.59.. Найдено, что компоненты скорости, параллельные фронту волны, сохраняются и что компоненты скорости, нормальные к нему, претерпевают резкие изменения. Согласно теории нелинейных волн изменение скорости поперёк косых ударных волн следующее:

$$q_{t2} = q_{t1} \tag{V.87}$$

$$q_{n2} = q_{n1} \frac{\tan(\beta - \theta)}{\tan \beta} \tag{V.88}$$

Рис. V.60 показывает изменение скорости на фронте нормальной и косой ударных волн.

На фронтах ударных волн обычно могут наблюдаться неустойчивость и разрушение, подобные турбулентному бору. На рис. V.61 показаны волновой профиль и неустойчивость свободной поверхности.

Изменение угла удара

Угол, который фронт волны составляет с направлением потока, назван *углом удара*. Этот угол меняется в зависимости от отношения поступательной скорости к критической скорости. Когда угол входа достаточно большой, появляется нормальная ударная волна и трансформируется в косую ударную волну с возрастанием скорости. Первая ударная волна - это волна А, которая всегда нормальна к потоку, в то время как вторая волна названа волной

В и трансформируется из нормальной в косую, как показано на фотографии I.18 в первой главе.

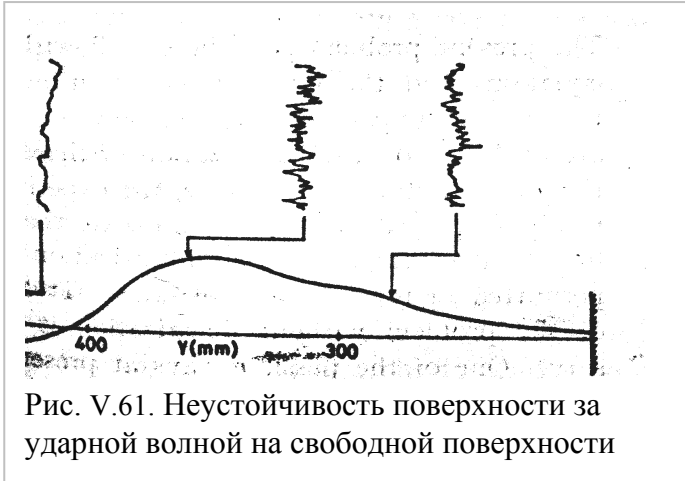


Рис. V.61. Неустойчивость поверхности за ударной волной на свободной поверхности

Маха, который удовлетворяет условию

$$\sin \beta = \frac{C}{U} \quad (V.89)$$

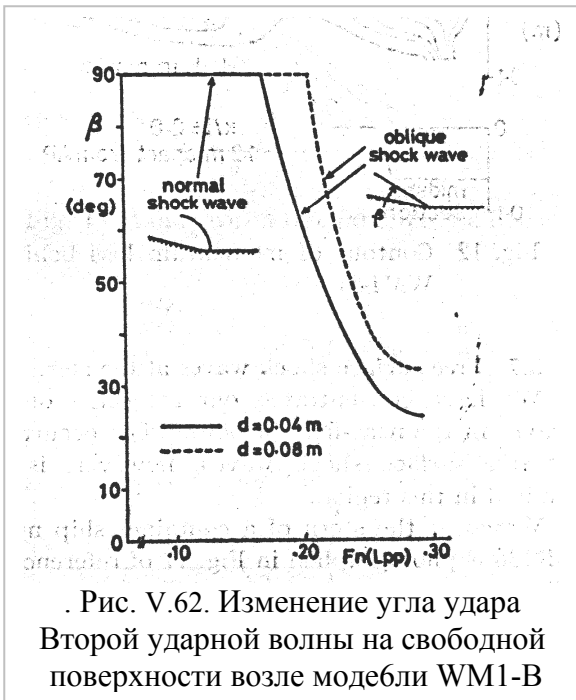


Рис. V.62. Изменение угла удара Второй ударной волны на свободной поверхности возле модели WM1-B

Нормальный удар сильный, а косой удар слабый. Как обсуждалось выше, потеря скорости убывает с уменьшением угла удара. Изображение на рис. V.62 показывает, что сопротивление, вызванное ударными волнами, у модели WM1-B будет убывать при $Fn = 0,20$ и больше, и изменение $C_w - C_{wp}$, полученное в других работах, подтверждает эту тенденцию. Пик C_w около $Fn = 0,20$ соответствует присутствию предельной ударной волны.

На рис. V.62 показано число Фруда, где появляется трансформация, и изменение угла удара отличается на разных осадках. Как видно на рис. I. 90 (первой главы), ударные волны присутствуют в тонком слое, примыкающем к свободной поверхности. Предполагается, что толщина тонкого слоя изменяется с изменением осадки, которая соответствует изменению критической скорости.

Потеря количества движения.

Ударные волны участвуют в образовании сопротивления судов не так, как дисперсионные волны. Разница между C_w и C_{wp} может быть понята благодаря существованию ударных волн. Х.Мията и др. уже в 1979 году писали, что невязкая часть потери количества движения, измеренная позади судна, играет значительную роль в волновом сопротивлении. Контурные линии потери количества движения, вызванные WM1-B, представлены на рис. V.63. Область потери количества движения растянута широко вне, и расширение этой области соответствует

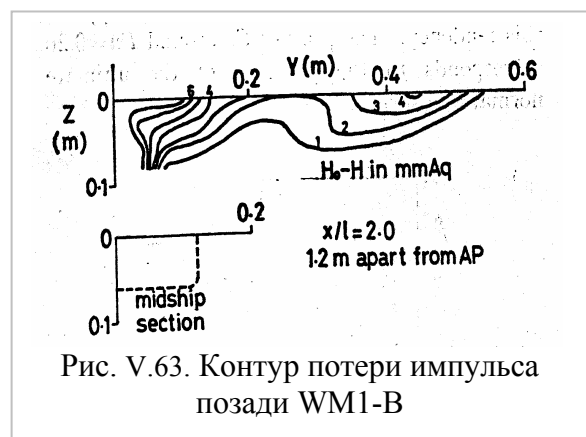


Рис. V.63. Контур потери импульса позади WM1-B

боковому расширению второй ударной волны. Уменьшение скорости рассматривается как потеря количества движения.

Эта потеря количества движения до начала восьмидесятых годов объяснялась как сопротивление разрушающихся волн. Однако после исследований стало ясно, что разрушающиеся волны являются результатом образования ударных волн. Разрушающаяся волна появляется потому, что разрушается ударный фронт. Вклад ударных волн в сопротивление соответствует вкладу разрушающихся волн.

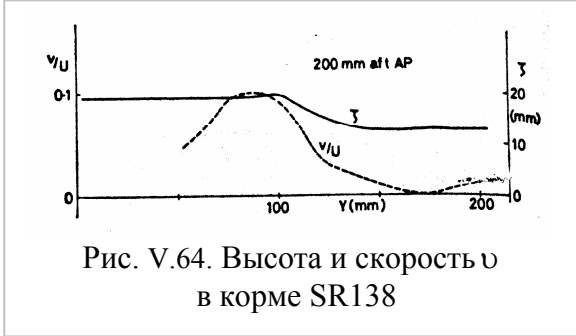


Рис. V.64. Высота и скорость v в корме SR138

Х.Мията и др. сосредоточились на волнах ближнего поля возле носа судна, но отмечают, что площадь ударных волн не ограничена этой областью. Волны в корме модели контейнерного судна SR138 показаны на рис. V.64. Резкие изменения высот волн и вызванных скоростей очевидны.

Теория Х.Мията и др. основана на нелинейных уравнениях и методах эмпирического проектирования. Основные уравнения потока жидкости вокруг судна – это, в основном, нелинейные уравнения в частных производных. Уравнения движения и уравнение неразрывности описаны как уравнения движения

$$\left. \begin{aligned} u_t + uu_x + vu_y + wu_z &= -\frac{1}{\rho} p_x \\ v_t + uv_x + vv_y + wv_z &= -\frac{1}{\rho} p_y \\ w_t + uw_x + vw_y + ww_z &= -\frac{1}{\rho} p_z - g \end{aligned} \right\} \quad (V.90)$$

Уравнение неразрывности

$$u_x + v_y + w_z = 0 \quad (V.91)$$

Условия на свободной поверхности динамическое и кинематическое

$$gw + u^2 \frac{\partial u}{\partial x} + uv \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + v^2 \frac{\partial v}{\partial y} + \dots = 0 \quad (V.92)$$

Данная задача решается по этим уравнениям и с этими условиями на поверхности корпуса. Они пишут: «Решение обычно основано на линеаризации этих уравнений с помощью метода возмущений. Однако, экспериментальные результаты, которые обсуждены выше, означают, что нелинейные волны существуют, и что линеаризация невозможна в ближнем поле судна и потому разработка проблемы необходима без линеаризации. Понятно, что одним из возможных путей является численная процедура. Однако, если использовать такой подход, то это ничего не даст для проектирования формы корпуса. Значит нужно разработать такой метод расчёта, который можно использовать для улучшения формы корпуса при проектировании».

Так как Х.Мията и др. считают, что ударные волны на свободной поверхности подобны во многих отношениях нелинейным волнам на мелководье, то они рассматривают уравнения движения на мелководье. Нелинейные мелководные волны описываются уравнением движения, полученным из уравнения Эйлера при $w = 0$. С другой стороны, нелинейное движение потока вокруг судна ограничено тонким слоем под свободной поверхностью и w быстро стремится к нулю под этим слоем. Отсюда ударные волны на свободной поверхности дают возможность объяснить уравнениями (V.87), (V.88) и (V.89).

Если отмеченное выше допущение признать, то эквивалентная глубина воды h вводится как функция скорости судна и формы тела, и аналитическое изучение может быть

предпринято с допущением линейных уравнений на мелководье. Тогда уравнение, которое описывает тонкий слой, состоит из двух размерных уравнений так:

$$\left. \begin{aligned} u_t + uu_x + vu_y &= -g \eta_x, \\ v_t + uv_x + vv_y &= -g \eta_y, \\ \eta + [u(\eta+h)]_x + [\tau(\eta+h)]_y &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (V.93)$$

Суммируя написанные выше уравнения, авторы получили доминантное уравнение как

$$\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right) \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{uv}{c^2} \left(\frac{\partial \tau}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right) + \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (V.94)$$

Тип этого нелинейного уравнения в частных производных изменяет зависимость от значений $u^2 + v^2$, отнесённых к c^2 (c – критическая скорость, и в то же время по диапазонам скорости классифицируются как докритические, критические и сверхкритические. После экспериментальных исследований на эквивалентной глубине авторы надеются получить несколько методов решения в определённом диапазоне скоростей».

Методы эмпирического проектирования

Японские учёные представляют два метода, которые они применяют к проектированию формы корпуса, считая, что они подкреплены накопленным опытом.

Уравнение (V.94) написано при замене $\phi_x = u$

$$\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right) \phi_{xx} - 2 \frac{uv}{c^2} \phi_{xy} + \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \phi_{yy} = 0 \quad (V.95)$$

В сверхкритической области применён метод характеристик, и линии характеристик в физической плоскости следующие:

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{(uv/c^2) + \sqrt{(u^2 + v^2)/c^2 - 1}}{1 - u^2/c^2} \quad (V.96)$$

Для простоты уравнение (V.96) посчитано с компонентами скорости на поверхности корпуса, полученными по методу Гесса-Смита, хотя это не точное решение уравнения (V.96). Результаты показаны на рис V.65 Линии характеристик модели M42A пересекают одна другую, что подразумевает появление косо́го удара.

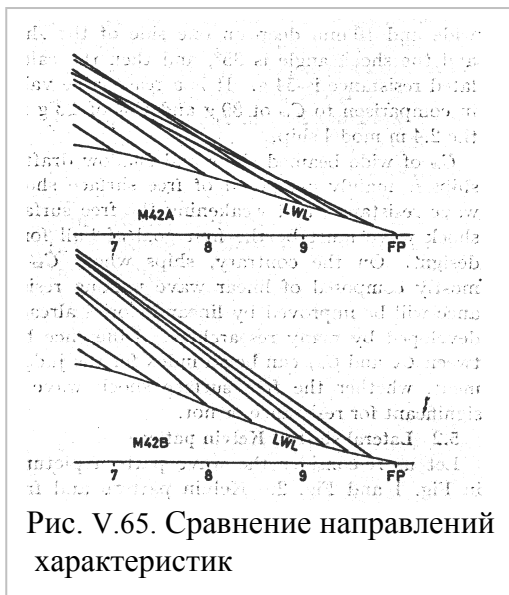


Рис. V.65. Сравнение направлений характеристик

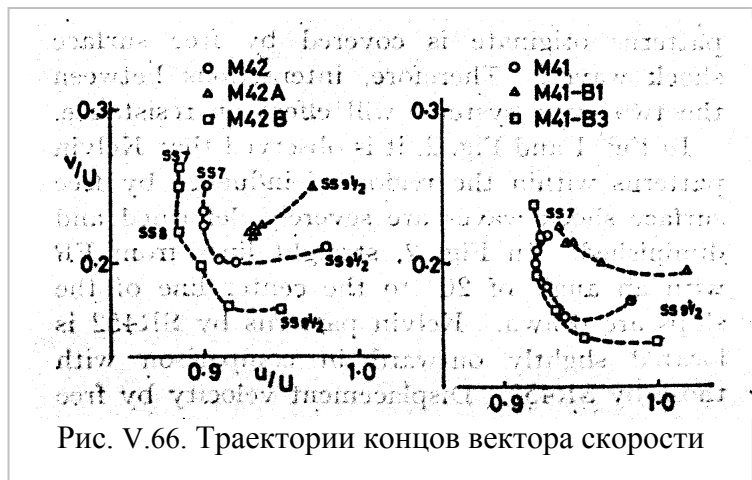


Рис. V.66. Траектории концов вектора скорости

Более простой метод состоит в том, чтобы прорисовать траекторию вершин вектора скорости, которые посчитаны на поверхности корпуса,

прилегающей к линии погружения воды по методу Гесса-Смита. Результаты для серии судов М41 и М42, чьё сопротивление волнообразования главным образом определено ударными волнами на свободной поверхности, представлено на рис.V.66. У улучшенных судов М42В и М41-В3 траектории концов вектора скорости поднимаются по направлению к началу. В противоположность судам, чьё волновое сопротивление возрастало, являются М42А и М41-В1. Их траектории подняты к противоположной стороне. Уменьшение компонент возле носа приводит к ослаблению ударных волн на свободной поверхности. Х.Мията и др. считали, что сбор данных для определённого класса судов обеспечит их сведениями для проектирования формы корпуса.

Влияние ударных волн на свободной поверхности на сопротивление судна

Компоненты волнового сопротивления. Х.Мията и др. считают, что волновое сопротивление, полученное из буксировочных испытаний, проявляется в моделировании линейных и нелинейных ударных волн и их взаимодействием.

Замечание. Следует заметить, что японские исследователи пишут не об остаточном, а о волновом сопротивлении, поэтому их расчётная и экспериментальная кривые не совпадают.

Мията и др. считают, что сопротивление ударных волн на свободной поверхности приблизительно измеряется как потеря количества движения позади судна совместно с вязкостным сопротивлением, и что почти невозможно разделить потерю количества движения и нелинейную волновую составляющую. Для общего понимания значения ударных волн они выполнили расчёты по уравнению (V.88) и теореме моментов. Предполагая, что вода в тонком слое вокруг *WM2* имеет протяжённость 200 мм и глубину 10 мм с одной стороны модели и угол удара 35° , они посчитали и получили сопротивление в 54 *гр*. Они считают, что это разумное значение по сравнению с C_w 89 *гр* и C_{wp} 23 *гр* для модели длиной 2,4 м.

Мията и др. считали, что волновое сопротивление C_w широкого судна с малой осадкой главным образом состоит из сопротивления ударных волн, и волновое сопротивление ударных волн должно быть первым учтено при проектировании корпуса судна. Это делается в противоположность тем судам, у которых C_w состоит из линейного волнового сопротивления и улучшается с помощью линейной теории, уже разработанной многими исследователями. Разница между C_w и C_{wp} может быть использована для определения значительны или нет ударные волны.

Боковой сдвиг кельвиновской картины

Мията и др. делают такой вывод: «В ближнем поле судна существуют кельвиновская система и ударные волны на свободной поверхности. Другими словами, поле потока, где начинается Кельвиновская система, покрыто ударными волнами на свободной поверхности. Следовательно, взаимодействие между двумя волновыми системами будет влиять на сопротивление».

Дальше Мията и др. пишут: «На рис. V.57 и рис.V.58 наблюдается, что кельвиновские картины в районе влияния ударных волн на свободной поверхности несколько деформированы и уменьшены. На рис. V.57 видны прямые линии от форштевня с углом 20° к ДП судов. Кельвиновская картина

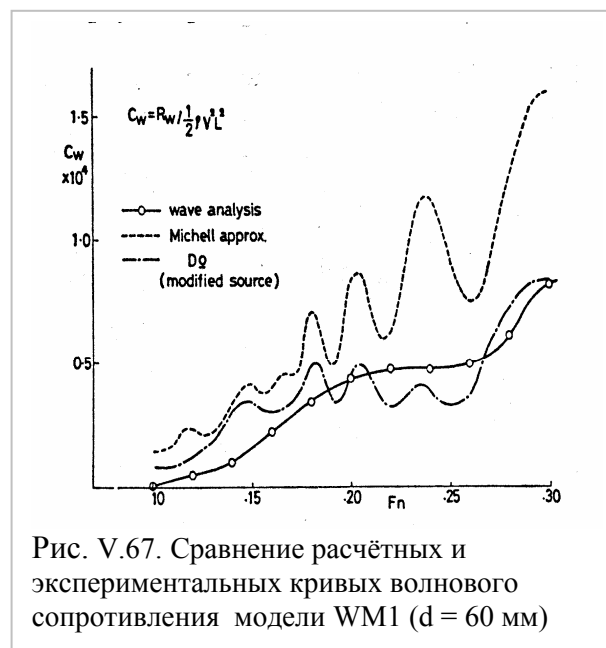


Рис. V.67. Сравнение расчётных и экспериментальных кривых волнового сопротивления модели WM1 ($d = 60$ мм)

модели SR452 расположена слегка вне по сравнению с картиной модели SR543». Они делают вывод, что смещение скорости этими ударными волнами на свободной поверхности предполагает смещение кельвиновской системы *вбок*.

Замечание. Эти противоречия в выводах авторов связаны с тем, что они не учитывают один из законов теории поля, что потенциальное (дисперсионные волны) и турбулентные поля (гиперболические волны) несовместимы в одном пространстве, т.е. $\text{rot grad } \varphi = 0$. Кроме того, несмотря на то, что авторы заметили, что Кельвиновская система сдвинута, они не подумали о том, чтобы учесть этот сдвиг в расчёте.

Х.Мията и др. сделали вывод, что «ударные волны на свободной поверхности являются причиной разрыва поля скорости в тонком слое, примыкающем к свободной поверхности. Этот факт означает, что попутный поток вокруг судна может быть разной ширины». Ссылаясь на то, что расчёты Мори [38] волнового сопротивления с учётом вязкости показали, что в этом случае кривая волнового сопротивления имеет тенденцию к некоторому уменьшению горбов и впадин; авторы делают заключение, что присутствие подповерхностного пограничного слоя должно уменьшать горбы и впадины и должно быть принято в расчёт, чтобы получить лучшее приближение.

Чтобы продемонстрировать свою точку зрения Х.Мията и др. выполнили простые расчёты для WM1-C. Область пограничного слоя представлена *твёрдым телом*, которое имеет осадку 20 мм и вытянуто прямо назад до бесконечности. Волновое сопротивление рассчитано по Мичеллу для простоты, и результаты показаны на рис. V.67.. Полученная кривая волнового сопротивления приблизительно соответствует результатам волнового анализа. Авторы пишут, что «эффект затухания из-за ударных волн на свободной поверхности играет значительную роль в линейном волновом сопротивлении, хотя настоящий путь расчёта не точно представляет физический феномен».

Замечание. С таким подходом трудно согласиться, потому что причиной появления подповерхностного слоя является градиент скорости под поверхностью любых волн, который неизбежно появляется при искривлении перемещающейся свободной поверхности.

Х.Мията и др. сделали следующие заключения:

- (1) При перемещении суда генерируют некий вид ударных волн также, как и линейных дисперсионных волн, и первые названы ударными волнами на свободной поверхности.
- (2) Ударные волны на свободной поверхности удовлетворяют соотношениям удара. Кроме того, появляются нормальная и косая ударные волны, и угол удара меняется с изменением скорости судна.
- (3) Ударные волны на свободной поверхности присутствуют в тонком слое, прилегающем к свободной поверхности.
- (4) Ударные волны на свободной поверхности генерируются на какой-нибудь части судна в зависимости от условий. Ударные волны на свободной поверхности от кормы доминируют так же, как от носа.
- (5) Теория нелинейных мелководных волн может быть использована для объяснения ударных волн на свободной поверхности, когда предполагается эквивалентная глубина воды.
- (6) Некоторые эмпирические методы проектирования могут быть использованы для судов, генерирующих интенсивные ударные волны на свободной поверхности, до тех пор, пока теоретическое решение этой проблемы не будет удовлетворительным.
- (7) Ударные волны на свободной поверхности влияют на волновое сопротивление. Их влияние затухания должно быть принято в расчёт.

Эти заключения свидетельствуют о том, что авторы интуитивно поняли и экспериментально подтвердили значение подпорных волн и их роль в образовании сопротивления судна, но именно потому, что они, в основном, рассматривали поток вне судна, а не на корпусе, они не получили, и не могли разработать такую теорию, которая давала бы возможность рассчитывать сопротивление в зависимости от формы корпуса судна.. Например в пункте (7) они пишут, что ударные волны оказывают затухающее

влияние на кельвиновские волны. Но, судя по приведенному выше нашему анализу, влияние подпорных волн заключается в сдвиге вершины кельвиновской носовой системы, и при этом возможно как уменьшение остаточного сопротивления, так и его увеличение (см. рис. V.47). По всей видимости, всё же для расчётов сопротивления замеры только волновой поверхности недостаточны.

Теоретическое исследование К.Эггера [18]. Когда японские исследователи экспериментально установили, что поле потока вокруг движущегося судна содержит дисперсионные и недисперсионные волны, К.Эггерс исследовал это поле [18]. Для исследования он рассматривал те периодические волновые решения уравнения Лапласа в нижней половине пространства, которые локально удовлетворяют однородной части этого дифференциального уравнения, и при допущении постоянных, а не переменных коэффициентов. Вообще-то это обеспечивает базу для применения метода построения лучей и теории медленного судна Е.Баба и К.Такекума [6]. Возмущение $D(x, y)$ в правой части граничного условия на свободной поверхности взято равным нулю.

Итак, скорость движения q установлена для безразмерного модуля вектора потока дублированного тела такого, что скорость $q \sim 1$, т.е. равна единице далеко вне судна. К.Эггерс исходит из того, что

(i) волны не могут существовать внутри малой окрестности точек стагнации в потоке дублированного тела, где $q^2 \leq 1/3$.

(ii) Максимум возможных длин волн возрастает в линейной зависимости от $q^2 - 1/3$.

(ii) В области, где $q^2 > 1$, которая простирается в боковые стороны от судна до бесконечности возможный минимум длины волны конечен и пропорционален $q^2 - 1$.

(iv) Впереди и позади судна, где $q^2 < 1$, мы наблюдаем максимальный волновой угол (измеренный в противоположном направлении от касательной к дублированному телу), равный модулю $0,5 \arccos(2 - 1/q^2)$.

(v) Угол Кельвина (также измеренный против касательного направления потока дублированной модели) возрастает с уменьшением q^2 .

(vi) Для прямых лучей, проходящих через вершину клина внутри этого угла, и $q^2 < 0,7$, только одна мода волны может быть найдена методом стационарной фазы.

(vii) На линиях $q^2 = 1$ мы возвращаемся к классическому дисперсионному соотношению Кельвина и Хавелока, но только здесь максимум длины волны совпадает с тем, который параллелен потоку с модулем q .

(viii) Здесь имеется экспоненциальное убывание амплитуды всех мод волн в направлении, параллельном градиенту q^2 . Это и отмеченное выше убывание волновой длины с убыванием q^2 , в соответствии с анализом Лонге-Хиггинса и Стюарта [6], который объясняет изменение формы коротких гравитационных волн на длинных волнах и приливном потоке.

Граничное условие на плоскости $z = 0$

Основное допущение теории медленного судна состоит в том, что на низких числах Фруда компоненты действительного потока могут быть рассмотрены как результат «малых» возмущений потенциала потока идеальной дублированной модели во всей области потока, и есть некоторые эксперименты, которые подтверждают такое требование, по крайней мере, возле носа судна.

Второе допущение состоит в том, что потенциал возмущённых скоростей $\tilde{\varphi}$ допускает равномерное разложение по скорости судна U .

Вместо поиска громоздкого подтверждения К.Эггерс аксиоматически ввел здесь *третье допущение*, а именно, что $\tilde{\varphi}$ и его производные убывают по закону $O(U^3)$, когда U стремится к нулю (если не быстрее). Дальше К.Эггерс подтверждает, что это допущение не приводит к формальным противоречиям.

Получение дисперсионного соотношения

К.Эггерс получает граничное условие на свободной поверхности $z = 0$ в виде:

$$(u^2 - g\zeta_r)\varphi_{xx} + 2uv\varphi_{xy} + (v^2 - g\zeta_r)\varphi_{yy} - 2g\zeta_{rx}\varphi_x - 2g\zeta_{ry}\varphi_y + g\varphi_z = gD_r(x, y), \quad (V.97)$$

Рассматривается окрестность произвольной точки $P_0 = (x_0, y_0, 0)$, в которой производные u_x, u_y, v_x, v_y могут считаться малыми в том смысле, что (V.97) может рассматриваться как имеющее постоянные коэффициенты (как дано для P_0), и пусть мы положим $D(x, y) = 0$ здесь. С $k_0 = g/U^2$ мы рассмотрим потенциал

$$\varphi = A \exp(k_0 \kappa (1 + i\mu)(z + i(x - x_0) \cos \theta + i(y - y_0) \sin \theta)). \quad (V.98)$$

Вводя полярные координаты R и δ через $x - x_0 = R \cos \delta$, $y - y_0 = R \sin \delta$, мы имеем

$$\varphi = A \exp[k_0 \kappa (1 + i\mu)(z + iR \cos(\theta - \delta))]. \quad (V.99)$$

При $\mu = 0$ (V.98) и (V.99) представляют собой плоскую волну длиной $\lambda = 2\pi/(k_0 \kappa)$ с углом θ её нормали с осью x . Выразив q и β через $u = qU \cos \theta$, $v = qU \sin \theta$, и подставляя (V.98) в (V.97), К.Эггерс получил после деления на $\kappa(1 + i\mu)$

$$k_0 U^2 \left\{ \kappa(1 + i\mu)(g\zeta_r / U^2 - q^2 \cos^2(\theta - \beta) + (1 - 2(\zeta_{rx} \cos \theta + \zeta_{ry} \sin \theta))) \right\} = 0. \quad (V.100)$$

Введя $\gamma = \theta - \beta$ как угол волновой нормали с направлением потока дублированной модели по x -оси, отделяя реальную от мнимой части, он нашёл

$$\kappa = 2 / ((1 + 2 \cos^2 \gamma) q^2 - 1), \quad (V.101)$$

$$\mu = -2(\zeta_{rx} \cos \theta + \zeta_{ry} \sin \theta). \quad (V.102)$$

отсюда

$$\lambda = 2\pi q^2 / (k_0 (\cos^2 \gamma + 1/2q^2)). \quad (V.103)$$

Требование, чтобы κ было положительным для того, чтобы обеспечить распад волнового потока, накладываются следующие ограничения на волновую длину и волновой угол:

- (i) $0 < \lambda < \lambda_{\max} = 2\pi/k_0(3q^2 - 1)/2$ для $q^2 > 1/3$, то есть для $g\zeta_r < 1/3$,
- (ii) $\lambda > \lambda_{\max} = 2\pi/k_0(3q^2 - 1)/2$ для $q^2 > 1$, то есть для $g\zeta_r < 0$,
- (iii) $\cos 2\gamma - 1/q^2$ для $1/3 < q^2 < 1$, то есть для $g\zeta_r > 0$,

(iv) для области, где $q^2 > 1/3$, то есть, возле точек стагнации, не могут существовать волны. Из уравнения V.101 можно заключить, что амплитуда распадается с уменьшением ζ , то есть с возрастанием q^2 , когда μ является двойной производной по ζ в направлении нормали к волне.

Изменение q^2 с x и y показано на рис. V.68 и рис. V.69 для модели Инуйда S-201.

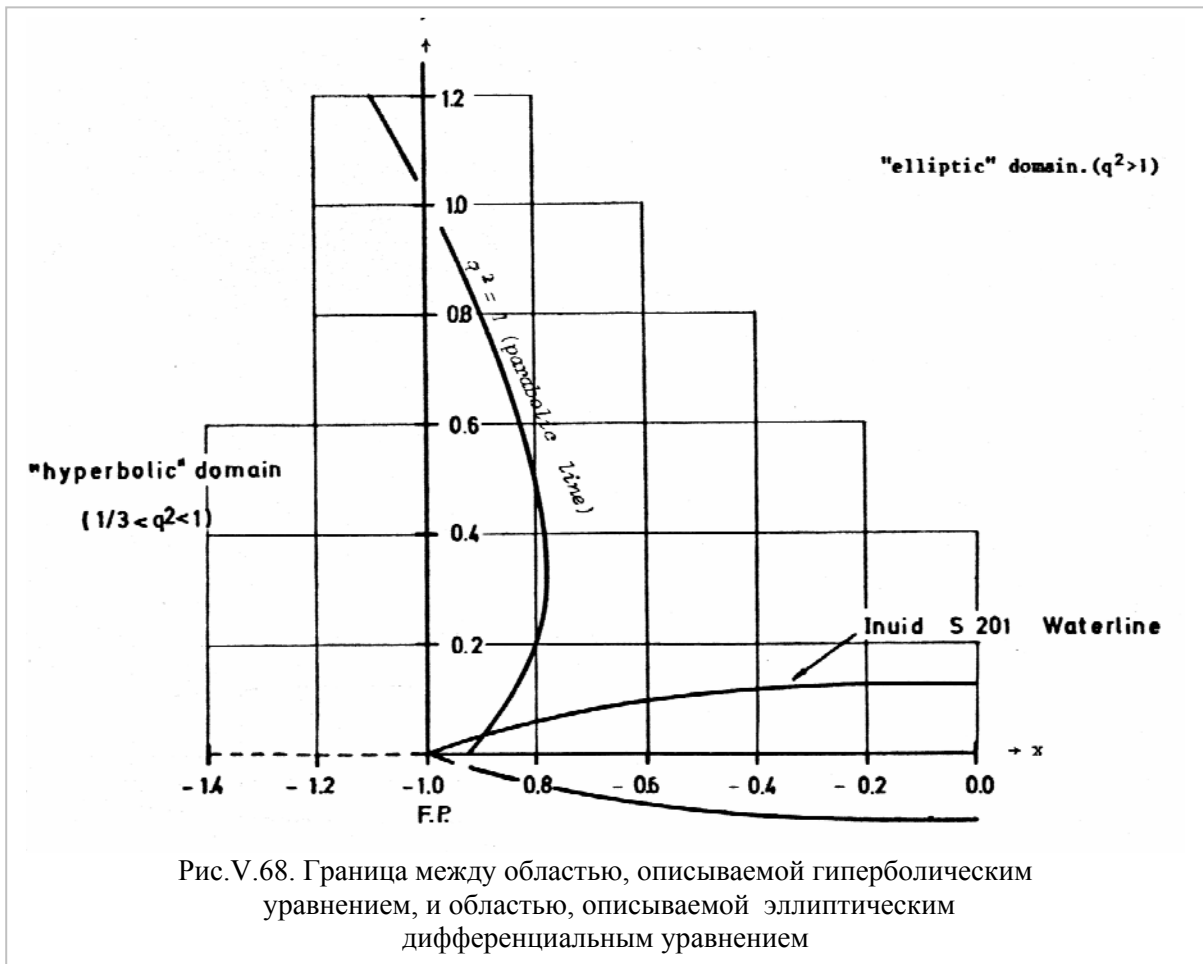


Рис. V.68. Граница между областью, описываемой гиперболическим уравнением, и областью, описываемой эллиптическим дифференциальным уравнением

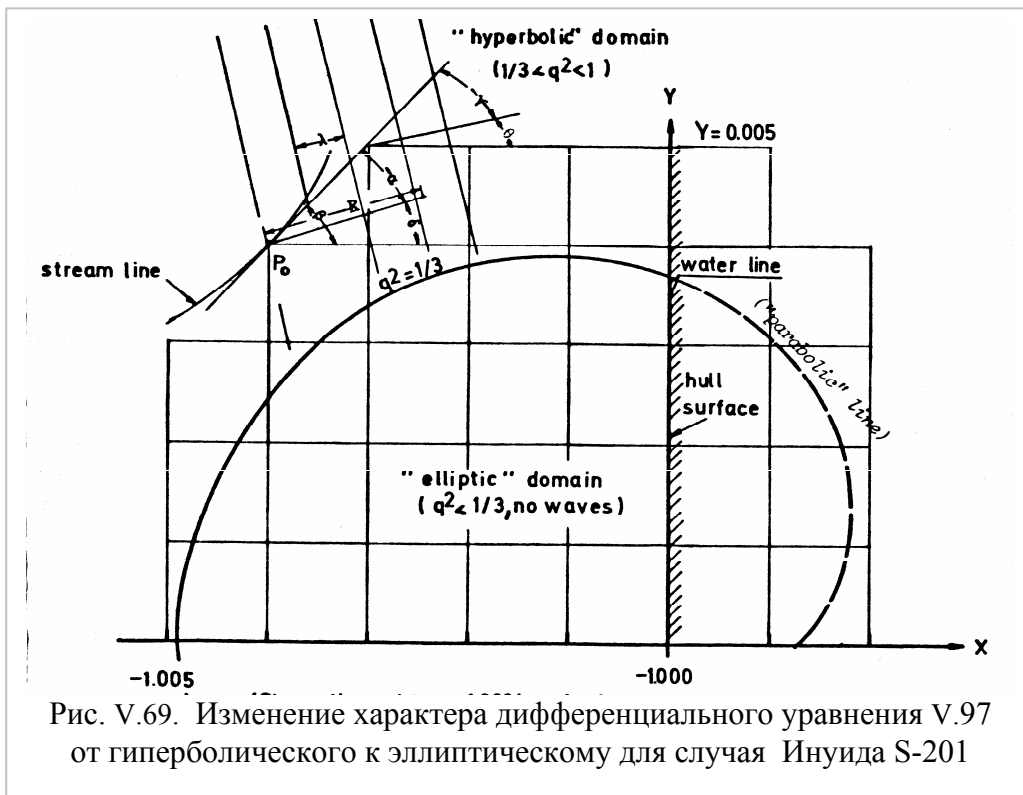


Рис. V.69. Изменение характера дифференциального уравнения V.97 от гиперболического к эллиптическому для случая Инуида S-201

Замечание. Именно на примере задачи о сопротивлении судна можно заметить, как заразительно неправильно взятое направление и к каким потерям времени и усилий это

приводит. Считая вязкость воды пренебрежимо малой и используя теорию идеальной жидкости, математики разрабатывали сложнейшие теории высших порядков, но за 13 лет работы (1963 -1976 гг.) так и не получили решения задачи о сопротивлении судна. По всей видимости, Г.Вейнблом ошибался, когда говорил, что эту задачу не смогут решить инженеры и что её должны решать математики. Аналогично, на примере работ японских учёных можно наблюдать, как сложно интерпретировать результаты замеров и как справедливо высказывание Леонардо да Винчи: «Эксперимент никогда не обманывает, а обманчивы наши суждения».

Литература к части V.3.

1. Доброклонский С.В. Турбулентная вязкость в поверхностном слое моря и волнения /С.В.Доброклонский// Доклады АН СССР.- 1947, 58.- №7.-С.1345 – 1348.
2. Кочин, Н.Е. Теоретическая гидромеханика /Н.Е.Кочин, И.А.Кибель, Н.В.Розе . ГИФ-МЛ, Части 1 и 2 - 584с. и 728 с.
3. Сретенский, Л.Н. О волнах на поверхности вязкой жидкости /Л.Н.Сретенский .- Труды ЦАГИ.- 1941.-№541.
4. Baba, E. Study on separation of ship resistance components /E.Baba // Journal of Society Nav. Arch. Japan.- 1969, 125.- P. 9 – 22.
5. Baba, E. A new component of viscous resistance of ships /E.Baba // Journal of Society Nav. Arch., Japan.- 1969, 125.- P. 23-34.
6. Baba, E. & Takekuma, K. A study on free-surface flow of slowly moving full forms /E.Baba, K.Takekuma// J. Soc. Nav. Arch., Japan.- 1975, 137.-P. 1-10.
7. Baba, E. Some free-surface phenomena around ships to be challenged by numerical Analysis /E.Baba // The third International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics.- Paris, France.- 1981.-P. 9 - 26.
8. Banner M.L. Wave breaking in deep water /M.L.Banner, D.H.Peregrin // . Ann. Rev. Fluid Mech. , 1993, 25.- P. 373 – 397.
9. Chan R. K. Numerical Solution of Transient and Steady Free Surface Flows about a Ship of General Hull Shapes /R.K.Chan, F.W.-K.Chan // Proc. 13th Symp. Naval Hydrodynamics», Tokio, 1980.-P. 257-280.
- 10.. Cointe R. A theory of spilling breaker /R.Cointe, M.Tulin // J. Fluid Mech.- 1994, 276.- P. 1-20.
11. Dabiri D. Experimental investigation of the vorticity generation within spilling water-wave /D.Dabiri, M.Gharib // J. Fluid Mech.- 1977, 330.-P. 113-139.
12. Dagan, G. Bow waves before blunt ships and other non-linear ship wave problems /G.Dagan, M.Tulin// 8th Symposium on Marine Hydrodynamics».- Pasadena.-1970.-P.607 - 626 (with disc.).
13. Dommermuth D.G. The vortical structure of a wave breaking gravity-capillary wave /D.G.Dommermuth, R.Mui// 12th Symp. On Naval Hydrodynamics.- Santa Barbara, CA.- 1994.
14. Dong R.R. On the structure of bow waves on a ship model /R.R.Dong, J.Katz, T.T.Huang// Journal Fluid Mech.- 1997, 346.-P.77-115.
15. Duncan, J.H. The formation of spilling breaking water waves /J.H.Duncan, V.Philomin, M.Behres, J.Kimmel// Phys. Fluids.- 1994, 6.- P. 2558-2560.
16. Eckert,E., Sharma, S.D. Bow Bulbs for Slow, Full-Form Ships /E.Eckert, S.D.Sharma// T&R Bulletin SNAME.- 1973.-P. 1 – 33
17. Eggers, K.W.H. Effect of bow shape on free surface shear flow / K.W.H.Eggers, K.Takekuma // 15th ONR Symposium on Naval Hydrodynamics.-Hamburg, Institut für Schiffbau der Universität.- № 2342. -1984.
18. Eggers K. Non-Kelvin Dispersive Waves around Non-Slender Ships /K.Eggers// Schiffstechnik.- 1981, 28.-P. 223 – 251.
19. Gadd,G.E. A method of computing the flow and surface wave pattern around full forms

- /G.E.Gadd// Trans. Roy. Inst. Nav. Arch..- 1976, 118.-P. 207 -219.
20. Gotman A.Sh. Study of Michell's integral and influence of viscosity and ship hull form on wave resistance /A.Sh. Gotman// Oceanic Engineering International, 2002, 6, 2, 74 – 115 (in English).
 21. Honji H. On the starting vortex beneath the free surface around a circular cylinder /H.Honji //.-J. of Physical Society of Japan.- 1975, 10.-№.5.
 22. Honji H. Observation of a Vortex in Front of a Half-Submerged Circular Cylinder /H.Honji //.- J. of the Physical Society.- 1976, 40.-№ 5.-P. 1475-1478.
 23. Hoyt J. & Sellin R. H.T. The hydraulic jump as a mixing layer /J.Hoyt, R.H.T.Sellin // J. Hydraul. Div. ASCE.- 1989, 115.-P. 1607-1614.
 24. Inui, T. From Bulbous Bow to Free-Surface Shock Wave – Trends of 20 Years' Research on Ship Waves at the Tokyo University Tank /T. Inui// Journal of Ship Research.-1981, 25,- №3.- P. 147-180.
 25. Inui, T., Kajitani, H., Miyata, H. Nonlinear Free-Surface Waves and Computational Hydrodynamics. Trends of Ten Years Research at the Tokyo University Tank /T. Inui, H.Kajitani, H.Miyata/ Schiffstechnik (Ship Technology Research).- 1989.-36.-1.- P.3 – 21.
 26. Kayo Y. Observation of Free Surface Shear Flow and its Relation to Bow Wave-Breaking on Full Forms /Y.Kayo, K.Takekuma, K.Eggers, S.D.Sharma// Inst, Schiffbau, Univ. Hamburg, Re pt. 420.- 1982.
 27. Kayo Y. Shear Layer and Secondary Vortical Flow Beneath Free Surface around Bow of Full Form Ship Model /Y.Kayo, K.Takekuma // Trans. West Japan Soc. Nav. Arch..- 1983.- №. 65.
 28. Lin J.C. Instantaneous of spilling breakers /J.C.Lin, D.Rockwell// Phys. Fluids.- 1994, 6.- P. 2877-2879.
 29. Lin J.C. Evolution of a quasi-steady breaking wave /J.C.Lin, D.Rockwell// J. Fluid Mech..- 1995., 302.-P. 29-44.
 30. Longuet-Higgins, M.S. Capillary rollers and bores /M.S.Longuet-Higgins// J. Fluid Mech.- 1992, 240.-P.. 659-679.
 31. Longuet-Higgins, M.S. The initiation of spilling breakers. Intl. Symp. Waves Physical and Numerical Modeling /M.S.Longuet-Higgins// University of British Columbia.- Vancouver, Canada.- 1994.-P. 24-48.
 32. Maruo, H. On the Free Surface Flow around Two-Dimensional Body Fixed in a Uniform Stream /H.Maruo, M.Fukazawa// Proc. of the 29th Japan National Congress for Applied Mechanics.- Univ. Tokyo Press.-1981.
 33. Melville W.K. The surface velocity field in steep and breaking waves /W.K.Melville, W.M.Rapp// J.Fluid Mech..-1988, 189.-P..1-22.
 34. Miyata H. Free Surface Shock Waves around Ships and Their Effects on Ship Resistance /H.Miyata, T.Inui, H.Kajitani// Journ. of Society of Naval Architects of Japan.- 1980,147.-P. 1-9.
 35. Miyata, H. Numerical and experimental analysis of nonlinear bow and stern waves of two-dimensional body (first report) /H.Miyata, H.Kajitani, A.Suzuki, C.Matsukawa // J. Soc. Nav. Arch. of Japan .- 1983, 154.-P. 48 - 55.
 36. Miyata, H. Nonlinear ship waves /H.Miyata, T.Inui// Advances in Applied Mechanics.- 1984, 24.-P. 215-288.
 37. Mori, K. Calculation of Stern Flow Field of Elliptic-Waterline Ship and Its Wave Resistance Including Viscous Effects /K.Mori// Research report 1978 of the International Joint Research of Study on Local NonLinear Effect in Ship Waves edited by T. Inui.-1979.
 38. Mori, K. A. Calculation of Wave Resistance and Sinkage by Rankine-Source Method, B. Prediction of 2-D Near Wake Flow by Making Use of Time Dependent Vorticity Transport Equation, C. Free Surface Boundary Layer and Necklice Vortex Formation /K.A.Mori// IIHR Report №. 262.- 1983.
 39. Peregrine, D.H. Spilling Breakers bores and hydraulic jumps /D.H.Peregrine, L.A.Svendsen // Proc. 16th Int. Conf. Coustal Enging. 1978, 1.-P. 540-550.

40. Pogozelski E.M. The flow structure around a surface piercing strut /E.M. Pogozelski, J.Katz, T.Huang // *Phis. Fluids* .- 1996, 9.-P. 1387-1399.
41. Rood E.P. Interpreting vortex interaction with a free surface /E.P.Rood // *Trans. ASME J. Fluids Engng.*- 1994, 116.-P.. 91-94.
42. Rood E.P. Sources of vorticity on the shear free surface boundary of viscous irrotational flows /E.P.Rood // *ASME Symp. On the Interaction of Surface Waves, Currents, Bodies and Wakes at or Near a Free Surface.*- San Francisco, CA.- 1995.
43. Sharma, S.D. 1969 Some results concerning the wavemaking of a thin ship./S.D.Sharma// *J. Ship Research*, 13, 72-81.
44. Takekuma, K. Study on Non-Linear Free Surface Problem Around Bow /K.Takekuma//.-*Journal Soc. Nav. Arch. of Japan.* -1972, 132.-P. 1 -9.
45. Takekuma, K. On the Breaking Bow Waves of Full Ship Models /K.Takekuma, Y.Kayo// *Mitsubishi Juko Giho.*-1981, 16.-№. 5 (in Japanese).
46. Taneda, S. Necklace Vortex around Bow /S.Taneda, H.Amamoto// *Bulletin of the Research Institute on Applied Mechanics, Kyushu University, Japan.*- 1969, 31.
47. Tanigachi K. Reduction of Wave-Breaking Resistance ‘MHI-Bow’ /K.Tanigachi, K.Tamura, E.Baba// *Mitsubishi Juko Giho.*- 1971, 8.-№. 1.-P. 146-152 (Japanese) or «Mitsubishi Technical Review».-1972, 9.-№. 1- P. 62-69 (English).
48. Todd F.H. Series 60. Methodical experiments with models of single-screw merchant ships Research and development report.- Report 1712 /F.H.Todd //.- 1963, XIII chapt. and 5 append.- bibl. 75 naim .- bibl. of 6 papers to series 60.
49. Weinblum, G.P. Schiff'sform and Wellenwiderstanden /G.P.Weinblum// *Proc.-Third Int. Congr. Appl. Mech.*.- Stockholm.- 1930.- P. 449-458.
50. Weinblum, G.P. Schiff'sform und Wellenwiderstanden /G.P.Weinblum // *Jarbuch der Schiffbautech, Jarbuch, Gessellschaft.*- 1932, 33.- P. 419-451.
51. Weinblum, G.P. Investigation of wave effects produced by a thin body – TMB Model 4125 /G.P.Weinblum, J.J.Kendrick, M.A.Todd// *Navy Department, the David W. Taylor Model Basin.*-, Washington 7.DC.-Report 840.- 1952
52. Wigley, W.C.S. Ship wave resistance. A comparison of mathematical theory with experimental results /W.C.S.Wigley// *Trans. INA.*- 1930, 72.-P. 216-228.
53. Wigley, W.C.S. Comparison of calculated and measured wave-profiles and wave resistance for a forms having parabolic waterlines /W.C.S.Wigley // *Proc. Royal Soc. of London, Ser. A.*- 1934, 144.- P. 144 - 159.
54. Wigley, W.C.S. Calculated and measured wave resistance of series of forms defined algebraically, the prismatic coefficient and angle of entrance being varied independently /W.C.S.Wigley// *Trans. of the Royal Inst. of Naval Arch.*.- 1942, 84.-P. 52-74.

Можно подтвердить едва ли не любую теорию, если искать подтверждения. Истинная проверка теории есть попытка её опровергнуть.
Карл Рафмонд Поппер

V.4. Исследование зависимости поправки сдвига от скорости судна и формы корпуса

В процессе экспериментов с длинными аналитическими моделями в опытовом бассейне НГАВТ (в настоящее время СГУВТ) так же, как в работах [3], [4], было замечено, что подпорные волны отодвигают вершину системы носовых кельвиновских волн в «вбок». На рис. V.70 и V.72 показаны кадры из видеofilьмов, на которых видно формирование подпорных волн в процессе разгона простой цилиндрической двухметровой параболической модели с осадкой 0,3 м (рис. V.70) и на разных скоростях - эллиптической модели с осадкой 0,2 м. (рис. V.72).

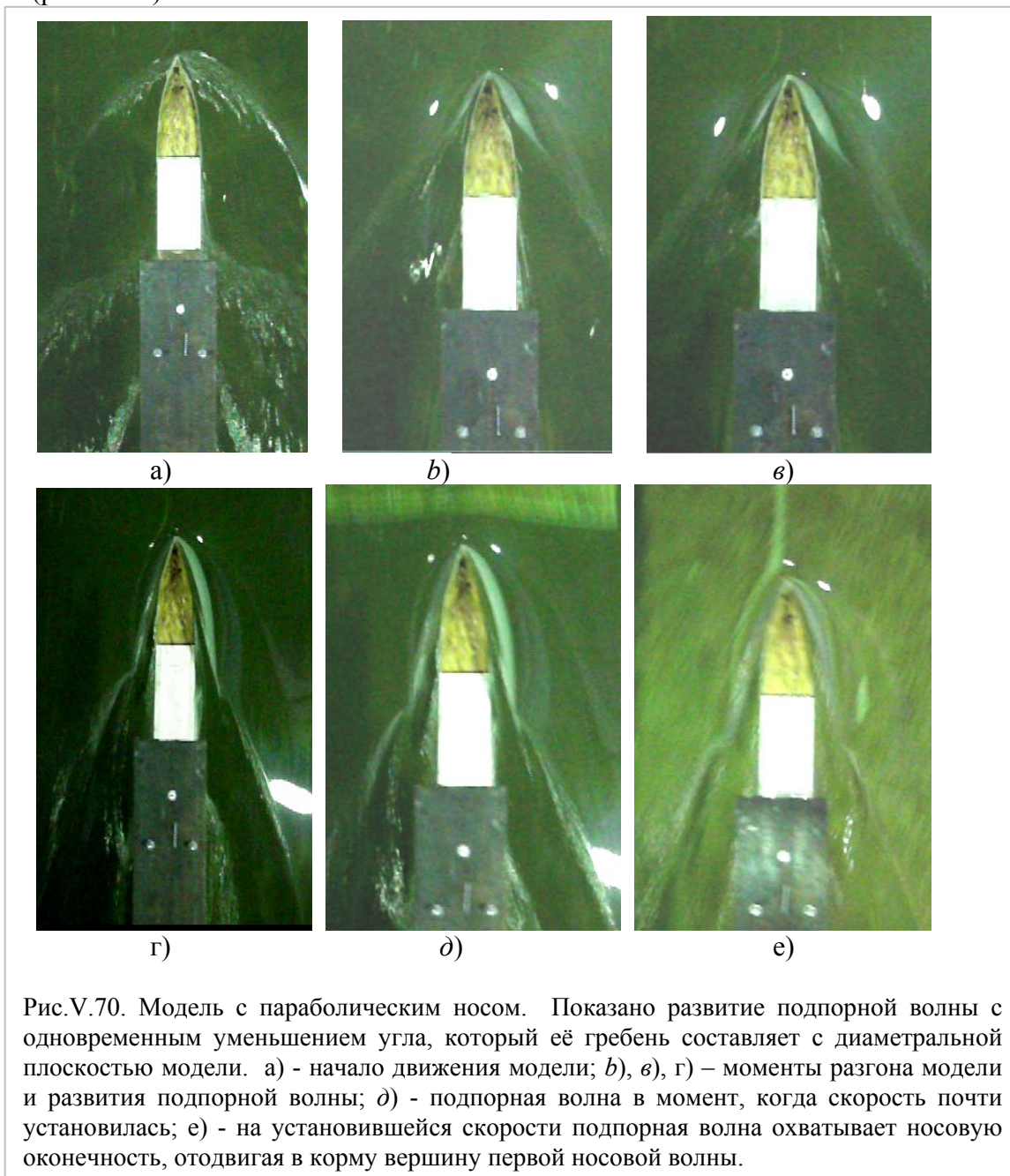


Рис.V.70. Модель с параболическим носом. Показано развитие подпорной волны с одновременным уменьшением угла, который её гребень составляет с диаметральной плоскостью модели. а) - начало движения модели; б), в), г) – моменты разгона модели и развития подпорной волны; д) - подпорная волна в момент, когда скорость почти установилась; е) - на установившейся скорости подпорная волна охватывает носовую оконечность, отодвигая в корму вершину первой носовой волны.

Можно подойти к показанному на рис. V.70 процессу разгона модели и с точки зрения скорости движения модели, как на рис. V.72. Понятно, что на каждой скорости подпорные волны отодвигают вершину носовой системы волн на вполне определённое расстояние. В таблице V.8 показана зависимость положения вершины носовой системы волн от скорости движения модели.

Такие же подпорные волны, как на рис. V.70, V.71 и V.72, видны на всех фотографиях в работах Х.Мията и Т.Инуи. Кроме того, из их работ известно, что на склоне ударных волн (так они называют подпорные волны) образуется зона турбулентности. На приведенных фотографиях (рис. V.70, V.71 и V.72) подпорные волны видны в виде охватывающих носовую оконечность и прилегающих к корпусу светлых овально очерченных гребней.

В работе Р.Донга и др. [1] указано, что из результатов изучения корабельных волн видно, что с возрастанием числа Фруда угол между носовой волной (между гребнями и осью модели) уменьшается, и точка тела, в которой волна отделяется от модели, движется дальше вниз по течению, расстояние между волнами возрастает и волновой гребень становится прямее. Далее показано, что при увеличении скорости движения модели вершина носовой системы волн располагается всё ближе к носу. Следовательно, носовая система удлиняется со смещением вершины к носу, а место отрыва от корпуса – к корме.

Практически при расчёте волнообразования судна влияние вязкости обычно учитывали тем, что вместо уравнения Лапласа использовали уравнения Навье -Стокса или осреднённые уравнения Рейнольдса (RANS). Здесь следует отметить, что для разработки метода решения осреднённого уравнения Рейнольдса В.Пател и др. [5] тщательно изучали поведение сдвигового слоя под свободной поверхностью. Практически они, как и другие исследователи, учитывали при разработке численных методов только влияние сдвигового подповерхностного слоя, потому что таким способом учесть сдвиг волновых систем невозможно. .

Определение длины сдвига от форштевня L_{sd} вершины носовой системы волн

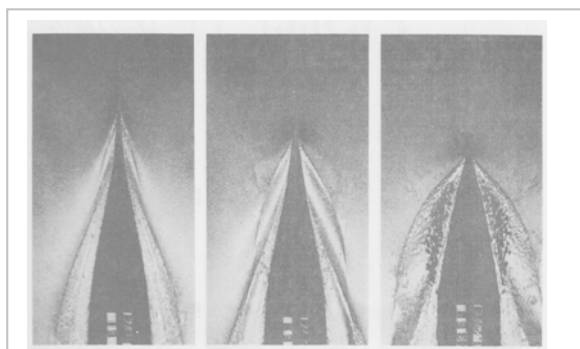


Рис. V.71. Носовые волны моделей с углами входа $5^\circ, 10^\circ, 15^\circ$. на $Fr = 0.2774$. Углы волнового гребня возрастают с возрастанием угла входа (из работы [4])

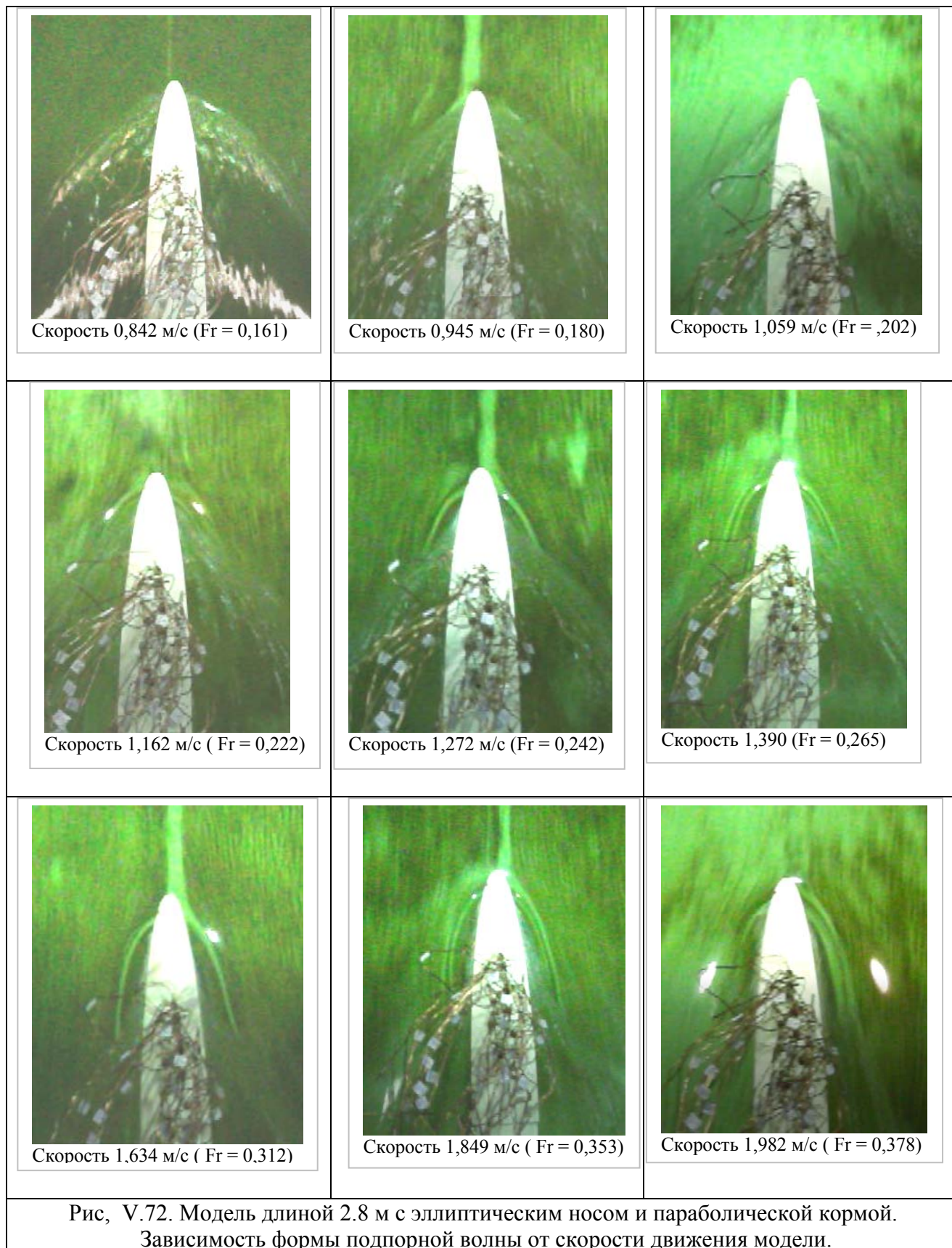
Следующее исследование выполнено путём определения длины сдвига вершины носовой системы волн от форштевня. Длина сдвига определялась по расстоянию от форштевня до реальной точки положения вершины носовой системы волн. Практически произведение $g(1) \cdot k_{sd}$ (см. формулу V.105) определяет тангенс угла наклона касательной в точке положения вершины волн на корпусе во время движения, поэтому можно получить уравнение, связывающее производную уравнения ватерлинии на форштевне с производной в реальной точке положения вершины. Конечно, желательно получить формулу для поправки сдвига $k_{sd} = k_1 \pm k_2 \cdot (Fr - Fr_o)$. Например,

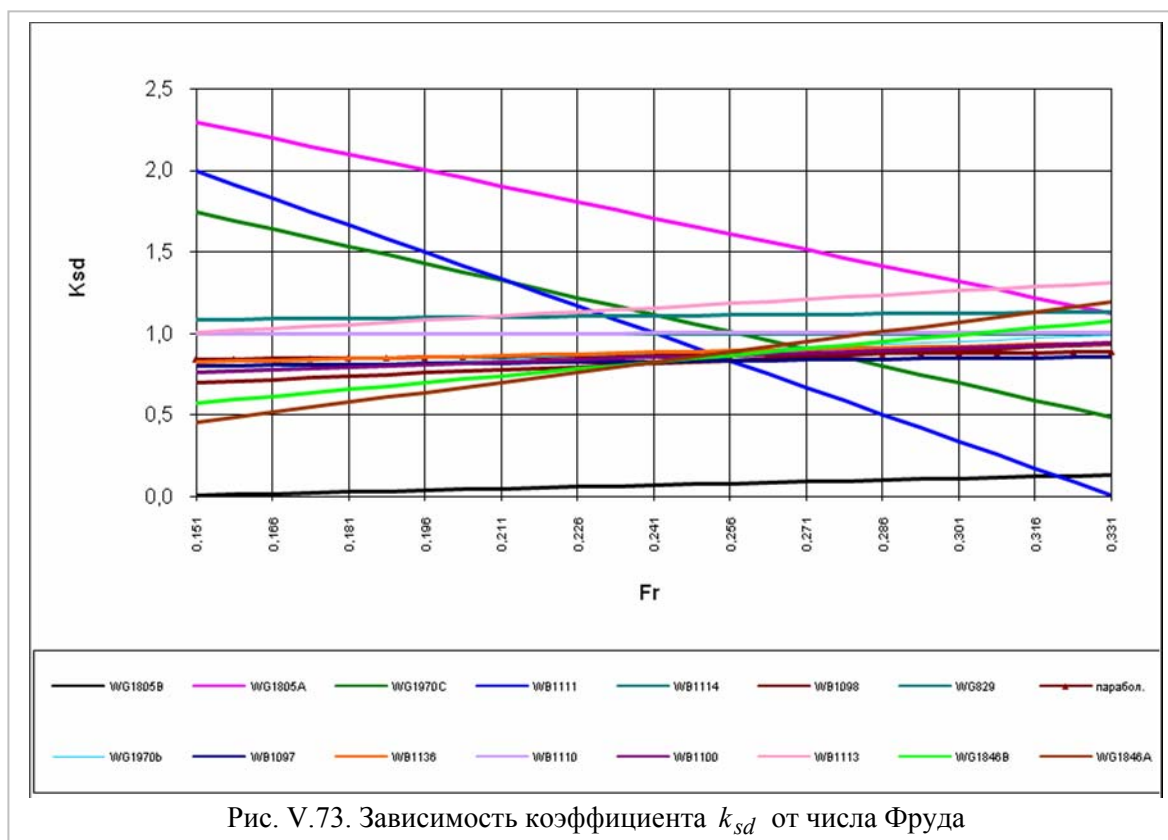
зависимость поправки сдвига k_{sd} от числа Фруда показана на рис. V.73. Легко видеть, что при малых углах входа действующей ватерлинии коэффициент k_2 получается большим по величине и отрицательным, поэтому с увеличением скорости поправка k_{sd} убывает.

Кроме этого нужно знать зависимость коэффициентов k_1 и k_2 от параметров формы корпуса судна или модели. В данном случае для моделей В.Виглея и Г.Вейнблума эти коэффициенты были получены путём подбора до совпадения расчётной кривой с известной экспериментальной кривой. Практически подбор вёлся до удовлетворения следующего равенства $f'(1) \cdot k_{sd} = f'(x_o)$ или точнее

$$f'(1) \cdot (k_1 + k_2(Fr - Fr_0)) = f'(x_0), \quad (V.105)$$

где абсцисса x_0 определяет шпангоут, до которого смещается вершина носовой кельвиновской системы волн.





В этом уравнении три неизвестных k_1 , k_2 и x_o . Если бы были известны зависимости k_1 , k_2 от параметров формы, что дало бы необходимые два уравнения, то проблема была бы решена, но они неизвестны.

Проверка длины сдвига L_{sd}

Зависимость длины пути L_{sd} вершины носовой системы волн по дуге действующей ватерлинии от форштевня до точки отрыва от угла входа представляет интерес как один из параметров сдвига. Для получения длины пути L_{sd} использовались полученные расчётные кривые моделей В.Виглея и Г.Вейнблума [6], [7], [8] В зависимости от числа Фруда были получены шпангоут отрыва x_o на ДП и длина дуги L_{sd} , по которой сдвинулась вершина кельвиновской системы носовых волн по действующей ватерлинии. Если бы сдвиг происходил со скоростью движения судна, то длина дуги L_{sd} была бы одинаковой у всех моделей, но это оказалось не так. Величина сдвига определяется формой действующей ватерлинии, а так как форма у всех моделей разная, то и сдвиг получился разный. Характеристики сдвига - шпангоут вершины x_o , поправка k_{sd} и длина сдвига L_{sd} приведены в таблице V.8.

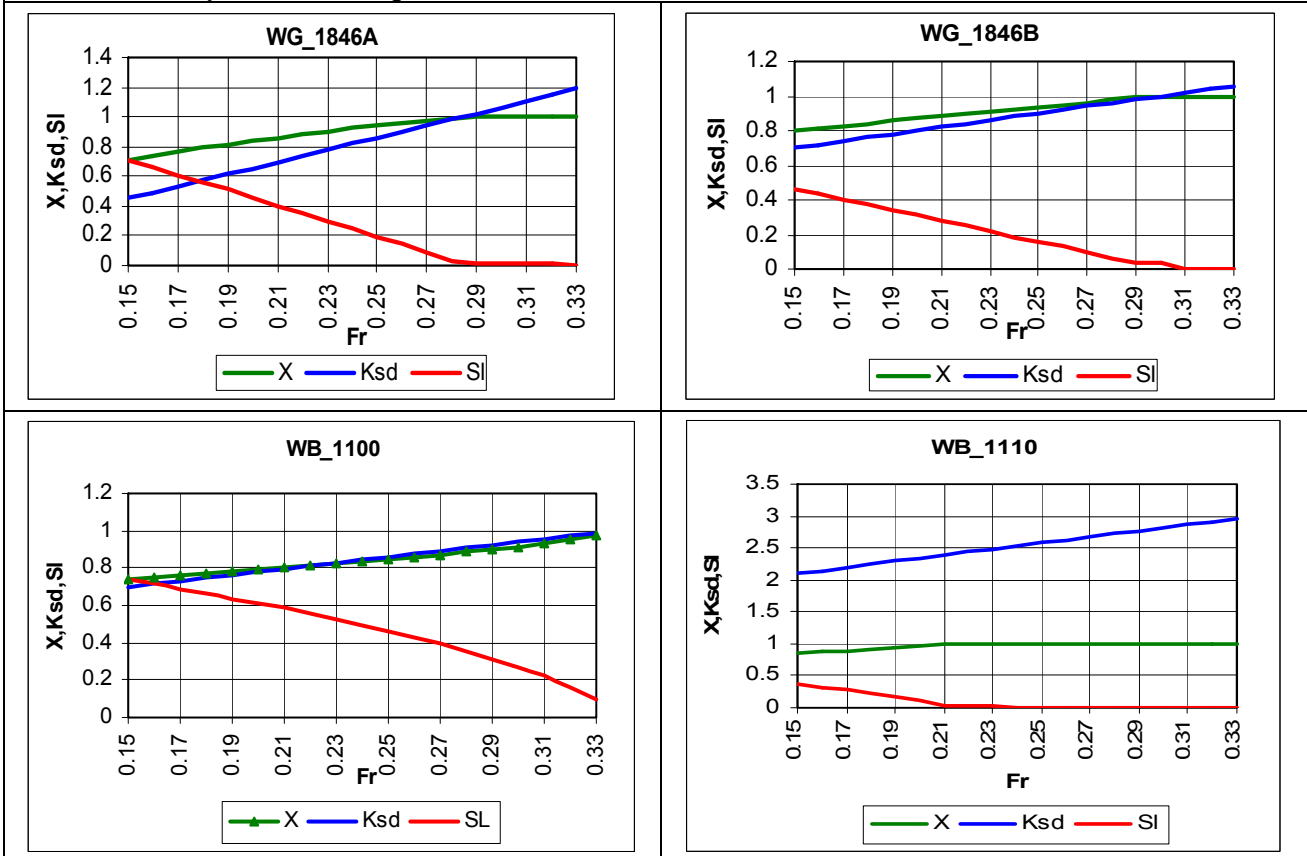
Из графиков таблицы V.8 видно, что изменение длины сдвига по числу Фруда происходит по-разному у разных моделей. Из наблюдений за движением моделей и судов всегда казалось, что носовая система волн с увеличением скорости вся сдвигается в корму, поэтому уменьшение длины сдвига (длина сдвига SI) с увеличением скорости движения вызвало некоторое недоумение. По этой причине выполнена экспериментальная проверка. Для такой проверки сделаны стоп-кадры из видео (таблица V.9) двухметровой модели с эллиптической формой носа, полученного в опытовом бассейне СГУВТ. На полученных стоп-кадрах отмечено расстояние по ДП между носовым перпендикуляром и началом расположения проводов (провода были установлены для замеров давлений на поверхности корпуса модели), что исключает влияние масштаба снимков на сделанные выводы

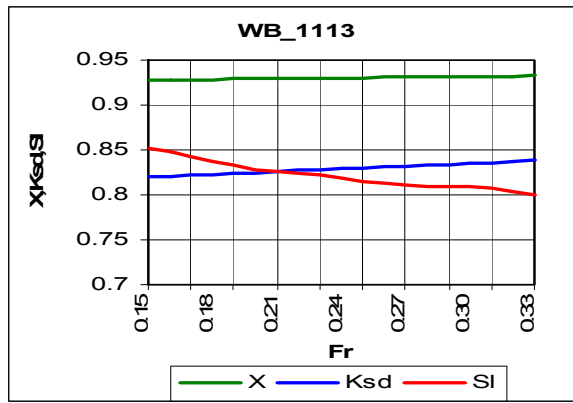
Из стоп-кадров таблицы V.9 видно, что подпорные волны с увеличением скорости вытягиваются, приближаются к корпусу и отодвигают кельвиновскую носовую систему волн к корме. С другой стороны, как следует из рисунков таблицы V.8, смещение вершины x_0 носовых волн с увеличением числа Фруда происходит к носу, т.е. длина сдвига с увеличением скорости уменьшается. Это можно объяснить тем, что с увеличением скорости кельвиновские волны становятся мощнее и больше противостоят действию подпорных волн.

Итак, если рассматривать остаточное сопротивление как результат взаимодействия подпорных и потенциальных кельвиновских волн, то следует учесть, что как подпорные волны сдвигают кельвиновские, так и кельвиновские волны могут смещать подпорные волны. Понятно, что импульсное давление в носу одновременно порождает подпорные и кельвиновскую систему волн, но соотношение между ними практически неизвестно, хотя оно определяет величину сдвига и, как следствие, величину остаточного сопротивления. Ясно только, что остаточное сопротивление зависит от формы судна или модели, а также от скорости движения модели.

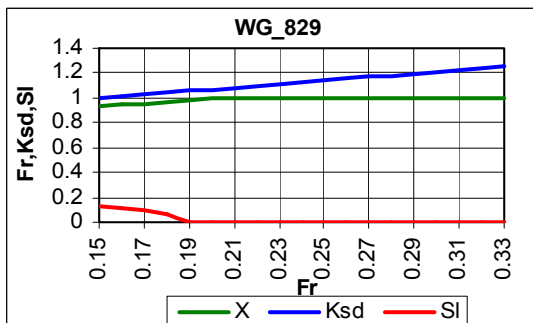
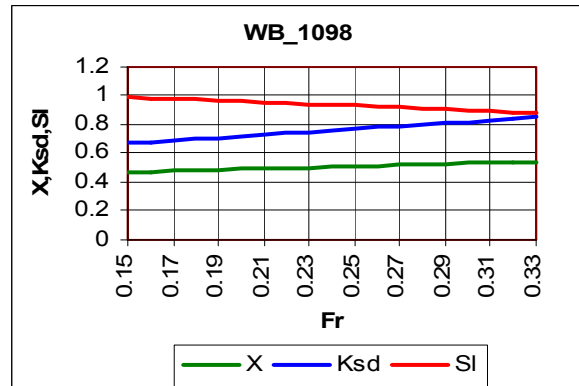
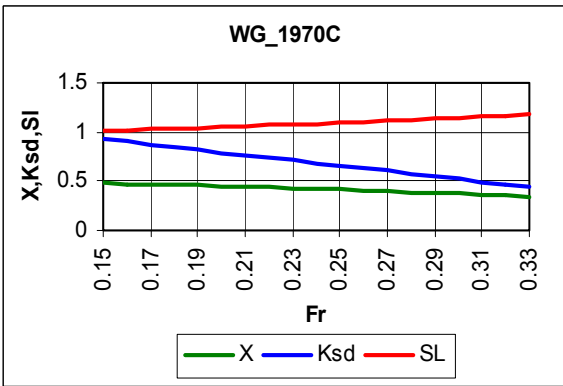
Таблица V.8. Исследование зависимости длины сдвига $L_{sd} = Sl$ и коэффициента сдвига k_{sd} от числа Fr и формы действующей ватерлинии

Обводы с выпуклыми ватерлиниями в носовой оконечности

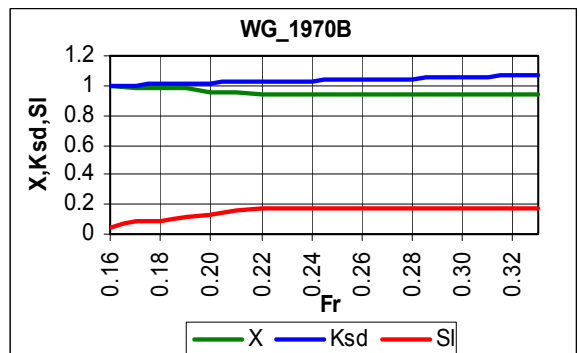
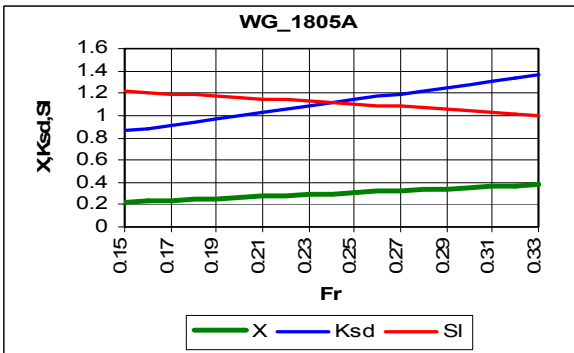




Обводы с прямыми ватерлиниями в носовой оконечности



Обводы с вогнутыми ватерлиниями в носовой оконечности



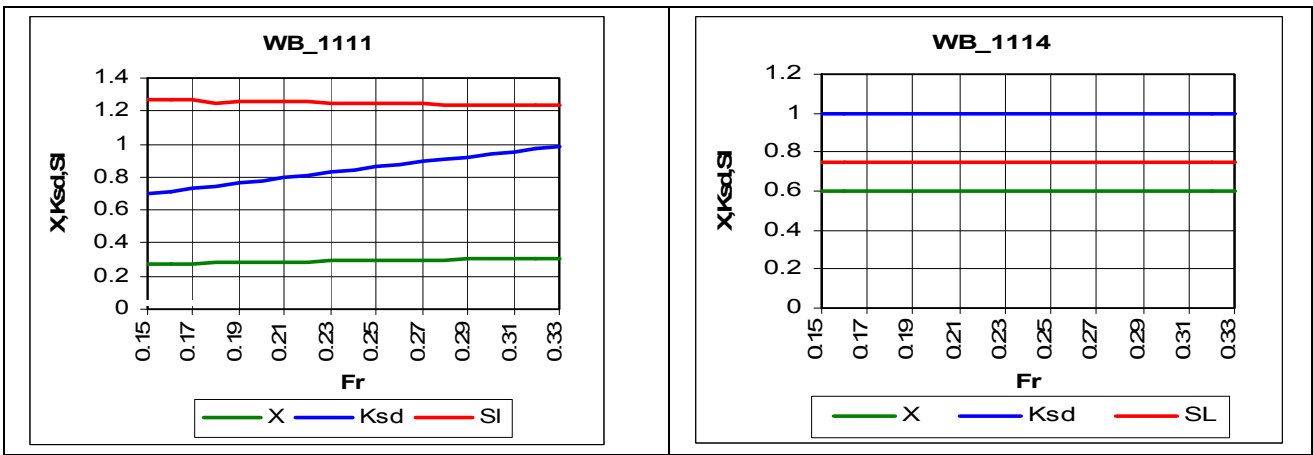
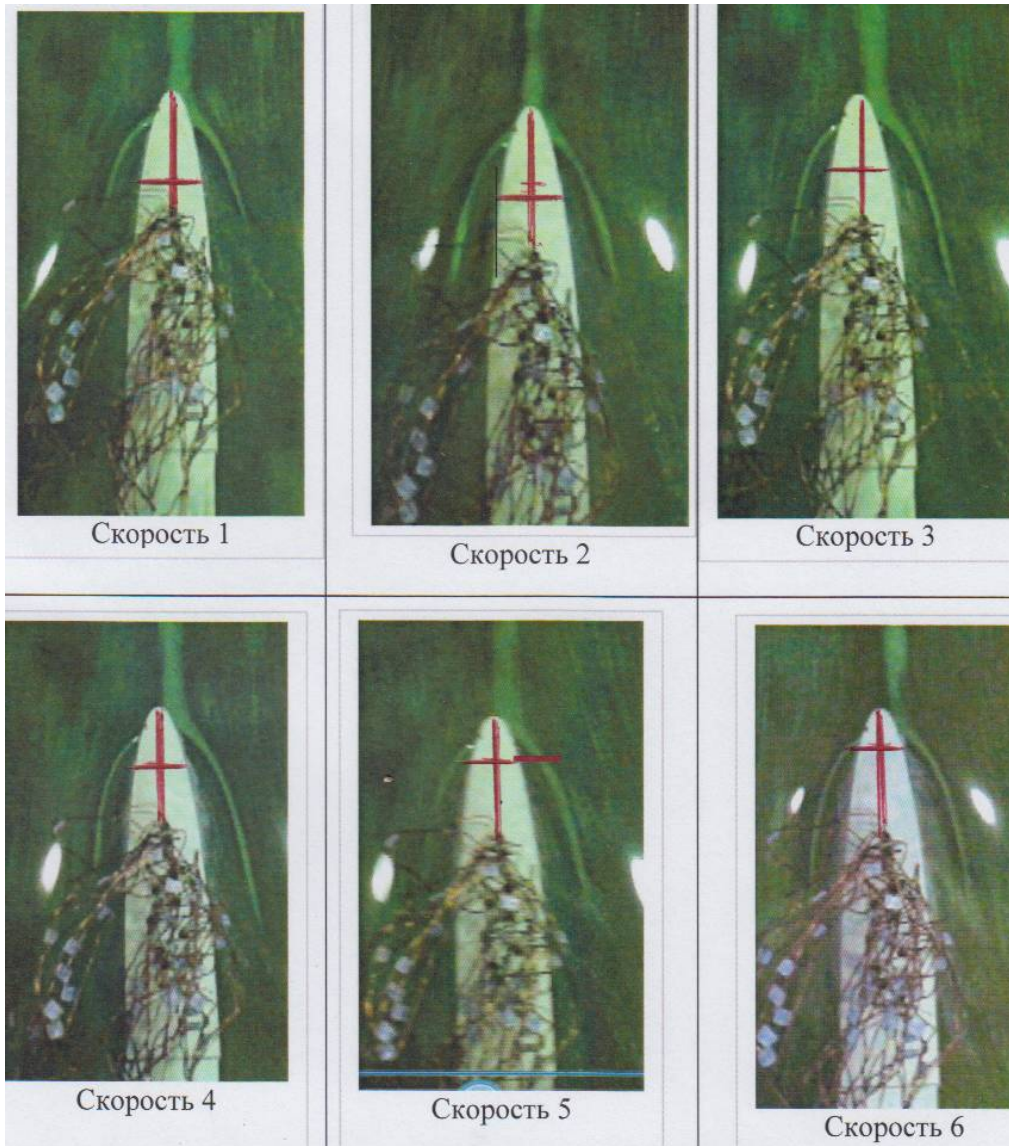


Таблица V.9. Зависимость положения вершины носовой системы волн от скорости движения модели

Скорость постепенно увеличивается от скорости 1 до скорости 6. Так как масштаб фотографий разный, то для оценки смещения показана длина от носа модели до начала проводов, что позволяет оценить относительное положение вершины носовой системы волн от носа модели, которое показано поперечной линией.



На графиках таблицы V.8 показаны: абсциссы x_0 , вершины носовой системы волн, коэффициент сдвига K_{sd} и длина сдвига $L_{sd} = Sl$ на разных числах Фруда. Легко заметить, что длина сдвига волн L_{sd} моделей с малыми углами входа и перегибом главной ватерлинии значительно больше, чем у остальных моделей с выпуклыми и прямыми ватерлиниями.

Длина сдвига (красные линии) у всех моделей уменьшается с увеличением скорости, за исключением моделей Вейнблума 1970В и 1114 с прямыми и вогнутыми ватерлиниями. Соответственно координата вершины x_0 увеличивается, приближаясь к форштевню, у которого $x = 1$.

В случае достаточного количества данных можно получить эмпирические формулы для определения коэффициентов k_1 и k_2 в зависимости от параметров обводов корпуса. При этом для экспериментов группы моделей следует выбирать так, чтобы в результате были такие группы, у которых:

- 1) расчётные кривые волнового сопротивления совпадали с экспериментальной кривой остаточного сопротивления;
- 2) расчётные кривые волнового сопротивления проходили выше экспериментальной кривой остаточного сопротивления;
- 3) расчётные кривые волнового сопротивления проходили ниже экспериментальной кривой остаточного сопротивления;
- 4) расчётные кривые волнового сопротивления пересекали экспериментальную кривую остаточного сопротивления.

Совершенно очевидно, что такое разделение анализируемых моделей на группы связано с разными типами судов. Скорее всего, придётся получать коэффициенты сдвига отдельно для тихоходных и быстроходных судов, для танкеров, грузовых и пассажирских судов, военных кораблей и т.п.

В данном исследовании для того, чтобы разобраться во всех особенностях теоретического определения остаточного и волнового сопротивления, были выбраны только голые корпуса водоизмещающих судов. Кроме того, для анализа были выбраны известные серии аналитических моделей, чтобы исключить ошибки и сложности численного интегрирования. Из исследований были исключены бульбы в оконечностях, обводы с транцевой кормой и т.п. Такие формы обводов требуют специальных исследований.

Практически все приведенные выше исследования выполнялись на моделях, симметричных относительно миделя [2]. В том случае, когда обводы кормы отличаются от формы носовой оконечности, расчётная кривая Мичелла проходит близко к экспериментальной кривой остаточного сопротивления. Примеры можно видеть в шестой главе на рис. VI.12, VI.13 и VI.14. Это видно на модели Тодда, речных судах «Родина» и «Севан». У речного судна «Севан» главная часть интеграла Мичелла в диапазоне чисел Фруда $0,22 \div 0,31$ почти совпадает с кривой остаточного сопротивления. То же происходит у модели судна «Родина» в диапазоне чисел Фруда $0,14 \div 0,31$. Для модели Тодда есть результаты экспериментов, проведенных в разные годы в разных буксировочных бассейнах.

Из рис. VI.12 следующей части монографии показаны кривые волнового и остаточного сопротивления модели Тодда с $\delta = 0,6$. видно, что на числах Фруда $0,22 \div 0,29$ – главная часть интеграла Мичелла совпадает с кривой остаточного сопротивления. На этом рисунке обращает на себя внимание большой разброс кривых остаточного сопротивления. Этот разброс имеет тот же порядок, что и расхождение главной части Мичелла с экспериментальными кривыми остаточного сопротивления. Следовательно, главную часть интеграла Мичелла смело можно выбирать в качестве первого приближения при определении остаточного сопротивления проектируемых обводов. Одновременно можно использовать интеграл Мичелла с первой поправкой $k_{турб}$.

В результате можно сделать следующие выводы:

1. Для получения предварительной оценки остаточного сопротивления в процессе проектирования обводов водоизмещающих судна необходимо знать коэффициенты $k_{\text{турб}}$, k_1 и k_2 .

2. Коэффициенты $k_{\text{турб}}$, k_1 и k_2 могут быть получены только эмпирически.

3. На практике можно использовать главную часть интеграла Мичелла и интеграл Мичелла с первой поправкой $k_{\text{турб}}$ как приближённый расчёт кривой остаточного сопротивления реальных судов. При этом необходимо учитывать, что при больших углах входа действующей ватерлинии ошибка, если и есть, то в безопасную сторону. При малых углах входа необходимо вводить некоторый множитель больше единицы. Но всегда лучше делать ватерлинии прямыми или слабо выпуклыми как с точки зрения гидромеханики, так и точности расчёта;

4. Для получения точного расчётного метода определения остаточного сопротивления необходимо провести дальнейшие испытания и использовать результаты уже имеющихся, чтобы найти эмпирические коэффициенты k_1 , k_2 и $k_{\text{турб}}$

5. В рассмотренном выше понятии остаточного сопротивления не остаётся места для сопротивления формы в том виде, как оно рассмотрено в пункте V.2.

6. Для теоретического решения задачи о сопротивлении водоизмещающего судна необходимо учесть, что носовая часть судна находится в турбулентном поле, а остальная – в потенциальном, и ещё учесть взаимодействие этих полей. Как поставить и решить такую задачу, пока неясно.

Литература к части V.4.

1. Dong R.R. On the structure of bow waves on a ship model /R.R.Dong, J.Katz, T.T.Huang// Journal Fluid Mech.- 1997, 346.-P.77-115.
2. Gotman A.Sh. Study of Michell's integral and influence of viscosity and ship hull form on wave resistance /A.Sh.Gotman// Oceanic Engineering International.- 2002, 6.-№ 2.- P. 74 – 115
3. Miyata, H. & Inui, T. Nonlinear ship waves /H. Miyata, T. Inui// Advances in Applied Mechanics.- 1984, 24.- P.215-28.
4. Miyata, H. Characteristics of nonlinear waves in the near-field of ships and their effects on resistance /H.Miyata// 13th Symposium on Naval Hydrodynamics, Tokyo, Japan, 1980, P. 335 – 351.
5. Patel V.C. Free surface Boundary Layer and the Origin of Bow Vortices /V.C.Patel, L.Landweber, C.J.Tang// Proc. 2nd Intern. Symp. On Viscous Resistance, SSPA, Goteborg, Sweden, 1985.
6. Weinblum, G.P. Schiff'sform und Wellenwiderstanden. Jarbuch der Schiffbautech /P.Weinblum// Jarbuch, Gessellschaft.- 1932, 33.- P. 419-451.
7. Weinblum, G.P. Investigation of wave effects produced by a thin body – TMB Model 4125 /G.P.Weinblum, J.J.Kendrick, M.A Todd// Navy Department, the David W. Taylor Model Basin, Washington 7.DC, Report 840, 1952.
8. Wigley, W.C.S. Ship wave resistance. A comparison of mathematical theory with experimental results /W.C.S.Wigley // Trans. INA.- 1930, 72.-P. 216-228.

Как известно, сетей сейчас хоть пруд пруди,
а любимая вообще может быть одна
Из описания соц. сетей

ГЛАВА VI. АНАЛИТИЧЕСКАЯ СЕТКА ДЛЯ ОПИСАНИЯ ОБВОДОВ СУДОВ

Корпус корабля имеет в общем случае сложную форму, которая не может быть описана одним уравнением, как, это делается для сферы, эллипсоида, конуса, цилиндра и т.п. Между тем, для проведения теоретических и расчётных исследований в теории и гидромеханике корабля, а также при оптимизации формы корпуса, чаще всего требуется аналитическое задание корпуса судна в виде уравнения $y = f(x, z)$ или в виде простого алгоритма, позволяющего определять ординаты и производные поверхности в любой точке.

Для всех расчётов ходкости необходимо использовать теоретический чертёж реального судна. Однако в расчётах ходкости обычная таблица теоретического чертёжа не может обеспечить требуемую точность. Например, невозможно с нужной точностью посчитать волновое или остаточное сопротивление воды по 21-му шпангоуту и 10-ти ватерлиниям. Однако вычерчивание вручную большого количества сечений теоретического чертежа требует, по меньшей мере, чтобы чертёж был большого размера. Если бы можно было записать всю поверхность корпуса судна в виде уравнения $y = f(x, z)$, то не было бы проблем согласования сечений, и была бы обеспечена точность расчётов по теоретическому чертежу.



Рис. VI.1 Локон Марии Анъези (верзиера)

Однако такое уравнение невозможно получить для судна с реальными обводами. Вместо уравнения $y = f(x, z)$ разработана аналитическая сетка поверхности корпуса.

Аналитическая сетка – это массив уравнений обычных сечений теоретического чертежа. Для этой цели используется уравнение кривой, которая названа нами «корабельной верзиерой». Единообразие уравнений сечений позволяет автоматизировать процесс их получения.

Одним из достоинств использования аналитической сетки является безупречное сглаживание всех линий теоретического чертежа. Возможное расхождение в некоторых узлах аналитических координат ватерлиний и шпангоутов не превосходит расхождений в узлах хорошо согласованного рисованного теоретического чертежа или плаза.

Разработанные в системе ФОРТРАН программы позволяют получать коэффициенты корабельной верзиеры одного сечения за долю секунды. Таким образом, получение аналитической сетки обычного теоретического чертежа по ординатам 21 шпангоута и 20 ватерлиний требует несколько минут. Получение промежуточных шпангоутов и ватерлиний требует ещё несколько минут. А использование аналитической сетки для любых расчётов ходкости трудно переоценить. Практически по аналитической сетке можно получить ординату y для любых заданных значений (x, z) . Таким образом, аналитическая сетка успешно выполняет роль уравнения $y = f(x, z)$

VI.1. Аналитическая сетка поверхности корпуса судна произвольной формы

В настоящее время для согласования теоретического чертежа используются различного вида сплайны, не дающие возможности описывать поверхность корпуса в виде уравнения, однако, позволяющие согласовывать поверхность теоретического чертежа с точностью до четвёртого десятичного знака. Не говоря о сложности подобных программ, следует отметить, что такое согласование поверхности затрунительно использовать для исследований и расчётов.

Ещё в шестидесятые годы выполнялись работы, в которых разрабатывались аналитические представления шпангоутов в виде полиномов очень высоких порядков [7], а также с помощью функций конформного отображения [8]. В настоящее время используются В-сплайны [11], всякие полиномы [4], [5], [9], [10]. Во всех этих методах используются очень сложные формулы, которые позволяют получать сглаживание поверхности корпуса по частям, но не дают уравнения всей поверхности корпуса, в отличие от описанной здесь аналитической сетки. Для этого разработан метод аппроксимации шпангоутов, ватерлиний, батоксов и любых других сечений корпуса судна в виде уравнения третьего порядка. Каждое сечение описывается одним уравнением. Это даёт простой алгоритм получения ординат сечений поверхности корпуса судна. Так как сечения получаются в виде аналитической кривой, то, естественно, можно получить в произвольно выбранной точке поверхности корпуса производные любого порядка. Это даёт возможность не только упростить согласование теоретического чертежа, но использовать такой алгоритм для решения задач ходкости.

Корабельная верзиера. Кривая, которая используется для аппроксимации, названа нами корабельной верзиерой. Она получена путём трансформации известной верзиеры (локона Марии Аньези). Локон Марии Аньези описывается уравнением

$$y = \frac{8a^3}{4a^2 + x^2} \quad (\text{VI.1})$$

и имеет вид, показанный на рис. VI.1. Из графика рис. VI.1 легко видеть, что верзиера

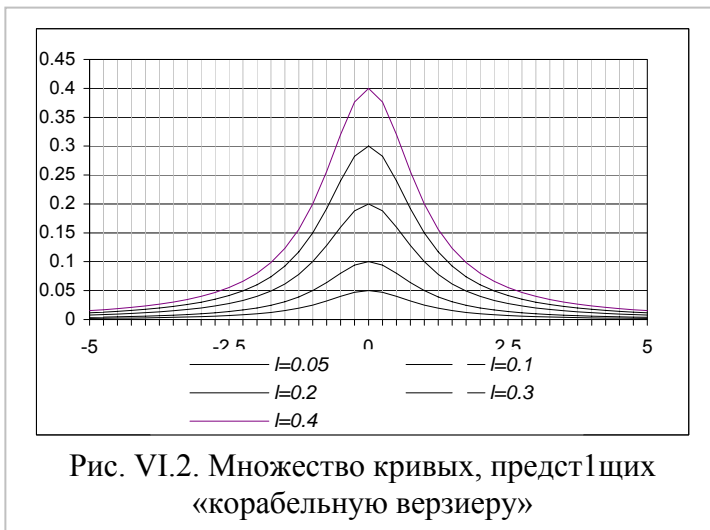


Рис. VI.2. Множество кривых, представляющих «корабельную верзиеру»

непрерывная, симметричная кривая, которая на своём протяжении имеет кривизну не только разной величины, но и разных знаков. Чтобы использовать верзиеру для аппроксимации сечений поверхности корпуса судна (или любой другой поверхности сложной формы), выполнено её преобразование, цель которого состояла в том, чтобы получить семейство кривых, подобных верзиере, но имеющих более крутую или более пологую форму, чем верзиера. Для этого, вместо параметра a введено два разных параметра l и k . Таким путём было получено семейство

кривых, уравнение которого записывается в виде

$$y = \frac{kl}{k + x^2} \quad (\text{VI.2})$$

и названо нами «корабельной верзиерой».

На рис. VI.2 показано семейство кривых, которое получается по формуле (VI.2) путём изменения параметров k и l . Из рисунка видно, что изменение параметров k и l позволяет получать кривые любой кривизны. Таким образом, всегда можно выбрать такую часть какой-нибудь кривой семейства, которая целиком совпадёт с ватерлинией или шпангоутом. Аналитически сечения теоретического чертежа судна редко описываются кривыми выше третьего порядка, а практический опыт автора показал, что с достаточно высокой точностью (до 0,1%) можно аппроксимировать одной кривой семейства корабельной верзиеры сечения очень сложных форм корпуса судна.

Пусть кривая (VI.2) задана в собственной декартовой системе координат, и её параметры известны. Особенность корабельной верзиеры состоит в том, что её вершины всегда расположены на оси ординат. Однако, при аппроксимации произвольных линий, заданных в

системе координат судна, приходится поворачивать верзиеру и смещать её вершину. В этом случае происходит перевод уравнения верзиеры из её собственной системы координат в другую систему, начало и угол поворота φ которой не совпадают с системой координат верзиеры. Тогда кривая записывается в виде неявного уравнения третьего порядка. На рис. VI.3 показана связь системы координат верзиеры с системой координат шпангоута. В системе координат шпангоута уравнение корабельной верзиеры получается в виде

$$b_1 y^3 + y^2 (b_2 x + b_3) + y (b_4 x^2 + b_5 x + b_6) + b_7 x^3 + b_8 x^2 + b_9 x + b_{10} = 0 \quad (VI.3)$$

Это неявное уравнение третьего порядка, коэффициенты которого b_1, b_2, \dots, b_{10} зависят от параметров верзиеры k и l , а также от координат вершины верзиеры и угла поворота осей координат. Эти коэффициенты даются выражениями (VI.4).

$$\left. \begin{aligned} b_1 &= \cos \varphi \sin^2 \varphi; \\ b_2 &= \sin^3 \varphi - 2 \cos^2 \varphi \sin \varphi; \\ b_3 &= 2 \lambda \cos^2 \varphi \sin \varphi - \lambda \sin^3 \varphi - 3 \kappa \sin^2 \varphi \cos \varphi; \\ b_4 &= \cos^3 \varphi - 2 \cos \varphi \sin^2 \varphi; \\ b_5 &= 4 \kappa \cos^2 \varphi \sin \varphi - 2 \lambda \cos^3 \varphi - 2 \kappa \sin^3 \varphi + 4 \lambda \cos \varphi \sin^2 \varphi; \\ b_6 &= k \cos \varphi + 3 \kappa^2 \cos \varphi \sin^2 \varphi + \lambda^2 \cos^3 \varphi - 4 \kappa \lambda \cos^2 \varphi \sin \varphi + \\ &+ 2 \kappa \lambda \sin^3 \varphi - 2 \lambda^2 \cos \varphi \sin^2 \varphi; \\ b_7 &= \cos^2 \varphi \sin \varphi; \\ b_8 &= 2 \kappa \cos \varphi \sin^2 \varphi - 3 \lambda \cos^2 \varphi \sin \varphi - \kappa \cos^3 \varphi; \\ b_9 &= 2 \kappa \lambda \cos^3 \varphi - 4 \kappa \lambda \cos \varphi \sin^2 \varphi + \kappa^2 \sin^3 \varphi + 3 \lambda^2 \cos^2 \varphi \sin \varphi - \\ &- 2 \kappa^2 \cos^2 \varphi \sin \varphi + k \sin \varphi; \\ b_{10} &= 2 \kappa \lambda^2 \cos \varphi \sin^2 \varphi - \kappa^2 \lambda \sin^3 \varphi - \lambda k \sin \varphi - \kappa k \cos \varphi - \\ &- \kappa^3 \cos \varphi \sin^2 \varphi - \kappa \lambda^2 \cos^3 \varphi + 2 \kappa^2 \lambda \cos^2 \varphi \sin \varphi - \lambda^3 \cos^2 \varphi \sin \varphi - \kappa l. \end{aligned} \right\} \quad (VI.4)$$



Это уравнение содержит десять коэффициентов (связанных между собой). Строго говоря, кривая зависит от пяти независимых параметров k, l, z_0, y_0, φ , что аналитически подтверждает возможность с помощью такой кривой аппроксимировать большой класс корабельных кривых (сечений корпуса судна). Естественно, что для определения ординат кривой (VI.3), необходимо использовать вычислительную технику.

Рабочие программы для определения ординат шпангоутов и ватерлиний записаны в программе FORTRAN. Число коэффициентов кривой (VI.3) может быть уменьшено, если все коэффициенты разделить на первый коэффициент b_1 . Тогда уравнение для ватерлинии записывается в виде (VI.5)

$$y^3 + y^2 (a_1 x + a_2) + y (a_3 x^2 + a_4 x + a_5) + a_6 x^3 + a_7 x^2 + a_8 x + a_9 = 0, \quad (VI.5)$$

а для шпангоута в виде (VI.6)

$$y^3 + y^2 (a_1 z + a_2) + y (a_3 z^2 + a_4 z + a_5) + a_6 z^3 + a_7 z^2 + a_8 z + a_9 = 0, \quad (VI.6)$$

где коэффициенты равны

$$a_1 = \frac{b_2}{b_1}, a_2 = \frac{b_3}{b_1}, a_3 = \frac{b_4}{b_1}, a_4 = \frac{b_5}{b_1}, a_5 = \frac{b_6}{b_1}, a_6 = \frac{b_7}{b_1}, a_7 = \frac{b_8}{b_1}, a_8 = \frac{b_9}{b_1}, a_9 = \frac{b_{10}}{b_1}. \quad (VI.7)$$

В работе [1] подробно описан графический метод аппроксимации кривых теоретического чертежа. Однако, такой метод достаточно громоздкий и трудоёмкий. Кроме того, аппроксимация производится не по ординатам теоретического чертежа, а по массиву, снимаемому с чертежа в координатах самой корабельной верзиеры (рис. VI.3).

Для согласования теоретического чертежа полученные по уравнениям кривые шпангоутов и ватерлиний строятся в программе EXCEL, и согласование выполняется таким же способом, как это делается на теоретическом чертеже. После согласования корабельных верзиер шпангоутов и ватерлиний получается массив коэффициентов a_1, a_2, \dots, a_9 уже согласованных шпангоутов и ватерлиний.

1. Способ определения коэффициентов корабельной верзиеры по ординатам теоретического чертежа

| Таблица VI.1 | | |
|--------------|-------|-------|
| | z_i | y_i |
| 1 | z_1 | y_1 |
| 2 | z_2 | y_2 |
| 3 | z_3 | y_3 |
| | | ... |
| n | z_n | y_n |

Для того, чтобы получить коэффициенты корабельной верзиеры в настоящее время нами используется аналитический способ. Входящие в уравнение (VI.5) коэффициенты a_1, a_2, \dots, a_9 определяются по ординатам y_1, y_2, \dots, y_n , которые снимаются непосредственно с теоретического чертежа. Затем методом наименьших квадратов получается система коэффициентов аппроксимирующей верзиеры. Для получения девяти коэффициентов a_1, a_2, \dots, a_9 приходится решать систему девяти уравнений, что при наличии стандартных программ не составляет никаких проблем. В зависимости от формы обводов можно задавать массив большего или меньшего числа точек шпангоутов или ватерлиний. Таким путём для аппроксимации всей поверхности необходимо получить верзиеры теоретических шпангоутов и ватерлиний. Для расчётов сопротивления достаточно аппроксимировать ватерлинии.

Пусть задан массив, состоящий из координат точек шпангоута в виде таблицы VI.1. По данным таблицы VI.1 составляется нормальная система уравнений из равенства

$$\sum_{i=1}^n [y_i^3 + y_i^2(a_1 z_i + a_2) + y_i(a_3 z_i^2 + a_4 z_i + a_5) + a_6 z_i^3 + a_7 z_i^2 + a_8 z_i + a_9]^2 = \min \quad (VI.8)$$

Путём дифференцирования по искомым коэффициентам a_1, a_2, \dots, a_9 получается нормальная система уравнений в виде:

$$\begin{aligned} a_1 s(1) + a_2 s(2) + a_3 s(3) + a_4 s(4) + a_5 s(5) + a_6 s(6) + a_7 s(7) + a_8 s(8) + a_9 s(9) &= -s(26), \\ a_1 s(2) + a_2 s(10) + a_3 s(4) + a_4 s(5) + a_5 s(11) + a_6 s(7) + a_7 s(8) + a_8 s(9) + a_9 s(12) &= -s(25), \\ a_1 s(3) + a_2 s(4) + a_3 s(6) + a_4 s(7) + a_5 s(8) + a_6 s(13) + a_7 s(14) + a_8 s(15) + a_9 s(16) &= -s(1), \\ a_1 s(4) + a_2 s(5) + a_3 s(7) + a_4 s(8) + a_5 s(9) + a_6 s(14) + a_7 s(15) + a_8 s(16) + a_9 s(17) &= -s(2), \\ a_1 s(5) + a_2 s(11) + a_3 s(8) + a_4 s(9) + a_5 s(12) + a_6 s(15) + a_7 s(16) + a_8 s(17) + a_9 s(18) &= -s(10), \\ a_1 s(6) + a_2 s(7) + a_3 s(13) + a_4 s(14) + a_5 s(15) + a_6 s(19) + a_7 s(20) + a_8 s(21) + a_9 s(22) &= -s(3), \\ a_1 s(7) + a_2 s(8) + a_3 s(14) + a_4 s(15) + a_5 s(16) + a_6 s(20) + a_7 s(21) + a_8 s(22) + a_9 s(23) &= -s(4), \\ a_1 s(8) + a_2 s(9) + a_3 s(15) + a_4 s(16) + a_5 s(17) + a_6 s(21) + a_7 s(22) + a_8 s(23) + a_9 s(24) &= -s(5), \\ a_1 s(9) + a_2 s(12) + a_3 s(16) + a_4 s(17) + a_5 s(18) + a_6 s(22) + a_7 s(23) + a_8 s(24) + a_9 s(27) &= -s(11), \end{aligned} \quad (VI.9)$$

где суммы (в данном случае для шпангоута) имеют вид:

$$\begin{aligned}
 s(1) &= \sum_{i=1}^n y_i^4 z_i^2, & s(2) &= \sum_{i=1}^n y_i^4 z_i, & s(3) &= \sum_{i=1}^n y_i^3 z_i^3, & s(4) &= \sum_{i=1}^n y_i^3 z_i^2, & s(5) &= \sum_{i=1}^n y_i^3 z_i, \\
 s(6) &= \sum_{i=1}^n y_i^2 z_i^3, & s(7) &= \sum_{i=1}^n y_i^2 z_i^2, & s(8) &= \sum_{i=1}^n y_i^2 z_i, & s(9) &= \sum_{i=1}^n y_i^2 z_i, & s(10) &= \sum_{i=1}^n y_i^4, \\
 s(11) &= \sum_{i=1}^n y_i^3, & s(12) &= \sum_{i=1}^n y_i^2, & s(13) &= \sum_{i=1}^n y_i z_i^5, & s(14) &= \sum_{i=1}^n y_i z_i^4, & s(15) &= \sum_{i=1}^n y_i z_i^3, \\
 ,s(16) &= \sum_{i=1}^n y_i z_i^2, & s(17) &= \sum_{i=1}^n y_i z_i, & s(18) &= \sum_{i=1}^n y_i, & s(19) &= \sum_{i=1}^n z_i^6, & s(20) &= \sum_{i=1}^n z_i^5, \\
 s(21) &= \sum_{i=1}^n z_i^4, & s(22) &= \sum_{i=1}^n z_i^3, & s(23) &= \sum_{i=1}^n z_i^2, & s(24) &= \sum_{i=1}^n z_i, & s(25) &= \sum_{i=1}^n y_i^5, \\
 s(26) &= \sum_{i=1}^n y_i^5 z_i, & s(27) &= n
 \end{aligned} \tag{VI.10}$$

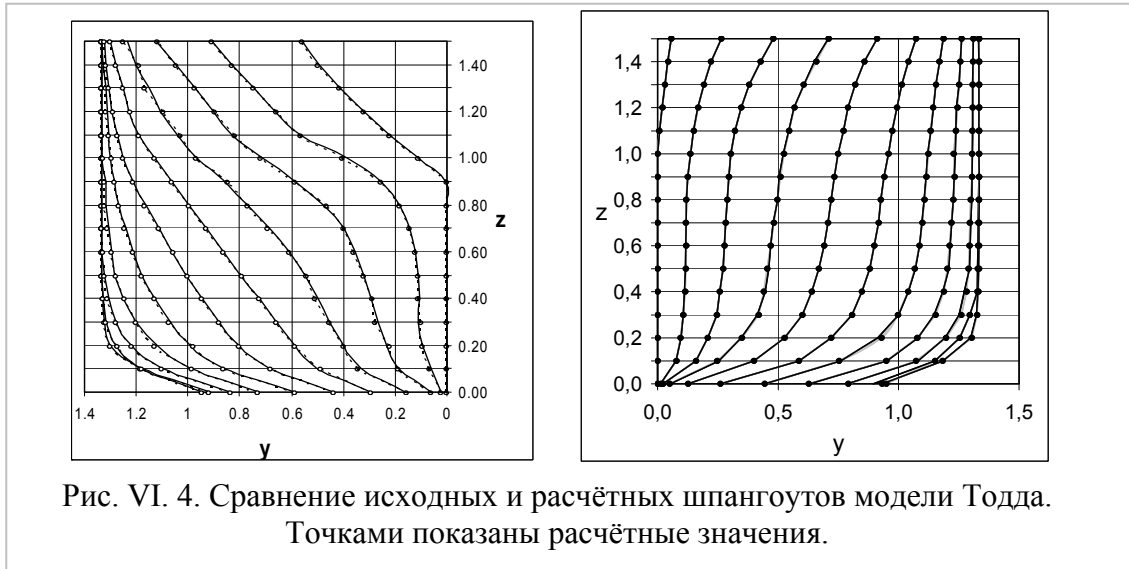


Рис. VI. 4. Сравнение исходных и расчётных шпангоутов модели Тодда. Точками показаны расчётные значения.

Для получения сумм в случае аппроксимации ватерлинии следует в формулах сумм заменить z_i на x_i . Уравнения шпангоутов и ватерлиний получаются в виде неявного уравнения (VI.5) или (VI.6). Для каждого значения z_i или x_i получается кубическое уравнение для определения соответствующей ординаты y_i . Решение кубического уравнения даёт три значения, из которых выбирается то действительное значение, которое соответствует значению исходной кривой. Выбор делается путём сравнения каждого из трёх решений уравнения с исходным значением y_i (рис. VI.4).

2. Построение промежуточных шпангоутов по уравнениям аппроксимированных сечений

По аналитически заданным сечениям можно составить алгоритм для определения ординат любой точки поверхности корпуса судна. Для этого используется интерполяционная формула Лагранжа

$$y(x) = \sum_{i=0}^n y_i \frac{(x - x_0) \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2) \dots (x - x_{i-1}) \cdot (x - x_{i+1}) \dots (x - x_n)}{(x_i - x_0) \cdot (x_i - x_1) \cdot (x_i - x_2) \dots (x_i - x_{i-1}) \cdot (x_i - x_{i+1}) \dots (x_i - x_n)}. \tag{VI.11}$$

В данной конкретной задаче аппроксимации судовой поверхности учитывается, что кривые, соединяющие точки соседних шпангоутов или ватерлиний, имеют порядок не выше второго. В связи с этим интерполяционная формула Лагранжа используется в вид

$$y(x) = \frac{(x - x_2) \cdot (x - x_3)}{(x_1 - x_2) \cdot (x_1 - x_3)} y_0 + \frac{(x - x_1) \cdot (x - x_3)}{(x_2 - x_1) \cdot (x_2 - x_3)} y_1 + \frac{(x - x_1) \cdot (x - x_2)}{(x_3 - x_1) \cdot (x_3 - x_2)} y_2. \quad (VI.12)$$

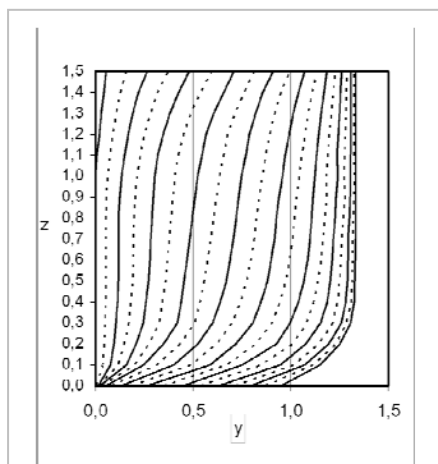


Рис. VI.5. Основные и промежуточные шпангоуты носовой оконечности

Промежуточные шпангоуты носовой оконечности, показанные на рисунке VI.5, получены по массиву аппроксимированных шпангоутов по формуле Лагранжа (VI.11).

Для того, чтобы проверить качество аппроксимации, для модели Тодда построена аксонометрия теоретического чертежа (рис. VI.6 и VI.7) в системе Solid Work.

Если ставится задача согласования теоретического чертежа, то это выполняется по верзьерам шпангоутов и ватерлиний в программе Excel таким же образом, как это делается на теоретическом чертеже. После согласования массив коэффициентов a_1, a_2, \dots, a_9 . верзьер шпангоутов и ватерлиний записывается в виде массивов.

Приведенный пример показывает, как можно сделать аппроксимацию всего корпуса до палубы. Однако, чаще всего для исследований достаточно аппроксимировать поверхность только до действующей ватерлинии. В таком

случае получить уравнения шпангоутов намного проще, потому что формы сечений не имеют перегибов, которые бывают возле палубы.



Рис. VI.6. Аксонометрия по расчётным сечениям ватерлиний и шпангоутов



Рис. VI. 7 Аксонометрия для проверки гладкости (по расчётным сечениям).

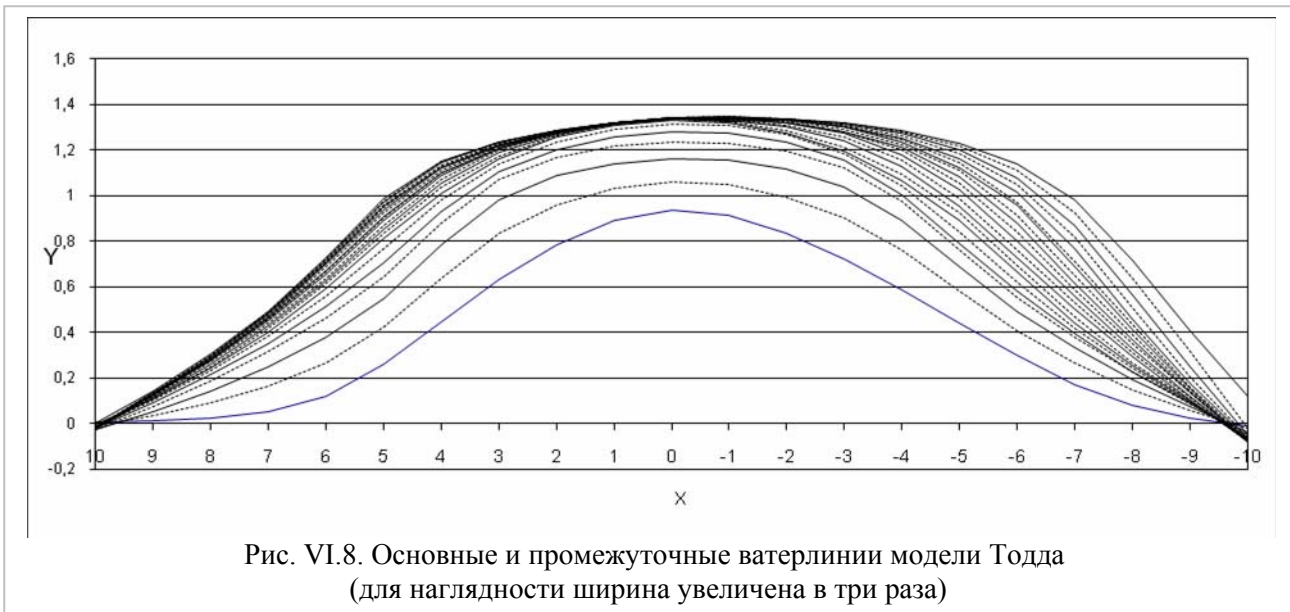


Рис. VI.8. Основные и промежуточные ватерлинии модели Тодда (для наглядности ширина увеличена в три раза)

На рис. VI.8 показаны основные, заданные верзьерой ватерлинии, и промежуточные ватерлинии, полученные по интерполяционной формуле Лагранжа. Для промежуточных ватерлиний (показанных пунктирными линиями) также затем получены уравнения верзиеры. Следует заметить, что ватерлинии аппроксимируются корабельной верзьерой с очень высокой точностью. Коэффициенты уравнений теоретических шпангоутов, соответствующих рисунку VI.5 носовой оконечности, а также для всех основных и промежуточных шпангоутов кормы приведены в таблице VI.2. для модели Тодда 60-ой серии с $\delta = 0.60$. В таблице VI.3 даны коэффициенты уравнений 10-ти ватерлиний этой же модели до главной ватерлинии с 3 -мя промежуточными ватерлиниями.. На рисунке VI.8 показаны только по одной промежуточной ватерлинии, чтобы не затенять чертёж.

3. Получение решений уравнений (VI.5) или (VI.6) в явном виде

Для получения решений уравнений (VI.5) или (VI.6) используется метод Кардано.

Пусть дано уравнение третьего порядка в виде

$$y^3 + r y^2 + s y + t = 0 \quad (VI.13)$$

Корабельная верзиера для ватерлинии получатся в виде

$$y^3 + y^2(a_1x + a_2) + y(a_3x^2 + a_4x + a_5) + a_6x^3 + a_7x^2 + a_8x + a_9 = 0, \quad (VI.14)$$

сравнивая с уравнением (VI.13), записываем коэффициенты в виде

$$r = a_1x + a_2, \quad s = a_3x^2 + a_4x + a_5, \quad t = a_6x^3 + a_7x^2 + a_8x + a_9 \quad (VI.15)$$

Для решения уравнения (VI.13) его приводят к виду

$$X^3 + p X + q = 0, \quad (VI.16)$$

в котором коэффициенты p и q равны

$$p = \frac{3s - r^2}{3}, \quad q = \frac{2r^3}{27} - \frac{rs}{3} + t \quad (VI.17)$$

Дискриминант уравнения (VI.16) равен

$$D = \left(\frac{p}{3}\right)^3 + \left(\frac{q}{2}\right)^2 \quad (VI.18)$$

Решение получается с помощью введения новых функций

$$u = (-q/2 + \sqrt{D})^{1/3}, \quad v = (-q/2 - \sqrt{D})^{1/3}, \quad (VI.19)$$

Тогда решение уравнения (VI.16) получается в виде

$$X_1 = u + v, \quad X_2 = -\frac{u+v}{2} + \frac{u-v}{2}i\sqrt{3}, \quad X_3 = -\frac{u+v}{2} - \frac{u-v}{2}i\sqrt{3}. \quad (\text{VI.20})$$

Связь с решениями уравнения (VI.13) имеет вид

$$y_k = X_k - (r/3), \quad k = 1, 2, 3 \quad (\text{VI.21})$$

Тогда искомое решение уравнения (VI.13) примет вид

$$y_1 = u + v - (r/3),$$

$$y_2 = -\frac{u+v}{2} + \frac{u-v}{2}i\sqrt{3} - (r/3), \quad (\text{VI.22})$$

$$y_3 = -\frac{u+v}{2} - \frac{u-v}{2}i\sqrt{3} - (r/3).$$

Таким образом, получается уравнение любого сечения корпуса судна в явном виде. Путём сравнения ординат с заданными из трёх решений выбирается соответствующее.

Приведенное аналитическое описание обводов корпуса судна позволяет получить не только ординаты поверхности корпуса с высокой точностью (до третьего знака после запятой), но и рассчитать производные любого порядка для каждой точки поверхности в любом заданном направлении, что представляет интерес для гидродинамических и других расчётов и исследований. Формулы для определения производных $y', y'', \dots, y^{(n)}$ не приводятся, так как они хорошо известны и могут быть легко получены в случае необходимости.

Для получения аналитической сетки необходимо, кроме ординат ватерлиний и шпангоутов задавать уравнения ахтерштевня и форштевня. Чем тщательнее выполнен теоретический чертёж, тем легче получается аппроксимация сечений теоретического чертежа.

Для расчётов приходится продолжать ватерлинии до нулевого и двадцатого шпангоутов. Продолжение ватерлинии при аппроксимации ниже основной линии должно быть таким, чтобы выдерживался угол в точке пересечения ватерлинии с основной линией.

В процессе расчётов следует проверять действия на каждом шагу после организации

Таблица VI.2. Коэффициенты уравнений шпангоутов модели Тодда ($\delta = 0.6$)

| Коефф. | a1 | a2 | a3 | a4 | a5 | a6 | a7 | a8 | a9 |
|--------|----------|----------|------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Шп. 0 | -0,12968 | 0,119468 | 0,00169495 | -0,00092 | -0,00108 | 1,4E-07 | -2,2E-07 | 8E-08 | -1E-08 |
| Шп. 1 | -0,18133 | -0,31298 | 0,003485 | 0,04788 | 0,016105 | 0,002811 | -0,00632 | 0,001021 | -0,00016 |
| Шп. 2 | -0,64038 | -0,35943 | 0,137015 | 0,150739 | 0,031223 | -0,00608 | -0,02461 | -0,00148 | -0,00053 |
| Шп. 3 | -1,58063 | -0,52629 | 0,662423 | 0,591612 | 0,05626 | -0,06028 | -0,18782 | -0,00281 | -0,00161 |
| Шп. 4 | -0,602 | -0,89247 | 0,490756 | -0,46909 | 0,119642 | 0,007448 | -0,31215 | 0,61615 | -0,0029 |
| Шп. 5 | -1,66371 | -1,50968 | 0,811333 | 1,62618 | 0,664828 | -0,07056 | -0,55995 | -0,22212 | -0,08835 |
| Шп. 6 | 2,220859 | -1,09495 | 1,368623 | -6,87621 | 0,0924 | -0,299 | -0,77383 | 4,23616 | 0,087589 |
| Шп. 7 | -0,14516 | -2,33662 | 1,05388069 | -1,16659 | 1,689327 | -0,05139 | -1,17819 | 1,571633 | -0,38713 |
| Шп. 8 | 0,114916 | -2,52036 | 1,335 | -2,16953 | 1,920781 | -0,013 | -1,71198 | 2,618316 | -0,43719 |
| Шп. 9 | -0,44511 | -2,72029 | 2,101836 | -0,79324 | 2,26683 | 0,007378 | -2,82797 | 1,877166 | -0,56656 |
| Шп. 10 | -1,82796 | -2,2144 | -0,051742 | 1,301696 | 1,071673 | 0,022965 | -0,00467 | 1,586231 | 0,115421 |
| Шп. 11 | 0,682055 | -3,16913 | -0,669062 | -2,35007 | 3,284013 | -0,00346 | 0,896808 | 1,923502 | -1,11765 |
| Шп. 12 | -0,36301 | -2,78869 | 1,140196 | -0,68189 | 2,408731 | 0,017511 | -1,58136 | 1,623186 | -0,64901 |
| Шп. 13 | 7,423285 | -2,04278 | -7,363021 | -15,3484 | 2,167593 | -0,43297 | 11,41323 | 5,350143 | -0,88103 |
| Шп. 14 | 0,316102 | -2,06344 | 0,245055 | -1,86909 | 1,327366 | -0,05806 | -0,07016 | 1,542428 | -0,27037 |
| Шп. 15 | 0,19557 | -1,44243 | -0,1003 | -2,04517 | 0,595883 | -0,10989 | 0,714772 | 1,394979 | -0,06844 |
| Шп. 16 | -1,5178 | -0,1963 | 1,1486 | -0,7509 | -0,2622 | -0,3838 | 0,3828 | 0,5266 | 0,0685 |
| Шп. 17 | -0,72844 | 0,625414 | -0,277894 | -1,41583 | -0,45797 | 0,220003 | 0,628545 | 0,386093 | 0,056119 |
| Шп. 18 | -0,09401 | -1,70434 | -0,607729 | 1,35914 | 0,340899 | 0,147728 | -0,1781 | -0,17979 | -0,01483 |
| Шп. 19 | -1,06137 | 0,009728 | 0,357316 | -0,01031 | 0,027274 | -0,06554 | 0,038162 | -0,01582 | -0,00057 |
| Шп. 20 | -1,3769 | 0,746444 | 0,259056 | 0,12221 | -0,35744 | 0,000294 | -0,00037 | 0,000114 | -6E-06 |

массивов ординат и коэффициентов корабельных верзьер. Нужно в программах предусмотреть контрольные точки. Таким образом, получается уравнение любого сечения корпуса судна в явном виде. Путём сравнения ординат с заданными из трёх решений выбирается соответствующее.

Если на конце ватерлинии почему-то оказался отрицательный угол, то может произойти сбой в значениях производных.

Таблица VI.3. Коэффициенты уравнений ватерлиний модели Тодда ($\delta = 0.6$)

| Коэфф. | a1 | a2 | a3 | a4 | a5 | a6 | a7 | a8 | a9 |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Вл. 0 | 0,068226 | -3,46891 | -0,05993 | -0,06053 | 2,112313 | 0,000225 | -0,00237 | -0,01911 | 0,242921 |
| Вл. 0,25 | 0,00134 | -2,88177 | -0,0025 | -0,0195 | 3,708137 | -0,00041 | 0,022933 | 0,032192 | -2,16601 |
| Вл. 0,5 | -0,01147 | -1,60246 | 0,014472 | -0,0026 | 1,296198 | -0,00026 | 0,008091 | 0,023954 | -0,76268 |
| Вл. 0,75 | 0,000405 | -2,11177 | 0,004451 | -0,01928 | 1,91572 | -0,00029 | 0,009533 | 0,02715 | -0,89472 |
| Вл. 1 | 0,005563 | -2,45113 | -0,00074 | -0,0298 | 2,443256 | -0,00035 | 0,011717 | 0,032595 | -1,09712 |
| Вл. 1,25 | 0,008894 | -2,71081 | -0,00421 | -0,0387 | 2,915407 | -0,00043 | 0,014159 | 0,039121 | -1,32346 |
| Вл. 1,5 | 0,010984 | -2,90238 | -0,00648 | -0,04564 | 3,314802 | -0,00051 | 0,016607 | 0,045445 | -1,54993 |
| Вл. 1,75 | 0,011745 | -3,03271 | -0,00776 | -0,04884 | 3,61936 | -0,00056 | 0,018684 | 0,049146 | -1,7459 |
| Вл. 2 | 0,013655 | -3,07287 | -0,00723 | -0,05514 | 3,826652 | -0,00066 | 0,021074 | 0,056314 | -1,96069 |
| Вл. 2,25 | 0,007888 | -3,05899 | -0,00637 | -0,03871 | 3,86656 | -0,00053 | 0,021815 | 0,044605 | -2,05142 |
| Вл. 2,5 | 0,00134 | -2,88177 | -0,0025 | -0,0195 | 3,708137 | -0,00041 | 0,022933 | 0,032192 | -2,16601 |
| Вл. 2,75 | -0,00232 | -2,83933 | -0,00195 | -0,01549 | 3,700452 | -0,00042 | 0,023731 | 0,032584 | -2,24067 |
| Вл. 3 | -0,00606 | -2,88381 | -0,00351 | -0,0166 | 3,78855 | -0,0005 | 0,02424 | 0,038408 | -2,28198 |
| Вл. 3,25 | -0,01124 | -2,73502 | -0,00114 | 0,002401 | 3,557821 | -0,00032 | 0,023668 | 0,022844 | -2,24764 |
| Вл. 3,5 | -0,0142 | -2,47675 | 0,003253 | 0,0252 | 3,141835 | -5,6E-05 | 0,022483 | 0,000497 | -2,16511 |
| Вл. 3,75 | -0,00819 | -2,739 | -0,00191 | 0,002159 | 3,592124 | -0,00028 | 0,02408 | 0,021482 | -2,30046 |
| Вл. 4 | 0,002087 | -3,28421 | -0,01168 | -0,0529 | 4,631721 | -0,00091 | 0,028926 | 0,077477 | -2,71179 |
| Вл. 4,25 | 0,002655 | -3,38727 | -0,01379 | -0,06246 | 4,862935 | -0,00105 | 0,030329 | 0,090315 | -2,83779 |
| Вл. 4,5 | -0,00019 | -3,31493 | -0,01299 | -0,0508 | 4,721095 | -0,00093 | 0,029573 | 0,080541 | -2,77973 |
| Вл. 4,75 | -0,00081 | -3,343 | -0,01389 | -0,05385 | 4,793916 | -0,001 | 0,030075 | 0,086744 | -2,82723 |
| Вл. 5 | -0,00171 | -3,35837 | -0,01465 | -0,05716 | 4,843753 | -0,00108 | 0,030503 | 0,093879 | -2,8659 |
| Вл. 5,25 | -0,00429 | -3,32817 | -0,0145 | -0,04891 | 4,778131 | -0,00101 | 0,03001 | 0,087785 | -2,83162 |
| Вл. 5,5 | -0,01116 | -3,24489 | -0,01344 | -0,03409 | 4,590768 | -0,00084 | 0,028723 | 0,073531 | -2,72933 |
| Вл. 5,75 | -0,01116 | -3,27003 | -0,01425 | -0,02945 | 4,664162 | -0,00085 | 0,029273 | 0,074206 | -2,78043 |
| Вл. 6 | -0,0163 | -3,31606 | -0,01554 | -0,02604 | 4,804783 | -0,00092 | 0,030473 | 0,079128 | -2,88322 |
| Вл. 6,25 | -0,01641 | -3,28009 | -0,01533 | -0,02648 | 4,744472 | -0,00092 | 0,030211 | 0,080861 | -2,86716 |
| Вл. 6,5 | -0,01361 | -3,16462 | -0,01384 | -0,02847 | 4,505426 | -0,00089 | 0,028855 | 0,080088 | -2,75659 |
| Вл. 6,75 | -0,01673 | -3,16853 | -0,01442 | -0,0276 | 4,563862 | -0,00095 | 0,029705 | 0,085609 | -2,83006 |
| Вл. 7 | -0,02338 | -3,23035 | -0,01604 | -0,02419 | 4,774639 | -0,00106 | 0,03176 | 0,093954 | -3,00427 |
| Вл. 7,25 | -0,02523 | -3,16826 | -0,01573 | -0,02463 | 4,692752 | -0,00112 | 0,031863 | 0,099472 | -3,0078 |
| Вл. 7,5 | -0,02474 | -3,01734 | -0,01409 | -0,02572 | 4,406422 | -0,00114 | 0,030694 | 0,101983 | -2,89659 |
| Вл. 7,75 | -0,02828 | -2,9715 | -0,01333 | -0,00731 | 4,263932 | -0,00092 | 0,029399 | 0,082147 | -2,78718 |
| Вл. 8 | -0,03284 | -2,96737 | -0,01275 | 0,01936 | 4,1719 | -0,00058 | 0,027929 | 0,051519 | -2,6695 |
| Вл. 8,25 | -0,0376 | -3,06289 | -0,01434 | 0,023762 | 4,391737 | -0,0006 | 0,029097 | 0,053229 | -2,79075 |
| Вл. 8,5 | -0,04424 | -3,21783 | -0,01718 | 0,020415 | 4,798878 | -0,00076 | 0,031809 | 0,06962 | -3,05603 |
| Вл. 8,75 | -0,0512 | -3,36599 | -0,01982 | 0,019688 | 5,186586 | -0,00088 | 0,034286 | 0,082709 | -3,30729 |
| Вл. 9 | -0,05844 | -3,47976 | -0,02203 | 0,019948 | 5,512779 | -0,001 | 0,036498 | 0,095316 | -3,53812 |
| Вл. 9,25 | -0,06689 | -3,58652 | -0,02423 | 0,01632 | 5,855896 | -0,00119 | 0,038949 | 0,116658 | -3,80506 |
| Вл. 9,5 | -0,07501 | -3,59688 | -0,02512 | 0,013316 | 5,997455 | -0,00139 | 0,040307 | 0,13779 | -3,97645 |
| Вл. 9,75 | -0,06335 | -3,38839 | -0,02087 | 0,013221 | 5,385503 | -0,00109 | 0,034883 | 0,116331 | -3,53296 |
| Вл. 10 | -0,0406 | -3,0494 | -0,01387 | 0,012245 | 4,356058 | -0,0006 | 0,026133 | 0,075246 | -2,76579 |

Чем тщательнее выполнен в EXCEL теоретический чертёж, тем легче получается аппроксимация сечений теоретического чертежа.

1) Для проверки качества аппроксимации исходная и аналитическая кривая строятся в Excel. Если полученная аналитическая кривая совпадает с исходной, то можно ограничиться первой программой и из неё сразу получить коэффициенты a_i аналитической кривой.

2) Если есть расхождения между рисованной и аналитической кривыми, то по второй программе можно сделать корректировку, которая позволяет сгладить неровности заданной рисованной кривой. Для корректировки используется вторая программа, по которой получается сглаживание исходной кривой и приближение её к полученной аналитической кривой.

3) По третьей программе получается аппроксимация сглаженной кривой и получаются коэффициенты её уравнения. Аналитическая кривая проходит между точками заданного сечения. Таким образом она сглаживает исходную кривую.

Расчёт получается путём последовательного использования программ, то есть, сначала открывается первая программа, после её выполнения открывается и выполняется вторая, а потом третья. При этом массивы передаются от одной программы к другой автоматически.

В процессе аппроксимации бывает, что некоторые точки выскакивают. Тогда для устранения выскочивших точек необходимо хорошо сгладить неровности исходного чертежа.

При получении аналитической кривой следует учитывать, что она проходит между точками заданного сечения. Таким образом аналитическая кривая сглаживает исходную.

Расчёт получается путём последовательного использования программ, то есть, сначала открывается первая программа, после её выполнения сразу же открывается и выполняется вторая, а потом третья. При этом массивы передаются от одной к другой автоматически.

В таблицах VI.2 и VI.3 приведены массивы коэффициентов уравнений 21 теоретического шпангоута и 41 ватерлинии модели Тодда 60-ой серии с $\delta = 0.60$.

Замечание 1. Если какой-нибудь шпангоут не сглажен, то это сразу будет видно на графике. В этом случае следует проверить заданные ординаты этого шпангоута, определив его номер. Для аппроксимации этого шпангоута можно использовать программу для одного шпангоута TOTAL1(z).FOR. Для предварительной проверки нужно использовать EXCEL, в котором сравнение выгладит так, как на рис. VI.12.

Для получения уравнений всего массива ватерлиний используются другие программы, состоящие из четырёх частей, которые используются последовательно одна за другой. Описание программ для ватерлиний дано в таблице VI.7, а для шпангоутов в таблице VI.8.

После согласования теоретического чертежа и записи ординат в виде столбца по данным программам ординаты аналитических ватерлиний и шпангоутов, а также коэффициенты уравнений этих кривых получаются за считанные минуты.

Замечание 2. Следует учитывать, что ватерлинии похожи на корабельную верзиеру и поэтому их аппроксимация получается сразу и легко, но при аппроксимации шпангоутов может потребоваться несколько попыток. Дело в том, что могут появиться выскочившие значения или нули. Учитывая, что остальные точки принадлежат аналитической кривой, её можно использовать как исходную, заменив выскочившие значения ординатами заданной кривой. Этот процесс делается вручную в программе EXCEL по программам для одного шпангоута.

Программы для аппроксимации одной ватерлинии и одного шпангоута описаны в таблицах VI.4 и VI.5. Перед аппроксимацией можно проверить в EXCEL заданные ординаты, построив по ним график. При этом получается следующая картинка, если ординаты кривых записаны в виде одного столбца:

Замечание 3. Следует учесть, что программа корректировки может быть использована просто для сглаживания исходного теоретического чертежа, если уравнения ватерлиний и шпангоутов не требуются для расчётов ходкости.

| Таблица VI.4. Аппроксимация ватерлинии по заданным ординатам теоретического чертежа по программам TOTAL1(x).FOR, TOTAL2(x).FOR и TOTAL3(x).FOR | | | | |
|--|--|--|---|--|
| ORD_wl.DAT -ординаты, теоретического чертежа, заданного в EXCEL | APPR.DAT - ординаты аппроксимирующей кривой для проверки | ORD_KORR корректировка кривой по заданной (1)и аппроксимирующей (2) | ORD_FIN.DAT аппроксимирующая кривая, аналитической сетки | Коэффициенты уравнения кривой (корабельной верзиеры) COEFF_A.DAT $a_i, i=1\div 9$ |
| (1) | (2) | (3) | (4) | (5) |
| 0.0042 | 0.003528 | 0.003528 | 0.003528 | -0.02286 |
| 0.186 | 0.190484 | 0.190484 | 0.190484 | -2.33335 |
| 0.434 | 0.418105 | 0.418105 | 0.418105 | -0.01296 |
| 0.665 | 0.684273 | 0.684273 | 0.684273 | 0.018648 |
| 0.85 | 0.852853 | 0.852853 | 0.852853 | 2.922858 |
| 0.9315 | 0.927269 | 0.927269 | 0.927269 | -1.1E-05 |
| 0.9676 | 0.965812 | 0.965812 | 0.965812 | 0.015523 |
| 0.9886 | 0.988149 | 0.988149 | 0.988149 | 0.005671 |
| 1.0012 | 1.001449 | 1.001449 | 1.001449 | -1.60426 |
| 1.0083 | 1.008823 | 1.008823 | 1.008823 | |
| 1.0112 | 1.011711 | 1.011711 | 1.011711 | |
| 1.0103 | 1.010701 | 1.010701 | 1.010701 | |
| 1.0055 | 1.005801 | 1.005801 | 1.005801 | |
| 0.9964 | 0.996471 | 0.996471 | 0.996471 | |
| 0.9815 | 0.981412 | 0.981412 | 0.981412 | |
| 0.9583 | 0.957949 | 0.957949 | 0.957949 | |
| 0.9212 | 0.920233 | 0.920233 | 0.920233 | |
| 0.8556 | 0.852908 | 0.852908 | 0.852908 | |
| 0.691 | 0.700637 | 0.700637 | 0.700637 | |
| 0.3735 | 0.368626 | 0.368626 | 0.368626 | |
| 0.0752 | 0.075898 | 0.075898 | 0.075898 | |

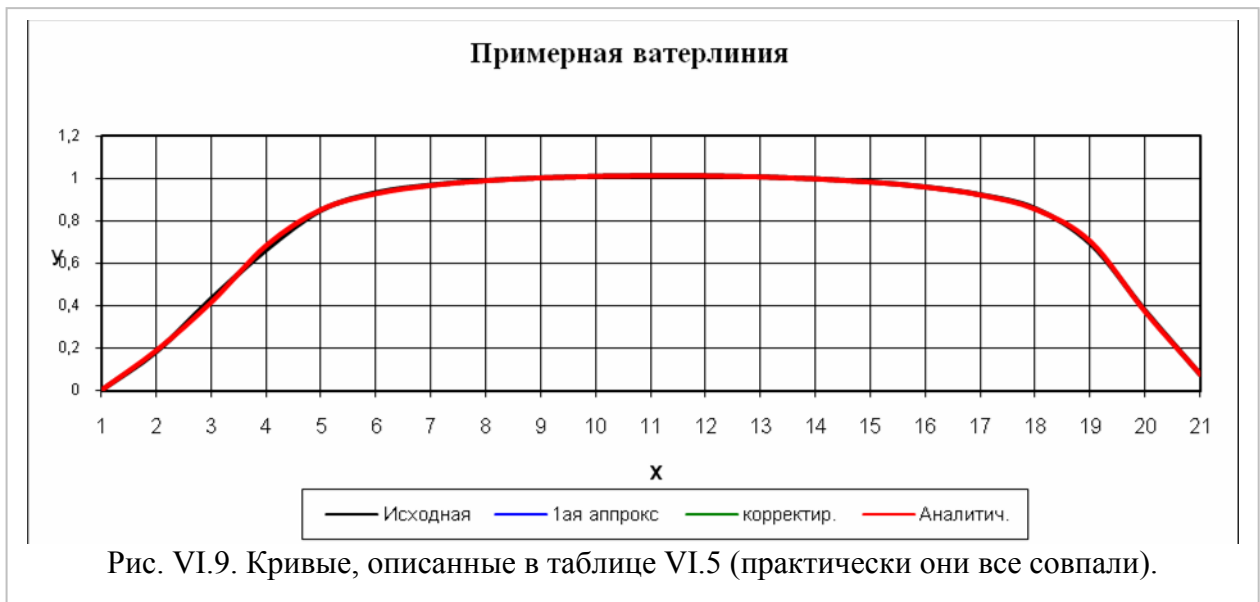


Таблица VI.5. Аппроксимация шпангоута по заданным ординатам теоретического чертежа по программам TOTAL1(z).FOR, TOTAL2(z).FOR и TOTAL3(z).FOR

| ORD_fr.DAT - ординаты теоретического чертежа, заданного в EXCEL | APPR.DAT - ординаты аппроксимирующей кривой для проверки | ORD_KORR.DAT корректировка кривой по заданной (1)и аппроксимирующей (2) | ORD_FIN.DAT окончательная аппроксимирующая кривая, которая входит в аналитическую сетку | Коэффициенты уравнения аналитической кривой COEFF_a.DAT $a_i, i=1\div 9$ |
|--|--|---|---|---|
| (1) | (2) | (3) | (4) | (5) |
| 0.1159 | 0.1153917 | 0.1159 | 0.115395 | -2.1634 |
| 0.6321381 | 0.6269077 | 0.6322 | 0.6297023 | .3384 |
| 0.8355051 | 0.8488313 | 0.8356 | 0.8429151 | 1.6504 |
| 0.941908 | 0.9391692 | 0.94193 | 0.9405118 | 1.3424 |
| 0.9667723 | 0.9640141 | 0.96679 | 0.9649577 | 0.3858 |
| 0.9769473 | 0.9762229 | 0.97695 | 0.9763344 | -0.0776 |
| 0.9845308 | 0.9848072 | 0.98453 | 0.9845449 | -1.4464 |
| 0.9912814 | 0.991921 | 0.99129 | 0.9915731 | 0.6797 |
| 0.9976768 | 0.9983156 | 0.9977 | 0.998045 | -0.0282 |
| 1.0039049 | 1.0043253 | 1.0039 | 1.0042238 | |
| 1.0100656 | 1.010139 | 1.0101 | 1.0102449 | |
| 1.0162355 | 1.0159 | 1.01624 | 1.0162028 | |
| 1.022518 | 1.0217935 | 1.0225 | 1.0221999 | |
| 1.0291472 | 1.0282567 | 1.0292 | 1.0284596 | |
| 1.0370698 | 1.03728 | 1.0371 | 1.0360103 | |
| 1.0621101 | 1.0638546 | 1.0621 | 1.06639 | |

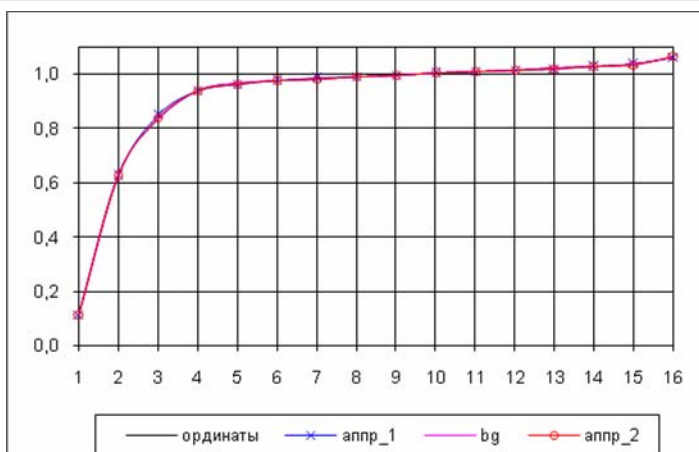


Рис. VI.10. Шпангоут в Excel

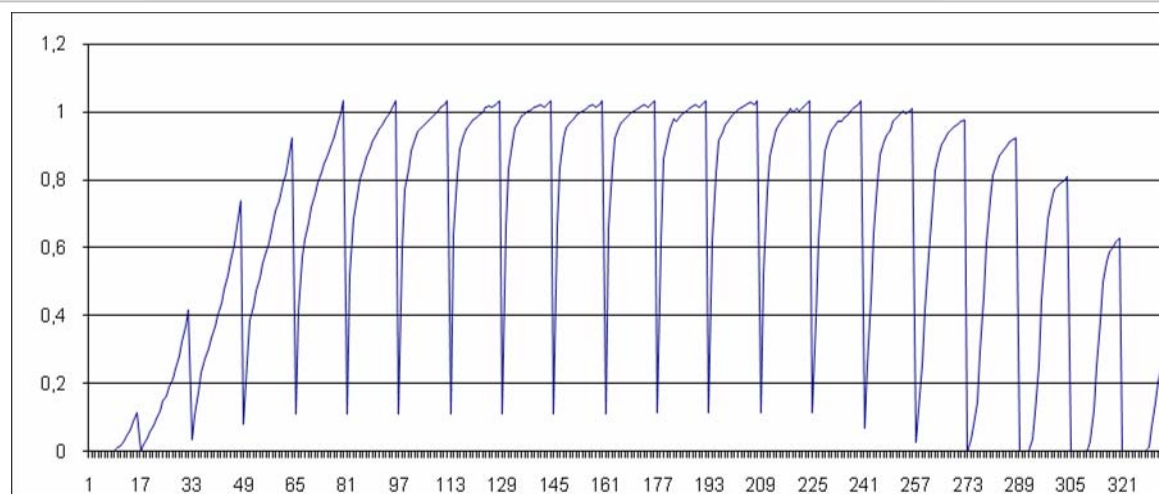


Рис. VI.11. Изображение в Excel исходных данных по шпангоутам

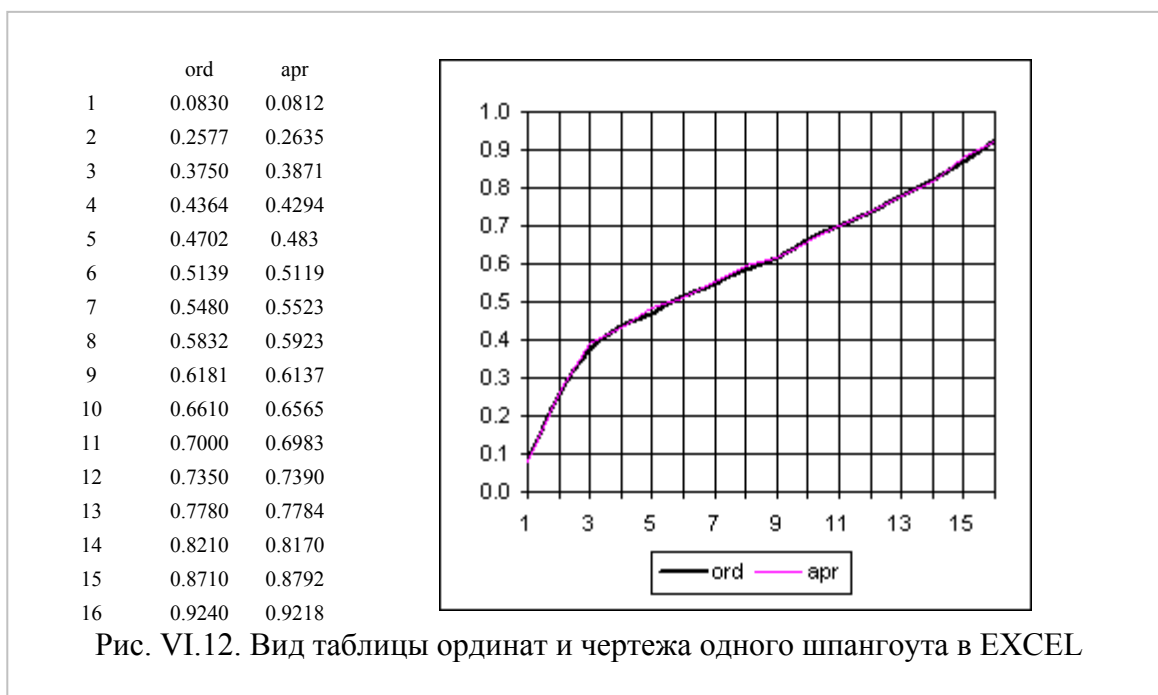
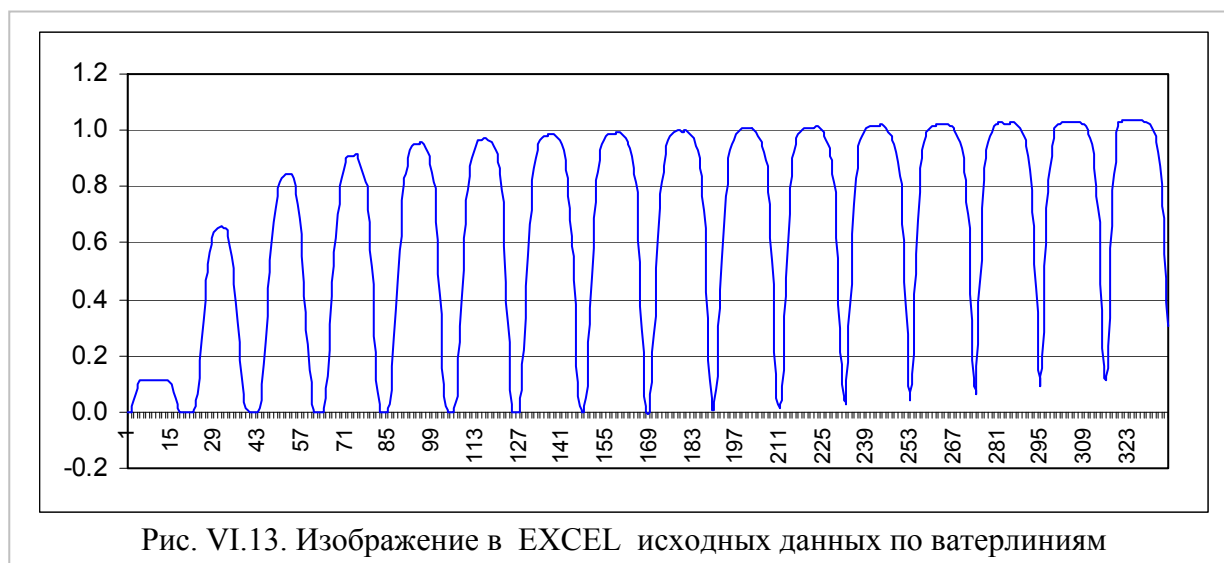


Схема получения аналитической сетки (последовательность действий)

1. Записать в EXCEL ординаты, например, 9 ватерлиний по 21 шпангоуту (см. таблицу VI.6)



1. Для проверки согласования теоретического чертежа необходимо выполнить в EXCEL построение по приведенной выше таблице ватерлиний и шпангоутов.
2. Для получения расчетного массива нужно увеличить число ватерлиний от 9 до 17, для чего нужно в массиве пункта 1 пустые и ячейки с отрицательными ординатами заполнить нулями
3. Для превращения таблицы в расчётный массив используется Word. Но предварительно необходимо таблицу транспонировать, т.е. строки сделать столбцами, а столбцы строками. Для этого выделяется внутренняя часть таблицы (без номеров шпангоутов и ватерлиний) и копируется. Затем по командам «Правка» –«специальная вставка» - «транспонировать» вся таблица вставляется в EXCEL на новом месте. Теперь ординаты ватерлиний расположены в строках.

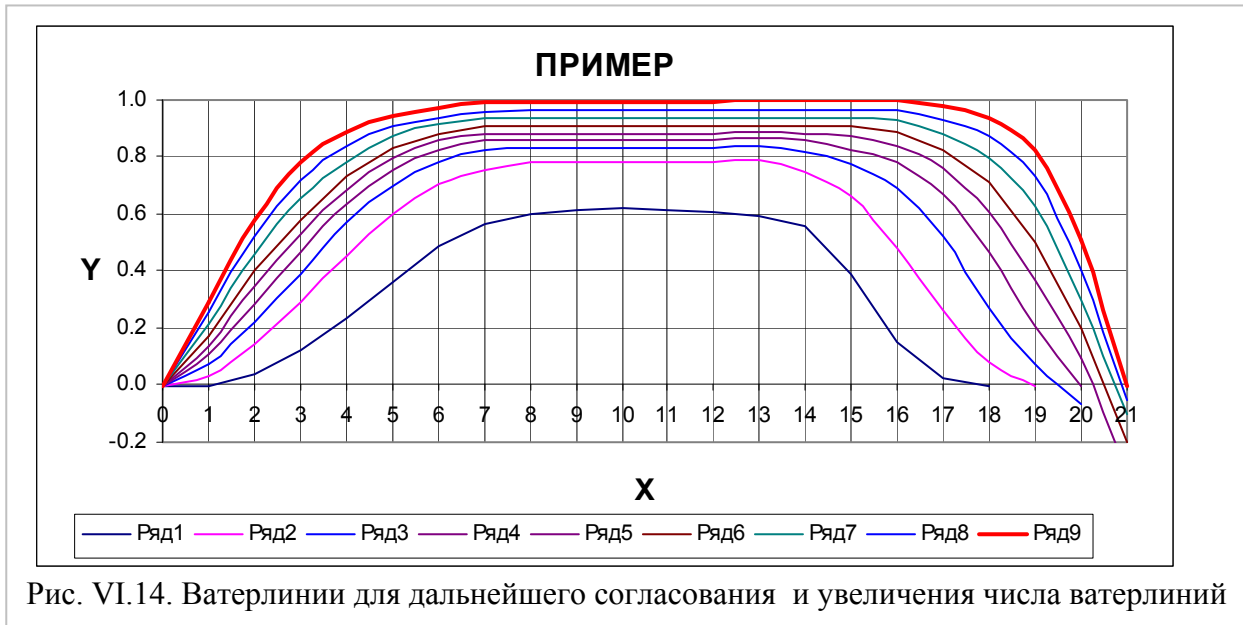


Рис. VI.14. Ватерлинии для дальнейшего согласования и увеличения числа ватерлиний

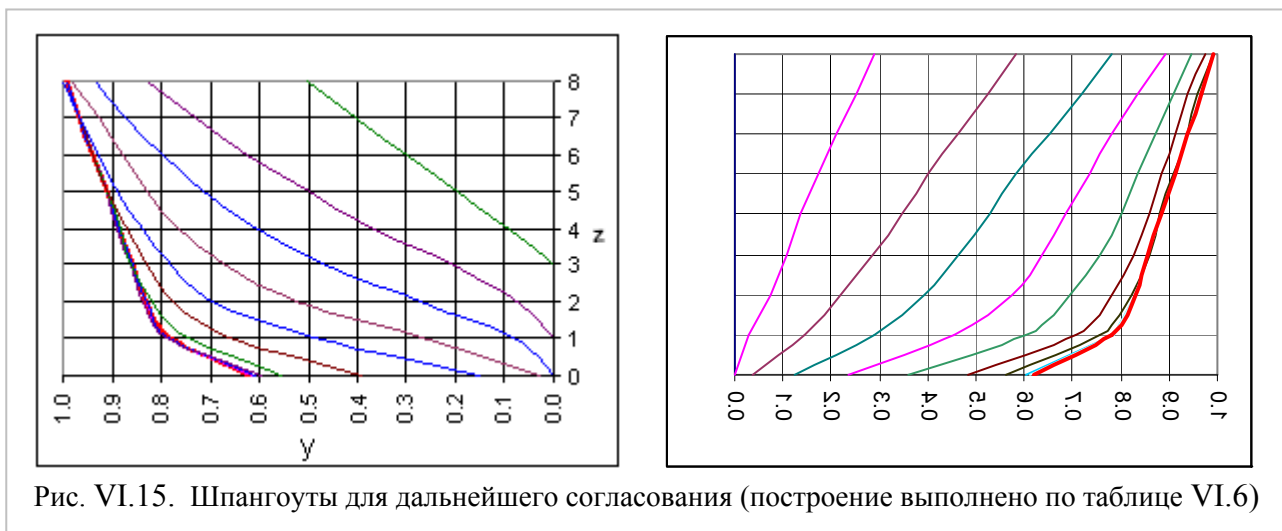


Рис. VI.15. Шпангоуты для дальнейшего согласования (построение выполнено по таблице VI.6)

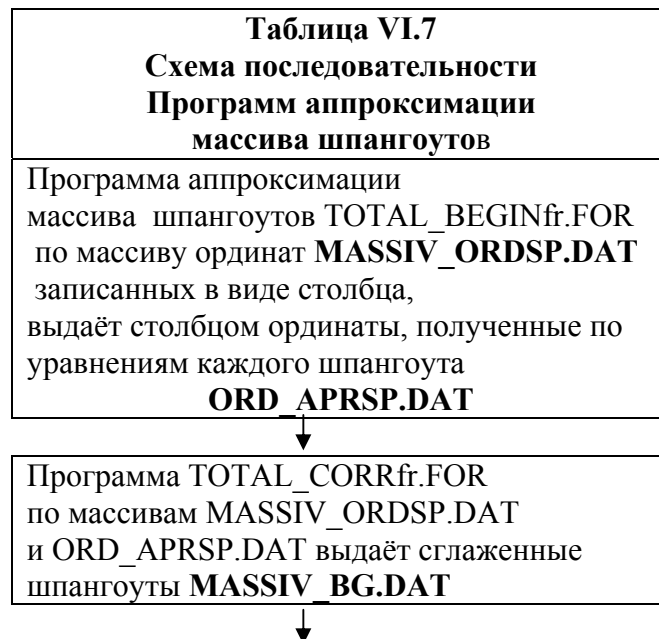
1. Для получения расчётного массива полученная таблица VI.6 копируется и вставляется на пустую страницу в Word.
2. Выделив таблицу и используя команды: 1. «Таблица» - «преобразовать таблицу в текст», получают текст в виде строк и столбцов. 2. Следующая команда «преобразовать текст в таблицу» позволяет превратить текст в таблицу с *одним* столбцом, что нужно для расчета.
6. По команде «преобразовать таблицу в текст» получают массив в виде одного столбца, в котором ординаты ватерлиний располагаются в последовательности от нулевой до 8-той. Этот массив называется MASSIW_9wl.DAT
7. Для промежуточных ординат используется программа SHIP_ORD_17wl.FOR, которая формирует массив с удвоенным количеством ватерлиний MASSIV_ORD_17_wl.DAT. Для увеличения количества ватерлиний ещё в два раза используется программа SHIPORD_33_wl.for, которая выдаёт массив MASSIV_ORD_33_wl.DAT с 34 ватерлиниями.
8. Для проверки согласования полученного чертежа с 33 ватерлиниями можно вернуться в EXCEL. Для этого скопировать столбец с 33 ватерлиниями и вставить в пустую страницу в Word.. По команде «преобразовать текст в таблицу» указать число столбцов 21 (по количеству ординат ватерлиний) и получить таблицу, которая вставляется в EXCEL. По полученной таблице строится теоретический чертёж с 33 ватерлиниями и 21 шпангоутом.

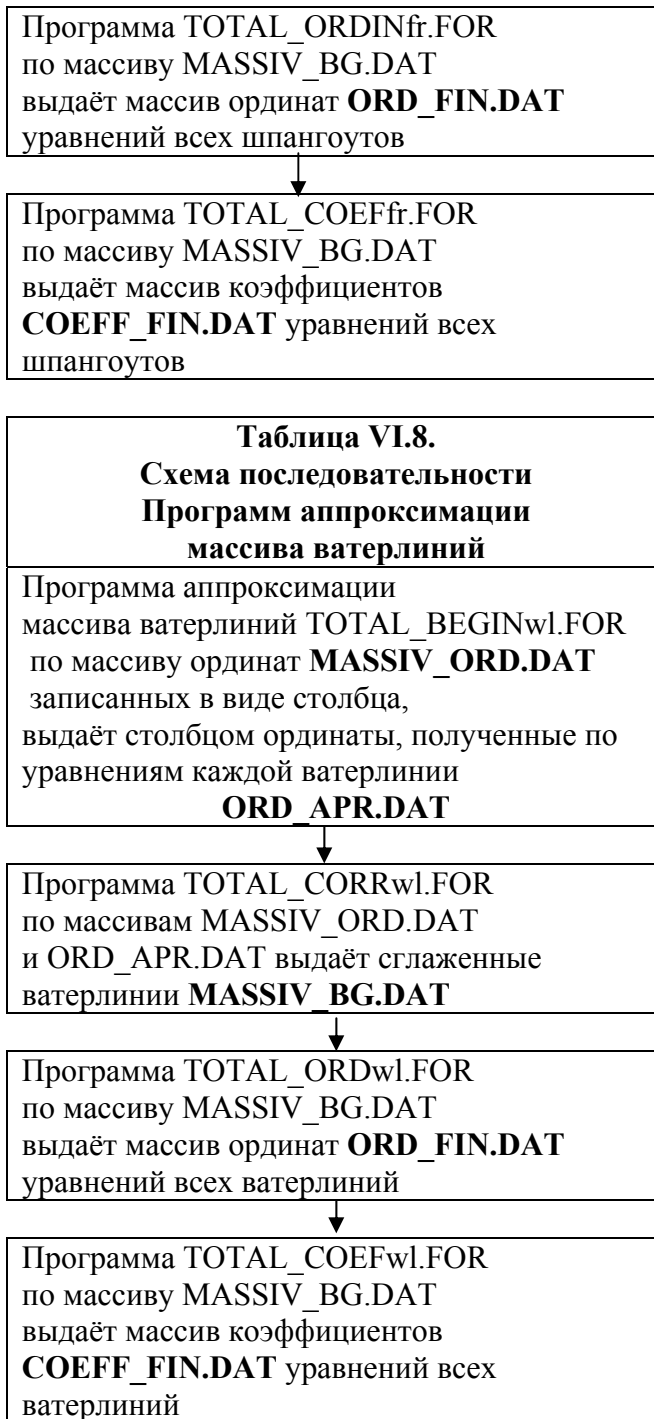
Таблица VI.6. Пример задания ординат в EXCEL

| | 0 wl | 1 wl | 2 wl | 3 wl | 4 wl | 5 wl | 6 wl | 7 wl | 8 wl |
|----|-------|-------|--------|-------|--------|--------|--------|--------|-------|
| 0 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.009 | 0.020 | 0.000 |
| 1 | 0.000 | 0.031 | 0.073 | 0.105 | 0.136 | 0.173 | 0.213 | 0.253 | 0.291 |
| 2 | 0.036 | 0.145 | 0.218 | 0.285 | 0.345 | 0.400 | 0.462 | 0.525 | 0.582 |
| 3 | 0.125 | 0.291 | 0.391 | 0.464 | 0.527 | 0.582 | 0.655 | 0.718 | 0.782 |
| 4 | 0.235 | 0.454 | 0.573 | 0.636 | 0.685 | 0.736 | 0.780 | 0.836 | 0.891 |
| 5 | 0.361 | 0.603 | 0.696 | 0.755 | 0.800 | 0.833 | 0.873 | 0.909 | 0.945 |
| 6 | 0.485 | 0.705 | 0.782 | 0.825 | 0.858 | 0.884 | 0.915 | 0.940 | 0.975 |
| 7 | 0.564 | 0.756 | 0.822 | 0.858 | 0.882 | 0.909 | 0.936 | 0.958 | 0.991 |
| 8 | 0.602 | 0.785 | 0.830 | 0.857 | 0.884 | 0.911 | 0.939 | 0.966 | 0.993 |
| 9 | 0.613 | 0.785 | 0.830 | 0.857 | 0.884 | 0.911 | 0.939 | 0.966 | 0.993 |
| 10 | 0.618 | 0.785 | 0.830 | 0.857 | 0.884 | 0.911 | 0.939 | 0.966 | 0.993 |
| 11 | 0.613 | 0.785 | 0.830 | 0.857 | 0.884 | 0.911 | 0.939 | 0.966 | 0.993 |
| 12 | 0.607 | 0.785 | 0.830 | 0.857 | 0.884 | 0.911 | 0.939 | 0.966 | 0.993 |
| 13 | 0.595 | 0.789 | 0.836 | 0.864 | 0.891 | 0.911 | 0.938 | 0.965 | 1.000 |
| 14 | 0.555 | 0.745 | 0.817 | 0.860 | 0.884 | 0.911 | 0.938 | 0.965 | 1.000 |
| 15 | 0.389 | 0.660 | 0.773 | 0.827 | 0.871 | 0.911 | 0.938 | 0.965 | 1.000 |
| 16 | 0.149 | 0.522 | 0.690 | 0.782 | 0.836 | 0.891 | 0.927 | 0.965 | 1.000 |
| 17 | 0.027 | 0.264 | 0.522 | 0.669 | 0.764 | 0.827 | 0.878 | 0.927 | 0.982 |
| 18 | 0.000 | 0.080 | 0.258 | 0.465 | 0.607 | 0.715 | 0.796 | 0.873 | 0.935 |
| 19 | | 0.000 | 0.073 | 0.182 | 0.350 | 0.502 | 0.627 | 0.733 | 0.827 |
| 20 | | | -0.070 | 0.000 | 0.080 | 0.200 | 0.290 | 0.405 | 0.505 |
| 21 | | | | 0.000 | -0.300 | -0.200 | -0.100 | -0.050 | 0.000 |

10. Для проверки согласования теоретического чертежа необходимо выполнить в EXCEL построение по приведенной выше таблице ватерлиний и шпангоутов

Схема программ для получения аналитической сетки





Хорошее решение может быть с успехом применено почти к любой задаче
Закон Элла Великого

VI. 2. Использование аналитической сетки для расчёта волнового сопротивления водоизмещающего судна.

Для расчёта волнового сопротивления используется специальная форма интеграла Мичелла, приведенная в статьях [2], [6]. Эта форма интеграла с разделением на главную (монотонную) часть и часть, отражающую взаимодействие носовой и кормовой систем кельвиновских волн, описана в пункте II.3.. Но основное достоинство новой формы интеграла Мичелла в том, что она получена путём интегрирования поверхностного интеграла по x . Полученный интеграл по одной переменной избавлен от сложностей его интегрирования как интеграла Стилтеса. Именно это позволяет вычисление интеграла Мичелла с достаточной точностью по аналитической сетке.

Способ расчёта интеграла Мичелла для корпуса, заданного в виде аналитической сетки, потребовал специальной проработки, потому что если поверхность корпуса судна задана в виде аналитической сетки, то здесь есть свои особенности. Пусть уравнение каждого сечения записано в виде неявного уравнения корабельной верзиеры:

$$y^3 + y^2(a_1x + a_2) + y(a_3x^2 + a_4x + a_5) + a_6x^3 + a_7x^2 + a_8x + a_9 = 0 \quad (\text{VI.30})$$

Это неявное уравнение может быть продифференцировано, в отличие от многочлена, бесконечное число раз, и поэтому, когда разрабатывалась схема вычисления интеграла Мичелла для поверхности корпуса, заданного аналитической сеткой, нужно было в первую очередь определить, сколько производных необходимо брать в выражении (II.138), чтобы интеграл Мичелла имел наименьшую расчётную ошибку. Такой анализ был выполнен и показал, что производные необходимо брать вплоть до 16-го порядка включительно, поэтому во всех приведенных примерах расчёты интеграла Мичелла выполнены по этому количеству производных.

Таблица VI.7. Главные размерения и параметры формы моделей

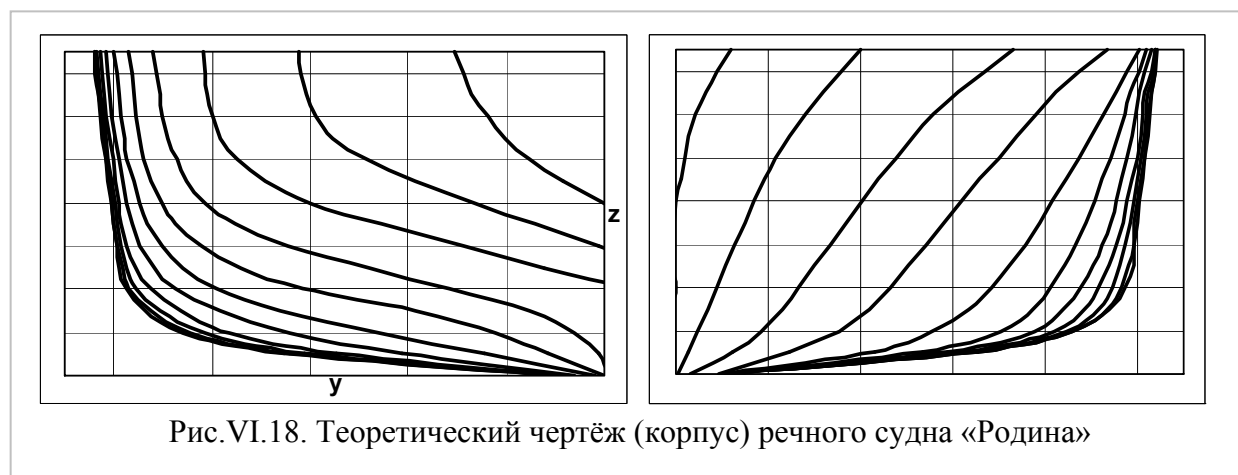
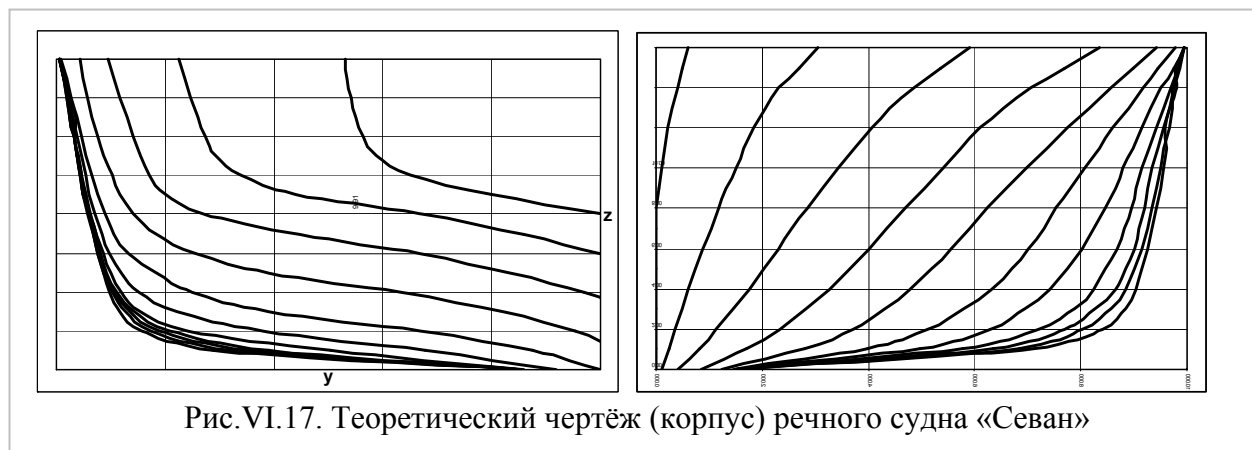
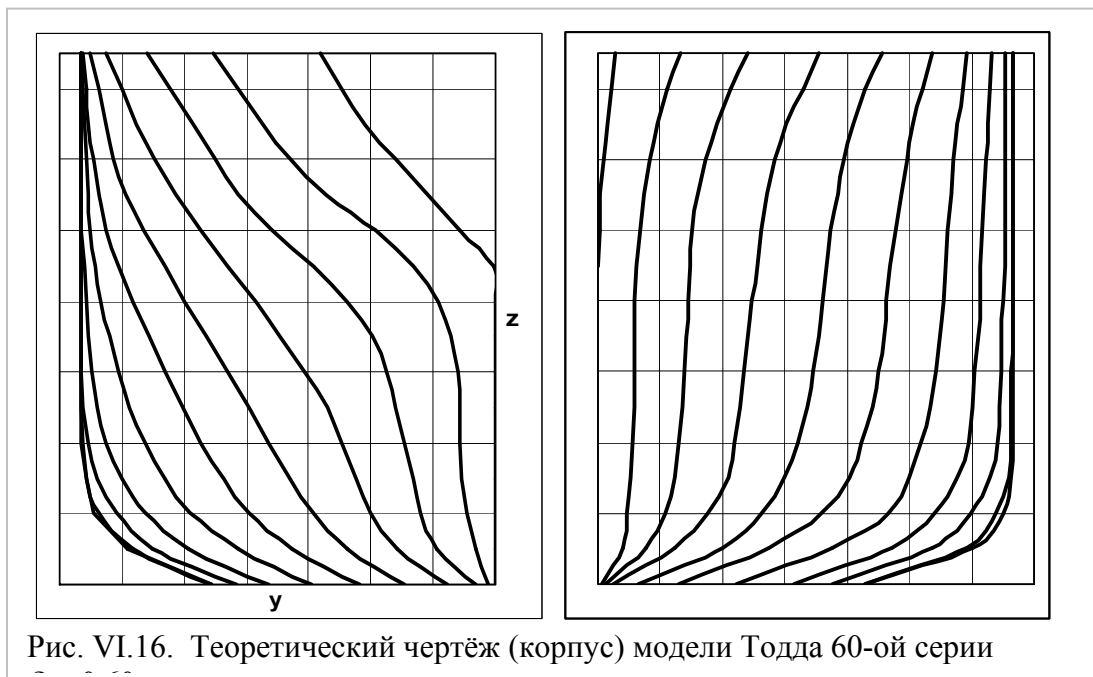
| Обозначения | «Севан» | «Родина» | Модель Тодда |
|-------------------------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| L - длина | 1,24м | 1,8 м | 6,0958м |
| B - ширина | 0,188м | 0,232 м | 0,8127м |
| T - осадка | 0,038м | 0, 044 м | 0,325 м |
| δ -коэффициент полноты | 0,576 | 0,572 | 0,600 |
| S —площадь смоченной поверхности. | 0,218 м ² | 0,387 м ² | 6,336 м ² |
| L/B – относительная длина | 6,60 | 7,77 | 7,5 |
| B/T – относительная ширина | 4,95 | 5,273 | 2,5 |
| Расчётное число ватерлиний до T | 33 | 33 | 41 |
| Расчётное число шпангоутов | 21 | 21 | 21 |

Выполненные ранее исследования показали, что на тех числах Фруда, на которых волновое сопротивление составляет большую часть остаточного, для его определения можно использовать главную часть интеграла Мичелла I_1 из выражения (II.132).

Для выполнения расчёта интеграла Мичелла в программе ФОРТРАН необходимо иметь:

- 1) таблицу ординат с большим числом ватерлиний до осадки (не меньше 20 ватерлиний); при этом ординаты записываются в виде столбца.
- 2) таблицу производных (необходимых для формулы (VI.29) на каждой ватерлинии, на ахтерштевне и на форштевне. При этом в программе производные даются до 16-го порядка

на каждой ватерлинии в носу и в корме. Производные записываются в виде столбца. Можно составить программу расчёта так, чтобы ординаты и производные на форштевне и ахтерштевне были записаны в виде таблиц, а не столбцов.



Проверка описанной выше схемы расчёта сделаны для трёх моделей: 1) модели Тодда 60-ой серии с коэффициентом общей полноты $\delta = 0.6$; 2) модели «Родина» с $\delta = 0.572$ и 3) модели «Севана» с $\delta = 0.576$. Общие данные для выбранных моделей приведены в таблице VI.7.. Теоретические чертежи этих моделей приведены выше.

Для выполнения расчёта интеграла Мичелла необходимо иметь таблицу ординат с большим числом ватерлиний до осадки (не меньше 20 ватерлиний). Ватерлинии необходимо задать уравнением корабельной верзиеры, чтобы получить точные значения производных на ахтерштевне и на форштевне.

Из рис. VI.19 видно, что расчётная кривая волнового сопротивления модели Тодда совпадает с кривыми волнового сопротивления до числа Фруда 0,22, а на более высоких числах Фруда приближается к кривым остаточного сопротивления. Это соответствует тому, что на малых числах Фруда доля волнового сопротивления мала, а на более высоких числах Фруда волновое сопротивление составляет основную часть остаточного. Если учесть разброс в экспериментальных кривых и то, что главная часть попадает в ширину разброса, то её вполне можно принять для оценки волнового сопротивления в первом приближении в пределах чисел Фруда $0,22 < Fr < 0,33$.

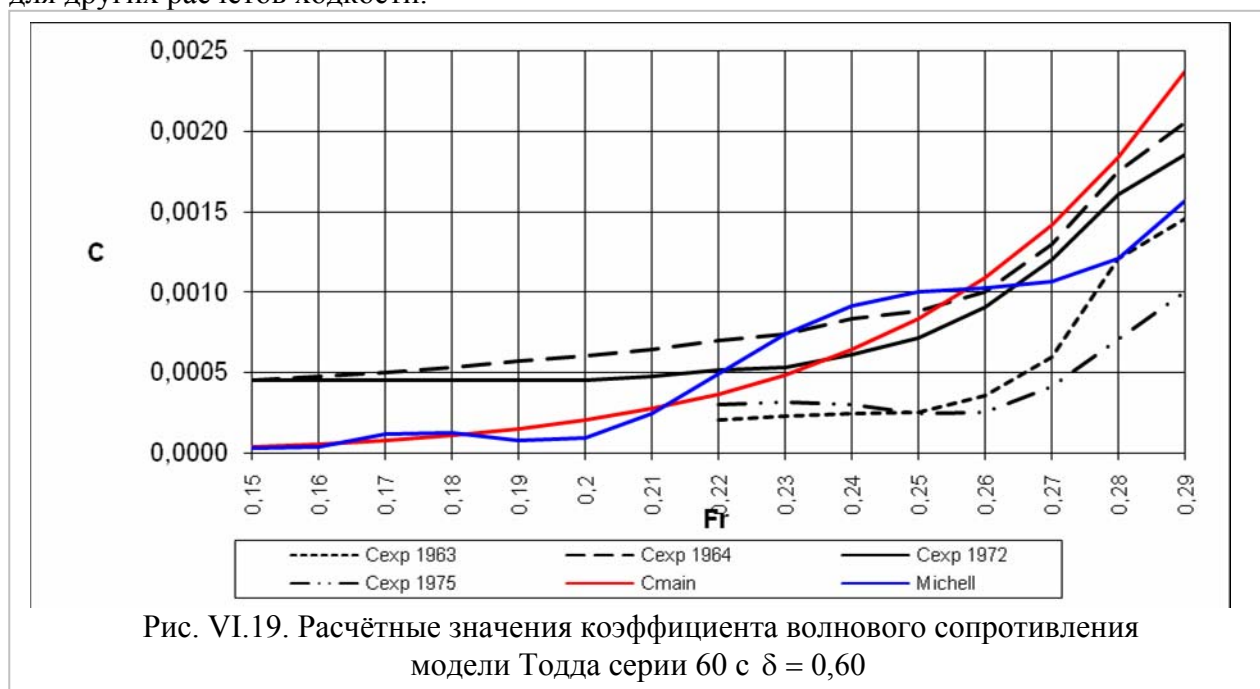
Такой же вывод можно сделать из рис. VI.20, на котором приведена кривая остаточного сопротивления модели речного судна «Севан». Как и для модели Тодда, главную часть можно принять для оценки волнового сопротивления в первом приближении в пределах чисел Фруда $0,22 < Fr < 0,31$.

Из рис. VI.21 видно, что главная часть интеграла Мичелла почти совпадает с экспериментальной кривой остаточного сопротивления на числах Фруда $0,14 < Fr < 31$.

Из этих графиков видно, что данный метод расчёта волнового сопротивления может быть использован в процессе проектирования теоретического чертежа водоизмещающего судна.

Практика вычислений показывает, что достичь хороших результатов можно только при достаточно большом количестве принятых в расчёте шпангоутов и ватерлиний, например, 21×33 или 21×41 , как в наших расчётах..

Вычисление волнового сопротивления не представляет никаких трудностей. Подготовка данных для расчёта, т.е. ординат и производных на форштевне и ахтерштевне отнимает больше времени. Основное время тратится на получение аналитической сетки, но зато чем гуще аналитическая сетка, тем точнее расчёты. Кроме того, она может быть использована для других расчётов ходкости.



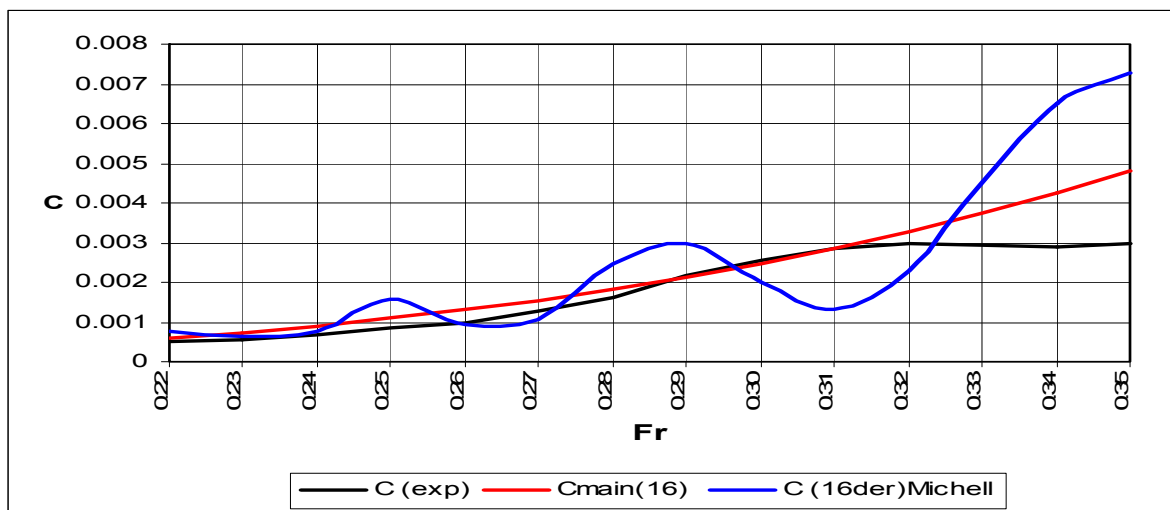


Рис. VI.20. Расчётные коэффициента волнового сопротивления модели «Севан»

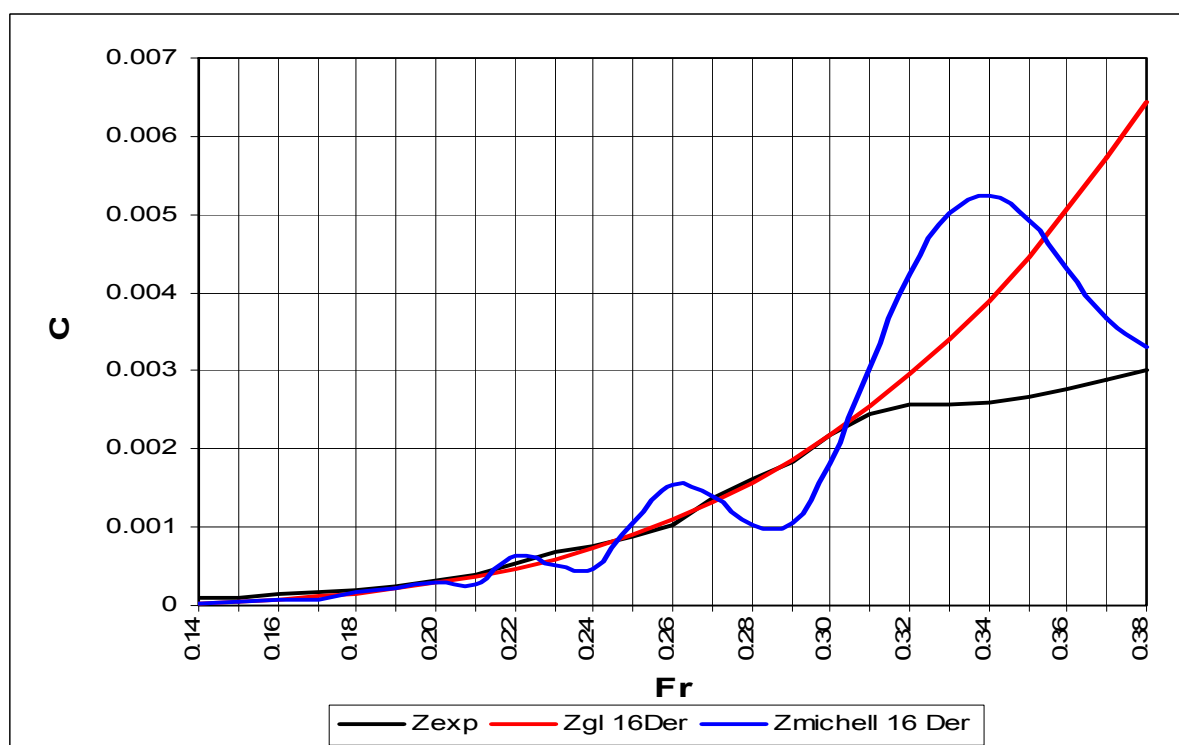


Рис. VI.21. Расчётные значения коэффициента волнового сопротивления модели речного судна «Родина»

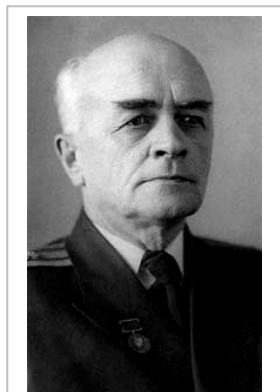
Все научные модели неверны,
но некоторые полезны.
Джордж Бокс

VI.3. Использование аналитической сетки для расчёта сопротивления трения судна

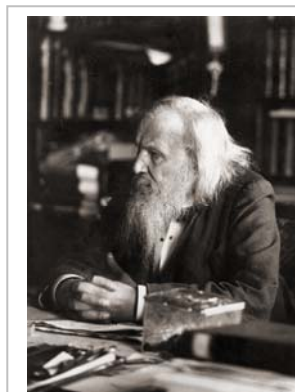
Сопротивление трения связано с вязкостью жидкости. В силу вязкости воды ее частицы, сцепившись с поверхностью корпуса корабля, прилипают к нему и движутся вместе с ним. Схематично можно представить себе эту картину так: силы сцепления частиц воды друг с

другом меньше, чем с твердым телом, и второй слой воды, расположенный рядом с первым, будет несколько отставать от него по скорости, цепляясь за него, но постепенно сползая. Каждый последующий слой будет двигаться по отношению к кораблю с несколько меньшей скоростью, чем предшествующий. Увлекаемые трением, движущиеся вместе с кораблем массы воды образуют попутный поток, называемый пограничным слоем, на создание которого затрачивается работа.

В 1930-х годах всемирно известный советский океанограф В.В. Шулейкин [3] обнаружил любопытную зависимость максимальной



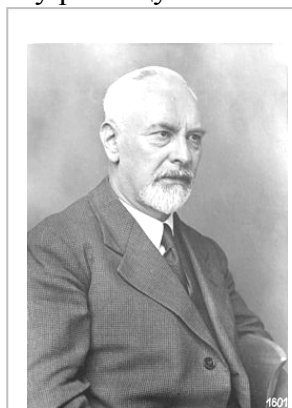
Шулейкин В.В.
1895 - 1979



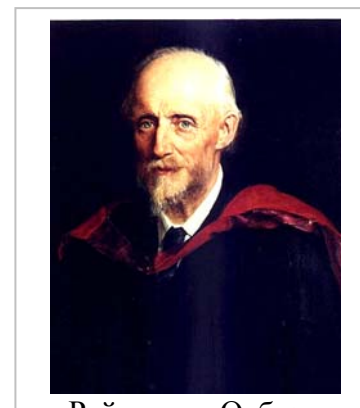
Д.И. Менделеев
1834 - 1907

скорости рыб и морских животных от их размеров. Согласно этой зависимости, акула могла развивать скорость около 15 уз, в то время как рыба-лоцман — не более 5 уз. Все получило объяснение, когда выяснилось, что рыбки — спутники акул плавают в пограничном слое, образуемом вокруг хищниц, и сопровождают их как бы на буксире. Если же рыбка «не угадает», на каком участке туловища акулы эффект пограничного слоя будет максимальным, эту разницу она легко покрывает за счет собственных мышц.

Основное представление о пограничном слое сформулировал Д.И.Менделеев, который постоянно интересовался вопросами кораблестроения и много сделал в этой области. В 1880 г. Д.И.Менделеев в своей работе «О сопротивлении жидкости и воздухоплавании» отмечал основную роль «прилипшего к твердому телу слоя жидкости, который движется вместе с телом и увлекает последнее». Почти одновременно с Д.И.Менделеевым и независимо от него мысль о существовании и о значении



Людвиг Прандтль
1875 - 1953



Рейнольдс Осборн
1842 - 1912

пограничного слоя высказал Н. Е. Жуковский.

Первое теоретическое обоснование и анализ явлений, происходящих в пограничном слое, принадлежит Л. Прандтлю, который объяснил и подтвердил опытами, что течение жидкости, обтекающей тело, можно разделить на две области: область относительно тонкого слоя вблизи тела (пограничный слой), где трение играет существенную роль, и область вне пограничного слоя, где трением можно пренебречь.

Первая роль в развитии теории пограничного слоя принадлежит О.Рейнольдсу, который дал объяснение парадокса, многие годы сдерживавшего развитие гидродинамики. Суть парадокса сводилась к следующему. О.Рейнольдс доказывал, что сопротивление жидкости, протекающей в трубе, прямо пропорционально скорости жидкости и обратно пропорционально квадрату диаметра трубы, в то время как его оппоненты утверждали, что

сопротивление жидкости прямо пропорционально квадрату скорости ее движения и обратно пропорционально диаметру трубы. Многократные опыты подтверждали оба вывода. За выяснение истины взялся О.Рейнольдс. В воду, протекавшую по стеклянной трубке, ученый ввел тонкую струйку красителя. В трубке как бы протянулась цветная нить в виде слоя, не смешивающегося с основным потоком воды. Такое движение воды О.Рейнольдс назвал ламинарным (от латинского слова *lamina* — пластинка). При увеличении скорости воды в трубке картина резко изменилась. Со скачком скорости сразу замедлилось движение подкрашенного слоя. Быстрые беспорядочные завихрения перемешали краситель в воде. О.Рейнольдс назвал такое движение воды турбулентным (от латинского *turbulentus* — быстрый, беспорядочный). Итак, все стало на свои места. Различие в результатах опытов являлось следствием того, что одни исследователи экспериментировали при ламинарном течении жидкости, а другие при турбулентном.

О.Рейнольдс вывел безразмерное соотношение, которое в его честь названо числом Рейнольдса. Физическая суть числа Рейнольдса заключается в том, что произведение скорости течения жидкости (или движения тела) на характерный размер тела, деленное на показатель вязкости жидкости, есть число постоянное. Турбулентность появляется тогда, когда силы инерции, определяемые скоростью жидкости, ее плотностью и характерным размером тела, превышают силу вязкости жидкости.

Число Рейнольдса позволяет достаточно точно определить коэффициент сопротивления трения. При турбулентном режиме коэффициент сопротивления трения гораздо выше, чем при ламинарном. Вот почему, несмотря на то что, как мы уже знаем, вода не трется о поверхность корпуса корабля, обшивку подводной части стремятся сделать более гладкой и систематически очищают в процессе эксплуатации. Это делается с одной целью — снизить турбулентность пограничного слоя. Ведь всякие неровности на подводной части корпуса, даже песчинки и грязь, являются источниками образования вихрей в пограничном слое, а, следовательно, турбулизаторами.

Еще древние мореплаватели знали, что обрастание корпуса судна представителями морской флоры и фауны приводит к снижению скорости. Особенно «хорошо» обрастал дуб — наиболее распространенный материал времен деревянного судостроения. Для предохранения кораблей и судов от обрастания применялись различные способы. Так, в XVI в. имели место попытки применить для обшивки подводной части корпуса свинец. Однако из-за низких механических свойств свинец не выдерживал волнения моря, тяжелые листы обшивки обрывались, История донесла до нас и сведения о покрытиях в виде медных гвоздей с огромными шляпками, защищавшими большую часть корпуса ниже ватерлинии от обрастания.

В XVIII—XIX вв. получила распространение обшивка подводной части корпусов тонкими медными листами. Из-за высокой цены на медь во Франции пытались заменить медные листы цинковыми. Но цинк в морской воде быстро разрушался, и опыты были прекращены.

Итальянские судостроители пошли на смелый эксперимент, облицевав подводную часть корпуса судна «Буффало» тонкими стеклянными пластинами. При осмотре судна в доке после нескольких месяцев плавания было установлено, что пластины совершенно не обрастают, однако часть пластин... отсутствовала, так как надежно укрепить их на обшивке корпуса и защитить от механических повреждений было невозможно.

До наших дней основным способом борьбы с обрастанием является очистка подводной части корпуса в доке и покрытие ее специальными составами, содержащими вещества, губительно действующие на морских обитателей.

К расчёту сопротивления трения судна.

Когда числа Рейнольдса велики, вязкость мала, а скорость велика, то возможно эффективное решение в рамках теории идеальной жидкости. В этом случае влияние сил вязкости заметно сказывается только в относительно тонком слое жидкости, прилегающем к

поверхности тела и называемом *пограничным слоем*, а также в сравнительно небольшой области за телом, называемой *спутной струей* или гидродинамическим следом. Вне пограничного слоя и спутной струи влияние сил вязкости, по сравнению с силами давления и инерции, настолько мало, что им можно пренебречь.

Течение жидкости в пограничном слое может быть как ламинарным, так и турбулентным. Переход течения из ламинарного в турбулентный происходит по достижении числом Рейнольдса критического значения., которое для судовых корпусов имеет порядок 10^6 .

Основные уравнения движения в пограничном слое

Рассматривается пограничный слой на пластине. Внутри пограничного слоя жидкость считается вязкой и описывается уравнениями Навье-Стокса.

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} &= F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \right) \\ \frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} &= F_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} \right) \end{aligned} \quad (VI.31)$$

К этим уравнениям добавляется уравнение неразрывности

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0 \quad (VI.32)$$

Благодаря тонкости пограничного слоя на движение жидкости в нём массовые силы, по сравнению с вязкостными и инерционными, оказывают слабое действие, поэтому ими можно пренебречь и положить $F_x = F_y = 0$. Ордината y ограничивается малой величиной δ ($y \leq \delta$). В соответствии с этими допущениями оценивается каждый член уравнения Навье-Стокса по отношению к $\frac{\delta}{l}$, которое считается очень малым, т.е. $\delta \ll l$

- а) Порядок y есть δ ($y \approx \delta$); б) порядок приращения y ($\Delta y \approx \delta y \approx \delta$) тот же, что y ;
- в) порядок абсциссы x вдоль стенки есть l , так что и её приращение тоже $\Delta x \approx \delta x \approx l$.
- г) скорость потока вдоль стенки определяется проекцией v_x , которая изменяется от нуля на самой стенке, где $y = 0$, практически до величины скорости внешнего потока v_o на границе слоя. Следовательно, величина v_x и её изменение имеют порядок v_o :

$$v_x \approx v_o; \quad \Delta v_x \approx \delta v_x \approx v_o;$$

- д) порядок производных, входящих в уравнения (VI.31)

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} \approx \frac{v_o}{l}; \quad \frac{\partial v_x}{\partial y} \approx \frac{v_o}{\delta}; \quad \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} \approx \frac{v_o}{l^2}; \quad \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \approx \frac{v_o}{\delta^2};$$

- е) для оценки порядка v_y используют уравнение неразрывности (VI.32), из которого следует

$$\frac{\partial v_y}{\partial y} = -\frac{\partial v_x}{\partial x}; \quad \text{значит} \quad \frac{\partial v_y}{\partial y} \approx \frac{v_o}{l}; \quad \delta v_y \approx \frac{v_o}{l} \delta$$

и такой же порядок v_y ;

- ж) значит порядок производных, входящих во второе уравнение из (VI.31) будет

$$\frac{\partial v_y}{\partial x} \approx \frac{v_o \delta}{l^2}; \quad \frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} \approx \frac{v_o \delta}{l^3}; \quad \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} \approx \frac{v_o}{l \delta};$$

Сопоставляя порядок малости членов, входящих в первое уравнение из (VI.31), видно, что $\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2}$ есть малая величина порядка δ^2/l^2 по сравнению с $\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2}$, следовательно, ею можно пренебречь. Дальнейшие сравнения приводят к системе уравнений ламинарного движения Прандтля.

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} = F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2}; \quad \frac{\partial p}{\partial y} = 0. \quad (\text{VI.33})$$

Для замыкания системы её дополняют уравнением неразрывности.

Для расчёта сопротивления трения с учётом формы корпуса разработан метод, основанный на интегральном соотношении, выведенном для криволинейных поверхностей [4].

Несмотря на то, что составляющая сопротивления трения может быть определена с помощью экстраполяторов трения, представляется целесообразным получать её величину с учётом формы обводов. Это делается по интегральному соотношению, полученному для криволинейной поверхности, в отличие от интегрального соотношения Кармана, выведенного для пластины. Вывод интегрального соотношения для обводов корпуса судна дан в книге автора [1], поэтому здесь не приводится.

Сопротивление вычисляется путём интегрирования проекции касательных напряжений τ_x на направление движения по формуле

$$R = \int_{-L/2}^{L/2} \int_0^{\tau} \tau_x \sqrt{EG - F^2} dz dx. \quad (\text{VI.34})$$

В эту формулу входят коэффициенты, которые вычисляются по формулам

$$E = 1 + \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2, \quad F = \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right) \cdot \left(\frac{\partial y}{\partial z} \right), \quad G = 1 + \left(\frac{\partial y}{\partial z} \right)^2. \quad (\text{VI.35})$$

Легко видеть, что эти коэффициенты учитывают форму корпуса судна, так как в них входят производные уравнения корпуса судна $\left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)$ и $\left(\frac{\partial y}{\partial z} \right)$. Касательные напряжения τ_x определяются по формуле

$$\tau_x = \frac{1}{\sqrt{E}} \left\{ -\frac{1}{\sqrt{E}} \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\delta} \rho u^2 dn - \frac{1}{\sqrt{G}} \frac{\partial}{\partial z} \int_0^{\delta} \rho u w dn + v_x \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\delta} \rho u dn + \sqrt{\frac{E}{G}} v_x \frac{\partial}{\partial z} \int_0^{\delta} \rho w dn + \delta \rho \left[v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial z} \right] \right\} \quad (\text{VI.36})$$

Составляющие скорости v_x и w определяются нами по программе Гесса – Смита для дублированной модели без учёта влияния свободной поверхности. ρ - массовая плотность, u определяется по степенному закону изменения профиля скорости в пограничном слое. В данном расчёте этот закон принят в виде:

$$u = v_x \left(\frac{n}{\delta} \right)^{1/11}. \quad (\text{VI.37})$$

Здесь δ - толщина пограничного слоя, которая в первом приближении для турбулентного потока принимается в виде

$$\delta = 0,21 \left(\frac{v_x}{\nu} \right)^{1/7} x_s^{6/7}. \quad (\text{VI.38})$$

В этой формуле x_s - расстояние точки на поверхности корпуса от форштевня по соответствующей ватерлинии, ν - кинематический коэффициент вязкости, v_x - составляющая скорости в направлении оси x . После выполнения интегрирования в (VI.34) с соответствующими производными из (VI.35) при допущении, что скорости w малы по

сравнению со скоростями v_x , получено приближённое расчётное уравнение, в которое входят выражение для производной толщины пограничного слоя

$$\frac{\partial \delta}{\partial x} = 0,18 v^{\frac{1}{7}} x_s^{-\frac{1}{7}} v_x^{-\frac{1}{7}} - 0,03 v^{\frac{1}{7}} x_s^{\frac{6}{7}} v_x^{-\frac{6}{7}} \frac{\partial v_x}{\partial x}. \quad (\text{VI.39})$$

Интегралы при принятом профиле скорости равны

$$\int_0^{\delta} \rho u^2 dn = \rho \int_0^{\delta} v_x^2 \left(\frac{n}{\delta}\right)^{11} dn = 0,846 \rho v_x^2 \delta, \quad (\text{VI.40})$$

$$\int_0^{\delta} \rho u dn = \rho \int_0^{\delta} v_x \left(\frac{n}{\delta}\right)^{11} dn = 0,917 \rho v_x \delta. \quad (\text{VI.41})$$

Тогда формула для расчёта касательных напряжений получается в виде:

$$\tau_x = \frac{\rho}{\sqrt{E}} \left[\left(1,917 - \frac{1,691}{\sqrt{E}}\right) \delta v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + \left(0,917 - \frac{0,846}{\sqrt{E}}\right) v_x^2 \frac{\partial \delta}{\partial x} \right]. \quad (\text{VI.42})$$

Для расчёта коэффициентов поверхности E, G и F используются уравнения ватерлиний и шпангоутов, полученные путём аппроксимации всех сечений теоретического чертежа. Метод получения уравнений этих сечений описан в VI xfcnb

Расчёт выполнен по 800 панелям, на которые разделён один борт модели Тодда 60-ой серии с коэффициентом полноты 0,6 в программе ФОРТРАН. В результате получена приближённая кривая сопротивления трения, которая сравнивается с кривой, вычисленной по экстраполятору трения

$$\zeta_f = \frac{0,455}{(\lg Re)^{2,58}} \quad (\text{VI.43})$$

Расчёт сопротивления трения Составляющая сопротивления трения определяется по интегральному соотношению, полученному для криволинейной поверхности, в отличие от интегрального соотношения Кармана, выведенного для пластины. Вывод интегрального соотношения для обводов корпуса судна дан в книге автора [1], по проектированию обводов судов из развёртывающихся поверхностей, поэтому здесь не приводится.

Вычисляется сопротивление трения по формуле

$$R = \frac{\rho u^2}{2} \int_{-L/2}^{L/2} \int_0^T \tau_x \sqrt{EG - F^2} dz dx, \quad (\text{VI.44})$$

в которой интеграл даёт произведение коэффициента трения на площадь смоченной поверхности. Причём, при его вычислении в первом приближении

1) учитывается кривизна поверхности введением множителя $\sqrt{EG - F^2}$, отражающего кривизну поверхности корпуса судна по направлению ватерлинии и шпангоута с помощью величин

$$E = 1 + \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2, F = \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right) \cdot \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right), G = 1 + \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)^2 \quad (\text{VI.45})$$

Таким образом, точно рассчитывается площадь каждой ячейки разбиения поверхности корпуса.

2) учитывается также направление скорости внешнего потока по линиям тока путём вычисления скорости по формуле

$$u = \sqrt{v_x^2 + v_z^2},$$

в которой учитываются вызванные скорости по направлению ватерлинии v_x и шпангоута v_z .

3) Коэффициент сопротивления трения вычисляется по формуле

$$\tau_x = \frac{\rho}{\sqrt{E}} \left[\left(1,917 - \frac{1,691}{\sqrt{E}} \right) \delta u \frac{\partial u}{\partial x} + \left(0,917 - \frac{0,846}{\sqrt{E}} \right) u^2 \frac{\partial \delta}{\partial x} \right], \quad (VI.46)$$

в которой при определении δ и её производной $\frac{\partial \delta}{\partial x}$ скорость также принимается по линии тока.

Расчёт сопротивления трения модели Тодда выполнен по 800 панелям, на которые разделён один борт модели Тодда 60-ой серии с коэффициентом полноты 0,6 в программе ФОРТРАН. Расчёт сопротивления трения речного судна «Родина» выполнен по 1280 панелям. В результате получены приближённые кривые сопротивления трения, которые сравниваются с кривыми, вычисленными по экстраполятору трения

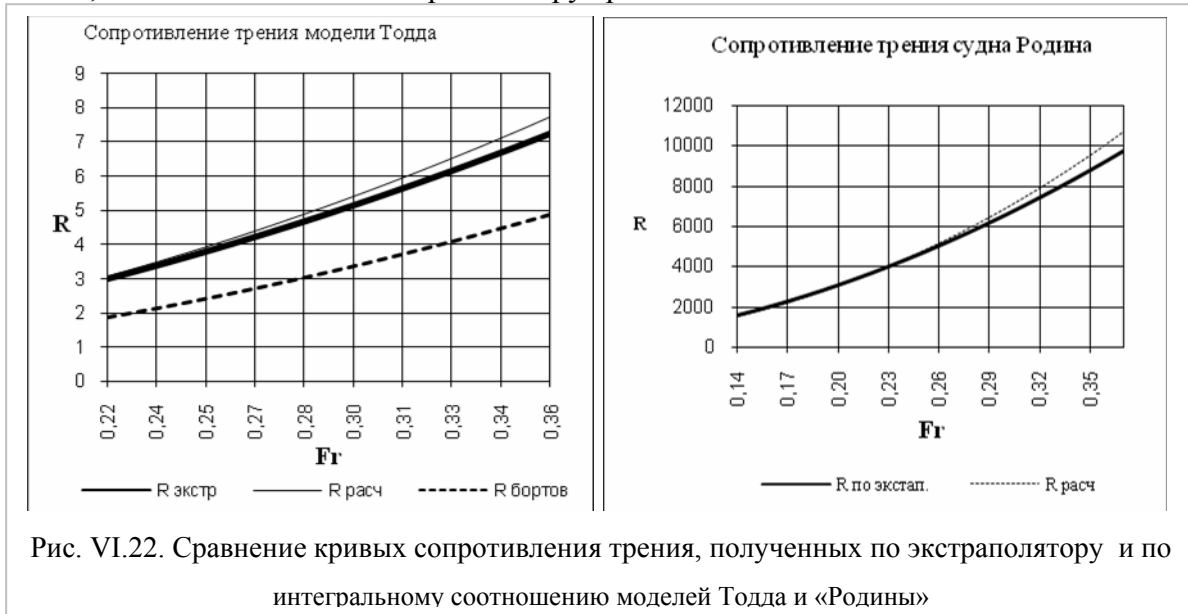


Рис. VI.22. Сравнение кривых сопротивления трения, полученных по экстраполятору и по интегральному соотношению моделей Тодда и «Родины»

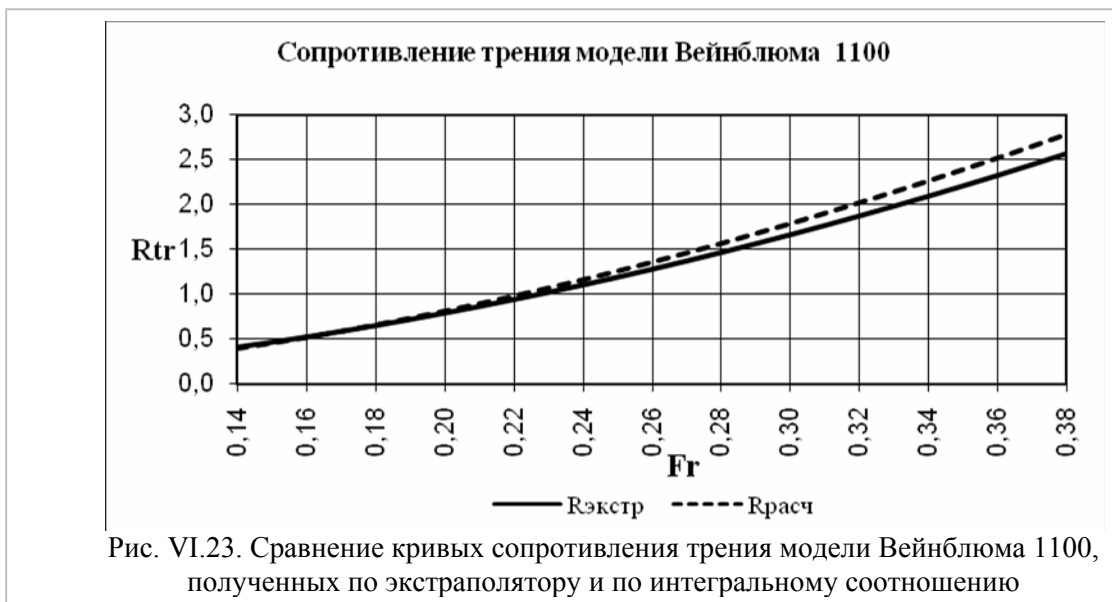


Рис. VI.23. Сравнение кривых сопротивления трения модели Вейнблума 1100, полученных по экстраполятору и по интегральному соотношению

Результаты сравнительных расчётов приведены на рисунках VI.22 и VI.23. На рис. VI.22 показаны кривые сопротивления трения, посчитанные по интегральному соотношению (нижняя кривая) и по экстраполятору трения. Модель Вейнблума 1100 отличается от модели Тодда и судна «Родина» тем, что её обводы заданы аналитически и симметричны относительно миделя и заострены в корме, как в носу, что обеспечивает плавное стекание пограничного слоя. На этой аналитической модели проверялась правомерность расчёта сопротивления трения по аналитической сетке теоретического чертежа, а также возможность

определения сопротивления трения по интегральному соотношению. У этой модели, в отличие от реальных судов, нет плоского днища. В процессе отработки метода вычисления трения по интегральному соотношению выяснилось, что плоское днище даёт большую часть сопротивления. Без специального исследования трудно сказать, что происходит под плоским днищем судна, но получается, что его коэффициент трения больше, чем у пластины такой же площади. Это происходит за счёт увеличения скорости под плоским днищем судна, что одновременно приводит к увеличению коэффициента трения за счёт уменьшения толщины пограничного слоя.

Как видно из рис. VI.22 и VI.23, поправка на кривизну невелика. Однако получен ответ на вопрос о точности формул экстраполяции и правомерности поправок на кривизну при расчёте сопротивления трения.

Литература к главе VI

1. Готман, А.Ш. Проектирование обводов судов с развёртывающейся обшивкой /А.Ш. Готман. - Л.: Судостроение.- 1979.-192 с.
2. Готман, А.Ш. Определение волнового сопротивления и оптимизация обводов судов /А.Ш. Готман. – Новосибирск: НГАВТ.- 1995.- Часть 1 (162 с.), часть 2 (161 с.)
- 3.. Шулейкин, В.В. Физика моря / В.В. Шулейкин . – М.: Наука.- 1968.-1090 с.
4. Campana E.F. Shape optimization in ship hydrodynamics using computational fluid dynamics /E.F.Campana, D.Peri, Y.Tahara, F.Stern // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering..-2006,196.-1-3, P. 634–651.
5. Chun H.-H. Hull Form Parameterization Technique with Local and Global Optimization Algorithms /H.-H.Chun// Proc. of MARTEC 2010. The Intern. Conf. On Marine Technology 2010, BUET, Dhaka, Bangladesh.
6. Gotman A.Sh. Study of Michell’s Integral and Influence of Viscosity and Ship hull Form on Wave Resistance /A.Sh.Gotman//. Oceanic Engineering International, 2002, 6.- № 2.- P. 74 - 115.
7. Kerwin J.E. Polynomial Surface Representation of Arbitrary Ship Forms /J.E. Kerwin//. – «Journal Ship Research» 1960, 4,- №1.- P. 12 –21.
8. C. von Kerczeck. The Representation of Ship Hulls by Conformal Mapping Functions /C. von Kerczeck, E.O.Tuck//. – Journal of Ship Research.-1969, 13.- № 4.- P.284 – 298.
9. Lowe, T. W. Conceptual Hull Design Using a Genetic Algorithm /T. W.Lowe, J.Steel// Journal of Ship Research.-2003, 47.-№ 3.- P. 222-236.
10. Markov N.E. Hull Form Optimization by Shift and Deformation of Ship Section /N.E.Markov, K.Suzuki// Journal of Ship Research.- 2001, 45.-№ 3.-P. 197-204 (8)
11. Pèrez F.L. Parametric Generation, Modelling, and Fairing of Simple Hull Lines With the Use of Nonuniform Rational B-Spline Surfaces /F.L.Pèrez , J.A.Clemente, J.A.Suárez, M.González// Journal of Ship Research.- 2008, 52.-№ 1.- P. 1-15.

ПРИЛОЖЕНИЕ к главе VI.

ПРОГРАММЫ ДЛЯ АППРОКСИМАЦИИ ОДНОЙ ВАТЕРЛИНИИ

Первая программа. TOTAL1(x).FOR (аппроксимация одной ватерлинии)

```

C
C *****
C * Задать: 1) число точек на шпангоуте NS, 2) расстояние между точками DX,*
C * 3) массив ORD_wl.DAT, 4) точность заданных точек E *
C *****
C
REAL S(27),DX,X,Y
INTEGER I,IQ,K,K1,K2,IR,IW,NS,N1,N2
DIMENSION A(9),G(21),B(9),F(9),G1(21),BG(21)
IR=5
IW=6
    IQ=9
    DX=1
    NS=21
    E=0.008
    OPEN(IR,FILE='ORD_wl.DAT')
    OPEN(IW,FILE='MASSIV_wl.DAT')
    READ(IR,100)(G(I),I=1,NS)
    WRITE(*,100)(G(I),I=1,NS)
C    WRITE(6,100)(G(I),I=1,NS)
    CALL APR(G,F,NS,DX,E)
C    DO 13 I=1,NS
C        G1(I)=G(I)
C    WRITE (*,100)G1(I)
C    WRITE (6,100)G1(I)
C 13 CONTINUE
536 FORMAT(F16.8)
100 FORMAT(F16.8)
    STOP
    END
    SUBROUTINE APR(G,F,NS,DX,E)
REAL S(27),DX,DZ,Z,Y,C10,C20,C30,C40,
*Q,P,D1,R,QQQ,FFI,YG1,YG2,YG3
INTEGER I,IQ,K,K1,K2,IR,IW,NS,N1,N2
DIMENSION D(9,9),D2(21),A(9),G(21),B(9),F(9),Y0(21),
*Y1(21),Y2(21),Y3(21),G1(21)
IR=5
IW=6
    IQ=9
    L=NS
    IQ=9
    K=9
    K1=9
    K2=9
    K3=27
    NM=9
    N=9
    S(1)=0
    S(2)=0.
    S(3)=0.
    S(4)=0.
    S(5)=0.
    S(6)=0.
    S(7)=0.
    S(8)=0.
    S(9)=0.
    S(10)=0.
    S(11)=0.
    S(12)=0.
    S(13)=0.
    S(14)=0.
    S(15)=0.
    S(16)=0.
    S(17)=0.
    S(18)=0.
    S(19)=0.
    S(20)=0.
    S(21)=0.
    S(22)=0.
    S(23)=0.
    S(24)=0.

```

```

S(25)=0.
S(26)=0.
S(27)=0.
DO 30 K=1,L
X=10-(K-1)*DX
Y=G(K)
S(1)=S(1)+(Y**4)*X*X
S(2)=S(2)+(Y**4)*X
S(3)=S(3)+(Y**3)*X**3
S(4)=S(4)+(Y**3)*X*X
S(5)=S(5)+(Y**3)*X
S(6)=S(6)+(Y**2)*X**4
S(7)=S(7)+(Y**2)*X**3
S(8)=S(8)+(Y**2)*X*X
S(9)=S(9)+(Y**2)*X
S(10)=S(10)+Y**4
S(11)=S(11)+Y**3
S(12)=S(12)+Y**2
S(13)=S(13)+Y*X**5
S(14)=S(14)+Y*X**4
S(15)=S(15)+Y*X**3
S(16)=S(16)+Y*X**2
S(17)=S(17)+Y*X
S(18)=S(18)+Y
S(19)=S(19)+X**6
S(20)=S(20)+X**5
S(21)=S(21)+X**4
S(22)=S(22)+X**3
S(23)=S(23)+X*X
S(24)=S(24)+X
S(25)=S(25)+Y**5
S(26)=S(26)+(Y**5)*X
S(27)=L
30 CONTINUE
DO 21 J=1,9
D(1,J)=S(J)
21 CONTINUE
D(2,1)=S(2)
D(2,2)=S(10)
D(2,3)=S(4)
D(2,4)=S(5)
D(2,5)=S(11)
D(2,6)=S(7)
D(2,7)=S(8)
D(2,8)=S(9)
D(2,9)=S(12)
D(3,1)=S(3)
D(3,2)=S(4)
D(3,3)=S(6)
D(3,4)=S(7)
D(3,5)=S(8)
D(3,6)=S(13)
D(3,7)=S(14)
D(3,8)=S(15)
D(3,9)=S(16)
D(4,1)=S(4)
D(4,2)=S(5)
D(4,3)=S(7)
D(4,4)=S(8)
D(4,5)=S(9)
D(4,6)=S(14)
D(4,7)=S(15)
D(4,8)=S(16)
D(4,9)=S(17)
D(5,1)=S(5)
D(5,2)=S(11)
D(5,3)=S(8)
D(5,4)=S(9)
D(5,5)=S(12)
D(5,6)=S(15)
D(5,7)=S(16)
D(5,8)=S(17)
D(5,9)=S(18)
D(6,1)=S(6)
D(6,2)=S(7)
D(6,3)=S(13)
D(6,4)=S(14)
D(6,5)=S(15)
D(6,6)=S(19)

```

```

D(6,7)=S(20)
D(6,8)=S(21)
D(6,9)=S(22)
D(7,1)=S(7)
D(7,2)=S(8)
D(7,3)=S(14)
D(7,4)=S(15)
D(7,5)=S(16)
D(7,6)=S(20)
D(7,7)=S(21)
D(7,8)=S(22)
D(7,9)=S(23)
D(8,1)=S(8)
D(8,2)=S(9)
D(8,3)=S(15)
D(8,4)=S(16)
D(8,5)=S(17)
D(8,6)=S(21)
D(8,7)=S(22)
D(8,8)=S(23)
D(8,9)=S(24)
D(9,1)=S(9)
D(9,2)=S(12)
D(9,3)=S(16)
D(9,4)=S(17)
D(9,5)=S(18)
D(9,6)=S(22)
D(9,7)=S(23)
D(9,8)=S(24)
D(9,9)=S(27)
A(1)=-S(26)
A(2)=-S(25)
A(3)=-S(1)
A(4)=-S(2)
A(5)=-S(10)
A(6)=-S(3)
A(7)=-S(4)
A(8)=-S(5)
A(9)=-S(11)
116 OPEN(IW,FILE='COEFF_a.DAT')
  NM=9
  N=9
  CALL A0J(NM,N,D,A)
  DO 81 K=1,9
    F(K)=A(K)
    WRITE(*,101)F(K)
    WRITE(6,101)F(K)
81 CONTINUE
C  WRITE(*,100)(F(K),K=1,9)
C  WRITE(6,100)(F(K),K=1,9)
  DO 20 J=1,L
    X=10-(J-1)*DX
    C10=1.00
    C20=F(1)*X+F(2)
    C30=F(3)*X*X+F(4)*X+F(5)
    C40=F(6)*X**3+F(7)*X*X+F(8)*X+F(9)
    Q=(C20**3)/(27*C10**3)-(C20*C30)/(6*C10*C10)+C40/C10/2
    P=(3*C10*C30-C20*C20)/9/C10/C10
    D1=Q*Q+P**3
117 OPEN(IW,FILE='APPR.DAT')
  IF(D1.LT.0.)GOTO 90
  IF(D1.GE.0)AA=Q+SQRT(D1)
  IF(D1.GE.0)BB=-Q-SQRT(D1)
  IF(D1.GE.0..AND.AA.LT.0)AAA=-ABS(AA)**(1./3.)
  IF(D1.GE.0..AND.BB.LT.0)BBB=-ABS(BB)**(1./3.)
  IF(D1.GE.0..AND.AA.GE.0)AAA=AA**(1./3.)
  IF(D1.GE.0..AND.BB.GE.0)BBB=BB**(1./3.)
  Y0(J)=AAA+BBB-C20/3/C10
  IF(D1.GE.0)GOTO 70
90 R=SQRT(ABS(P))
  IF(Q.LT.0)R=-R
  QQQ=Q/R/R/R
  FFI=ACOS(QQQ)
70 Y1(J)=-2*R*COS(FFI/3)-C20/3/C10
  Y2(J)=-C20/3/C10+2*R*COS(1.047197551-FFI/3)
  Y3(J)=-C20/3/C10+2*R*COS(1.047197551+FFI/3)
  YG1=ABS(Y1(J)-G(J))
  YG2=ABS(Y2(J)-G(J))
  YG3=ABS(Y3(J)-G(J))

```

```

        YG=ABS(Y0(J)-G(J))
        IF(YG.LE.E)GO TO 50
        IF(YG1.LE.E)GO TO 51
        IF(YG2.LE.E)GO TO 52
        IF(YG3.LE.E)GO TO 53
50 WRITE(*,536)Y0(J)
   WRITE(6,536)Y0(J)
   GO TO 20
51 WRITE(*,536)Y1(J)
   WRITE(6,536)Y1(J)
   GO TO 20
52 WRITE(*,536)Y2(J)
   WRITE(6,536)Y2(J)
   GO TO 20
53 WRITE(*,536)Y3(J)
   WRITE(6,536)Y3(J)
   GO TO 20
20 CONTINUE
40 FORMAT(2X,I3)
536 FORMAT(F16.8)
100 FORMAT(F12.6)
101 FORMAT(2X,F16.8)
   RETURN
   END
SUBROUTINE A0J(NM,N,D,A)
  REAL T
  DIMENSION A(9),D(9,9),G(9)
  N1=N-1
  DO 1 IS=1,N1
    IS1=IS+1
    L=IS
    DO 2 I=IS1,N
      IF(ABS(D(I,IS)).GT.ABS(D(L,IS)))L=I
2    CONTINUE
      IF(L.EQ.IS) GO TO 4
      DO 3 J=IS,N
        T=D(IS,J)
        D(IS,J)=D(L,J)
        D(L,J)=T
3    CONTINUE
        A(IS)=A(IS)
        T=A(IS)
        A(IS)=A(L)
        A(L)=T
4    IS1=IS+1
      DO 1 I=IS1,N
        T=D(I,IS)/D(IS,IS)
        A(I)=A(I)-T*A(IS)
      DO 1 J=IS1,N
        D(I,J)=D(I,J)-T*D(IS,J)
1    CONTINUE
        A(N)=A(N)/D(N,N)
        I=N
7    I=I-1
        T=0.
        IS1=I+1
      DO 5 J=IS1,N
5    T=T+D(I,J)*A(J)
        A(I)=(A(I)-T)/D(I,I)
C    WRITE(*,510)T
C    WRITE(6,510)T
510 FORMAT(3F16.12)
        IF(I-1) 6,6,7
6    RETURN
END

```

Вторая программа TOTAL2(x).FOR (программа корректировки исходных данных)

```

PROGRAMM TOTAL2X
REAL S(27),DX,X,Y,C10,C20,C30,C40.
*Q,P,D1,R,QQQ,FFI,YG1,YG2,YG3
INTEGER LI,Q,K,K1,K2,IR,IW,NS,N1,N2
DIMENSION D(9,9),D2(21),A(9),G(21),B(9),F(9).
*Y0(21),Y1(21),Y2(21),Y3(21),G1(21),BG(21),T(21)
IR=5
IW=6
NS=21
IQ=9

```

```

E=0.008
OPEN(IR,FILE='ORD_w1.DAT')
OPEN(IW,FILE='MASSIV_fr.DAT')
READ(IR,100)(G(I),I=1,NS)
C WRITE(*,100)(G(I),I=1,NS)
C WRITE(6,100)(G(I),I=1,NS)
OPEN(IR,FILE='APPR.DAT')
READ(IR,100)(T(I),I=1,NS)
C WRITE(*,100)(T(I),I=1,NS)
C WRITE(6,100)(T(I),I=1,NS)
CALL AJ(G,T,BG,NS,E)
DO 15 I=1,NS
G1(I)=BG(I)
C WRITE (*,100)G1(I)
C WRITE (6,100)G1(I)
15 CONTINUE
536 FORMAT(F21.8)
100 FORMAT(F21.8)
STOP
END
SUBROUTINE AJ(G,T,BG,NS,E)
REAL C30,Q,P,D1,FFLA1,E1,R2,R3,E
INTEGER LI,Q,K,K1,K2,IR,IW,NS,N1,N2
DIMENSION D(21,21,9),B(NS),A1(NS),BG(NS),
*T(NS),F(NS),R(NS),G1(NS),C(NS),G2(NS),G(NS)
IR=5
IW=6
112 OPEN(IW,FILE='ORD_CORR.DAT')
DO 33 J=1,NS
G2(J)=G(J)
A1(J)=T(J)
R(J)=A1(J)-G2(J)
33 CONTINUE
DO 22 J=1,NS
R2=ABS(R(J))
IF(R2.LE.E)A1(J)=G2(J)
IF(R2.GT.E)GO TO 7
7 IF(R(J).LT.0)A1(J)=G2(J)-R(J)/20
IF(R(J).GT.0)A1(J)=G2(J)+R(J)/20
C 5 WRITE(*,100)A1(J)
C WRITE(6,100)A1(J)
22 CONTINUE
DO 23 J=1,NS
R(J)=G(J)-B(J)
C WRITE(*,100)R(J)
C WRITE(6,100)R(J)
23 CONTINUE
DO 19 J=1,NS
R(J)=G2(J)-A1(J)
19 CONTINUE
DO 25 J=1,NS
R3=ABS(R(J))
IF(R3.LE.E)B(J)=A1(J)
IF(R3.GT.E)GO TO 9
9 IF(R(J).LT.0)B(J)=G2(J)-R(J)/20
IF(R(J).GT.0)B(J)=G2(J)+R(J)/20
BG(J)=(B(J)+G2(J))/2
WRITE(*,100)BG(J)
WRITE(6,100)BG(J)
C 4 WRITE(*,100)B(J)
C WRITE(6,100)B(J)
25 CONTINUE
40 FORMAT(2X,I3)
100 FORMAT(F21.8)
RETURN
END

```

Третья программа TOTAL3(x).FOR (аппроксимация сглаженных ватерлиний)

```

PROGRAMM TOTAL2_x
REAL S(27),DX,X,Y,E
INTEGER LI,Q,K,K1,K2,IR,IW,NS
DIMENSION A(9),G(21),B(9),F(9),
*G1(21),BG(21),T(21)
IR=5
IW=6
NS=21
IQ=9

```

```

DX=1.
E=0.008
OPEN(IR,FILE='ORD CORR.DAT')
OPEN(IW,FILE='MASSIV_wl.DAT')
READ(IR,100)(G(I),I=1,NS)
C WRITE(*,100)(G(I),I=1,NS)
C WRITE(6,100)(G(I),I=1,NS)
CALL APR(G,F,NS,DX,E)
100 FORMAT(F16.8)
STOP
END
SUBROUTINE APR(G,F,NS,DX,E)
REAL S(27),DX,DZ,Z,Y,C10,C20,C30,C40.
*Q,P,D1,R,QQQ,FFI,YG1,YG2,YG3
INTEGER LIQ,K,K1,K2,IR,IW,NS,N1,N2
DIMENSION D(9,9),D2(21),A(9),G(21),B(9),F(9),Y0(21),
*Y1(21),Y2(21),Y3(21),G1(21)
IR=5
IW=6
IQ=9
L=NS
IQ=9
K=9
K1=9
K2=9
K3=27
NM=9
N=9
S(1)=0.
S(2)=0.
S(3)=0.
S(4)=0.
S(5)=0.
S(6)=0.
S(7)=0.
S(8)=0.
S(9)=0.
S(10)=0.
S(11)=0.
S(12)=0.
S(13)=0.
S(14)=0.
S(15)=0.
S(16)=0.
S(17)=0.
S(18)=0.
S(19)=0.
S(20)=0.
S(21)=0.
S(22)=0.
S(23)=0.
S(24)=0.
S(25)=0.
S(26)=0.
S(27)=0.
DO 30 K=1,L
X=10-(K-1)*DX
Y=G(K)
S(1)=S(1)+(Y**4)*X*X
S(2)=S(2)+(Y**4)*X
S(3)=S(3)+(Y**3)*X**3
S(4)=S(4)+(Y**3)*X*X
S(5)=S(5)+(Y**3)*X
S(6)=S(6)+(Y**2)*X**4
S(7)=S(7)+(Y**2)*X**3
S(8)=S(8)+(Y**2)*X*X
S(9)=S(9)+(Y**2)*X
S(10)=S(10)+Y**4
S(11)=S(11)+Y**3
S(12)=S(12)+Y**2
S(13)=S(13)+Y*X**5
S(14)=S(14)+Y*X**4
S(15)=S(15)+Y*X**3
S(16)=S(16)+Y*X**2
S(17)=S(17)+Y*X
S(18)=S(18)+Y
S(19)=S(19)+X**6
S(20)=S(20)+X**5
S(21)=S(21)+X**4

```

```
S(22)=S(22)+X**3
S(23)=S(23)+X*X
S(24)=S(24)+X
S(25)=S(25)+Y**5
S(26)=S(26)+(Y**5)*X
S(27)=L
30 CONTINUE
DO 21 J=1,9
D(1,J)=S(J)
21 CONTINUE
D(2.1)=S(2)
D(2.2)=S(10)
D(2.3)=S(4)
D(2.4)=S(5)
D(2.5)=S(11)
D(2.6)=S(7)
D(2.7)=S(8)
D(2.8)=S(9)
D(2.9)=S(12)
D(3.1)=S(3)
D(3.2)=S(4)
D(3.3)=S(6)
D(3.4)=S(7)
D(3.5)=S(8)
D(3.6)=S(13)
D(3.7)=S(14)
D(3.8)=S(15)
D(3.9)=S(16)
D(4.1)=S(4)
D(4.2)=S(5)
D(4.3)=S(7)
D(4.4)=S(8)
D(4.5)=S(9)
D(4.6)=S(14)
D(4.7)=S(15)
D(4.8)=S(16)
D(4.9)=S(17)
D(5.1)=S(5)
D(5.2)=S(11)
D(5.3)=S(8)
D(5.4)=S(9)
D(5.5)=S(12)
D(5.6)=S(15)
D(5.7)=S(16)
D(5.8)=S(17)
D(5.9)=S(18)
D(6.1)=S(6)
D(6.2)=S(7)
D(6.3)=S(13)
D(6.4)=S(14)
D(6.5)=S(15)
D(6.6)=S(19)
D(6.7)=S(20)
D(6.8)=S(21)
D(6.9)=S(22)
D(7.1)=S(7)
D(7.2)=S(8)
D(7.3)=S(14)
D(7.4)=S(15)
D(7.5)=S(16)
D(7.6)=S(20)
D(7.7)=S(21)
D(7.8)=S(22)
D(7.9)=S(23)
D(8.1)=S(8)
D(8.2)=S(9)
D(8.3)=S(15)
D(8.4)=S(16)
D(8.5)=S(17)
D(8.6)=S(21)
D(8.7)=S(22)
D(8.8)=S(23)
D(8.9)=S(24)
D(9.1)=S(9)
D(9.2)=S(12)
D(9.3)=S(16)
D(9.4)=S(17)
D(9.5)=S(18)
D(9.6)=S(22)
```

```

D(9.7)=S(23)
D(9.8)=S(24)
D(9.9)=S(27)
A(1)=-S(26)
A(2)=-S(25)
A(3)=-S(1)
A(4)=-S(2)
A(5)=-S(10)
A(6)=-S(3)
A(7)=-S(4)
A(8)=-S(5)
A(9)=-S(11)
116 OPEN(IW,FILE='COEFF_a.DAT')
  NM=9
  N=9
  CALL A0J(NM,N,D,A)
  DO 81 K=1,9
    F(K)=A(K)
  WRITE(*,101)F(K)
  WRITE(6,101)F(K)
  81 CONTINUE
C  WRITE(*,100)(F(K),K=1,9)
C  WRITE(6,100)(F(K),K=1,9)
  DO 20 J=1,L
    X=10-(J-1)*DX
    C10=1.00
    C20=F(1)*X+F(2)
    C30=F(3)*X*X+F(4)*X+F(5)
    C40=F(6)*X**3+F(7)*X*X+F(8)*X+F(9)
    Q=(C20**3)/(27*C10**3)-(C20*C30)/(6*C10*C10)+C40/C10/2
    P=(3*C10*C30-C20*C20)/9/C10/C10
    D1=Q*Q+P**3
117 OPEN(IW,FILE='ORD_FIN.DAT')
  IF(D1.LT.0.)GOTO 90
  IF(D1.GE.0)AA=-Q+SQRT(D1)
  IF(D1.GE.0)BB=-Q-SQRT(D1)
  IF(D1.GE.0..AND.AA.LT.0.)AAA=-ABS(AA)**(1./3.)
  IF(D1.GE.0..AND.BB.LT.0.)BBB=-ABS(BB)**(1./3.)
  IF(D1.GE.0..AND.AA.GE.0.)AAA=AA**(1./3.)
  IF(D1.GE.0..AND.BB.GE.0.)BBB=BB**(1./3.)
  Y0(J)=AAA+BBB-C20/3/C10
  IF(D1.GE.0)GOTO 70
  90 R=SQRT(ABS(P))
  IF(Q.LT.0.)R=-R
  QQQ=Q/R/R/R
  FFI=ACOS(QQQ)
  70 Y1(J)=-2*R*COS(FFI/3)-C20/3/C10
  Y2(J)=-C20/3/C10+2*R*COS(1.047197551-FFI/3)
  Y3(J)=-C20/3/C10+2*R*COS(1.047197551+FFI/3)
  YG1=ABS(Y1(J)-G(J))
  YG2=ABS(Y2(J)-G(J))
  YG3=ABS(Y3(J)-G(J))
  YG=ABS(Y0(J)-G(J))
  IF(YG.LE.E)GO TO 50
  IF(YG1.LE.E)GO TO 51
  IF(YG2.LE.E)GO TO 52
  IF(YG3.LE.E)GO TO 53
  50 WRITE(*,536)Y0(J)
  WRITE(6,536)Y0(J)
  GO TO 20
  51 WRITE(*,536)Y1(J)
  WRITE(6,536)Y1(J)
  GO TO 20
  52 WRITE(*,536)Y2(J)
  WRITE(6,536)Y2(J)
  GO TO 20
  53 WRITE(*,536)Y3(J)
  WRITE(6,536)Y3(J)
  GO TO 20
  20 CONTINUE
  40 FORMAT(2X,I3)
  536 FORMAT(F16.8)
  100 FORMAT(F12.6)
  101 FORMAT(2X,F16.8)
  RETURN
  END
  SUBROUTINE A0J(NM,N,D,A)
  REAL T
  DIMENSION A(9),D(9.9),G(9)

```



```

N1=N-1
DO 1 IS=1,N1
  IS1=IS+1
  L=IS
  DO 2 I=IS1,N
    IF(ABS(D(I,IS)).GT.ABS(D(L,IS)))L=I
  2 CONTINUE
  IF(L.EQ.IS) GO TO 4
  DO 3 J=IS,N
    T=D(IS,J)
    D(IS,J)=D(L,J)
    D(L,J)=T
  3 CONTINUE
  A(IS)=A(IS)
  T=A(IS)
  A(IS)=A(L)
  A(L)=T
  4 IS1=IS+1
  DO 1 I=IS1,N
    T=D(I,IS)/D(IS,IS)
    A(I)=A(I)-T*A(IS)
    DO 1 J=IS1,N
      D(I,J)=D(I,J)-T*D(IS,J)
  1 CONTINUE
  A(N)=A(N)/D(N,N)
  I=N
  7 I=I-1
  T=0.
  IS1=I+1
  DO 5 J=IS1,N
    T=T+D(I,J)*A(J)
    A(I)=(A(I)-T)/D(I,I)
  5 WRITE(*,510)T
  510 FORMAT(3F16.12)
  IF(I-1) 6,6,7
  6 RETURN
  END

```

ПРОГРАММЫ ДЛЯ АППРОКСИМАЦИИ МАССИВА ВАТЕРЛИНИЙ

Первая программа TOTAL_BEGINw1.FOR (аппроксимация массива ватерлиний)

```

PROGRAMM APPROXIMATION OF MASSIV OF WATERLINES
C *****
C * Задать: 1) число точек на ватерлинии MN, 2) расстояние между точками DX, *
C * 3) массив MASSIV_ORD.DAT, 4) точность ординат заданных точек E
C *****
REAL S(27),X,DX,Y,E
INTEGER I,IQ,K,IR,IW,NS,N1,N2,M,MN,MM,NM,L
DIMENSION A(9),G(21),B(9),F(9),G2(336),
*G1(21),T1(21),T(21),GT(336),G3(336)
IR=5
IW=6
NS=336
MN=21
MM=16
NM=9
IQ=9
E=0.008
OPEN(IR,FILE='MASSIV_ORD.DAT')
OPEN(IW,FILE='MASSIV_ORDIN.DAT')
READ(IR,100)(GT(I),I=1,NS)
C WRITE(*,100)(GT(I),I=1,NS)
C WRITE(6,100)(GT(I),I=1,NS)
OPEN(IW,FILE='ORD_APR.DAT')
DO 67 L=1,MM
C WRITE(*,101)L
C WRITE(6,101)L
DO 66 K=1,MN
M=K+(L-1)*21
G1(K)=GT(M)
C WRITE(*,101)M
C WRITE(6,101)M
66 CONTINUE
CALL APR(G1,T,F)
67 CONTINUE
536 FORMAT(F16.8)

```

```

100 FORMAT(F16.8)
101 FORMAT(I)
STOP
END
SUBROUTINE APR(G,T,F)
REAL S(27),X,DX,Y,C10,C20,C30,C40,
*Q,P,D1,R,QQQ,FFI,T,YG1,YG2,YG3
INTEGER I,IQ,K,K1,K2,IR,IW,NS,N1,N2,L
DIMENSION D(9,9),D2(21),A(9),G(21),B(9),F(9),Y0(21),
*Y1(21),Y2(21),Y3(21),G1(21)
IR=5
IW=6
IQ=9
E=0.008
DX=1
NM=9
N=9
L=21
IQ=9
K=9
K1=9
K2=9
K3=27
S(1)=0
S(2)=0
S(3)=0
S(4)=0
S(5)=0
S(6)=0
S(7)=0
S(8)=0
S(9)=0
S(10)=0
S(11)=0
S(12)=0
S(13)=0
S(14)=0
S(15)=0
S(16)=0
S(17)=0
S(18)=0
S(19)=0
S(20)=0
S(21)=0
S(22)=0
S(23)=0
S(24)=0
S(25)=0
S(26)=0
S(27)=0
DO 30 K=1,L
X=10-(K-1)*DX
Y=G(K)
S(1)=S(1)+(Y**4)*X*X
S(2)=S(2)+(Y**4)*X
S(3)=S(3)+(Y**3)*X**3
S(4)=S(4)+(Y**3)*X*X
S(5)=S(5)+(Y**3)*X
S(6)=S(6)+(Y**2)*X**4
S(7)=S(7)+(Y**2)*X**3
S(8)=S(8)+(Y**2)*X*X
S(9)=S(9)+(Y**2)*X
S(10)=S(10)+Y**4
S(11)=S(11)+Y**3
S(12)=S(12)+Y**2
S(13)=S(13)+Y*X**5
S(14)=S(14)+Y*X**4
S(15)=S(15)+Y*X**3
S(16)=S(16)+Y*X**2
S(17)=S(17)+Y*X
S(18)=S(18)+Y
S(19)=S(19)+X**6
S(20)=S(20)+X**5
S(21)=S(21)+X**4
S(22)=S(22)+X**3
S(23)=S(23)+X*X
S(24)=S(24)+X
S(25)=S(25)+Y**5
S(26)=S(26)+(Y**5)*X

```

```
S(27)=L
30 CONTINUE
C      WRITE(*,503)(S(I),I=1,K3)
C      WRITE(6,503)(S(I),I=1,K3)
      DO 21 J=1,9
      D(1,J)=S(J)
21 CONTINUE
      D(2,1)=S(2)
      D(2,2)=S(10)
      D(2,3)=S(4)
      D(2,4)=S(5)
      D(2,5)=S(11)
      D(2,6)=S(7)
      D(2,7)=S(8)
      D(2,8)=S(9)
      D(2,9)=S(12)
      D(3,1)=S(3)
      D(3,2)=S(4)
      D(3,3)=S(6)
      D(3,4)=S(7)
      D(3,5)=S(8)
      D(3,6)=S(13)
      D(3,7)=S(14)
      D(3,8)=S(15)
      D(3,9)=S(16)
      D(4,1)=S(4)
      D(4,2)=S(5)
      D(4,3)=S(7)
      D(4,4)=S(8)
      D(4,5)=S(9)
      D(4,6)=S(14)
      D(4,7)=S(15)
      D(4,8)=S(16)
      D(4,9)=S(17)
      D(5,1)=S(5)
      D(5,2)=S(11)
      D(5,3)=S(8)
      D(5,4)=S(9)
      D(5,5)=S(12)
      D(5,6)=S(15)
      D(5,7)=S(16)
      D(5,8)=S(17)
      D(5,9)=S(18)
      D(6,1)=S(6)
      D(6,2)=S(7)
      D(6,3)=S(13)
      D(6,4)=S(14)
      D(6,5)=S(15)
      D(6,6)=S(19)
      D(6,7)=S(20)
      D(6,8)=S(21)
      D(6,9)=S(22)
      D(7,1)=S(7)
      D(7,2)=S(8)
      D(7,3)=S(14)
      D(7,4)=S(15)
      D(7,5)=S(16)
      D(7,6)=S(20)
      D(7,7)=S(21)
      D(7,8)=S(22)
      D(7,9)=S(23)
      D(8,1)=S(8)
      D(8,2)=S(9)
      D(8,3)=S(15)
      D(8,4)=S(16)
      D(8,5)=S(17)
      D(8,6)=S(21)
      D(8,7)=S(22)
      D(8,8)=S(23)
      D(8,9)=S(24)
      D(9,1)=S(9)
      D(9,2)=S(12)
      D(9,3)=S(16)
      D(9,4)=S(17)
      D(9,5)=S(18)
      D(9,6)=S(22)
      D(9,7)=S(23)
      D(9,8)=S(24)
      D(9,9)=S(27)
```

```

A(1)=-S(26)
A(2)=-S(25)
A(3)=-S(1)
A(4)=-S(2)
A(5)=-S(10)
A(6)=-S(3)
A(7)=-S(4)
A(8)=-S(5)
A(9)=-S(11)
CALL A0J(NM,N,D,A)
DO 81 K=1,9
F(K)=A(K)
C WRITE(*,101)F(K)
C WRITE(6,101)F(K)
81 CONTINUE
DO 20 J=1,L
X=10-(J-1)*DX
C10=1.00
C20=F(1)*X+F(2)
C30=F(3)*X*X+F(4)*X+F(5)
C40=F(6)*X**3+F(7)*X*X+F(8)*X+F(9)
Q=(C20**3)/(27*C10**3)-(C20*C30)/(6*C10*C10)+C40/C10/2
P=(3*C10*C30-C20*C20)/9/C10/C10
D1=Q*Q+P**3
IF(D1.LT.0.)GOTO 90
IF(D1.GE.0)AA=-Q+SQRT(D1)
IF(D1.GE.0)BB=-Q-SQRT(D1)
IF(D1.GE.0..AND.AA.LT.0.)AAA=-ABS(AA)**(1./3.)
IF(D1.GE.0..AND.BB.LT.0.)BBB=-ABS(BB)**(1./3.)
IF(D1.GE.0..AND.AA.GE.0.)AAA=AA**(1./3.)
IF(D1.GE.0..AND.BB.GE.0.)BBB=BB**(1./3.)
Y0(J)=AAA+BBB-C20/3/C10
C GO TO 50
IF(D1.GE.0)GOTO 70
90 R=SQRT(ABS(P))
IF(Q.LT.0.)R=-R
QQQ=Q/R/R/R
FFI=ACOS(QQQ)
70 Y1(J)=-2*R*COS(FFI/3)-C20/3/C10
Y2(J)=-C20/3/C10+2*R*COS(1.047197551-FFI/3)
Y3(J)=-C20/3/C10+2*R*COS(1.047197551+FFI/3)
YG1=ABS(Y1(J)-G(J))
YG2=ABS(Y2(J)-G(J))
YG3=ABS(Y3(J)-G(J))
YG=ABS(Y0(J)-G(J))
IF(YG.LE.E)GO TO 50
IF(YG1.LE.E)GO TO 51
IF(YG2.LE.E)GO TO 52
IF(YG3.LE.E)GO TO 53
50 WRITE(*,100)Y0(J)
WRITE(6,100)Y0(J)
GO TO 20
51 WRITE(*,100)Y1(J)
WRITE(6,100)Y1(J)
GO TO 20
52 WRITE(*,100)Y2(J)
WRITE(6,100)Y2(J)
GO TO 20
53 WRITE(*,100)Y3(J)
WRITE(6,100)Y3(J)
GO TO 20
20 CONTINUE
40 FORMAT(2X,I3)
100 FORMAT(F16.8)
RETURN
END
SUBROUTINE A0J(NM,N,D,A)
REAL T
DIMENSION A(9),D(9,9),G(9)
N1=N-1
DO 1 IS=1,N1
IS1=IS+1
L=IS
DO 2 I=IS1,N
IF(ABS(D(I,IS)).GT.ABS(D(L,IS)))L=I
2 CONTINUE
IF(L.EQ.IS) GO TO 4
DO 3 J=IS,N
T=D(IS,J)

```

```

D(IS,J)=D(L,J)
D(L,J)=T
3 CONTINUE
A(IS)=A(IS)
T=A(IS)
A(IS)=A(L)
A(L)=T
4 IS1=IS+1
DO 1 I=IS1,N
T=D(I,IS)/D(IS,IS)
A(I)=A(I)-T*A(IS)
DO 1 J=IS1,N
D(L,J)=D(L,J)-T*D(IS,J)
1 CONTINUE
A(N)=A(N)/D(N,N)
I=N
7 I=I-1
T=0.
IS1=I+1
DO 5 J=IS1,N
5 T=T+D(I,J)*A(J)
A(I)=(A(I)-T)/D(I,I)
C WRITE(*,510)T
C WRITE(6,510)T
510 FORMAT(3F16.12)
IF(I-1) 6,6,7
6 RETURN
END

```

Вторая программа TOTAL_CORRwl.FOR (корректировка ватерлиний)

```

PROGRAMM CORRECT
REAL S(27),DX,DZ,Z,Y,C10,C20,C30,C40,
*Q,P,D1,R,QQQ,FFI,YG1,YG2,YG3
INTEGER LIQ,K,K1,K2,IR,IW,NS,N1,N2
DIMENSION D(9,9),D2(21),A(9),G(21),B(9),F(9),Y0(21),G3(336),
*Y1(21),Y2(21),Y3(21),G1(21),BG(336),T(336),GT(336),G2(21)
IR=5
IW=6
NS=336
MN=21
MM=16
NM=9
IQ=9
E=0.008
OPEN(IR,FILE='MASSIV_ORD.DAT')
OPEN(IW,FILE='MASSIV_GT.DAT')
READ(IR,100)(GT(I),I=1,NS)
C WRITE(*,100)(GT(I),I=1,NS)
C WRITE(6,100)(GT(I),I=1,NS)
OPEN(IR,FILE='ORD_APR.DAT')
OPEN(IW,FILE='MASSIV_T.DAT')
READ(IR,100)(T(I),I=1,NS)
C WRITE(*,100)(T(I),I=1,NS)
C WRITE(6,100)(T(I),I=1,NS)
DO 16 L=1,MM
C WRITE(*,101)L
C WRITE(6,101)L
DO 15 K=1,MN
M=K+(L-1)*21
G(K)=GT(M)
G1(K)=T(M)
C WRITE(*,100)G1(K)
C WRITE(6,100)G1(K)
OPEN(IW,FILE='MASSIV_BG.DAT')
CALL AJ(G,G1,BG)
C G3(K)=BG(K)
WRITE(*,100)BG(K)
WRITE(6,100)BG(K)
15 CONTINUE
16 CONTINUE
100 FORMAT(F16.8)
STOP
END
SUBROUTINE AJ(G,G1,BG)
REAL C30,Q,P,D1,FFI,E1,R2,R3
INTEGER LIQ,K,K1,K2,IR,IW,NS,N1,N2
DIMENSION D(16,21,9),B(21),A1(21),BG(21),

```

```

*T(21),F(21),R(21),G1(21),C(21),G2(21),G(21)
  IR=5
  IW=6
  E=0.008
  DO 33 J=1,21
    G2(J)=G(J)
    A1(J)=G1(J)
    R(J)=A1(J)-G2(J)
c   WRITE(*,100)A1(J)
c   WRITE(6,100)A1(J)
  33 CONTINUE
  DO 22 J=1,21
    R2=ABS(R(J))
    IF(R2.LE.E)A1(J)=G2(J)
    IF(R2.GT.E)GO TO 7
  7 IF(R(J).LT.0)A1(J)=G2(J)-R(J)/8
    IF(R(J).GT.0)A1(J)=G2(J)+R(J)/8
  C   5 WRITE(*,100)A1(J)
  C   WRITE(6,100)A1(J)
  22 CONTINUE
  C   WRITE (*,707)
  C   WRITE (6,707)
  DO 23 J=1,21
    R(J)=G(J)-B(J)
  C   WRITE(*,100)R(J)
  C   WRITE(6,100)R(J)
  23 CONTINUE
  DO 19 J=1,21
    R(J)=G2(J)-A1(J)
  19 CONTINUE
  DO 25 J=1,21
    R3=ABS(R(J))
    IF(R3.LE.E)B(J)=A1(J)
    IF(R3.GT.E)GO TO 9
  9 IF(R(J).LT.0)B(J)=G2(J)-R(J)/8
    IF(R(J).GT.0)B(J)=G2(J)+R(J)/8
    BG(J)=(B(J)+G2(J))/2
c   WRITE(*,100)BG(J)
c   WRITE(6,100)BG(J)
  25 CONTINUE
  40 FORMAT(2X,I3)
  100 FORMAT(F16.8)
  RETURN
  END

```

Третья программа TOTAL_ORDWI.FOR (получение массива ординат ватерлиний)

```

PROGRAMM MASSIV OF ORDINAT
REAL S(27),DX,DZ,Z,Y,C10,C20,C30,C40,
*Q,P,D1,R,QQQ,FF1,YG1,YG2,YG3
INTEGER I,IQ,K,K1,K2,IR,IW,NS,N1,N2,L,M
DIMENSION E(21),D2(21),A(9),G(21),B(9),F(9),Y0(21),G2(336),
*Y1(21),Y2(21),Y3(21),G1(21),T1(21),T(21),GT(336),G3(336)
  IR=5
  IW=6
  NS=336
  MN=21
  MM=16
  NM=9
  IQ=9
  E=0.008
  OPEN(IR,FILE='MASSIV_BG.DAT')
  OPEN(IW,FILE='MASSIV_FIN.DAT')
  READ(IR,100)(GT(I),I=1,NS)
  C   WRITE(*,100)(GT(I),I=1,NS)
  C   WRITE(6,100)(GT(I),I=1,NS)
  OPEN(IW,FILE='ORD_FIN.DAT')
  DO 67 L=1,MM
  C   WRITE(*,101)L
  C   WRITE(6,101)L
  DO 66 K=1,MN
  M=K+(L-1)*21
  G1(K)=GT(M)
  C   WRITE(*,101)M
  C   WRITE(6,101)M
  C   WRITE(*,100)G1(K)
  C   WRITE(6,100)G1(K)
  66 CONTINUE

```

```

CALL APR(G1,T,F)
67 CONTINUE
100 FORMAT(F16.8)
101 FORMAT(I)
STOP
END
SUBROUTINE APR(G,T,F)
REAL S(27),DX,DZ,Z,Y,C10,C20,C30,C40,
*Q,P,D1,R,QQQ,FFI,T,YG1,YG2,YG3
INTEGER I,IQ,K,K1,K2,IR,IW,NS,N1,N2
DIMENSION D(9,9),D2(21),A(9),G(21),B(9),F(9),Y0(21),
*Y1(21),Y2(21),Y3(21),G1(21)
IR=5
IW=6
NS=21
IQ=9
E=0.008
DX=1
L=21
IQ=9
K=9
K1=9
K2=9
K3=27
NM=9
N=9
S(1)=0
S(2)=0
S(3)=0
S(4)=0
S(5)=0
S(6)=0
S(7)=0
S(8)=0
S(9)=0
S(10)=0
S(11)=0
S(12)=0
S(13)=0
S(14)=0
S(15)=0
S(16)=0
S(17)=0
S(18)=0
S(19)=0
S(20)=0
S(21)=0
S(22)=0
S(23)=0
S(24)=0
S(25)=0
S(26)=0
S(27)=0
DO 30 K=1,L
X=10-(K-1)*DX
Y=G(K)
S(1)=S(1)+(Y**4)*X*X
S(2)=S(2)+(Y**4)*X
S(3)=S(3)+(Y**3)*X**3
S(4)=S(4)+(Y**3)*X*X
S(5)=S(5)+(Y**3)*X
S(6)=S(6)+(Y**2)*X**4
S(7)=S(7)+(Y**2)*X**3
S(8)=S(8)+(Y**2)*X*X
S(9)=S(9)+(Y**2)*X
S(10)=S(10)+Y**4
S(11)=S(11)+Y**3
S(12)=S(12)+Y**2
S(13)=S(13)+Y*X**5
S(14)=S(14)+Y*Y**4
S(15)=S(15)+Y*X**3
S(16)=S(16)+Y*X**2
S(17)=S(17)+Y*X
S(18)=S(18)+Y
S(19)=S(19)+X**6
S(20)=S(20)+X**5
S(21)=S(21)+X**4
S(22)=S(22)+X**3
S(23)=S(23)+X*X

```

$S(24)=S(24)+X$
 $S(25)=S(25)+Y**5$
 $S(26)=S(26)+(Y**5)*X$
 $S(27)=L$
 30 CONTINUE
 DO 21 J=1,9
 D(1,J)=S(J)
 21 CONTINUE
 D(2,1)=S(2)
 D(2,2)=S(10)
 D(2,3)=S(4)
 D(2,4)=S(5)
 D(2,5)=S(11)
 D(2,6)=S(7)
 D(2,7)=S(8)
 D(2,8)=S(9)
 D(2,9)=S(12)
 D(3,1)=S(3)
 D(3,2)=S(4)
 D(3,3)=S(6)
 D(3,4)=S(7)
 D(3,5)=S(8)
 D(3,6)=S(13)
 D(3,7)=S(14)
 D(3,8)=S(15)
 D(3,9)=S(16)
 D(4,1)=S(4)
 D(4,2)=S(5)
 D(4,3)=S(7)
 D(4,4)=S(8)
 D(4,5)=S(9)
 D(4,6)=S(14)
 D(4,7)=S(15)
 D(4,8)=S(16)
 D(4,9)=S(17)
 D(5,1)=S(5)
 D(5,2)=S(11)
 D(5,3)=S(8)
 D(5,4)=S(9)
 D(5,5)=S(12)
 D(5,6)=S(15)
 D(5,7)=S(16)
 D(5,8)=S(17)
 D(5,9)=S(18)
 D(6,1)=S(6)
 D(6,2)=S(7)
 D(6,3)=S(13)
 D(6,4)=S(14)
 D(6,5)=S(15)
 D(6,6)=S(19)
 D(6,7)=S(20)
 D(6,8)=S(21)
 D(6,9)=S(22)
 D(7,1)=S(7)
 D(7,2)=S(8)
 D(7,3)=S(14)
 D(7,4)=S(15)
 D(7,5)=S(16)
 D(7,6)=S(20)
 D(7,7)=S(21)
 D(7,8)=S(22)
 D(7,9)=S(23)
 D(8,1)=S(8)
 D(8,2)=S(9)
 D(8,3)=S(15)
 D(8,4)=S(16)
 D(8,5)=S(17)
 D(8,6)=S(21)
 D(8,7)=S(22)
 D(8,8)=S(23)
 D(8,9)=S(24)
 D(9,1)=S(9)
 D(9,2)=S(12)
 D(9,3)=S(16)
 D(9,4)=S(17)
 D(9,5)=S(18)
 D(9,6)=S(22)
 D(9,7)=S(23)
 D(9,8)=S(24)


```

D(9,9)=S(27)
A(1)=-S(26)
A(2)=-S(25)
A(3)=-S(1)
A(4)=-S(2)
A(5)=-S(10)
A(6)=-S(3)
A(7)=-S(4)
A(8)=-S(5)
A(9)=-S(11)
DX=1.0
XW=21
NM=9
N=9
CALL A0J(NM,N,D,A)
DO 81 K=1,9
F(K)=A(K)
81 CONTINUE
DO 20 J=1,L
X=10-(J-1)*DX
C10=1.00
C20=F(1)*X+F(2)
C30=F(3)*X*X+F(4)*X+F(5)
C40=F(6)*X**3+F(7)*X*X+F(8)*X+F(9)
Q=(C20**3)/(27*C10**3)-(C20*C30)/(6*C10*C10)+C40/C10/2
P=(3*C10*C30-C20*C20)/9/C10/C10
D1=Q*Q+P**3
IF(D1.LT.0.)GOTO 90
IF(D1.GE.0)AA=-Q+SQRT(D1)
IF(D1.GE.0)BB=-Q-SQRT(D1)
IF(D1.GE.0..AND.AA.LT.0)AAA=-ABS(AA)**(1./3.)
IF(D1.GE.0..AND.BB.LT.0)BBB=-ABS(BB)**(1./3.)
IF(D1.GE.0..AND.AA.GE.0)AAA=AA**(1./3.)
IF(D1.GE.0..AND.BB.GE.0)BBB=BB**(1./3.)
Y0(J)=AAA+BBB-C20/3/C10
IF(D1.GE.0)GOTO 70
90 R=SQRT(ABS(P))
IF(Q.LT.0.)R=-R
QQQ=Q/R/R/R
FFI=ACOS(QQQ)
70 Y1(J)=-2*R*COS(FFI/3)-C20/3/C10
Y2(J)=-C20/3/C10+2*R*COS(1.047197551-FFI/3)
Y3(J)=-C20/3/C10+2*R*COS(1.047197551+FFI/3)
YG1=ABS(Y1(J)-G(J))
YG2=ABS(Y2(J)-G(J))
YG3=ABS(Y3(J)-G(J))
YG=ABS(Y0(J)-G(J))
IF(YG.LE.E)GO TO 50
IF(YG1.LE.E)GO TO 51
IF(YG2.LE.E)GO TO 52
IF(YG3.LE.E)GO TO 53
50 WRITE(*,100)Y0(J)
WRITE(6,100)Y0(J)
GO TO 20
51 WRITE(*,100)Y1(J)
WRITE(6,100)Y1(J)
GO TO 20
52 WRITE(*,100)Y2(J)
WRITE(6,100)Y2(J)
GO TO 20
53 WRITE(*,100)Y3(J)
WRITE(6,100)Y3(J)
GO TO 20
20 CONTINUE
40 FORMAT(2X,I3)
100 FORMAT(F16.8)
101 FORMAT(6F12.6)
RETURN
END
SUBROUTINE A0J(NM,N,D,A)
REAL T
DIMENSION A(9),D(9,9),G(9)
N1=N-1
DO 1 IS=1,N1
IS1=IS+1
L=IS
DO 2 I=IS1,N
IF(ABS(D(I,IS)).GT.ABS(D(L,IS)))L=I
2 CONTINUE

```

```

IF(L.EQ.IS) GO TO 4
DO 3 J=IS,N
T=D(IS,J)
D(IS,J)=D(L,J)
D(L,J)=T
3 CONTINUE
A(IS)=A(IS)
T=A(IS)
A(IS)=A(L)
A(L)=T
4 IS1=IS+1
DO 1 I=IS1,N
T=D(L,IS)/D(IS,IS)
A(I)=A(I)-T*A(IS)
DO 1 J=IS1,N
D(L,J)=D(L,J)-T*D(IS,J)
1 CONTINUE
A(N)=A(N)/D(N,N)
I=N
7 I=I-1
T=0.
IS1=I+1
DO 5 J=IS1,N
5 T=T+D(L,J)*A(J)
A(I)=(A(I)-T)/D(L,I)
C WRITE(*,510)T
C WRITE(6,510)T
510 FORMAT(3F16.12)
IF(I-1) 6,6,7
6 RETURN
END

```

Четвёртая программа TOTAL_COEFwl.FOR (определение коэффициентов уравнений массива ватерлиний)

```

PROGRAMM TOTAL
REAL S(27),DX,DZ,Z,Y,C10,C20,C30,C40,
*Q,P,D1,R,QQQ,FFI,YG1,YG2,YG3
INTEGER I,IQ,K,K1,K2,IR,IW,NS,N1,N2,L,M
DIMENSION E(21),D2(21),A(9),G(21),B(9),F(9),Y0(21),G2(336),
*Y1(21),Y2(21),Y3(21),G1(21),T1(21),T(21),GT(336),G3(336)
IR=5
IW=6
NS=336
MN=21
MM=16
NM=9
IQ=9
E=0.008
507 FORMAT(10X,3F10.4)
509 FORMAT(2X,60(*))
510 FORMAT(3X,6F14.7)
536 FORMAT(F16.8)
100 FORMAT(F16.8)
101 FORMAT(I)
OPEN(IR,FILE='MASSIV_BG.DAT')
OPEN(IW,FILE='MASSIV_FIN.DAT')
READ(IR,100)(GT(I),I=1,NS)
C WRITE(*,100)(GT(I),I=1,NS)
C WRITE(6,100)(GT(I),I=1,NS)
OPEN(IW,FILE='COEFF_FIN.DAT')
DO 67 L=1,MM
C WRITE(*,101)L
C WRITE(6,101)L
DO 66 K=1,MN
M=K+(L-1)*21
G1(K)=GT(M)
C WRITE(*,100)G1(K)
C WRITE(6,100)G1(K)
66 CONTINUE
CALL APR(G1,T,F)
C G1(I,K)=GT(L,K)
67 CONTINUE
STOP
END
SUBROUTINE APR(G,T,F)
REAL S(27),DX,DZ,Z,Y,C10,C20,C30,C40,
*Q,P,D1,R,QQQ,FFI,T,YG1,YG2,YG3

```

```

INTEGER I,IQ,K,K1,K2,IR,IW,NS,N1,N2
DIMENSION D(9,9),D2(21),A(9),G(21),B(9),F(9),Y0(21),
*Y1(21),Y2(21),Y3(21),G1(21)
IR=5
IW=6
  NS=21
  IQ=9
  E=0.008
  DX=1
  L=21
  IQ=9
  K=9
  K1=9
  K2=9
  K3=27
  NM=9
  N=9
  S(1)=0
  S(2)=0.
  S(3)=0.
  S(4)=0.
  S(5)=0.
  S(6)=0.
  S(7)=0.
  S(8)=0.
  S(9)=0.
  S(10)=0.
  S(11)=0.
  S(12)=0.
  S(13)=0.
  S(14)=0.
  S(15)=0.
  S(16)=0.
  S(17)=0.
  S(18)=0.
  S(19)=0.
  S(20)=0.
  S(21)=0.
  S(22)=0.
  S(23)=0.
  S(24)=0.
  S(25)=0.
  S(26)=0.
  S(27)=0.
  DO 30 K=1,L
  X=10-(K-1)*DX
  Y=G(K)
  S(1)=S(1)+(Y**4)*X*X
  S(2)=S(2)+(Y**4)*X
  S(3)=S(3)+(Y**3)*X**3
  S(4)=S(4)+(Y**3)*X*X
  S(5)=S(5)+(Y**3)*X
  S(6)=S(6)+(Y**2)*X**4
  S(7)=S(7)+(Y**2)*X**3
  S(8)=S(8)+(Y**2)*X*X
  S(9)=S(9)+(Y**2)*X
  S(10)=S(10)+Y**4
  S(11)=S(11)+Y**3
  S(12)=S(12)+Y**2
  S(13)=S(13)+Y*X**5
  S(14)=S(14)+Y*X**4
  S(15)=S(15)+Y*X**3
  S(16)=S(16)+Y*X**2
  S(17)=S(17)+Y*X
  S(18)=S(18)+Y
  S(19)=S(19)+X**6
  S(20)=S(20)+X**5
  S(21)=S(21)+X**4
  S(22)=S(22)+X**3
  S(23)=S(23)+X*X
  S(24)=S(24)+X
  S(25)=S(25)+Y**5
  S(26)=S(26)+(Y**5)*X
  S(27)=L
30 CONTINUE
  DO 21 J=1,9
  D(1,J)=S(J)
21 CONTINUE
  D(2,1)=S(2)

```

D(2,2)=S(10)
 D(2,3)=S(4)
 D(2,4)=S(5)
 D(2,5)=S(11)
 D(2,6)=S(7)
 D(2,7)=S(8)
 D(2,8)=S(9)
 D(2,9)=S(12)
 D(3,1)=S(3)
 D(3,2)=S(4)
 D(3,3)=S(6)
 D(3,4)=S(7)
 D(3,5)=S(8)
 D(3,6)=S(13)
 D(3,7)=S(14)
 D(3,8)=S(15)
 D(3,9)=S(16)
 D(4,1)=S(4)
 D(4,2)=S(5)
 D(4,3)=S(7)
 D(4,4)=S(8)
 D(4,5)=S(9)
 D(4,6)=S(14)
 D(4,7)=S(15)
 D(4,8)=S(16)
 D(4,9)=S(17)
 D(5,1)=S(5)
 D(5,2)=S(11)
 D(5,3)=S(8)
 D(5,4)=S(9)
 D(5,5)=S(12)
 D(5,6)=S(15)
 D(5,7)=S(16)
 D(5,8)=S(17)
 D(5,9)=S(18)
 D(6,1)=S(6)
 D(6,2)=S(7)
 D(6,3)=S(13)
 D(6,4)=S(14)
 D(6,5)=S(15)
 D(6,6)=S(19)
 D(6,7)=S(20)
 D(6,8)=S(21)
 D(6,9)=S(22)
 D(7,1)=S(7)
 D(7,2)=S(8)
 D(7,3)=S(14)
 D(7,4)=S(15)
 D(7,5)=S(16)
 D(7,6)=S(20)
 D(7,7)=S(21)
 D(7,8)=S(22)
 D(7,9)=S(23)
 D(8,1)=S(8)
 D(8,2)=S(9)
 D(8,3)=S(15)
 D(8,4)=S(16)
 D(8,5)=S(17)
 D(8,6)=S(21)
 D(8,7)=S(22)
 D(8,8)=S(23)
 D(8,9)=S(24)
 D(9,1)=S(9)
 D(9,2)=S(12)
 D(9,3)=S(16)
 D(9,4)=S(17)
 D(9,5)=S(18)
 D(9,6)=S(22)
 D(9,7)=S(23)
 D(9,8)=S(24)
 D(9,9)=S(27)
 A(1)=S(26)
 A(2)=S(25)
 A(3)=S(1)
 A(4)=S(2)
 A(5)=S(10)
 A(6)=S(3)
 A(7)=S(4)
 A(8)=S(5)

```

A(9)=-S(11)
DX=1.0
XW=21
NM=9
N=9
CALL A0J(NM,N,D,A)
DO 81 K=1,9
  F(K)=A(K)
WRITE(*,100)F(K)
WRITE(6,100)F(K)
81 CONTINUE
DO 20 J=1,L
  X=10-(J-1)*DX
  C10=1.00
  C20=F(1)*X+F(2)
  C30=F(3)*X*X+F(4)*X+F(5)
  C40=F(6)*X**3+F(7)*X*X+F(8)*X+F(9)
  Q=(C20**3)/(27*C10**3)-(C20*C30)/(6*C10*C10)+C40/C10/2
  P=(3*C10*C30-C20*C20)/9/C10/C10
  D1=Q*Q+P**3
C 117 OPEN(IW,FILE='ORDIN.DAT')
IF(D1.LT.0.)GOTO 90
IF(D1.GE.0)AA=-Q+SQRT(D1)
IF(D1.GE.0.)BB=-Q-SQRT(D1)
IF(D1.GE.0..AND.AA.LT.0.)AAA=-ABS(AA)**(1./3.)
IF(D1.GE.0..AND.BB.LT.0.)BBB=-ABS(BB)**(1./3.)
IF(D1.GE.0..AND.AA.GE.0.)AAA=AA**(1./3.)
IF(D1.GE.0..AND.BB.GE.0.)BBB=BB**(1./3.)
Y0(J)=AAA+BBB-C20/3/C10
IF(D1.GE.0)GOTO 70
90 R=SQRT(ABS(P))
IF(Q.LT.0.)R=-R
QQQ=Q/R/R/R
FFI=ACOS(QQQ)
70 Y1(J)=-2*R*COS(FFI/3)-C20/3/C10
  Y2(J)=-C20/3/C10+2*R*COS(1.047197551-FFI/3)
  Y3(J)=-C20/3/C10+2*R*COS(1.047197551+FFI/3)
  YG1=ABS(Y1(J)-G(J))
  YG2=ABS(Y2(J)-G(J))
  YG3=ABS(Y3(J)-G(J))
  YG=ABS(Y0(J)-G(J))
  IF(YG.LE.E)GO TO 50
  IF(YG1.LE.E)GO TO 51
  IF(YG2.LE.E)GO TO 52
  IF(YG3.LE.E)GO TO 53
50 WRITE(*,100)Y0(J)
C  WRITE(6,100)Y0(J)
  GO TO 20
51 WRITE(*,100)Y1(J)
C  WRITE(6,100)Y1(J)
  GO TO 20
52 WRITE(*,100)Y2(J)
C  WRITE(6,100)Y2(J)
  GO TO 20
53 WRITE(*,100)Y3(J)
C  WRITE(6,100)Y3(J)
  GO TO 20
20 CONTINUE
40 FORMAT(2X,I3)
100 FORMAT(F16.8)
RETURN
END
SUBROUTINE A0J(NM,N,D,A)
REAL T
DIMENSION A(9),D(9,9),G(9)
N1=N-1
DO 1 IS=1,N1
  IS1=IS+1
  L=IS
  DO 2 I=IS1,N
    IF(ABS(D(I,IS)).GT.ABS(D(L,IS)))L=I
2  CONTINUE
  IF(L.EQ.IS) GO TO 4
  DO 3 J=IS,N
    T=D(IS,J)
    D(IS,J)=D(L,J)
    D(L,J)=T
3  CONTINUE
  A(IS)=A(IS)

```

```

T=A(IS)
A(IS)=A(L)
A(L)=T
4  IS1=IS+1
   DO 1 I=IS1,N
     T=D(I,IS)/D(IS,IS)
     A(I)=A(I)-T*A(IS)
     DO 1 J=IS1,N
       D(I,J)=D(I,J)-T*D(IS,J)
1   CONTINUE
   A(N)=A(N)/D(N,N)
   I=N
7   I=I-1
   T=0.
   IS1=I+1
   DO 5 J=IS1,N
5   T=T+D(I,J)*A(J)
   A(I)=(A(I)-T)/D(I,I)
C   WRITE(*,510)T
C   WRITE(6,510)T
510 FORMAT(3F16.12)
   IF(I-1) 6,6,7
6   RETURN
   END

```

ПРОГРАММЫ ДЛЯ РАСЧЁТА ВОЛНОВОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ РЕАЛЬНЫХ СУДОВ

Для расчёта необходимы две программы. Одна программа DERIVAT33(16)sev.FOR, которая по массиву коэффициентов уравнений всех ватерлиний coeff33.DAT выдаёт массив производных на форштевне и ахтерштевне SEVAN_DERS16(33).DAT. Для этого в этой программе записываются x – вые координаты форштевня и ахтерштевня на каждой ватерлинии. В данном случае приводится программа для получения производных вплоть до 16 порядка. Вторая программа SEV_MICH33(16).FOR используется для расчёта интеграла Мичелла по массиву ординат ORDwl33sev.DAT и массиву производных SEVAN_DERS16(33).DAT выдаёт коэффициенты волнового сопротивления и его главной части. В данном случае для примера взяты действующие программы речного судна «Севан».

Первая программа DERIVAT33(16)sev.FOR

```

PROGRAMM TOTAL DERIVATIVES
REAL DZ,Z,Y,Y1,Y2,Y3,Y4,Y5,Y6,Y7,Y8,Y9,Y10,Y11,Y12,
*RB,RB1,SB,SB1,SB2,Y13,Y14,Y15,Y16,
*TB,TB1,TB2,TB3,ZNB,RS,RS1,SS,SS1,SS2,TS,TS1,TS2,TS3,ZNS,
*YK,YK1,YK2,YK3,YK4,YK5,YK6,YK7,YK8,YK9,YK10,YK11,YK12,
*B,DL,YK13,YK14,YK15,YK16
INTEGER I,J,K2,IR,IW,NM,N,L,NS,M,K1,J1,L1,DX
DIMENSION A(33,9),D(297)
C  "NUMBER OF WATERLINE M=33, NUMBER OF POINTS
C  *ON A WATERLINE L=21, NUMBER PF POINTS IN MASSIV
C  *ORDINATES+KOEf OF VERSIERA K2=25"
IR=5
IW=6
      B=.232
      DL=1.8
      BL=B/DL
      K2=297
C      NM=25
      N=9
C      NS=525
      M=33
      OPEN(IR,FILE='coeff33.DAT')
      OPEN(IW,FILE='SEVAN_DERS16(33).DAT')
      READ(IR,101)(D(I),I=1,K2)
C      WRITE(*,101)(D(I),I=1,K2)
C      WRITE(6,101)(D(I),I=1,K2)
      DO 4 J1=1,M
C      WRITE(*,40)J1
C      WRITE(6,40)J1
      DO 3 I1=1,N
      K1=I1+N*(J1-1)
      A(J1,I1)=D(K1)
C      WRITE(*,100)A(J1,I1)

```

```

C WRITE(6,100)A(J1,I1)
C WRITE(*,509)
C WRITE(6,509)
3 CONTINUE
4 CONTINUE
DO 1 I=1,M
  IF(M.EQ.1)X=9.91*3.1
  IF(M.EQ.2)X=9.923*3.1
  IF(M.EQ.3)X=9.937*3.1
  IF(M.EQ.4)X=9.945*3.1
  IF(M.EQ.5)X=9.9523*3.1
  IF(M.EQ.6)X=9.9575*3.1
  IF(M.EQ.7)X=9.9621*3.1
  IF(M.EQ.8)X=9.9644*3.1
  IF(M.EQ.9)X=9.968*3.1
  IF(M.EQ.10)X=9.9705*3.1
  IF(M.EQ.11)X=9.973*3.1
  IF(M.EQ.12)X=9.975*3.1
  IF(M.EQ.13)X=9.9771*3.1
  IF(M.EQ.14)X=9.9785*3.1
  IF(M.EQ.15)X=9.98*3.1
  IF(M.EQ.16)X=9.98145*3.1
  IF(M.EQ.17)X=9.9822*3.1
  IF(M.EQ.18)X=9.9829*3.1
  IF(M.EQ.19)X=9.9840*3.1
  IF(M.EQ.20)X=9.9852*3.1
  IF(M.EQ.21)X=9.9861*3.1
  IF(M.EQ.22)X=9.9869*3.1
  IF(M.EQ.23)X=9.9878*3.1
  IF(M.EQ.24)X=9.989*3.1
  IF(M.EQ.25)X=9.99*3.1
  IF(M.EQ.26)X=9.9913*3.1
  IF(M.EQ.27)X=9.9925*3.1
  IF(M.EQ.28)X=9.9934*3.1
  IF(M.EQ.29)X=9.9947*3.1
  IF(M.EQ.30)X=9.996*3.1
  IF(M.EQ.31)X=9.997*3.1
  IF(M.EQ.32)X=9.998*3.1
  IF(M.EQ.33)X=10.*3.1
C DO 2 J=1,N
C K=J+(I-1)*DX
C C(J1,I1)=D(K)
  RB=A(I,1)*X+A(I,2)
  RB1=A(I,1)
  SB=A(I,3)*X**2+A(I,4)*X+A(I,5)
  SB1=2.*A(I,3)*X+A(I,4)
  SB2=2.*A(I,3)
  TB=A(I,6)*X**3+A(I,7)*X**2+A(I,8)*X+A(I,9)
  TB1=3.*A(I,6)*X**2+2.*A(I,7)*X+A(I,8)
  TB2=6.*A(I,6)*X+2.*A(I,7)
  TB3=6.*A(I,6)
C WRITE(*,102)RS,RS1
C WRITE(6,102)RS,RS1
C WRITE(*,103)SB,SB1,SB2
C WRITE(6,103)SB,SB1,SB2
C WRITE(*,104)TB,TB1,TB2,TB3
C WRITE(6,104)TB,TB1,TB2,TB3
  Y=0
  ZNB=3.*Y**2+2.*RB*Y+SB
  Y1=- (RB1*Y**2+SB1*Y+TB1)/ZNB
  Y2=- (6.*Y*Y1*Y1+4.*RB1*Y*Y1+2.*RB*Y1*Y1+
*SB2*Y+2.*SB1*Y1+TB2)/ZNB
  Y3=- (6.*Y1**3+18.*Y*Y1*Y2+6.*RB1*Y1**2+6.*RB1*Y*Y2+
*6.*RB*Y1*Y2+3.*SB2*Y1+3.*SB1*Y2+TB3)/ZNB
  Y4=- (36.*Y1**2*Y2+18.*Y*Y2**2+24.*Y*Y1*Y3+24.*RB1*Y1*Y2+
*8.*RB1*Y*Y3+6.*RB*Y2**2+8.*RB*Y1*Y3+
*6.*SB2*Y2+4.*SB1*Y3)/ZNB
  Y5=- (90.*Y1*Y2**2+60.*Y1*Y1*Y3+60.*Y*Y2*Y3+30.*Y*Y1*Y4+
*30.*RB1*Y2**2+40.*RB1*Y1*Y3+10.*RB1*Y*Y4+20.*RB*Y2*Y3+
*10.*RB*Y1*Y4+10.*SB2*Y3+5.*SB1*Y4)/ZNB
  Y6=- (90.*Y2**3+360.*Y1*Y2*Y3+90.*Y1**2*Y4+60.*Y*Y3**2+
*90.*Y*Y2*Y4+36.*Y*Y1*Y5+120.*RB1*Y2*Y3+60.*RB1*Y1*Y4+
*12.*RB1*Y*Y5+20.*RB*Y3**2+30.*RB*Y2*Y4+12.*RB*Y1*Y5+
*15.*SB2*Y4+6.*SB1*Y5)/ZNB
  Y7=- (630.*Y2**2*Y3+420.*Y1*Y3**2+630.*Y1*Y2*Y4+
*126.*Y1**2*Y5+210.*Y*Y3*Y4+126.*Y*Y2*Y5+42.*Y*Y1*Y6+
*140.*RB1*Y3**2+210.*RB1*Y2*Y4+84.*RB1*Y1*Y5+14.*RB1*Y*Y6+
*70.*RB*Y3*Y4+42.*RB*Y2*Y5+14.*RB*Y1*Y6+
*21.*SB2*Y5+7.*SB1*Y6)/ZNB

```

$Y8 = -(1680 \cdot Y2 \cdot Y3^{**2} + 1260 \cdot Y2^{**2} \cdot Y4 + 1680 \cdot Y1 \cdot Y3 \cdot Y4 +$
 $1008 \cdot Y1 \cdot Y2 \cdot Y5 + 168 \cdot Y1^{**2} \cdot Y6 + 210 \cdot Y \cdot Y4^{**2} + 336 \cdot Y \cdot Y3 \cdot Y5 +$
 $168 \cdot Y \cdot Y2 \cdot Y6 + 48 \cdot Y \cdot Y1 \cdot Y7 + 360 \cdot RB1 \cdot Y3 \cdot Y4 + 336 \cdot RB1 \cdot Y2 \cdot Y5 +$
 $112 \cdot RB1 \cdot Y1 \cdot Y6 + 16 \cdot RB1 \cdot Y \cdot Y7 + 70 \cdot RB \cdot Y4^{**2} + 112 \cdot RB \cdot Y3 \cdot Y5 +$
 $56 \cdot RB \cdot Y2 \cdot Y6 + 16 \cdot RB \cdot Y1 \cdot Y7 + 28 \cdot SB2 \cdot Y6 + 8 \cdot SB1 \cdot Y7) / ZNB$
 $Y9 = -(1680 \cdot Y3^{**3} + 7560 \cdot Y2 \cdot Y3 \cdot Y4 + 2268 \cdot Y2 \cdot Y2 \cdot Y5 + 1890 \cdot Y1 \cdot Y4^{**2} +$
 $3024 \cdot Y1 \cdot Y3 \cdot Y5 + 1512 \cdot Y1 \cdot Y2 \cdot Y6 + 216 \cdot Y1 \cdot Y1 \cdot Y7 +$
 $756 \cdot Y \cdot Y4 \cdot Y5 + 504 \cdot Y4 \cdot Y6 + 216 \cdot Y \cdot Y2 \cdot Y7 + 54 \cdot Y \cdot Y1 \cdot Y8 +$
 $630 \cdot RB1 \cdot Y4 \cdot Y4 + 1008 \cdot RB1 \cdot Y3 \cdot Y5 + 504 \cdot RB1 \cdot Y2 \cdot Y4 + 144 \cdot RB1 \cdot Y1 \cdot Y7 +$
 $18 \cdot RB1 \cdot Y \cdot Y8 + 252 \cdot RB \cdot Y4 \cdot Y5 + 168 \cdot RB \cdot Y3 \cdot Y6 + 72 \cdot RB \cdot Y2 \cdot Y7 +$
 $18 \cdot RB \cdot Y1 \cdot Y8 + 36 \cdot SB2 \cdot Y7 + 9 \cdot SB1 \cdot Y8) / ZNB$
 $Y10 = -(12600 \cdot Y3 \cdot Y3 \cdot Y4 + 9450 \cdot Y2 \cdot Y4 \cdot Y4 + 15120 \cdot Y2 \cdot Y3 \cdot Y5 +$
 $3780 \cdot Y2 \cdot Y2 \cdot Y6 + 7560 \cdot Y1 \cdot Y4 \cdot Y5 + 5040 \cdot Y1 \cdot Y3 \cdot Y6 +$
 $2160 \cdot Y1 \cdot Y2 \cdot Y7 + 270 \cdot Y1 \cdot Y1 \cdot Y8 + 756 \cdot Y \cdot Y5 \cdot Y5 +$
 $1260 \cdot Y \cdot Y4 \cdot Y6 + 720 \cdot Y \cdot Y3 \cdot Y7 + 270 \cdot Y \cdot Y2 \cdot Y8 + 60 \cdot Y \cdot Y1 \cdot Y9 +$
 $2520 \cdot RB1 \cdot Y4 \cdot Y5 + 1680 \cdot RB1 \cdot Y3 \cdot Y6 + 2160 \cdot RB1 \cdot Y2 \cdot Y7 +$
 $180 \cdot RB1 \cdot Y1 \cdot Y8 + 20 \cdot RB1 \cdot Y \cdot Y9 + 252 \cdot RB \cdot Y5 \cdot Y5 + 420 \cdot RB \cdot Y4 \cdot Y6 +$
 $240 \cdot RB \cdot Y3 \cdot Y7 + 90 \cdot RB \cdot Y2 \cdot Y8 + 20 \cdot RB \cdot Y1 \cdot Y9 + 45 \cdot SB2 \cdot Y8 +$
 $10 \cdot SB1 \cdot Y9) / ZNB$
 $Y11 = (Y10 \cdot (22 \cdot RB1 \cdot Y + 22 \cdot RB \cdot Y1 + 66 \cdot Y \cdot Y1 + 11 \cdot SB1) +$
 $Y9 \cdot (110 \cdot RB \cdot Y2 + 220 \cdot RB1 \cdot Y1 + 330 \cdot Y \cdot Y2 + 330 \cdot Y1^{**2} + 55 \cdot SB2) +$
 $Y8 \cdot (2970 \cdot Y1 \cdot Y2 + 330 \cdot RB \cdot Y3 + 990 \cdot Y \cdot Y3 + 990 \cdot RB1 \cdot Y2) +$
 $Y7 \cdot (1980 \cdot Y \cdot Y4 + 660 \cdot RB \cdot Y4 + 2640 \cdot RB1 \cdot Y3 + 7920 \cdot Y1 \cdot Y3 + 5940 \cdot Y2^{**2}) +$
 $Y6 \cdot (27720 \cdot Y2 \cdot Y3 + 2772 \cdot Y \cdot Y5 + 4620 \cdot RB1 \cdot Y4 + 924 \cdot RB \cdot Y5 + 13860 \cdot Y1 \cdot Y4) +$
 $Y5 \cdot (41580 \cdot Y2 \cdot Y4 + 27720 \cdot Y3^{**2} + 8316 \cdot Y1 \cdot Y5 + 2772 \cdot RB1 \cdot Y5) +$
 $Y4 \cdot 34650 \cdot Y3 \cdot Y4^{**2}) / ZNB$
 $Y12 = (Y11 \cdot (12 \cdot SB1 + 24 \cdot RB \cdot Y1 + 72 \cdot Y \cdot Y1 + 24 \cdot RB1 \cdot Y) +$
 $Y10 \cdot (66 \cdot SB2 + 396 \cdot Y1^{**2} + 264 \cdot RB1 \cdot Y1 + 132 \cdot RB \cdot Y2 + 396 \cdot Y \cdot Y2) +$
 $Y9 \cdot (440 \cdot RB \cdot Y3 + 1320 \cdot RB1 \cdot Y2 + 1320 \cdot Y \cdot Y3 + 3960 \cdot Y1 \cdot Y2) +$
 $Y8 \cdot (8910 \cdot Y2^{**2} + 990 \cdot RB \cdot Y4 + 3960 \cdot RB1 \cdot Y3 + 2970 \cdot Y \cdot Y4 + 11880 \cdot Y1 \cdot Y3) +$
 $Y7 \cdot (23760 \cdot Y1 \cdot Y4 + 4752 \cdot Y \cdot Y5 + 7920 \cdot RB1 \cdot Y4 + 1584 \cdot RB \cdot Y5 +$
 $47520 \cdot Y2 \cdot Y3) + Y6 \cdot (55440 \cdot Y3^{**2} + 924 \cdot RB \cdot Y6 + 2772 \cdot Y1 \cdot Y6 +$
 $83160 \cdot Y2 \cdot Y4 + 33264 \cdot Y1 \cdot Y5 + 11088 \cdot RB1 \cdot Y5) + Y5 \cdot (49890 \cdot Y2 \cdot Y5 +$
 $166320 \cdot Y3 \cdot Y4) + 34650 \cdot Y4^{**3}) / ZNB$
 $Y13 = -(12870 \cdot RB1 \cdot Y4 \cdot Y8 + 1430 \cdot RB \cdot Y4 \cdot Y9 + 154440 \cdot Y2 \cdot Y4 \cdot Y7 +$
 $3432 \cdot RB \cdot Y6 \cdot Y7 + 61776 \cdot Y1 \cdot Y5 \cdot Y7 + 26 \cdot RB1 \cdot Y \cdot Y12 + 26 \cdot RB \cdot Y1 \cdot Y12 +$
 $38610 \cdot Y1 \cdot Y4 \cdot Y8 + 7722 \cdot Y \cdot Y5 \cdot Y8 + 4290 \cdot Y \cdot Y4 \cdot Y9 + 1716 \cdot Y \cdot Y3 \cdot Y10 +$
 $5148 \cdot Y1 \cdot Y2 \cdot Y10 + 468 \cdot Y \cdot Y2 \cdot Y11 + 78 \cdot Y \cdot Y1 \cdot Y12 + 312 \cdot RB1 \cdot Y1 \cdot Y11 +$
 $156 \cdot RB \cdot Y2 \cdot Y11 + 1716 \cdot RB1 \cdot Y2 \cdot Y10 + 572 \cdot RB \cdot Y3 \cdot Y10 + 5720 \cdot RB1 \cdot Y3 \cdot Y9 +$
 $360360 \cdot Y3 \cdot Y4 \cdot Y6 + 77220 \cdot Y2 \cdot Y3 \cdot Y8 + 17160 \cdot Y1 \cdot Y3 \cdot Y9 + 20592 \cdot RB1 \cdot Y5 \cdot Y7 +$
 $2574 \cdot RB \cdot Y5 \cdot Y8 + 10296 \cdot Y \cdot Y6 \cdot Y7 + 216216 \cdot Y2 \cdot Y5 \cdot Y6 +$
 $102960 \cdot Y3 \cdot Y7 + 270270 \cdot Y4 \cdot Y4 \cdot Y5 + 468 \cdot Y1 \cdot Y1 \cdot Y11 + 156 \cdot SB2 \cdot Y11 +$
 $13 \cdot SB1 \cdot Y12 + 36036 \cdot Y1 \cdot Y6 \cdot Y6 + 12012 \cdot RB1 \cdot Y6 \cdot Y6 + 216216 \cdot Y3 \cdot Y5 \cdot Y5 +$
 $12870 \cdot Y2 \cdot Y2 \cdot Y9) / ZNB$
 $Y14 = -(36036 \cdot RB1 \cdot Y5 \cdot Y8 + 6552 \cdot Y1 \cdot Y2 \cdot Y11 + 756756 \cdot Y4 \cdot Y5 \cdot Y5 +$
 $630630 \cdot Y4 \cdot Y4 \cdot Y6 + 1009008 \cdot Y3 \cdot Y5 \cdot Y6 + 48048 \cdot RB1 \cdot Y6 \cdot Y7 +$
 $6006 \cdot RB \cdot Y6 \cdot Y8 + 120120 \cdot Y2 \cdot Y3 \cdot Y9 + 60060 \cdot Y1 \cdot Y4 \cdot Y9 +$
 $24024 \cdot Y1 \cdot Y3 \cdot Y10 + 12012 \cdot Y \cdot Y5 \cdot Y9 + 6006 \cdot Y \cdot Y4 \cdot Y10 + 20020 \cdot RB1 \cdot Y4 \cdot Y9 +$
 $8008 \cdot RB1 \cdot Y3 \cdot Y10 + 2002 \cdot RB \cdot Y4 \cdot Y10 + 728 \cdot RB \cdot Y3 \cdot Y11 + 108108 \cdot Y1 \cdot Y5 \cdot Y8$
 $+ 2184 \cdot RB1 \cdot Y2 \cdot Y11 + 270270 \cdot Y2 \cdot Y4 \cdot Y8 + 432432 \cdot Y2 \cdot Y5 \cdot Y7 +$
 $144144 \cdot Y1 \cdot Y6 \cdot Y7 + 84 \cdot Y \cdot Y1 \cdot Y13 + 182 \cdot RB \cdot Y2 \cdot Y12 +$
 $364 \cdot RB1 \cdot Y1 \cdot Y12 + 720720 \cdot Y3 \cdot Y4 \cdot Y7 + 2184 \cdot Y \cdot Y3 \cdot Y11 + 546 \cdot Y \cdot Y2 \cdot Y12 +$
 $28 \cdot RB1 \cdot Y \cdot Y13 + 18018 \cdot Y \cdot Y6 \cdot Y8 + 4004 \cdot RB \cdot Y5 \cdot Y9 + 28 \cdot RB \cdot Y1 \cdot Y13 +$
 $182 \cdot SB2 \cdot Y12 + 14 \cdot SB1 \cdot Y13 + 10296 \cdot Y \cdot Y7^{**2} + 3432 \cdot RB \cdot Y7^{**2} +$
 $546 \cdot Y1 \cdot Y1 \cdot Y12 + 18018 \cdot Y10 \cdot Y2^{**2} + 180180 \cdot Y8 \cdot Y3^{**2} +$
 $252252 \cdot Y2 \cdot Y6^{**2}) / ZNB$
 $Y15 = -(270270 \cdot Y1 \cdot Y6 \cdot Y8 + 10010 \cdot RB \cdot Y6 \cdot Y9 + 38610 \cdot Y \cdot Y7 \cdot Y8 +$
 $3783780 \cdot Y4 \cdot Y5 \cdot Y6 + 60060 \cdot RB1 \cdot Y5 \cdot Y9 + 420 \cdot RB1 \cdot Y1 \cdot Y13 +$
 $810810 \cdot Y2 \cdot Y5 \cdot Y8 + 30030 \cdot Y \cdot Y6 \cdot Y9 + 10920 \cdot RB1 \cdot Y3 \cdot Y11 + 2730 \cdot RB1 \cdot Y2 \cdot Y12$
 $+ 180180 \cdot Y1 \cdot Y5 \cdot Y9 + 2730 \cdot RB \cdot Y4 \cdot Y11 + 910 \cdot RB \cdot Y3 \cdot Y12 + 30030 \cdot RB1 \cdot Y4 \cdot Y10$
 $+ 6006 \cdot RB \cdot Y5 \cdot Y10 + 90090 \cdot RB1 \cdot Y6 \cdot Y8 + 2162160 \cdot Y3 \cdot Y5 \cdot Y7 +$
 $1081080 \cdot Y2 \cdot Y6 \cdot Y7 + 1351350 \cdot Y3 \cdot Y4 \cdot Y8 + 90 \cdot Y \cdot Y1 \cdot Y14 + 450450 \cdot Y2 \cdot Y4 \cdot Y9$
 $+ 32760 \cdot Y1 \cdot Y3 \cdot Y11 + 12870 \cdot RB \cdot Y7 \cdot Y8 + 8190 \cdot Y1 \cdot Y2 \cdot Y12 + 2730 \cdot Y \cdot Y3 \cdot Y12 +$
 $630 \cdot Y \cdot Y2 \cdot Y13 + 90090 \cdot Y \cdot Y3 \cdot Y12 + 18018 \cdot Y \cdot Y5 \cdot Y10 + 8190 \cdot Y \cdot Y4 \cdot Y11 +$
 $180180 \cdot Y2 \cdot Y3 \cdot Y10 + 30 \cdot RB1 \cdot Y \cdot Y14 + 30 \cdot RB \cdot Y1 \cdot Y14 + 210 \cdot RB \cdot Y2 \cdot Y13 +$
 $24570 \cdot Y11 \cdot Y2^{**2} + 1261260 \cdot Y3 \cdot Y6^{**2} + 300300 \cdot Y9 \cdot Y3^{**2} + 756756 \cdot Y5 \cdot Y3^{**3} +$
 $1351350 \cdot Y7 \cdot Y4^{**2} + 154440 \cdot Y1 \cdot Y7^{**2} + 51480 \cdot RB1 \cdot Y7^{**2} + 630 \cdot Y13 \cdot Y1^{**2}$
 $+ 210 \cdot SB2 \cdot Y13 + 15 \cdot SB1 \cdot Y14) / ZNB$
 $Y16 = -(10920 \cdot Y \cdot Y4 \cdot Y12 + 617760 \cdot Y1 \cdot Y7 \cdot Y8 + 10080 \cdot Y1 \cdot Y2 \cdot Y13 +$
 $5765760 \cdot Y3 \cdot Y6 \cdot Y7 + 43680 \cdot RB1 \cdot Y4 \cdot Y11 + 43680 \cdot Y1 \cdot Y3 \cdot Y12 +$
 $5045040 \cdot Y4 \cdot Y6^{**2} + 720 \cdot Y \cdot Y2 \cdot Y14 + 3360 \cdot Y \cdot Y3 \cdot Y13 + 38610 \cdot Y \cdot Y8^{**2} +$
 $32760 \cdot Y12 \cdot Y2^{**2} + 2162160 \cdot Y2 \cdot Y6 \cdot Y8 + 48048 \cdot Y \cdot Y6 \cdot Y10 +$
 $480480 \cdot Y1 \cdot Y6 \cdot Y9 + 96096 \cdot RB1 \cdot Y5 \cdot Y10 + 16016 \cdot RB \cdot Y6 \cdot Y10 +$
 $22880 \cdot RB \cdot Y7 \cdot Y9 + 160160 \cdot RB1 \cdot Y6 \cdot Y9 + 480 \cdot RB1 \cdot Y1 \cdot Y14 +$
 $3360 \cdot RB1 \cdot Y2 \cdot Y13 + 68640 \cdot Y \cdot Y7 \cdot Y9 + 14560 \cdot RB1 \cdot Y3 \cdot Y12 +$
 $2402400 \cdot Y3 \cdot Y4 \cdot Y9 + 1441440 \cdot Y2 \cdot Y5 \cdot Y9 +$
 $720720 \cdot Y2 \cdot Y4 \cdot Y10 + 4324320 \cdot Y3 \cdot Y5 \cdot Y8 + 8648640 \cdot Y4 \cdot Y5 \cdot Y7 +$
 $205920 \cdot RB1 \cdot Y7 \cdot Y8 + 8736 \cdot RB \cdot Y5 \cdot Y11 + 3640 \cdot RB \cdot Y4 \cdot Y12 + 1120 \cdot RB \cdot Y3 \cdot Y13 +$
 $288288 \cdot Y1 \cdot Y5 \cdot Y10 + 262080 \cdot Y2 \cdot Y3 \cdot Y11 + 131040 \cdot Y1 \cdot Y4 \cdot Y11 +$


```

*26208.*Y*Y5*Y11+240.*SB2*Y14+16.*SB1*Y15+2702700.*Y8*Y4**2+
*1235520.*Y2*Y7**2+480480.*Y10*Y3**2+6054048.*Y6*Y5**2+
*12870.*RB*Y8**2+720.*Y14*Y1**2+96.*Y*Y1*Y15+240.*RB*Y2*Y14+
*32.*RB1*Y*Y15+32.*RB*Y1*Y15)/ZNB
WRITE(*,105)Y1,Y2,Y3,Y4,Y5,Y6,Y7,Y8,Y9,Y10,Y11,Y12,Y13,Y14,Y15,Y16
WRITE(6,105)Y1,Y2,Y3,Y4,Y5,Y6,Y7,Y8,Y9,Y10,Y11,Y12,Y13,Y14,Y15,Y16
YK=0
IF(M.EQ.1)X=-6.00*3.1
IF(M.EQ.2)X=-6.6*3.1
IF(M.EQ.3)X=-6.975*3.1
IF(M.EQ.4)X=-6.983*3.1
IF(M.EQ.5)X=-6.95*3.1
IF(M.EQ.6)X=-6.91*3.1
IF(M.EQ.7)X=-7.00*3.1
IF(M.EQ.8)X=-7.10*3.1
IF(M.EQ.9)X=-7.20*3.1
IF(M.EQ.10)X=-7.30*3.1
IF(M.EQ.11)X=-7.4*3.1
IF(M.EQ.12)X=-7.5*3.1
IF(M.EQ.13)X=-7.6*3.1
IF(M.EQ.14)X=-7.704*3.1
IF(M.EQ.15)X=-7.854*3.1
IF(M.EQ.16)X=-7.986*3.1
IF(M.EQ.17)X=-8.154*3.1
IF(M.EQ.18)X=-8.314*3.1
IF(M.EQ.19)X=-8.464*3.1
IF(M.EQ.20)X=-8.504*3.1
IF(M.EQ.21)X=-8.774*3.1
IF(M.EQ.22)X=-8.874*3.1
IF(M.EQ.23)X=-8.998*3.1
IF(M.EQ.24)X=-9.124*3.1
IF(M.EQ.25)X=-9.254*3.1
IF(M.EQ.26)X=-9.374*3.1
IF(M.EQ.27)X=-9.535*3.1
IF(M.EQ.28)X=-9.684*3.1
IF(M.EQ.29)X=-9.75*3.1
IF(M.EQ.30)X=-9.87*3.1
IF(M.EQ.31)X=-9.93*3.1
IF(M.EQ.32)X=-9.98*3.1
IF(M.EQ.33)X=-10.00*3.1
RS=A(I,1)*X+A(I,2)
RS1=A(I,1)
SS=A(I,3)*X**2+A(I,4)*X+A(I,5)
SS1=2.*A(I,3)*X+A(I,4)
SS2=2.*A(I,3)
TS=A(I,6)*X**3+A(I,7)*X**2+A(I,8)*X+A(I,9)
TS1=3.*A(I,6)*X**2+2.*A(I,7)*X+A(I,8)
TS2=6.*A(I,6)*X+2.*A(I,7)
TS3=6.*A(I,6)
C WRITE(*,102)RS,RS1
C WRITE(6,102)RS,RS1
C WRITE(*,103)SS,SS1,SS2
C WRITE(6,103)SS,SS1,SS2
C WRITE(*,104)TS,TS1,TS2,TS3
C WRITE(6,104)TS,TS1,TS2,TS3
ZNS=3.*YK**2+2.*RS*YK+SS
YK1=- (RS1*YK**2+SS1*YK+TS1)/ZNS
YK2=- (6.*YK*YK1*YK1+4.*RS1*Y*YK1+2.*RS*YK1*YK1+
*SS2*YK+2.*SS1*YK1+TS2)/ZNS
YK3=- (6.*YK1**3+18.*YK*YK1*Y2+6.*RS1*YK1**2+6.*RS1*YK*YK2+
*6.*RS*Y1*Y2+3.*SS2*Y1+3.*SS1*Y2+TS3)/ZNS
YK4=- (36.*YK1**2*YK2+18.*Y*YK2**2+24.*YK*YK1*YK3+
*24.*RS1*YK1*YK2+8.*RS1*Y*YK3+6.*RS*YK2**2+8.*RS*YK1*YK3+
*6.*SS2*Y2+4.*SS1*Y3)/ZNS
YK5=- (90.*YK1*YK2**2+60.*Y1*YK1*YK3+60.*Y*YK2*YK3+
*30.*Y*YK1*YK4+30.*RS1*YK2**2+40.*RS1*YK1*YK3+10.*RS1*Y*YK4+
*20.*RS*YK2*YK3+10.*RS*YK1*YK4+10.*SS2*YK3+5.*SS1*YK4)/ZNS
YK6=- (90.*YK2**3+360.*YK1*YK2*Y3+90.*YK1**2*YK4+
*60.*Y*YK3**2+90.*Y*YK2*YK4+36.*Y*YK1*YK5+120.*RS1*YK2*YK3+
*60.*RS1*YK1*YK4+12.*RS1*Y*YK5+20.*RS*YK3**2+30.*RS*YK2*YK4+
*12.*RS*YK1*YK5+15.*SS2*YK4+6.*SS1*YK5)/ZNS
YK7=- (630.*YK2**2*YK3+420.*YK1*YK3**2+630.*YK1*YK2*YK4+
*126.*YK1**2*YK5+210.*Y*YK3*YK4+126.*Y*YK2*YK5+42.*Y*YK1*YK6+
*140.*RS1*YK3**2+210.*RS1*YK2*YK4+84.*RS1*YK1*YK5+14.*RS1*Y*YK6+
*70.*RS*YK3*YK4+42.*RS*YK2*YK5+14.*RS*YK1*YK6+
*21.*SS2*YK5+7.*SS1*YK6)/ZNS
YK8=- (1680*YK2*YK3**2+1260*YK2**2*YK4+1680*YK1*YK3*YK4+
*1008*YK1*YK2*YK5+168.*YK1**2*YK6+210.*Y*YK4**2+
*336.*Y*YK3*YK5+168.*Y*YK2*YK6+48.*Y*YK1*YK7+360.*RS1*YK3*YK4+

```

*336.*RS1*YK2*YK5+112.*RS1*YK1*YK6+16.*RS1*Y*YK7+70.*RS*YK4**2+
 *112.*RS*YK3*YK5+56.*RS*YK2*YK6+16.*RS*YK1*YK7+
 *28.*SS2*YK6+8.*SS1*YK7)/ZNS
 YK9=-(1680.*YK3**3+7560.*YK2*YK3*Y4+2268.*YK2*YK2*YK5+
 *1890.*YK1*YK4**2+3024.*YK1*YK3*YK5+1512.*YK1*YK2*YK6+
 *216.*YK1*YK1*YK7+756.*Y*YK4*YK5+504.*Y*YK3*YK6+216.*Y*YK2*YK7+
 *54.*Y*YK1*YK8+630.*RS1*YK4*YK4+1008.*RS1*YK3*YK5+504.*RS1*YK2*YK4+
 *144.*RS1*YK1*YK7+18.*RS1*Y*YK8+252.*RS*YK4*YK5+168.*RS*YK3*YK6+
 *72.*RS*YK2*YK7+18.*RS*YK1*YK8+36.*SS2*YK7+9.*SS1*YK8)/ZNS
 YK10=-(12600.*YK3*YK3*YK4+9450.*YK2*YK4*YK4+15120.*YK2*YK3*YK5+
 *3780.*YK2*YK2*YK6+7560.*YK1*YK4*YK5+5040.*YK1*YK3*YK6+
 *2160.*YK1*YK2*YK7+270.*YK1*YK1*YK8+756.*Y*YK5*YK5+
 *1260.*Y*YK4*YK6+720.*Y*YK3*YK7+270.*Y*YK2*YK8+60.*Y*YK1*YK9+
 *2520.*RS1*YK4*YK5+1680.*RS1*YK3*YK6+2160.*RS1*YK2*YK7+
 *180.*RS1*YK1*YK8+20.*RS1*Y*YK9+252.*RS*YK5*YK5+420.*RS*YK4*YK6+
 *240.*RS*YK3*YK7+90.*RS*YK2*YK8+20.*RS*YK1*YK9+45.*SS2*YK8+
 *10.*SS1*YK9)/ZNS
 YK11=-(YK10*(22.*RS1*Y+22.*RS*YK1+66.*Y*YK1+11.*SS1)+
 YK9(110.*RS*YK2+220.*RS1*YK1+330.*Y*YK2+330.*YK1**2+110.*SS2)+
 YK8(2970.*YK1*YK2+330.*RS*YK3+990.*Y*YK3+990.*RS1*YK2)+
 YK7(1980.*Y*YK4+660.*RS*YK4+2640.*RS1*YK3+7920.*YK1*YK3+
 *5940.*YK2**2)+YK6*(27720.*YK2*YK3+2772.*Y*YK5+4620.*RS1*YK4+
 *924.*RS1*YK5+13860.*YK1**2+YK4)+YK5*(41580.*YK2*Y4+27720.*YK3**2+
 *8316.*YK1*YK5+2772.*RS1*YK5)+YK4*34650.*YK3*YK4**2)/ZNS
 YK12=-(YK11*(12.*SS1+24.*RS*YK1+72.*Y*YK1+24.*RS1*YK)+
 YK10(66.*SS2+396.*YK1**2+264.*RS1*YK1+132.*RS*YK2+396.*YK*YK2)+
 YK9(440.*RS*YK3+1320.*RS1*YK2+1320.*Y*YK3+3960.*YK1*YK2)+
 YK8(8910.*YK2**2+990.*RS*YK4+3960.*RS1*YK3+2970.*Y*YK4+
 *11880.*YK1*YK3)+YK7*(23760.*YK1*YK4+4752.*Y*YK5+7920.*RS1*YK4+
 *1584.*RS*YK5+7520.*YK2*YK3)+YK6*(55440.*YK3**2+924.*RS*YK6+
 *2772.*YK1*YK6+83160.*YK2*YK4+3264.*YK1*YK5+11088.*RS1*YK5)+
 YK5(49890.*YK2*YK5+166320.*YK3*YK4)+34650.*YK4**3)/ZNS
 YK13=-(12870.*RS1*YK4*YK8+1430.*RS*YK4*YK9+154440.*YK2*YK4*YK7+
 *3432.*RS*YK6*YK7+61776.*YK1*YK5*YK7+26.*RS1*YK*YK12+
 *26.*RS*YK1*YK12+
 *38610.*YK1*YK4*YK8+7722.*YK*YK5*YK8+4290.*YK*YK4*YK9+
 *1716.*YK*YK3*YK10+
 *5148.*YK1*YK2*YK10+468.*YK*YK2**YK11+78.*YK*YK1*YK12+
 *312.*RS1*YK1*YK11+
 *156.*RS*YK2*YK11+1716.*RS1*YK2*YK10+572.*RS*YK3*YK10+
 *5720.*RS1*YK3*YK9+
 *360360.*YK3*YK4*YK6+77220.*YK2*YK3*YK8+17160.*YK1*YK3*YK9+
 *20592.*RS1*YK5*YK7+
 *2574.*RS*YK5*YK8+10296.*YK*YK6*YK7+216216.*YK2*YK5*YK6+
 *102960.*YK3*YK7+270270.*YK4*YK4*YK5+468.*YK1*YK1*YK11+
 *156.*SS2*YK11+
 *13.*SS1*YK12+36036.*YK1*YK6*YK6+12012.*RS1*YK6*YK6+
 *216216.*YK3*YK5*YK5+12870.*YK2*YK2*YK9)/ZNS
 YK14=-(36036.*RS1*YK5*YK8+6552.*YK1*YK2*YK11+756756.*YK4*YK5*YK5+
 *630630.*YK4*YK4*YK6+1009008.*YK3*YK5*YK6+48048.*RS1*YK6*YK7+
 *6006.*RS*YK6*YK8+120120.*YK2*YK3*YK9+60060.*YK1*YK4*YK9+
 *24024.*YK1*YK3*YK10+12012.*YK*YK5*YK9+6006.*YK*YK4*YK10+
 *20020.*RS1*YK4*YK9+
 *8008.*RS1*YK3*YK10+2002.*RS*YK4*YK10+728.*RS*YK3*YK11+
 *108108.*YK1*YK5*YK8
 *+2184.*RS1*YK2*YK11+270270.*YK2*YK4*YK8+432432.*YK2*YK5*YK7+
 *144144.*YK1*YK6*YK7+84.*YK*YK1*YK13+182.*RS*YK2*YK12+
 *364.*RS1*YK1*YK12+720720.*YK3*YK4*YK7+2184.*YK*YK3*YK11+
 *546.*YK*YK2*YK12+
 *28*RS1*YK*YK13+18018.*YK*YK6*YK8+4004.*RS*YK5*YK9+28.*RS*YK1*YK13+
 *182.*SS2*YK12+14.*SS1*YK13+10296.*YK*YK7**2+3432.*RS*YK7**2+
 *546.*YK1*YK1*YK12+18018.*YK10*YK2**2+180180.*YK8*YK3**2+
 *252252.*YK2*YK6**2)/ZNS
 YK15=-(270270.*YK1*YK6*YK8+10010.*RS*YK6*YK9+38610.*YK*YK7*YK8+
 *3783780.*YK4*YK5*YK6+60060.*RS1*YK5*YK9+420.*RS1*YK1*YK13+
 *810810.*YK2*YK5*YK8+30030.*YK*YK6*YK9+10920.*RS1*YK3*YK11+
 *2730.*RS1*YK2*YK12
 *+180180.*YK1*YK5*YK9+2730.*RS*YK4*YK11+910.*RS*YK3*YK12+
 *30030.*RS1*YK4*YK10
 *+6006.*RS*YK5*YK10+90090.*RS1*YK6*YK8+2162160.*YK3*YK5*YK7+
 *1081080.*YK2*YK6*YK7+1351350.*YK3*YK4*YK8+90.*YK*YK1*YK14+
 *450450.*YK2*YK4*YK9
 *+32760.*YK1*YK3*YK11+12870.*RS*YK7*YK8+8190.*YK1*YK2*YK12+
 *2730.*YK*YK3*YK12+
 *630.*YK*YK2*YK13+90090.*YK*YK3*YK12+18018.*YK*YK5*YK10+
 *8190.*YK*YK4*YK11+
 *180180.*YK2*YK3*YK10+30.*RS1*YK*YK14+30.*RS*YK1*YK14+
 *210.*RS*YK2*YK13+
 *24570.*YK11*YK2**2+1261260.*YK3*YK6**2+300300.*YK9*YK3**2+

```

*756756.*YK5**3+
*1351350.*YK7*YK4**2+154440.*YK1*YK7**2+51480.*RS1*YK7**2+
*630.*YK13*YK1**2
*+210.*SS2*YK13+15.*SS1*YK14)/ZNS
YK16=- (10920.*YK*YK4*YK12+617760.*YK1*YK7*YK8+
*10080.*YK1*YK2*YK13+
*5765760.*YK3*YK6*YK7+43680.*RS1*YK4*YK11+43680.*YK1*YK3*YK12+
*5045040.*YK4*YK6**2+720.*YK*YK2*YK14+3360.*YK*YK3*YK13+
*38610.*YK*YK8**2+
*32760.*YK12*YK2**2+2162160.*YK2*YK6*YK8+48048.*YK*YK6*YK10+
*480480.*YK1*YK6*YK9+96096.*RS1*YK5*YK10+16016.*RS*YK6*YK10+
*22880.*RS*YK7*YK9+160160.*RS1*YK6*YK9+480.*RS1*YK1*YK14+
*3360.*RS1*YK2*YK13+68640.*YK*YK7*YK9+14560.*RS1*YK3*YK12+
*2402400.*YK3*YK4*YK9+1441440.*YK2*YK5*YK9+
*720720.*YK2*YK4*YK10+4324320.*YK3*YK5*YK8+8648640.*YK4*YK5*YK7+
*205920.*RS1*YK7*YK8+8736.*RS*YK5*YK11+3640.*RS*YK4*YK12+
*1120.*RS*YK3*YK13+
*288288.*YK1*YK5*YK10+262080.*YK2*YK3*YK11+131040.*YK1*YK4*YK11+
*26208.*YK*YK5*YK11+240.*SS2*YK14+16.*SS1*YK15+2702700.*YK8*YK4**2+
*1235520.*YK2*YK7**2+480480.*YK10*YK3**2+6054048.*YK6*YK5**2+
*12870.*RS*YK8**2+720.*YK14*YK1**2+96.*YK*YK1*YK15+
*240.*RS*YK2*YK14+32.*RS1*YK*YK15+32.*RS*YK1*YK15)/ZNS
WRITE(*,105)YK1,YK2,YK3,YK4,YK5,YK6,YK7,YK8,YK9,YK10,YK11,YK12,
*YK13,YK14,YK15,YK16
WRITE(6,105)YK1,YK2,YK3,YK4,YK5,YK6,YK7,YK8,YK9,YK10,YK11,YK12,
*YK13,YK14,YK15,YK16
C WRITE(*,509)
C WRITE(6,509)
C 2 CONTINUE
1 CONTINUE
509 FORMAT(2X,60(*'))
40 FORMAT(14)
100 FORMAT(2G16.8)
101 FORMAT(F16.8)
102 FORMAT(/2X,2F16.8)
103 FORMAT(2X,3F16.8)
104 FORMAT(2X,4E16.8/)
106 FORMAT(X,3E16.8/2X,3E16.8/2X,3E16.8/2X,3E16.8)
105 FORMAT(2X,E16.8)
STOP
END

```

Программа для расчёта интеграла Мичелла SEV_MICH33(16).FOR

```

PROGRAM SEVAN
DOUBLE PRECISION GH0(9000),GH1(9000),GK0(9000),GK1(9000),
*GINT(9000),EPZ(9000),V(900),GZ(9000),XT(9000),R(500),
*F1(1800),F2(1800),TRK(1800),GTR(1800),RT(2000),RTV,
*DC2,DS2,FFF,RT1,RT2,RTT1,RTT2,RTT,DZTV,VV,FRK,DK,
*DL,B,T,PI,RO,G,DELT,DLV,D,S,EZZ,FUT,R1,R2,B2,BF,
*FR,P0,P1,W,C0,FF,Z,DZ,DC,DS,K0,C3,Z1,Z2,RW1,RW2,Z11,Z12,
*DZZ,PRP,RV,DZV,NU,RE,CTR,LG,CT,RTR,PT
INTEGER I,J,W1,NS,N,L,K,I1,RK1,RK2,KF,KW,MN,MM
DIMENSION GT(33,21),GN(33,32)
C L - NUMBER OF DERIVATIVES, N - NUMBER OF WATERLINES
C MN - NUMBER OF FRAMES, MM - NUMBER OF WATERLINES
IR=5
IW=6
OPEN(6,FILE='INTsev33(16)')
WRITE(*,53)
WRITE(6,53)
53 FORMAT(10X,'SEVAN',2X,'24.07.2010',2X,'33WL')
C NS=231
AM=1./3.1
N=33
L=32
MN=21
MM=33
KW=157
DL=62*AM
B=9.4*AM
BL=B/DL
T=1.9*AM
B2=B/2.
PI=3.1415926
RO=102
NU=1.57/(10**6)
C WRITE(*,105)NU
G=9.80665
GV=(DL*G)**.5

```

```

DELT=.593
DLV=DELT*DL*T*B
D=DLV*1000
S=545*AM*AM
PT=1.0
DX=DL/20
DZ=T/(N-1)
FRK=DL/B
WRITE(*,54)DL,B,T,D,S,B/T
WRITE(6,54)DL,B,T,D,S,B/T
OPEN(IR,FILE='ORDwl33sev.DAT')
READ(IR,105)((GT(I,J),J=1,MN),I=1,MM)
C WRITE(*,105)((GT(I,J),J=1,MN),I=1,MM)
C WRITE(6,105)((GT(I,J),J=1,MN),I=1,MM)
OPEN(IR,FILE='SEVAN_DERS16(33).DAT')
READ(IR,107)((GN(I,J),J=1,L),I=1,N)
C WRITE(*,107)((GN(I,J),J=1,L),I=1,N)
C WRITE(6,107)((GN(I,J),J=1,L),I=1,N)
DO 1 M=1,14
FR=.22+(M-1)*.01
VM=FR*GV
P1=1/FR/FR/DL
C CTR=0.455/LG**2.58
C WRITE(*,108)FR
RW1=0.
RW2=0.
RTT1=0.
RTT2=0.
DO 2 W1=1,KW
W=(W1-1)*.01
C0=DCOS(W)
K0=1./FR/FR/C0
P0=P1/C0/C0
DC=DCOS(K0)
DS=DSIN(K0*DL)
DC2=DCOS(2.*K0)
DS2=DSIN(2.*K0)
FF=1./((K0)**2)
FFF=1./((K0)**3)
FP=1/P0
C WRITE(*,110)P0
C EZ=DEXP(-P0*T)
C3=1./C0**3
R1=0.
R2=0
RT1=0.
RT2=0.
DO 4 K=1,N
Z=T-(K-1)*DZ
EZZ=DEXP(-P0*Z)
C WRITE(*,105)GN(I,1),GN(I,8),GN(I,16)
Z11=0.
Z12=0.
DO 3 KF=1,MN
C WRITE(*,44)KF
C WRITE(6,44)KF
GZ(KF)=GT(K,KF)*EZZ*AM/P0
RK1=INT(KF/2)
IF((2*RK1-KF).EQ.0)GO TO 315
Z11=Z11+GZ(KF)
GO TO 3
315 Z12=Z12+GZ(KF)
C WRITE(*,111)Z11,Z12,GZ(1),GZ(21)
C WRITE(6,111)Z11,Z12,GZ(1),GZ(21)
3 CONTINUE
V(K)=(DX/3)*(2.*Z11-GZ(1)-GZ(21))+4.*Z12)
GH0(K)=(GN(K,1)-GN(K,3))*FF+
*GN(K,5)*FF**2-GN(K,7)*FF**3+GN(K,9)*FF**4-
*GN(K,11)*FF**5+GN(K,13)*FF**6-GN(K,15)*FF**7)
GH1(K)=(GN(K,2)-GN(K,4))*FF+GN(K,6)*FF**2-
*GN(K,8)*FF**3+GN(K,10)*FF**4-GN(K,12)*FF**5+
*GN(K,14)*FF**6-GN(K,16)*FF**7)
GK0(K)=(GN(K,17)-GN(K,19))*FF+GN(K,21)*FF**2-
*GN(K,23)*FF**3+GN(K,25)*FF**4-GN(K,27)*FF**5+
*GN(K,29)*FF**6-GN(K,31)*FF**7)
GK1(K)=(GN(K,18)-GN(K,20))*FF+GN(K,22)*
*FF**2-GN(K,24)*FF**3+GN(K,26)*FF**4-GN(K,28)*FF**5
*+GN(K,30)*FF**6-GN(K,32)*FF**7)
GINT(K)=(FF*(GH0(K)**2+(GH1(K)**2)*FF+GK0(K)**2+

```

```

*(GK1(K)**2)*FF))*V(K)**2
F1(K)=(GH0(K)*GK0(K)+FF*GH1(K)*GK1(K))*FF
F2(K)=(GH0(K)*GK1(K)-GH1(K)*GK0(K))*FFF
TRK(K)=-(F1(K)*2.*DC2+F2(K)*2.*DS2)*V(K)**2
GTR(K)=GINT(K)+TRK(K)
C   WRITE(*,106)GH0(K),GH1(K),GK0(K),GK1(K)
C   WRITE(*,109)TRK(K)
C   WRITE(6,109)V(K)
RK2=INT(K/2)
IF((2*RK2-K).EQ.0)GO TO 317
R1=R1+GINT(K)
RT1=RT1+GTR(K)
C   WRITE(*,59)RW1,RW2
GO TO 4
317 R2=R2+GINT(K)
RT2=RT2+GTR(K)
4 CONTINUE
R(W1)=(DZ/3)*(2.*R1-GINT(1)-GINT(N)+4.*R2)/C3
RT(W1)=(DZ/3)*(2.*RT1-GTR(1)-GTR(N)+4.*RT2)/C3
C   WRITE(*,109)VV
C   WRITE(6,109)VV
RK3=INT(W1/2)
IF((2*RK3-W1).EQ.0)GO TO 319
RW1=RW1+R(W1)
RTT1=RTT1+RT(W1)
C   WRITE(*,59)RW1,RW2
GO TO 2
319 RW2=RW2+R(W1)
RTT2=RTT2+RT(W1)
C   WRITE(*,59)RW1,RW2
C   WRITE(*,112)RW1,RW2,V(1),V(21)
2 CONTINUE
RM=(.01/3)*(2.*RW1-R(1)-R(KW))+4.*RW2)
RTT=(.01/3)*(2.*RTT1-RT(1)-RT(KW))+4.*RTT2)
C   IF(FR.GT.0.23)RM=4*RM
C   IF(FR.GT.0.23)RTT=4*RM
C   WRITE(*,112)RW1,RW2,V(1),V(21)
C   WRITE(*,115)FR,RM
C   WRITE(6,115)FR,RM
PRP=(4*G*G*RO)/VM/VM/PI
RV=PRP*RM
RTV=PRP*RTT
DZZ=2./VM/VM/S/RO
DZV=RV*DZZ
DZTV=RTV*DZZ
C   WRITE(*,5)FR,RM,RV,DZV,DZTV
C   WRITE(6,5)FR,RM,RV,DZV,DZTV
WRITE(*,105)DZTV
WRITE(6,105)DZTV
1 CONTINUE
5 FORMAT(1X,'FR=',F8.2,1X,'RM=',E10.4,
*1X,'RV=',E10.4,1X,'DZV=',E10.4,1X,'DZTV=',E10.4)
44 FORMAT(2X,I4)
45 FORMAT(5X,56('*'))
52 FORMAT(12X,'Z1=',E16.8)
54 FORMAT(2X,'DL=',E12.6,2X,'B=',E10.4,2X,'T=',E10.4/3X,
*D=',E12.6,2X,'S=',E10.4,2X,'B/T=',F10.4//)
55 FORMAT(2X,'RM=',E16.8)
57 FORMAT(2X,'RK2=',F10.4,2X,'K=',I3,2X,'W1=',I3)
58 FORMAT(2X,'Z11=',E12.6,2X,'Z12=',E12.6)
59 FORMAT(2X,'RW1=',E12.6,2X,'RW2=',E12.6)
60 FORMAT(2X,'EZZ=',E16.8)
105 FORMAT(E16.8)
106 FORMAT(2X,'GH0=',E12.6,2X,'GH1=',E16.6,2X,
*GK0=',E12.6,2X,'GK1=',E12.6)
107 FORMAT(2X,E16.8)
108 FORMAT(2X,'FR=',E16.8)
109 FORMAT(2X,'V(K)=',E16.8)
110 FORMAT(2X,'FP=',E16.8)
111 FORMAT(2X,'Z11='E12.6,1X,'Z12='E12.6,1X,
*GZ(1)='E12.6,1X,'GZ(11)='E12.6)
112 FORMAT(2X,'RW1='E12.6,1X,'RW2='E12.6,1X,
*V(1)='E12.6,1X,'V(21)='E12.6)
115 FORMAT(2X,'FR=',F10.4,2X,'RM=',E16.8)
STOP
END

```

Если ничего не работает, значит, - это физика
Если нечто уму непостижимое, значит, - это математика
Из краткого определителя современных наук
Рано или поздно всякая правильная математическая
идея находит применение в том или ином деле.

А.Н. Крылов

ПРИЛОЖЕНИЕ П3 Основные методы, используемые в расчётах волнового сопротивления

Для решения задачи о волновом сопротивлении судна, кажется, испробованы все возможные методы математической физики. Например, Дж.Мичелл решил задачу методом Фурье. Метод Фурье излагается в любом учебнике по математической физике. Эту же задачу Т.Хавелок решил методом функции Грина (см. П.2). Метод функции Грина использовали В.Г.Сизов (Ш.2), Дж.Вегаузен (Ш.3), К.Эггерс (Ш.4) и Х.Маруо (Ш.5.), поэтому этот метод специально не рассматривается.

П1.1. Представление корпуса судна с помощью гидродинамических особенностей

Сейчас, когда ясен механизм взаимодействия потенциальных кельвиновских волн и турбулентности потока вокруг движущегося судна, понятна причина несогласованности решений, полученных в рамках теории идеальной жидкости, с экспериментальными данными. Понятно, почему расчётные кривые не совпадают с кривыми волнового сопротивления, полученными с помощью волнового анализа и расхождения с кривой остаточного сопротивления. Тем не менее, вопрос представления корпуса судна с помощью гидродинамических особенностей имеет самостоятельный интерес, поэтому приводится в виде отдельного параграфа. Многие исследователи, как видно дальше, считали, что причина расхождений расчёта с экспериментом лежит в неточном описании поверхности корпуса с помощью эквивалентных особенностей в расчётах волнового сопротивления. Кроме того, представление корпуса, полученное на нулевом числе Фруда и при полном погружении, безусловно отличается от того, что должно быть при пересечении свободной поверхности и на ходу. Большинство описанных в этом параграфе работ посвящено поискам метода получения распределения эквивалентных особенностей, представляющих данный корпус судна и дающих описание волнового поля и волновое сопротивление, близких к данным эксперимента.

Развитие метода эквивалентных особенностей в гидродинамике судна

Первый шаг к расчёту волн на воде был сделан лордом Кельвином-Томсоном в 1887 году [21]. Он получил картину волновой системы, создаваемой движущимся импульсом. Следующий шаг сделал Г.Ламб [24], когда впервые исследовал волновое движение перемещающегося под свободной поверхностью источника с помощью зеркального отображения. Для получения отображения свободная поверхность принимается в виде твёрдой стенки, а для определения подъёма свободной поверхности, вызванного источником, используется связь между давлением на твёрдой стенке и отклонением от неё поверхности жидкости при таком давлении, если бы она была свободна. Метод твёрдой стенки вскоре использовал Т.Хавелок [12] для определения подъёмной силы на цилиндре в установившемся потоке. Т.Хавелок сформулировал свою идею следующим образом: «при движении тела в жидкости, благодаря данным источникам и стокам, на теле возникают силы и моменты такие же, как если бы источники и их отражения действовали в паре, согласно простому закону сил». Г.Ламб и Т.Хавелок назвали сочетание источника (или другой особенности) с его зеркальным отображением «мнимой системой». В вышеупомянутой статье Т.Хавелок писал, что «используя результат аппроксимации (с помощью мнимой системы), получены силы на цилиндре, как результат взаимодействия между источниками и

стоками внутри и вне цилиндра. Такой метод применим к любому погруженному телу, для которого известна мнимая система, и результирующие силы рассчитываются подобным образом». Таким образом, появилась «дублированная модель» для расчёта волнового сопротивления движущегося по свободной поверхности тела.

Здесь следует заметить, что только представление движущегося судна распределением эквивалентных особенностей даёт возможность рассчитывать волновое поле или волновое сопротивление. Конечно, хотелось бы, имея уравнение поверхности корпуса судна, рассчитывать волны и волновое сопротивление непосредственно без замены тела гидродинамическими особенностями, но это невозможно, потому что возникновение волн происходит только от возмущения, создаваемого гидродинамической особенностью.

Т.Хавелок был первым из исследователей, попытавшимся применить этот метод к изучению волнообразования судов. Силы он получил с помощью теоремы Лагалли. Г.Ламб и Т.Хавелок хотели решить задачу о волновом сопротивлении без допущения Мичелла о малости отношения B/L . Это ограничение снимается, когда используется идея эквивалентного распределения особенностей, то есть, линия корпуса совпадает с линиями тока.

В 1932 году Т.Хавелок получил интегральное представление источника, движущегося под свободной поверхностью. К источникам Рэнкина добавилось слагаемое, учитывающее присутствие свободной поверхности. Получилось выражение для потенциала источника.

В восьмидесятые годы К.Мори и Х.Нишимото [33] использовали источники Рэнкина, чтобы уточнить описание корпуса. К.Мори [34] попытался получить отличное от выражения Т.Хавелока выражение для учёта наличия свободной поверхности. Он использовал для этого те же источники Рэнкина.

$$\varphi = -\frac{1}{4\pi} \iint_{S_H} \sigma_H \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'} \right) dS - \iint_{S_F} \sigma_F \frac{1}{r} dS + \frac{1}{4\pi} \iint_{S_0} \left\{ \varphi \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'} \right) - \frac{\partial \varphi}{\partial n} \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'} \right) \right\} dS,$$

где S_H - поверхность корпуса, S_F - свободная поверхность, S_0 - расчётная граница, σ_H, σ_F - распределения источников на S_H и S_F , \mathbf{n} - нормальный вектор и

$$r^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2, \quad r'^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2 + (z + z')^2,$$

(x, y, z) - фиксированная точка, (x', y', z') - точка на поверхности интегрирования.

В 1957 году Т.Инуи [16] также обратился к методу эквивалентных особенностей. Он в первую очередь рассмотрел трудности, которые появляются при получении эквивалентного данному корпусу распределения особенностей. Он отметил, во-первых, что задача минимизации волнового сопротивления с помощью численных методов выполнима для распределения особенностей по горизонтальной и вертикальной плоскости, но не по криволинейной поверхности или при объёмном распределении. Т.Инуи использовал идею В.Виглея о проведении испытаний модели, отвечающей всем допущениям Мичелла. Но В.Виглей использовал аналитическое задание обводов, а Т.Инуи задавал распределение особенностей, у которых должно быть наименьшее волновое сопротивление. Такие модели называют Инуидами.

Эквивалентное распределение особенностей строго может быть получено только путём решения интегрального уравнения Фредгольма, а не так, как это сделал Мичелл, когда связал напряжения источников с дифференциальными характеристиками корпуса. Т.Инуи считал, что все исследователи, повторяющие эксперименты Виглея, искали причину расхождения с расчётами в неучёте вязкости, но сначала необходимо проверить выполнение граничных условий на поверхности корпуса и на свободной поверхности, а потом уже учитывать влияние вязкости. Т.Инуи провёл важное исследование, проверив выполнение граничных условий Мичелла на двумерной модели с прямыми бортами и бесконечной осадкой. Затем он взял четыре типа трёхмерного распределения особенностей и применил к ним обратный анализ, то есть, получил по этим распределениям форму корпуса, вычертив линии тока. Для этих моделей (S-101, S-201, S-102, S-202) и для прямостенных моделей с параболическими

ватерлиниями, соответствующими данному распределению особенностей, и с плоским дном (А-101, А-201, А-102, А-202) Т.Инуи провёл серию сравнительных испытаний, чтобы проверить соответствие теории и эксперимента.

В 1960 году на третьем Симпозиуме по гидродинамике судов С.Карп, Дж.Котик и Дж.Лурье [20] представили работу, которая стала классической. Авторы исследовали волновое сопротивление на данном числе Фруда цилиндров и подобных цилиндру тел, заданных в виде распределения диполей, с фиксированной длиной и единичным водоизмещением. Авторы взяли распределение диполей для данной формы как неизвестную функцию, а затем нашли напряжения диполей путём решения интегрального уравнения, у которого особенности находятся на концах интервала интегрирования. Изучалась разница между заданной формой и распределением диполей, затем изучалась разница между волновым сопротивлением эквивалентного распределения диполей и полученным сопротивлением для этого же распределения по формуле Мичелла.

В 1962 году Дж.Котик и В.Мангулис [22] опубликовали статью, в которой сравнили две аппроксимации, полученные для линзоподобного цилиндра при его движении в полубесконечной жидкости, но со свободной поверхностью. Первая аппроксимация была получена по теории Мичелла, диполи распределены по диаметральной плоскости, условия на теле и на свободной поверхности линеаризованы. Вторая аппроксимация выполнена для известного точного (то есть, с учётом высших порядков) распределения диполей, полученного в постоянном потоке без свободной поверхности, а затем ими была решена задача движения тела со свободной поверхностью, условия на которой линеаризованы. Значения волнового сопротивления, полученные этими двумя методами, отличаются примерно на 40%, если толщина сечения и числа Фруда не очень малы. Эта разница оказалась больше ошибки эксперимента. В этом исследовании обнаружено, что новая аппроксимация приводит к другому асимптотическому поведению волнового сопротивления на малых скоростях.

В 1963 году в Анн Арборе была рассмотрена работа Т.Такахи [38]. Цель её состояла в том, чтобы рассчитать профиль волны на борту судна по распределению особенностей на ДП, в частности, с постоянными по осадке напряжениями. Это было необходимо для получения круглого киля вместо плоского. Автор использовал для расчёта метод Гесса-Смита [13], а затем сравнил профиль с замеренным на модели. Функция распределения особенностей представлена полиномами 5-го порядка. Геометрия действующей ватерлинии была получена для каждого распределения путём построения линий тока и сравнивалась с обычными судами с U – образными шпангоутами. Было обнаружено большое расхождение в волновом профиле, полученном из расчётов и из замеров, в носовой оконечности. Автор высказал предположение о нелинейном характере волнообразования. Позже в опытовом бассейне Токио изучались подпорные волны в носу с ударными свойствами и явной нелинейностью [31].

После Анн Арборского семинара уже в следующем 1964 году было сделано несколько работ, посвящённых вопросу представления корпуса судна с помощью особенностей. Среди них следует отметить вышеупомянутую статью Гесса и Смита, в которой авторы с целью выполнения расчётов на ЭВМ разработали метод использования распределения источников на поверхности корпуса и нашли распределение, которое давало на корпусе нулевые нормальные составляющие скорости. Сделали они это путём решения уравнения Фредгольма 2-го рода.

Э.Так [39] рассмотрел возможности, которые даёт представленное в виде распределения источников Кельвина удлинённое судно. Он исходил из того, что задача значительно упрощается, если для задания корпуса взять распределение особенностей по линии, а не по плоскости. Э.Так разработал метод предсказания потенциала, который облегчает определение его поведения возле линии особенностей.

1965 году Х.Кадзитани [19] опубликовал работу, посвящённую уточнению теории получения формы по распределению особенностей. Х.Кадзитани считал, что улучшение

Т.Инуи условий на поверхности судна, известное как концепция дублированной модели, кроме точного соответствия случаю нулевого числа Фруда, требует учёта влияния свободной поверхности. В своей работе для построения более точной теории Х.Кадзитани ввёл приближения высшего или второго порядка на поверхности судна, принимая в расчёт полное влияние свободной поверхности. В своей статье он рассмотрел две концепции, соответствующие ненулевому числу Фруда для одной и той же скорости, чтобы обеспечить наблюдения линий тока, сопротивления и для сравнения волновой картины. В результате он нашёл, что приближение вклада корпуса 2-го порядка для улучшения теории волнового сопротивления важно при условии, что некоторое расхождение условий на свободной поверхности остаётся возле носа.

В 1969 году Дж.Котик и Р.Морган [23] опубликовали статью об единственности задачи волнового сопротивления, рассчитанного по распределению особенностей при нулевом числе Фруда. Авторы показали, что для полностью погруженных тел, несмотря на неединственность видов распределения особенностей, представляющих тело, волновое сопротивление получается единственным. Но для тел, пересекающих свободную поверхность, это не так. Для получения единственности авторы ввели линейный интеграл по действующей ватерлинии. Они рассмотрели в качестве примера вертикальный эллиптический цилиндр и отметили, что задача поверхностного распределения особенностей решается легче, чем для распределения нормальных диполей. Дж.Котик и Р.Морган сравнили волновое сопротивление, полученное из различных распределений особенностей по корпусу, когда не принимается во внимание влияние напряжений волн, генерируемых этим распределением. Это волновое распределение соответствует, так называемому, условию на нулевом числе Фруда (ZF_n условие). Особенности были распределены по поверхности $\Sigma + \Sigma_1$, где Σ - это корпус, а Σ_1 - его зеркальное отображение относительно плоскости $z = 0$. Напряжения определяются из условия Неймана $\partial\psi / \partial n = nc$ на $\Sigma + \Sigma_1$, ψ - потенциал скорости в неограниченной жидкости. Распределение может быть либо распределением источников, либо распределением нормальных диполей (напряжения σ), либо линейной комбинацией этих двух распределений. Дж.Котик и Р.Морган показали, что волновое сопротивление на нулевом числе Фруда, когда судно полностью погружено, не зависит от природы вышеупомянутых распределений. Но, если корпус судна пересекает свободную поверхность, тогда волновое сопротивление существенно зависит от их природы. Для того, чтобы волновое сопротивление, полученное из распределения нормальных диполей, было идентично полученному из распределения источников, необходимо добавить к распределению нормальных диполей по поверхности корпуса ещё распределение нормальных диполей по свободной поверхности Σ_{fi} , пересекаемой корпусом в плоскости $z = 0$ (Σ_{fi} - свободная поверхность внутри корпуса). Напряжения последних в точке М поверхности Σ_{fi} является значением в этой точке гармонической функции внутри замкнутой поверхности $\Sigma + \Sigma_f$, определяемой условиями, равными γ на $\Sigma + \Sigma_1$.

Дж.Котик и Р.Морган показали, что в случае эллиптического цилиндра безразмерный коэффициент волнового сопротивления C_{wD} , полученного при ZF_n распределения диполей существенно выше, чем безразмерный коэффициент C_{wS} , полученный при ZF_n для распределения источников. Авторы пришли к заключению, что это было счастьем, что теория волнового сопротивления начиналась с распределения источников. Мнение Р.Брара было другим. Оказалось, что эти перспективы довольно хорошо подтвердились в случае эллиптического цилиндра с отношением ширины к длине как у судна.

Подобные исследования выполнены Х.Маруо и Й.Ямакоши [27] и С.Огивара, М.Икехата, Х.Маруо [36], в которых использованы распределения источников не по ДП, а по поверхности корпуса (то есть, решалась задача для удлинённого, а не узкого судна).

В 1971 году Н.Хогбен [15] опубликовал результаты теоретического и экспериментального исследования, посвящённого вопросу влияния линеаризации условия на

свободной поверхности на величину расчётного волнового сопротивления. Он рассмотрел влияние относительной скорости на напряжения распределённых источников, генерирующих корпус.

В 1972 году Р.Брар [3] представил на 9-ый симпозиум в Париже большую обзорную статью о вихревой теории качки судна, в которой проанализировал возможности представления корпуса судна в виде распределения вихрей. Использование вихрей позволяет моделировать пограничный слой и, следовательно, учитывать силы касательных напряжений. Используя распределение вихрей в виде вихревой пелены, Р.Бэк [2] и Р.Брар показали, что попутный поток влияет на особенности, кинематически эквивалентные корпусу, и генерируют волны, которые меняют картину волнообразования. Р.Брар считал, что эта теория может объяснить, почему оценка вязкостного сопротивления, полученная в результате наблюдения за попутным потоком, и оценка волнового сопротивления, полученная с помощью волнового анализа, не дополняются в сумме до полного сопротивления, измеренного динамометром. Он объясняет это расхождение наличием вязкостного волнового сопротивления.

В этом же 1972 году Р.Брар представил работу [4], в которой рассмотрел возможность представления корпуса судна с помощью разных гидродинамических особенностей. Он писал: «Расхождения между измеренными и расчётными значениями волнового сопротивления данной модели судна, кажется, не могут быть значительно уменьшены, когда распределение источников Хавелока по корпусу получается из точного решения на нулевом числе Фруда. Расхождение относительно малое на высоких числах Фруда, скажем, 0,5, но становится неприемлемым на малых числах Фруда с точки зрения проектанта. Это может быть из-за того, что *взаимодействие между вязкими воздействиями и гравитационными волнами возрастает при уменьшении чисел Фруда*. Но другие причины тоже могут играть некоторую роль. Это привело автора к необходимости исследовать, не происходит ли это расхождение от неточности представления корпуса указанными выше распределениями особенностей.

Задача, которая должна быть решена, состоит в определении потенциала скорости, удовлетворяющего линейным условиям на свободной поверхности и точным граничным условиям на корпусе. Задача может быть названа задачей Неймана – Кельвина при граничных условиях на корпусе типа Неймана, в то время как граничные условия на свободной поверхности такие, которые использовал Лорд Кельвин, когда впервые выполнил математическое исследование корабельных волн. Задача Неймана – Кельвина была исследована Н.Е.Кочиным [1] для случая полностью погруженных тел. Он показал, что тело может быть представлено распределением источников по корпусу, когда напряжения распределения являются решением уравнения Фредгольма второго рода, корни которого зависят от числа Фруда. Когда число Фруда малое или среднее, это уравнение является регулярным и, следовательно, решение определяется единственным образом. Для высоких чисел Фруда неизвестно, не станет ли уравнение сингулярным.

В первой части рассмотрена математическая природа задачи Неймана- Кельвина. Это было предметом статьи Р.Брара [5]. Тем временем, результаты были рассмотрены автором и его коллегами в департаменте Военной архитектуры и морских инженеров в Мичиганском университете и в исследовательском центре военных морских судов США

Наиболее трудный случай – это поверхностное судно, корпус которого не замкнут. Показано, что распределение особенностей по корпусу, эквивалентное данной судовой форме, состоит из распределения особенностей по той части корпуса, которая находится ниже плоскости свободной поверхности в покое, и из распределения вдоль линии пересечения этой плоскости с корпусом. Кроме того, распределение особенностей не может быть единственным. Поверхностное распределение может состоять либо из источников, либо из нормальных диполей, либо из линейной комбинации этих двух. Линейное распределение связано с поверхностным распределением, и напряжения даются интегральным уравнением, содержащим поверхностный и линейный интегралы. Это

уравнение зависит от природы поверхностного распределения особенностей. Неединственность распределения особенностей неудивительна, поскольку некоторый феномен появляется в случае неограниченной жидкости. Но существование решения является ещё неразрешимой проблемой, в то время как в случае полностью погруженного судна результат Кочина может быть легко распространён на этот случай, когда вместо источников берутся нормальные диполи. Внимание обращено на линейное распределение особенностей, когда они расположены в плоскости свободной поверхности в положении покоя. Автор сделал попытку представить рассуждения не интуитивно, а строже, чем в предыдущей статье 1971 года.

Результаты первой части должны быть сравнены с теоремами Дж.Котика и Р.Моргана [23], сконцентрированными на строгом рассмотрении задачи нулевого числа Фруда. Эти авторы показали, что волновое сопротивление, полученное из распределения источников и из распределения нормальных диполей, которые являются точным решением задачи на нулевом числе Фруда, идентичны только в том случае, когда судно полностью погружено. Если корпус пересекает свободную поверхность, они могут значительно отличаться друг от друга, и волновое сопротивление нормальных диполей вообще неприемлемо. Когда Р.Брар предпринял своё исследование задачи Неймана – Кельвина, он надеялся получить лучшее представление корпуса, чем оно даётся точным распределением источников для задачи нулевого числа Фруда. Идея была рассмотреть также распределение нормальных диполей, поскольку получено доказательство неединственности решения задачи Неймана – Кельвина. Результат Котика и Моргана не противоречит настоящей теории. Для того чтобы это показать, вторая часть настоящей статьи посвящена случаю вертикального эллиптического бесконечного цилиндра, к которому автор применил свою теорию. Полученные результаты показали, что распределение нормальных диполей для задачи нулевого числа Фруда, однажды скорректированные дополнительным линейным распределением особенностей, которые могут быть связаны с ним, если была точно решена задача Неймана – Кельвина, дают точно такие же свободные волны, как распределение источников на нулевом числе Фруда. Это подтверждает теорию, разработанную в первой части статьи. Но показано также, что само распределение источников является не точным решением задачи Неймана – Кельвина; это только приближение, которое становится неточным, когда числа Фруда малы.

Исследуя точность представления данной формы судна с помощью распределения особенностей при линеаризации условий на свободной поверхности, Р.Брар сделал важный вывод о необходимости введения линейного распределения особенностей по действующей ватерлинии судна. Эта работа оказалась поворотной в исследованиях волнового сопротивления. Р.Брар подтвердил результаты, полученные Дж.Котиком и Р.Морганом о неединственности решения. Он показал, что распределение источников, полученное при нулевом числе Фруда, не является точным решением задачи Неймана-Кельвина. Для получения точного решения необходимо делать итерации.

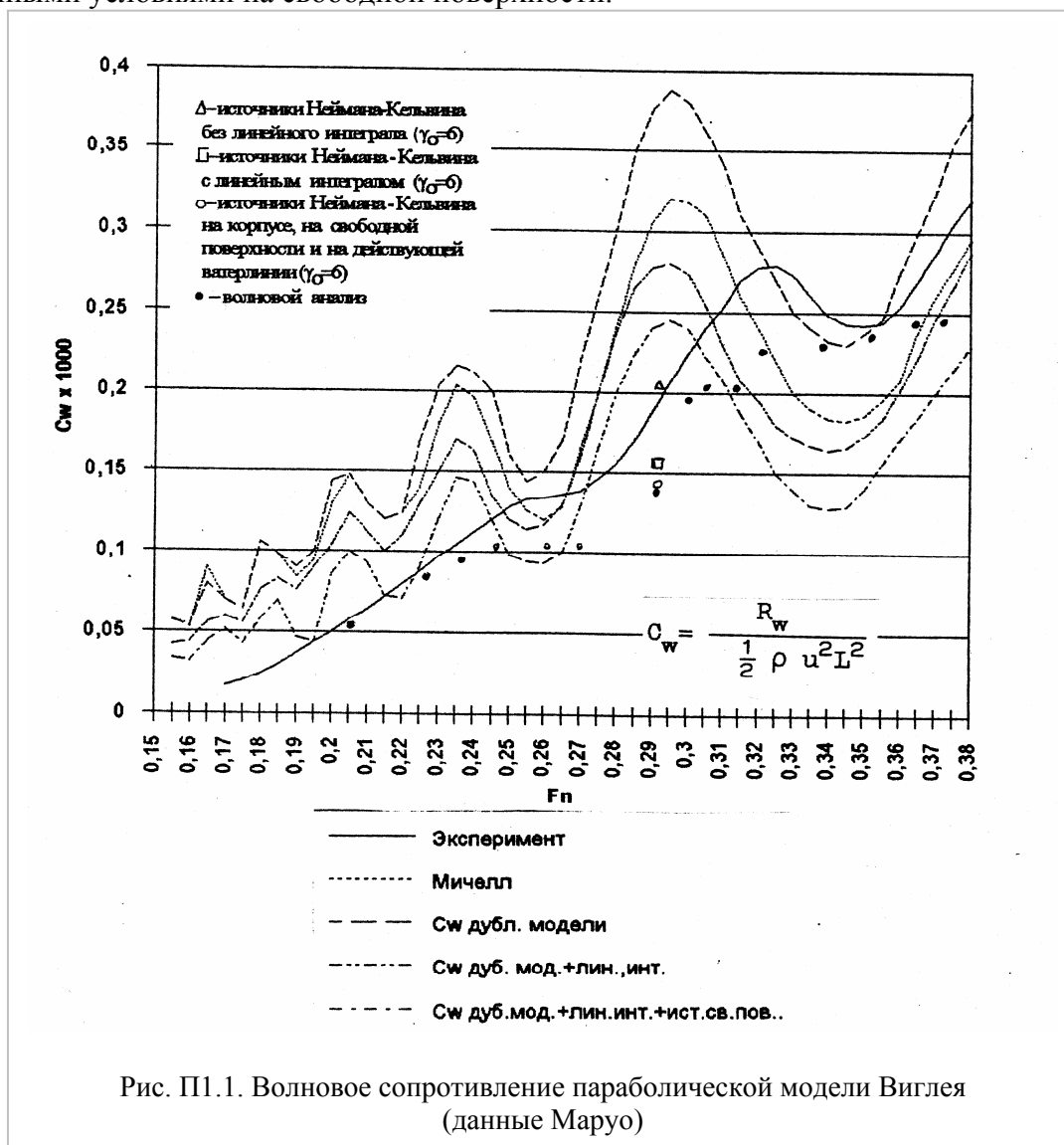
Р.Брар проанализировал работы Дж.Вехаузена [40], А.Питерса и Дж.Стокера [37] и Дж.Бреслина [6], в которых используется линейное распределение особенностей на пересечении тела со свободной поверхностью (линейный интеграл).

В 1972 году К.Мори, Т.Инуи и Х.Кадзитани [32] провели анализ волнового профиля с проверкой влияния корпуса, а также посчитали волновое сопротивление двумя путями: во-первых, по распределению источников, а, во-вторых, по результатам волнового анализа для корпуса, полученного по этому же распределению источников. Они попытались получить поправки для согласования полученных результатов.

П.Гуивель, П.Воссей и Дж.Кобус [11] рассмотрели задачу о распределении особенностей, кинематически эквивалентных корпусу в присутствии свободной поверхности. В их работе приводится функция, идентичная функции Кочина, но с учётом свободной поверхности. Принципиальным здесь также является вопрос об использовании линейного интеграла.

В 1974 году С.Ли [25] рассмотрел задачу о волновом сопротивлении точечного диполя, используя технику волнового анализа, чтобы подтвердить целесообразность использования диполей для моделирования волнового профиля.

Г.Гедд [8] сделал расчёт на компьютере обтекания и волнообразования реального корпуса, заданного с помощью источников Рэнкина на дублированной модели и свободной поверхности. Условия на корпусе удовлетворены точно, а на свободной поверхности с учётом нелинейности. Г.Гедд заключил, что теория работает хорошо, за исключением случая, когда необходимо учитывать разрушающуюся волну. Это же можно найти в работе Т.Инуи и Х.Кадзитани [17]. Это был очень важный шаг, который позволил получить эквивалентное распределение гидродинамических особенностей для корпуса реального судна, заданного теоретическим чертежом. Практически это был путь Мичелла, но с более точными условиями на свободной поверхности.



Первая значительная разработка численного метода для расчёта характеристик потока вокруг дублированной модели была выполнена Дж.Гессом и А.Смитом [14]. Совершенствуя их метод, С.Даусон [7] применил для расчёта потенциального потока вокруг тела, движущегося по свободной поверхности, метод, основанный на том, что кроме тела распределением источников заменяется часть невозмущённой поверхности жидкости для удовлетворения нелинейных граничных условий на ней (как в работе Г.Гедда [9]).

Для проверки многочисленных методов, разработанных с помощью распределения гидродинамических особенностей по свободной поверхности и по поверхности корпуса судна, Х.Маруо [28] выполнил расчёты для параболической модели Виглея на основании нескольких различных теорий. Им были использованы:

- 1) формула Мичелла для узкого судна;
- 2) распределение источников по дублированной модели;

- 3) распределение источников по дублированной модели с учётом линейного интеграла;
- 4) распределение источников по поверхности дублированной модели, по действующей ватерлинии и по свободной поверхности;
- 5) распределение источников, интенсивность которых определялась путём решения задачи Неймана-Кельвина, то есть, при линейризации граничных условий на свободной поверхности и без вклада линейного интеграла;
- 6) то же, но вместе с линейным интегралом;
- 7) то же с линейным интегралом и с распределением источников по свободной поверхности;
- 8) то же, но с линейным интегралом, определённым по формуле Мичелла;
- 9) асимптотическое выражение для малых чисел Фруда;
- 10) асимптотическое выражение, но с учётом линейного интеграла.

Для проверки полученной теории был выполнен расчёт для параболической модели Виглея, а результаты сравнивались с экспериментом. (рис. П1.1). Выяснилось, что распределение эквивалентных источников по свободной поверхности на малых числах Фруда улучшает результат, но для больших чисел Фруда использовать, так называемую, теорию дублированной модели нельзя, а приходится решать задачу Неймана-Кельвина с точными условиями на поверхности корпуса судна и с линейризованными условиями на свободной поверхности жидкости.

В 1976 году М.Мацуи [29] доложил о методе прямого определения расположения эквивалентных источников по измерению волнового сопротивления.

В 1977 году П.Гуивель, Р.Деламоу, Г. и Г.Кордони [10] получили численное решение задачи Неймана-Кельвина методом особенностей. Поток они рассчитали, используя гармонический потенциал. Условия на свободной поверхности были линейризованы и записаны для горизонтальной плоскости, которая является уровнем жидкости на бесконечности. Гладкие условия на корпусе удовлетворены точно. Напряжения источников получены из решения интегрального уравнения Фредгольма. В расчёте учтён линейный интеграл. Численное решение этого уравнения получено путём представления корпуса в виде продольных элементов, несущих постоянные распределения источников. Волновое сопротивление получено по формуле Хавелока. Разработано три программы, в которых использованы 1) распределение источников, 2) распределение нормальных диполей и 3) комбинации этих же особенностей. Методика проверена на расчёте полностью погруженного эллипсоида.

Т.Милох и Л.Ландвебер в 1980 году [30] решили задачу обтекания дублированной модели эллипсоида с помощью решения уравнения Фредгольма I рода. В результате был выделен линейный интеграл.

Несмотря на то, что работы Х.Лугта, представленная на Парижскую конференцию 1981 года [26] не имеют прямого отношения к волновому сопротивлению судов, мы считаем необходимым упомянуть о ней здесь. Статья включает некоторые черты типичных вихревых систем вокруг корпусов судов. В ней подробно рассмотрены все случаи, когда для исследования потока вокруг судна необходимо добавлять к основному распределению особенностей разные вихревые системы, от точечных вихрей до вихревой пелены (эта работа содержит библиографию из 177 наименований).

В 1986 году П.Дженсен представил работу [18], в которой чётко разделил условия в ближнем поле и на бесконечности в численном решении.

В 2004 году Ф.Ноблесс [35] сделал обобщенное представление классического потенциала потока, создаваемого движущимся судном. Он учёл потенциал ближнего и дальнего поля, создаваемый источниками Рэнкина, условия дифракции, осциллирующие источники, дисперсионные и амплитудные функции, потенциальные функции на свободной поверхности и т.д., то есть, все возможные возмущения на свободной поверхности и на теле в разных частях потока вокруг движущегося судна.

Практически к настоящему времени изучены все возможные представления поверхности судна, движущегося в идеальной жидкости. Практика показала, что без учёта влияния вязкости невозможно получить приемлемое решение задачи о волновом сопротивлении, как бы точно ни была представлена поверхность корпуса судна.

Литература к ПРИЛОЖЕНИЮ П1.1

1. Кочин, Н.Е. О волновом сопротивлении и подъёмной силе погруженных в жидкость тел /Кочин, Н.Е. - Тр. конференции по теории волнового сопротивления. - Изд. ЦАГИ.- 1937.
2. Beck, R.F. The wave resistance of a thin ship with rotational wake /R.F.Beck // Journal of Ship Research.- 1971,15.- №3.- P. 196-214.
3. Brard, R. Vortex theory for bodies moving in water /R.Brard// 9th Symp. Nav. Hydrod.- Paris.- 1972, 2.- P. 1187 – 1284.
4. Brard, R. The Representation of a Given Ship Form by Singularity Distributions When the Boundary Condition on the Free Surface is Linearized /R.Brard// Journal of Ship Research». 1972, 16.- №1.- P. 79 – 92.
5. Brard R. The Neumann - Kelvin problem for Surface Ships /R.Brard// Bassin d'Essais des Carenes. Report 11 CST Paris.- 1971.
6. Breslin, J.P. A New Interpretation of the Wave Resistance of Point Sources Moving at Constant Speed Below the Surface of an Infinitely Deep Fluid /J.P.Breslin// Tech. Mem.- Davidson Laboratory.- 1965, 144.
7. Dawson C.W. A practical computer method for solving ship-wave problems /C.W.Dawson// Proc. 2-th Int. Conf. Numer. Ship Hydrodyn.-Berkeley.-1977.- P. 30 - 38.
8. Gadd,G.E. A method of computing the flow and surface wave pattern around full forms /G.E.Gadd // Trans. Roy. Inst. Nav. Arch.. -1976, 118.- P. 207 -219.
9. Gadd, G.E. A convenient method for estimating wave resistance, and its variation with small changes of hull shape, for a wide range of ship types /G.E.Gadd// Intern. Shipbuild. Progress.- 1981, 28.- № 327.- P. 252 - 262.
10. Guével, P. Numerical solution of the Neumann – Kelvin Problem by the method of singularities /P.Guével, G.Delhommeau, J.P.Cordonnier// Proc. Second Intern. Conf. On Numerical Ship Hydrod.- Berkeley.- 1977 .- P. 107 – 123.
11. Guével, P. The distribution of singularities cinematically equivalent to a moving hull in the presence of a free surface /P.Guével, P.Vaussey, J.M. Kobus// Ship building Progress.- 1974, 21.- P. 311 – 324.
12. Havelock, T.H. The vertical force on a cylinder submerged in a uniform stream /T.H. Havelock// Proc. Royal Soc. of London, Ser. A.- 1929, 122.- № 790.- P. 387-393.
13. Hess, J.L., Smith, M.O. Calculation of nonlifting potential flow about arbitrary three-dimensional bodies /J.L.Hess, M.O.Smith // Journal of Ship Research.- 1964,8.- № 2.- P. 22-44.
14. Hess J.L., Smith M.O. Calculation of potential flow about arbitrary bodies /J.L.Hess, M.O.Smith// Paper No 1 in Progress in Aeronautical sciences.-USA:Pergamon Press.- 1967.
15. Hogben N. “Equivalent source arrays” from wave patterns behind trawler type models /N.Hogben// Trans. of Royal Inst. Nav. Arch.- 1971, 113.- P. 345 – 363.
16. Inui T. Study on wave-making resistance of ships /T.Inui// Soc. Nav. Arch. Japan, 60th Anniversary Series.- 1957, 2.- P. 173-355.
17. Inui, T. Hull form design, its practice and theoretical background /T.Inui, H.Kajitani// Proc. Intern. Seminar on Wave Resistance, Tokyo.- 1976.- P. 159 -182.
18. Jensen , P.S. On the Use of Rankine Source Potential in the Ship Wave Resistance Problem /P.S.Jensen// IWWF01, MA, Cambridge, USA.- 1986.-4 p.
19. Kajitani, H. The second-order treatment of ship surface condition in the theory of wavemaking resistance of ships /H.Kajitani// J. Soc. Nav. Arch. of Japan.- 1965, 118.- P. 84-107.
20. Karp, S. On the problem of minimum for struts and strut-like dipole Distribution /S.Karp, J.Kotik, J.Lurye// Third Symp. Nav. Hydrod.- Washington.-1960.- P.75 – 116.

21. Kelvin (W.Thomson) On the waves produced by a single Impulse in Water of any Depth , or in a Dispersive Medium /Kelvin (W.Thomson)// Philosophical Magazine and Journal of Science.- 1887, XXIII.- P. 252- 255.
22. Kotik, J., Mangulis, V. Comparison of Two Approximate Dipole Distributions for a Lenticular Cylinder in a Semi-Infinite Fluid /J.Kotik, V.Mangulis// Journal of Mathematics and Physics.- 1962, 41.- № 4.- P. 280 – 290.
23. Kotik, J., Morgan, R. The Uniqueness Problem for Wave Resistance from Singularity Distributions Which are Exact at Zero Froude Number /J.Kotik, R. Morgan// Journal of Ship Research.- 1969, 13.- №1.- P.61-68.
24. Lamb, H. On wave resistance /H.Lamb// Proc. Roy. Soc. London, Ser. A.- 1926, 111.- № 757.- P.14 – 25.
25. Lee, C. On wave resistance of a point dipole /C.Lee// Intern. Shipbuilding Progr.-. 1974, 21.- P. 300 – 308.
26. Lugt, H.J. Numerical of Vortex Flows in Ship Hydrodynamics (A Review) /H.J.Lugt// Third Intern Conf. on Numerical Ship Hydrod.- Paris, 3, Sess. VI.- 1981.
27. Maruo, H. Calculation of the ship form of minimum wave resistance with finite draft /H.Maruo, Y.Yamakoshi// J. Soc. Nav. Arch. of Japan, 1970, 130 .- P. 31-40.
28. Maruo, H. Wave Resistance of a Ship with Finite Beam at Low Froude Numbers /H.Maruo// Bulletin of the Faculty of Engineer Yokohama Nat.University.-1977, 26.- P. 59-77.
29. Matsui, M. On source distributions obtained from measurement wave-making resistance / M.Matsui// Proc. Intern. Seminar on Wave Resistance, Tokyo.- 1976.- P. 311- 314.
30. Miloh, T., Landweber, L. Ship Centerplane Source Distribution /T.Miloh, L.Landweber// «Journal of Ship Research».- 1980, 24.- № 1.- P. 8 –23.
31. Miyata, H. Free surface shock waves around ships and their effects on ship resistance /H.Miyata, T.Inui, H.Kajitani// J. Soc. Nav. Arch. of Japan, 1980,147, P. 1-9 and Nav. Arch. Ocean Engng. 18, P. 1 –9.
32. Mori, K. Analysis of ship-side wave profiles with special reference to hull's sheltering effect /K.Mori, T.Inui, H.Kajitani// 9th Symp. Nav. Hydrod, Paris.- 1972.- P. 687 – 774, disc. 745 – 758.
33. Mori, K. Prediction of flow field around ships by modified Rankine source Method /K.Mori, H.Nishimoto// J. Soc. Nav. Arch. of Japan.- 1981, 150.- P. 9-18.
34. Mori, K. Wave Resistance Calculation by Modified Rankine Source Method /K.Mori // Proc. of the Second DTNSRDC Workshop on Ship Wave-Resistance Computations.- 1983.-P. 321 – 340.
35. Noblesse F. Generalized Potential-Flow Representations /F. Noblesse// IWWWFB-19, Corona, Italy.- 2004.- 4 p.
36. Ogiwara, S. On the method for calculating the approximate solution of source distribution over the hull surface /S.Ogiwara, M.Ikehata, H.Maruo// J. Soc. Nav. Arch. of Japan.- 1969,126.-P. 1.
37. Peters, A.S. The motion of a ship, as floating rigid body in a seaway /A.S.Peters, J.J.Stoker// Communic. Pure and Applied Mathematics.- 1957,10.- P. 339-490.
38. Takahei, T. An analysis of wave profile alongside the ship /T.Takahei// Proc. Int. Seminar on Theor. Wave Resistance.-Ann-Arbor.-1963, 2.- P. 467-512.
39. Tuck, E.O. On line distributions of Kelvin sources /E.O.Tuck// Journal of Ship Research.- 1964, 8, .- №1.- P. 45-52.
40. Wehausen, J.V. An approach to thin ship theory / J.V.Wehausen// Proc. Int. Seminar on Theor. Wave Resistance.- Ann-Arbor, 1963 ,2.- P. 821-855.

П1. 2. Теория дублированной модели

Дублированная модель – это соединённые по плоскости действующей ватерлинии зеркально отражающие друг друга поверхности подводной части корпуса судна. Дублированная модель используется в двух случаях. Либо это реальная модель, используемая для определения сопротивления трения и формы. Либо это воображаемая модель, которая получается при замене поверхности корпуса судна эквивалентными гидродинамическими особенностями в виде «мнимой системы».

Г. Фёттингер в 1924 году [2] впервые использовал дублированную модель подводной части корпуса судна для отделения вязкостного сопротивления от волнового. Г.Феттингер высказал эту идею ещё в 1903 году, а в 1924 году он предложил использовать для этой цели аэродинамическую трубу. Для того, чтобы исключить влияние свободной поверхности и корабельных волн, дублированную модель испытывают либо глубоко под поверхностью жидкости в опытовом бассейне, либо в аэродинамической трубе. Таким путём получают сопротивление трения плюс сопротивление формы. При движении модели по поверхности жидкости получают полное сопротивление в виде суммы трения, формы и волнового. Г.Фёттингер не только предложил эту идею, но разработал метод пересчёта на натуру результатов испытаний модели в аэродинамической трубе, используя число Рейнольдса в качестве критерия подобия.

Использование дублированной модели - это был второй шаг после Фруда в развитии экспериментальных способов определения составляющих полного сопротивления.

Если дублированная модель для экспериментов - это реальное физическое тело, то в расчётах – это воображаемая поверхность, состоящая из распределения гидродинамических источников, диполей или вихрей, и её зеркального отображения.

Примерно в эти же годы Т. Хавелок выполнил ряд теоретических работ, в которых дублированная модель использовалась в теории волнового сопротивления и волнообразования для описания поверхности корпуса с помощью гидродинамических особенностей.

В связи с тем, что линейная теория Мичелла из-за допущения о тонкости корпуса может применяться только в случае, когда отношение длины к ширине достигает 20 и больше, а у реальных судов это отношение значительно меньше, идут поиски способов определения волнового сопротивления судов с реальным удлинением. При определенных формах корпуса интеграл Мичелла может дать достаточно хороший результат, то есть расчетная кривая проходит достаточно близко к экспериментальной кривой, даже при отношении $L/B \approx 10$.

Дублированная модель была применена Т.Инуи в 1957 году [3]. С ее помощью Т.Инуи разработал, так называемый, инверсионный метод построения линий тока по данному распределению гидродинамических особенностей. Дублированная модель аналитически представляет собой распределение гидродинамических особенностей по поверхности корпуса вместе с распределением таких же особенностей, зеркально отраженных относительно невозмущенной свободной поверхности (твёрдой стенки). При этом возможны разные способы задания граничного условия на свободной поверхности. Т.Инуи представил граничное условие в безразмерной форме, приняв длину и скорость равными единице, и на $z = 0$ в виде

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial X^2} - K_0 L \frac{\partial \phi}{\partial Z} = 0 \text{ при } z = 0,$$

где $\phi = \phi/VL$, $X = x/L$, $Z = z/L$, $K_0 L = LG/V^2 = 1/Fn^2$. В зависимости от значений скорости из этого условия Т.Инуи получает следующие условия для малых чисел Фруда $Fn \ll 1$, или, что то же самое, $K_0 L \gg 1$, тогда первый член исключается. В этом случае на $z = 0$ граничное условие имеет вид

$$\frac{\partial \phi}{\partial Z} = w = 0.$$

Это значит, что на малых относительных скоростях свободная поверхность играет роль твердой стенки. Для больших чисел Фруда $Fn \gg 1$, когда $K_0L \ll 1$, получается

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial X^2} = 0, \text{ или } \frac{\partial \phi}{\partial X} = u = \text{constant} (= 1).$$

В этом случае свободная поверхность изменяется до поверхности свободного потока, где не учитываются силы гравитации, а компоненты скорости в направлении перемещения дублированной модели постоянны.

Дублированная модель используется во многих теориях определения волнового сопротивления судна, но наиболее

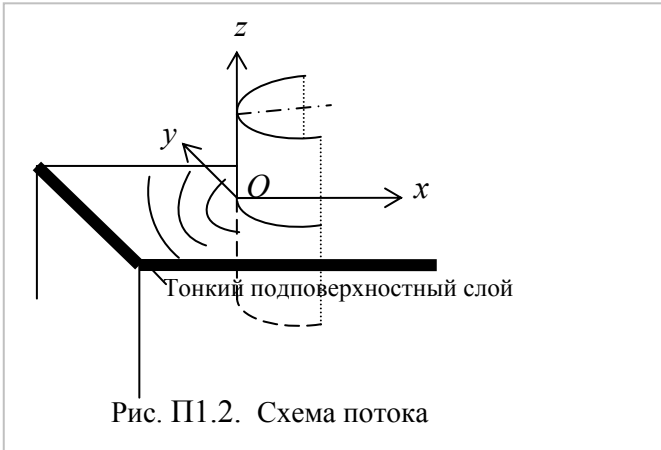


Рис. П1.2. Схема потока

наглядное и интересное использование имеется в работе Е.Баба и К.Такекума [1]. Е.Баба и К.Такекума разработали теорию малой скорости, которая позволяет определять волновое сопротивление для судов с разными обводами без ограничений по длине, ширине и осадке. Эта теория основана на методе оценок Т.Огилви. Именно для того, чтобы не вводить ограничений по форме обводов, использована дублированная модель.

Теория малой скорости была разработана Е.Баба и К.Такекума в 1975

году. Авторы исходили из того, что все основные процессы, которые вносят нелинейные эффекты в образование поверхностных волн, происходят в тонком слое под свободной поверхностью жидкости. Исходя из этих соображений, они представили потенциал скорости в виде суммы потенциала дублированной модели и потенциала тонкого подповерхностного слоя в виде:

$$\Phi(x, y, z) = \phi_r(x, y, z) + \phi(x, y, z) \quad (\text{П1.1})$$

$\phi_r(x, y, z)$ - потенциал дублированной модели, который считается известным, $\phi(x, y, z)$ - потенциал, который должен удовлетворять точным граничным условиям на свободной поверхности (рис. П1.2). Задача формулируется следующим образом:

$$\text{L) } \phi_{xx} + \phi_{yy} + \phi_{zz} = 0 \text{ -уравнение Лапласа;} \quad (\text{П1.2})$$

$$\text{A) } \frac{1}{2}U^2 = gH(x, y) + \frac{1}{2}(\phi_x^2 + \phi_y^2 + \phi_z^2) \text{ на } z = H(x, y); \quad (\text{П1.3})$$

$$\text{B) } 0 = H_x \phi_x + H_y \phi_y - \phi_z \text{ на } z = H(x, y); \quad (\text{П1.4})$$

$$\text{N) } 0 = \phi_n, \text{ где } \mathbf{n} \text{ - вектор нормали к поверхности тела;} \quad (\text{П1.5})$$

$$\text{R) } \phi - Ux = \begin{cases} O(1/\sqrt{x^2 + y^2}) & \text{когда } x^2 + y^2 \rightarrow \infty \text{ для } x > 0, \\ o(1) & \text{для } x < 0. \end{cases} \quad (\text{П1.6})$$

Высота волн вычисляется по формуле Ф.Огилви в виде

$$H(x, y) = \zeta_r(x, y) + \zeta(x, y), \quad (\text{П1.7})$$

где $\zeta_r(x, y)$ - высота волн, вызванных движением дублированной модели, определяется из уравнения (П1.3) при условии непротекания через поверхность, которая в этом случае играет роль твёрдой стенки. Тогда $\phi_{rz}(x, y, 0) = 0$, не зависит от z , а высота получается из выражения

$$(A) \quad \zeta_r(x, y) = \frac{1}{2g} \left[U^2 - \phi_{rx}^2(x, y, 0) - \phi_{ry}^2(x, y, 0) \right] \quad (П1.8)$$

Предполагается, что высота $\zeta(x, y)$ накладывается на поверхность $\zeta_r(x, y)$, образованную дублированной моделью. Для того, чтобы учесть малость скорости движения судна при получении граничных условий, Е.Баба и К.Такекума приняли следующие оценки для величин, относящимся к дублированной модели:

$$(a) \phi_r(x, y, z) = O(U), \quad (b) \zeta_r(x, y) = O(U^2), \quad (c) \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} = O(1) \text{ для } \phi_r(x, y, z) \text{ и } \zeta_r(x, y).$$

Применительно к тонкому слою под свободной поверхностью приняты оценки в виде

$$(d) \phi(x, y, z) = O(U^5), \quad (e) \zeta_r(x, y) = O(U^2), \quad (f) \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} = O(U^{-2}) \text{ для } \phi(x, y, z) \text{ и } \zeta(x, y).$$

С учётом оценок и формул (П1.1) и (П1.7) условие (П1.3) записывается в виде:

$$\frac{1}{2}U^2 = g\zeta_r + g\zeta + [\phi_{rx}^2 + 2\phi_{rx}\phi_x + \phi_x^2 + \phi_{ry}^2 + 2\phi_{ry}\phi_y + \phi_y^2 + \phi_{rz}^2 + 2\phi_{rz}\phi_z + \phi_z^2].$$

$$[U^2] \quad [U^4] \quad [U^2] \quad [U^4] \quad [U^6] [U^2] \quad [U^4] \quad [U^2] \quad [=0] \quad [=0] \quad [U^6]$$

Если учесть условие (П1.8) и оставить только члены четвёртого порядка, то условие (A) запишется в виде

$$g\zeta(x, y) + \phi_{rx}(x, y, 0)\phi_x(x, y, z) + \phi_{ry}(x, y, 0)\phi_y(x, y, z) = 0 \text{ на } z = \zeta_r(x, y). \quad (П1.9)$$

Условие (П1.4) преобразуется следующим образом:

$$\zeta_{rx} + \zeta_x \phi_{rx} + \phi_x \phi_{rx} + \zeta_{ry} + \zeta_y \phi_{ry} + \phi_y \phi_{ry} - \phi_{rz} + \phi_z = 0.$$

С учётом того, что $\phi_{rz} = 0$, получается

$$\begin{aligned} \phi_z - \zeta_x(x, y)\phi_{rx}(x, y, 0) - \zeta_y(x, y)\phi_{ry}(x, y, 0) = \\ [U^3] \quad [U^2] \quad [U] \quad [U^2] \quad [U] \\ = \zeta_{rx}\phi_{rx} + \zeta_{rx}\phi_x + \zeta_x\phi_x + \zeta_{ry}\phi_{ry} + \zeta_{ry}\phi_y + \zeta_y\phi_y, \\ [U^2] [U] \quad [U^2] [U^3] \quad [U^2] [U^3] \quad [U^2] [U] \quad [U^2] [U^3] \quad [U^2] [U^3], \end{aligned}$$

оставляя только члены третьего порядка и учитывая, что

$$\frac{\partial}{\partial x} [\zeta_r \phi_{rx}] + \frac{\partial}{\partial y} [\zeta_r \phi_{ry}] = \zeta_{rx} \phi_{rx} + \zeta_{ry} \phi_{ry} + \zeta_r (\phi_{xx} + \phi_{yy}),$$

в котором последнее слагаемое равно нулю, так как для дублированной модели $\Delta\phi_r = 0$, условие (П1.8) получается в виде

$$\begin{aligned} \phi_z(x, y, z) - \zeta_x(x, y)\phi_{rx}(x, y, 0) - \zeta_y(x, y)\phi_{ry}(x, y, 0) = \\ = \frac{\partial}{\partial x} [\zeta_r(x, y)\phi_{rx}(x, y, 0) + \zeta_r(x, y)\phi_{ry}(x, y, 0)] \text{ на } z = \zeta_r(x, y). \quad (П1.10) \end{aligned}$$

Из (A) получаются для высоты волны выражения

$$\begin{aligned} \zeta(x, y) &= -\frac{1}{g} [\phi_{rx} \cdot \phi_x + \phi_{ry} \cdot \phi_y], \\ \zeta_x(x, y) &= -\frac{1}{g} [\phi_{rxx}\phi_x + \phi_{rx}\phi_{xx} + \phi_{ryx}\phi_y + \phi_{ry}\phi_{xy}], \\ \zeta_y(x, y) &= -\frac{1}{g} [\phi_{ryy}\phi_y + \phi_{ry}\phi_{yy} + \phi_{rxy}\phi_x + \phi_{rx}\phi_{xy} + \phi_{ryy}\phi_y + \phi_{ry}\phi_{yy}]. \\ [U^2][U^3] \quad [U][U] \quad [U^2][U^3] \quad [U][U] \end{aligned}$$

Тогда из (П1.8) получается граничное условие в виде

$$\phi_z(x, y, z) + \frac{1}{g}\phi_{rx}^2\phi_{xx} + \frac{2}{g}\phi_{rx}\phi_{ry}\phi_{xy} + \frac{1}{g}\phi_{ry}^2\phi_{yy} = D(x, y) \text{ на } z = \zeta_r(x, y), \quad (П1.11)$$

где

$$D(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} [\zeta_r(x, y)\phi_{rx}(x, y, 0) + \zeta_r(x, y)\phi_{ry}(x, y, z)]. \quad (\text{П1.12})$$

Решение уравнения (П1.11) получается на поверхности $z = \zeta_r(x, y)$. Для простоты вводят следующие некомформные преобразования координат

$$x' = x, \quad y' = y, \quad z' = z - \zeta(x, y).$$

Тогда уравнение Лапласа записывается в виде

$$(\text{L}) \quad \frac{\partial^2 \phi}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z'^2} - 2 \frac{\partial \zeta_r}{\partial x'} \cdot \frac{\partial^2 \phi}{\partial x' \partial z'} - 2 \frac{\partial \zeta_r}{\partial y'} \cdot \frac{\partial^2 \phi}{\partial y' \partial z'} + O(U^5) = 0.$$

Если оставить в этом уравнении только члены низшего порядка по сравнению с [U] и отбросить штрихи, то получается уравнение Лапласа в новой системе координат

$$\phi_{xx}(x, y, z) + \phi_{yy}(x, y, z) + \phi_{zz}(x, y, z) = 0, \quad z < 0. \quad (\text{П1.13})$$

Из (П1.11) получается

$$\begin{aligned} & \frac{1}{g} \phi_{rx}^2(x, y, 0)\phi_{xx}(x, y, 0) + \frac{2}{g} \phi_{rx}(x, y, 0)\phi_{ry}(x, y, 0)\phi_{xy}(x, y, 0) + \\ & + \frac{1}{g} \phi_{rx}^2(x, y, 0)\phi_{xx}(x, y, 0) + \phi_z(x, y, z) = D(x, y), \end{aligned} \quad (\text{П1.14})$$

$$\zeta(x, y) = -\frac{1}{g} [\phi_{rx}(x, y, 0)\phi_x(x, y, 0) + \phi_{ry}(x, y, 0)\phi_y(x, y, 0)]. \quad (\text{П1.15})$$

И, наконец, из (П1.6) получается

$$\phi(x, y, z) = \begin{cases} O(1/\sqrt{x^2 + y^2}) & x > 0, \\ o(1) & x < 0, \end{cases} \quad \text{когда } x^2 + y^2 \rightarrow \infty. \quad (\text{П1.16})$$

Условия на поверхности корпуса здесь отброшены, так как $\phi(x, y, z)$ рассматривается как решение первого шага итерационного процесса. Если отбросить члены, содержащие потенциал дублированной модели, то получится граничное условие на свободной поверхности, которое совпадает с двумерным выражением, полученным Ф.Огилви. Он решил задачу в пространстве 2-D с помощью теории функций комплексного переменного. В данной пространственной задаче авторы использовали метод Фурье. Применяя двойное преобразование Фурье к двухслойному потенциалу $\phi(x, y, z)$, равному $D(x, y)$, получают выражение

$$\phi(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^\infty k dk \int_{-\pi}^\pi e^{kz + ik[(x-\xi)\cos\theta + (y-\eta)\sin\theta]} d\theta \cdot \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty D(\xi, \eta) d\xi d\eta. \quad (\text{П1.17})$$

Предполагается, что форма потенциала скорости имеет вид

$$\phi(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^\infty k dk \int_{-\pi}^\pi e^{kz + ik[x\cos\theta + y\sin\theta]} F(x, y, z, \theta) d\theta, \quad (\text{П1.18})$$

где $F(x, y, z, \theta)$ определяется таким путём, чтобы $\phi(x, y, z)$ удовлетворяла уравнению Лапласа и условиям на свободной поверхности (П1.14).

Из выражения (П1.18) видно, что функция $F(x, y, z, \theta)$ связана с волнами, которые зависят от интенсивности возмущений, действующих на свободную поверхность. В данной задаче справа в формуле (П1.14) $D(x, y)$ рассматривается как возмущение, действующее на свободную поверхность. Интуитивно предполагается, что $F(x, y, z, \theta)$ выражается в зависимости от потенциала, полученного при условии твёрдой стенки. Это предположение означает, что операторы $\partial/\partial x$ и $\partial/\partial y$ при применении к $F(x, y, z, \theta)$ не изменяют порядок значений, благодаря предположению (с). $\phi(x, y, z)$ по введённому ранее предположению

имеет порядок $O(U^5)$ в тонком слое под свободной поверхностью. Следовательно, из (П1.18) можно вывести следующие порядки для волнового числа k и $F(x, y, z, \theta)$:

$$k = O(U^{-2}), \quad F(x, y, k, \theta) = O(U^9)$$

Из (П1.18) получаются следующие производные

$$\begin{aligned} \phi_{xx}(x, y, z) &= \frac{1}{4\pi^2} \int_0^\infty k dk \int_{-\pi}^\pi d\theta e^{kz+ik(x\cos\theta+y\sin\theta)} \left\{ -k^2 \cos^2 \theta F + 2ik \cos \theta \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \right\} \\ &\quad [U^5] \quad [U^7] \quad [U^9] \\ \phi_{yy}(x, y, z) &= \frac{1}{4\pi^2} \int_0^\infty k dk \int_{-\pi}^\pi d\theta e^{kz+ik(x\cos\theta+y\sin\theta)} \left\{ -k^2 \sin^2 \theta F + 2ik \sin \theta \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \right\} \\ &\quad [U^5] \quad [U^7] \quad [U^9] \end{aligned} \quad (\text{П1.19})$$

$$\phi_{zz}(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^\infty k dk \int_{-\pi}^\pi k^2 \cdot F \cdot d\theta e^{kz+ik(x\cos\theta+y\sin\theta)} d\theta,$$

$$\begin{aligned} \phi_{xy}(x, y, z) &= \\ &= \frac{1}{4\pi^2} \int_0^\infty k dk \int_{-\pi}^\pi \left\{ -k^2 \cos \theta \cdot \sin \theta \cdot F + ik \cos \theta \frac{\partial F}{\partial x} + ik \sin \theta \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial^2 F}{\partial y \partial x} \right\} \cdot e^{kz+ik(x\cos\theta+y\sin\theta)} d\theta, \end{aligned}$$

$$\phi_z(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^\infty k dk \int_{-\pi}^\pi k \cdot F \cdot d\theta e^{kz+ik(x\cos\theta+y\sin\theta)} d\theta.$$

Для определения $F(x, y, z, \theta)$ используется уравнение (П1.14), в котором сохраняются только члены низших порядков:

$$\left[-\frac{k^2}{g} \phi_{rx}^2 \cos^2 \theta + \frac{2}{g} \cos \theta \sin \theta \cdot \phi_{rx} \phi_{ry} - \frac{k^2}{g} \phi_{ry}^2 \sin^2 \theta + k \right] \cdot F = D(x, y).$$

Это выражение легко преобразуется к виду

$$\left[-\frac{k^2}{g} \left(\phi_{rx} \cos \theta + \phi_{ry} \sin \theta \right)^2 + k \right] \cdot F = D(x, y).$$

По аналогии с привычным волновым числом вводится обозначение

$$K_0 = \left[\frac{g}{\left[\phi_{rx} \cos \theta + \phi_{ry} \sin \theta \right]^2} \right]. \quad (\text{П1.20})$$

Тогда

$$\left[-\frac{k^2}{K_0} + k \right] \cdot F = D(x, y).$$

Отсюда

$$F(x, y, z, \theta) = \frac{K_0(x, y, \theta)}{k[K_0(x, y, \theta) - k]} \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty e^{-ik[\xi \cos \theta + \eta \sin \theta]} D(\xi, \eta) d\xi d\eta. \quad (\text{П1.21})$$

Здесь F удовлетворяет предыдущим допущениям, а именно, $\frac{\partial F}{\partial x} = O(F)$, $\frac{\partial F}{\partial y} = O(F)$.

Подставляя (П1.21) и (П1.18) и учитывая условие рассеяния (П1.16), получают для потенциала следующее выражение

$$\varphi(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^\infty dk \int_{-\pi}^\pi K_0(x, y, \theta) d\theta \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty e^{kz-(x-\xi)\cos\theta+(y-\eta)\sin\theta} \frac{D(\xi, \eta) d\xi d\eta}{K_0(x, y, \theta) - k}.$$

С учётом формулы Эйлера $e^{-ik\varpi} = \cos(k\varpi) - i\sin(k\varpi)$ и с учётом вычета получают

$$\int_0^{\infty} \frac{k(x, y, \theta) \cdot e^{kz} \sin(k\varpi)}{K_o(x, y, \theta) - k} dk = \pi i \left[K_o(x, y, \theta) e^{K_o(x, y, \theta)z} \sin(k\varpi) \right]$$

выражение для потенциала

$$\begin{aligned} \varphi(x, y, z) = & \frac{1}{2\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} D(\xi, \eta) d\xi d\eta \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\theta K_o(x, y, \theta) P.V. \int_0^{\infty} \frac{e^{kz} \cos(k\varpi)}{K_o(x, y, \theta) - k} dk + \\ & + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} D(\xi, \eta) d\xi d\eta \int_{-\pi/2}^{\pi/2} K_o(x, y, \theta) e^{K_o(x, y, \theta)z} \sin(K_o\varpi) d\theta, \end{aligned} \quad (\text{П1.22})$$

где $\varpi = (x - \xi)\cos\theta + (y - \eta)\sin\theta$. Для того, чтобы получить волновое поле, необходимо в формулу (П1.15) подставить производные потенциала (П1.22). Тогда при $z = 0$ производные получаются в следующем виде

$$\begin{aligned} \varphi_x(x, y, z) = & \frac{1}{2\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} D(\xi, \eta) d\xi d\eta \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\theta K_o(x, y, \theta) P.V. \int_0^{\infty} \frac{\partial}{\partial x} \frac{e^{kz} \cos(k\varpi)}{K_o(x, y, \theta) - k} dk + \\ & + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} D(\xi, \eta) d\xi d\eta \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\partial}{\partial x} \left[K_o(x, y, \theta) e^{K_o(x, y, \theta)z} \sin(K_o\varpi) \right] d\theta, \\ \varphi_y(x, y, z) = & \frac{1}{2\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} D(\xi, \eta) d\xi d\eta \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\theta K_o(x, y, \theta) P.V. \int_0^{\infty} \frac{\partial}{\partial y} \frac{e^{kz} \cos(k\varpi)}{K_o(x, y, \theta) - k} dk + \\ & + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} D(\xi, \eta) d\xi d\eta \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\partial}{\partial y} \left[K_o(x, y, \theta) e^{K_o(x, y, \theta)z} \sin(K_o\varpi) \right] d\theta. \end{aligned}$$

Производные получаются в следующем виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{K_o \cos(k\varpi)}{K_o(x, y, \theta) - k} \right\} &= \frac{-K_o \cdot k \cdot \sin(k\varpi) \cos\theta (K_o - k) - k_{ox} k \cos(k\varpi)}{(K_o - k)^2}, \\ \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \frac{K_o \cos(k\varpi)}{K_o(x, y, \theta) - k} \right\} &= \frac{-K_o \cdot k \cdot \sin(k\varpi) \sin\theta (K_o - k) - k_{oy} k \cos(k\varpi)}{(K_o - k)^2}. \end{aligned}$$

Из формулы (П1.20) легко видеть, что порядок K_o и её производных по x и y равен $[U^{-2}]$, следовательно, второе слагаемое в числителе намного меньше первого и может быть отброшено. Тогда после раскрытия скобок и отбрасывания члена высшего порядка получается

$$\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{K_o \cos(k\varpi)}{K_o(x, y, \theta) - k} \right\} = \frac{-K_o \cdot k \cdot \sin(k\varpi) \cos\theta}{K_o - k}, \quad \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \frac{K_o \cos(k\varpi)}{K_o(x, y, \theta) - k} \right\} = \frac{-K_o \cdot k \cdot \cos(k\varpi) \sin\theta}{K_o - k},$$

С учётом формулы (П1.20) для K_o из формулы (П1.15) получается

$$\begin{aligned} \zeta(x, y) = & \frac{1}{2\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} D(\xi, \eta) d\xi d\eta \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{d\theta}{\phi_{rx}(x, y, 0)\cos\theta + \phi_{ry}(x, y, 0)\sin\theta} \cdot P.V. \int_0^{\infty} \frac{k \sin(k\varpi)}{K_o(x, y, 0) - k} dk - \\ & - \frac{g}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} D(\xi, \eta) d\xi d\eta \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\cos[K_o(x, y, 0)\varpi] d\theta}{\{\phi_{rx}(x, y, 0)\cos\theta + \phi_{ry}(x, y, 0)\sin\theta\}^3}. \end{aligned} \quad (\text{П1.23})$$

Обычно определение волнового сопротивления делается по амплитудам волн далеко за корпусом судна, где $\phi_{rx} \rightarrow U$, а $\phi_{ry} \rightarrow 0$. Тогда при

$$K_o = \frac{g}{U^2 \cos^2\theta}, \quad K_o\varpi = \frac{g}{U^2 \cos^2\theta} \cdot [(x - \xi) \cos\theta + (y - \eta) \sin\theta] = \frac{g}{U^2} [x \cdot \sec\theta + y \cdot \tg\theta \cdot \sec\theta].$$

Тогда

$$\zeta(x, y) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left[S(\theta) \sin \left\{ \frac{g}{U^2} \cdot [x \cdot \sec \theta + y \cdot \operatorname{tg} \theta \sec \theta] \right\} + C(\theta) \cos \left\{ \frac{g}{U^2} \cdot [x \cdot \sec \theta + y \cdot \operatorname{tg} \theta \sec \theta] \right\} \right] d\theta, \quad (\text{П1.24}),$$

где $C(\theta) + iS(\theta) = -\frac{g}{\pi U^3} \sec^3 \theta \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} D(\xi, \eta) \exp \left\{ i \frac{g}{U^2} [\xi \cdot \sec \theta + \eta \cdot \operatorname{tg} \theta \sec \theta] \right\} d\xi d\eta.$

Волновое сопротивление определяется в этом случае по формуле

$$R_w = \pi \rho U^2 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} [C(\theta) + iS(\theta)]^2 \cos^3 \theta d\theta. \quad (\text{П1.25})$$

По этой формуле можно рассчитать волновое сопротивление тел любых размеров, так как $D(x, y)$ определяется с помощью дублированной модели численно или аналитически. На рис. П1.3. показаны результаты расчётов волнового сопротивления, полученного экспериментально и теоретически для модели М.2201 разными способами.

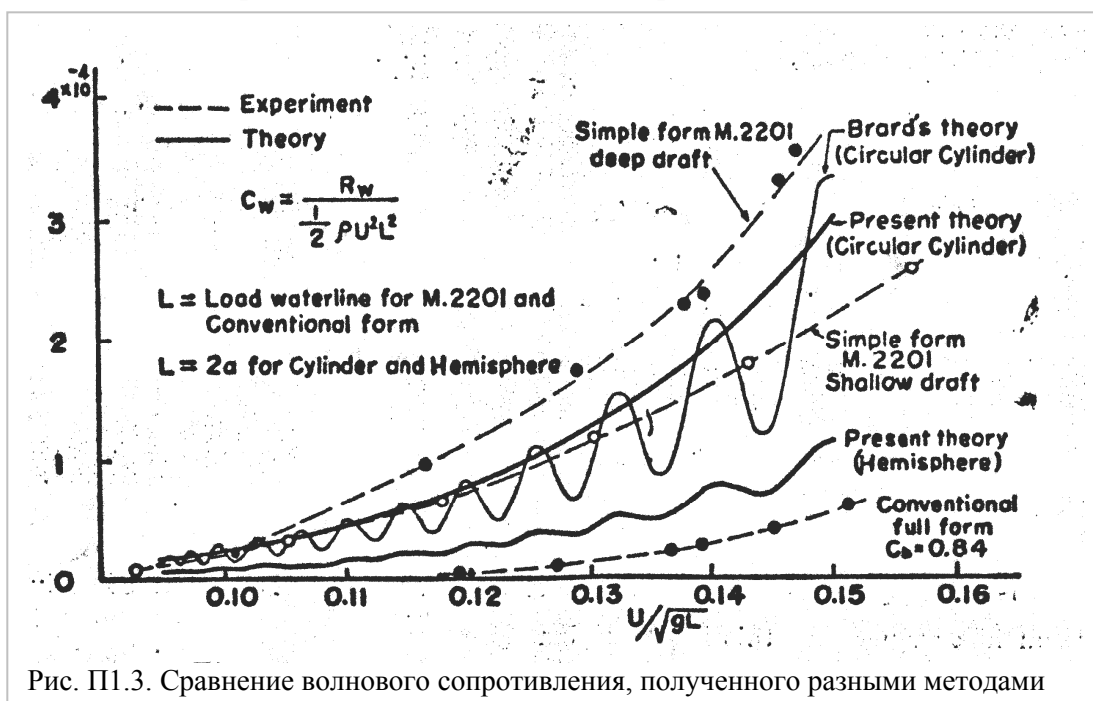


Рис. П1.3. Сравнение волнового сопротивления, полученного разными методами

Литература к ПРИЛОЖЕНИЮ П1.2.

1. Baba, E. & Takekuma, K. A study on free-surface flow of slowly moving full forms /E.Baba, K.Takekuma// J. Soc. Nav. Arch. of Japan .- 1975, 137.- P. 1-10.
2. Föttinger, H. Fortschritt der Strömungslehre im Maschinenbau und Schiffbau /H.Föttinger//. Jahrbuch STG.-1924 , 25.- P. 295 – 341, 344.
- 3 Inui, T. Study on wave-making resistance of ships /T.Inui// Soc. Nav. Arch. Japan, 60th Anniversary Series.- 1957, 2.- P.173-355.

Стоит только показать, что
какая-либо вещь невозможна,
так найдётся математик,
который её сделает
.V.Сойер

III.3 Использование Лагранжевых координат в расчётах волнового сопротивления

В данном параграфе приводятся некоторые результаты расчётов волнового сопротивления первого и второго порядка в лагранжевых координатах²¹.

Первая попытка применить Лагранжеву аналитическую механику для изучения гидромеханических систем, содержащих твёрдое тело и жидкость со свободной поверхностью, принадлежит Н.Моисееву и появилась в 1952 году [9], [10], [11]. Н.Моисеев принял свободную поверхность как поле обобщённых координат и сформулировал динамическую задачу с целью использования принципа Гамильтона. Результирующее уравнение движения было множеством дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнений, ясно отражающих новые аналитические черты, вводимые присутствием свободной поверхности. Однако Н.Моисеев разработал только линейризованную задачу и не дал объяснений Лагранжеву выражению для гидродинамических реакций, действующих на твёрдые тела, поскольку рассматривал тело и жидкость как одну динамическую систему. После этой пионерской работы несколько исследователей занялись проблемой взаимодействия тела и жидкости в контексте аналитической механики. Например С.Ванг [16], Т.А.Лукакис и П.Д.Склавонис [7] и Д.С.Павловский [12] который позже участвовал в дискуссии, и статья А.Иелдиса [20], который разработал теорию качки судна с затопленными отсеками, используя принцип Гамильтона. Однако эти работы охватывают ограниченный объём задач, относящихся к морским задачам при специальных допущениях динамики свободной поверхности.

Г.А.Атанасулис изучил концепцию взаимодействия тела и волн в контексте Лагранжевой и Гамильтоновой механики [1]. В дальнейшем обобщение вариационного принципа Люка [7] для задачи взаимодействия тела и воды было выполнено Г.А.Атанасулисом и Т.Милохом [8]. Цель более поздней работы Г.А.Атанасулиса и Т.А.Лукакиса [2] состояла в том, чтобы получить выражение Лагранжа для гидродинамических сил, действующих на твёрдое тело, движущееся в идеальной жидкости со свободной поверхностью. Для выполнения этой задачи нужно было получить выражение кинетической и потенциальной энергии жидкости в зависимости от геометрии границы, кинематики и вариационного принципа, позволяющего трансформировать интегралы давления, определяющие гидродинамические силы для получения функционала энергии жидкости, что и было сделано.

Волновое сопротивление судна при установившемся движении было сформулировано в лагранжевых координатах Дж. Вехаузенем [18]. Была получена схема итераций для первого и второго порядков. Отношение осадки к длине принято малым для упрощения численной схемы. В этой работе Дж. Вехаузен вывел формулы для использования компьютера. Было выбрано несколько моделей для расчёта волнового сопротивления. Результаты расчётов сравниваются между собой и экспериментом. Дж. Вехаузен писал, что сопротивление второго порядка показывает лучшее согласие с экспериментом, чем теория первого порядка, но в ограниченном диапазоне чисел Фруда от 0,25 до 0,35, однако даже здесь нет равномерности. Для больших чисел Фруда у теорий высшего порядка серьёзные недооценки.

Дж. Вехаузен в попытке улучшить теорию первого порядка разработал разные подходы. Вместо использования обычных эйлеровых переменных он основал теорию на лагранжевых координатах. Для этого он получил возмущенные смещения. Эти смещения играют главную роль в формулировке всей задачи. Для исключения трудностей решения нелинейной задачи он ввёл итерационную схему. Первая итерация соответствует первому порядку, вторая

²¹ Для сведения в конце данного параграфа приведены основные уравнения в переменных Лагранжа.

итерация второму и т.д. На каждой итерации область интегрирования и новые функции корпуса получены путём трансформации координат. Решение для полностью второго порядка очень сложно. Учитывая это, Дж.Вегаузен упростил решение путём использования малости отношения осадки к длине и пренебрегая членами высшего порядка.

Дж.Хонг [6] использовал решение Дж.Вегаузена, чтобы получить результирующую формулу для расчёта волнового сопротивления. Расчёты Дж.Хонг сравнил с методом Гиллотона, с теорией первого порядка и с экспериментом.

Решение задачи волнового сопротивления судна в Лагранжевых координатах.

Итак, имеется две системы координат. Одна $O', x'y'z'$, которая прикреплена к судну. Другая – пространственная система Ox, y, z . Системы совпадают, когда судно находится в покое и в равновесии. Отношение между двумя системами показано на рис. П1.4..

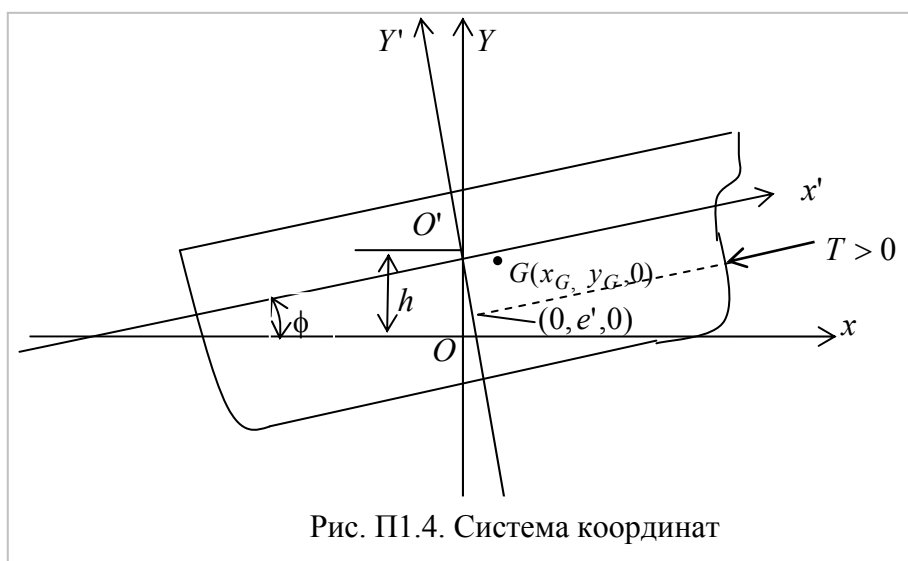


Рис. П1.4. Система координат

$$x = x' \cos \varphi - y' \sin \varphi, \quad y - h = x' \sin \varphi + y' \cos \varphi, \quad z = z', \quad (\text{П1.26})$$

где φ угол дифферента, а h - просадка. Если p - давление в некоторой точке поля и S_w - площадь смоченной поверхности судна, тогда сила, действующая на судно, получается из давления

$$\mathbf{F} = \iint_{S_o} p \mathbf{n} dS \quad (\text{П1.27})$$

и момент относительно нулевой точки

$$\mathbf{M}_o = \iint_{S_o} p \mathbf{r} \times \mathbf{n} dS, \quad (\text{П1.28})$$

где \mathbf{r} - положение вектора на S_w и \mathbf{n} - единичный вектор нормали. Когда функция корпуса даётся выражением

$$z' = f(x', y'), \quad (\text{П1.29})$$

тогда

$$\mathbf{n}(x', y') = \frac{(f_1, f_2, \pm 1)}{(1 + f_1^2 + f_2^2)^{1/2}} \quad (\text{П1.30})$$

или

$$\mathbf{n}(x', y') = \frac{(f_1 \cos \varphi - f_2 \sin \varphi, f_1 \sin \varphi + f_2 \cos \varphi, \pm 1)}{(1 + f_1^2 + f_2^2)^{1/2}}, \quad (\text{П1.31})$$

где $f_1 = \frac{\partial f}{\partial x'}$, $f_2 = \frac{\partial f}{\partial y'}$.

Предполагаем, что судно движется с постоянной скоростью U в отрицательном направлении оси x . При фиксированном судне, но свободном для дифферента и погружения, поток жидкости идёт в положительном направлении x со скоростью U . Считается, что линия тока идёт от $x = -\infty$ до $x = \infty$, идентично его y – и z – координатам на $x = -\infty$ и их β и γ соответственно. Траектория частицы выражается так:

$$x_i = x_i(t, \beta, \gamma), \quad i = 1, 2, 3. \quad (\text{П1.32})$$

Здесь индекс 1 для x , 2 – для y и 3 для z . При этом используются t, β и γ как лагранжевы координаты. Так как на $x = -\infty$ поток равномерный со скоростью $U, 0, 0$, уравнение (П1.32) удовлетворяет условиям

$$\lim_{t \rightarrow -\infty} x_t(t, \beta, \gamma) = U, \quad \lim_{t \rightarrow -\infty} y_t = \lim_{t \rightarrow -\infty} z_t = 0. \quad (\text{П1.33})$$

Для удобства (x, y, z) выражаются следующим образом:

$$x = \alpha + X(\alpha, \beta, \gamma), \quad y = \beta + Y(\alpha, \beta, \gamma), \quad z = \gamma + Z(\alpha, \beta, \gamma), \quad (\text{П1.34})$$

где $\alpha = Ut$. Функции X, Y и Z в уравнении (П1.34) должны удовлетворять условию

$$\lim_{t \rightarrow -\infty} x_i(\alpha, \beta, \gamma) = 0, \quad i = 1, 2, 3 \quad (\text{П1.35})$$

из уравнения (П1.32).

Введя лагранжевы координаты в уравнение неразрывности, импульса и граничные условия на свободной поверхности и на поверхности корпуса, Дж.Вегаузен получил уравнения первого и второго порядка задачи. Они даны в его упомянутой уже работе 1969 года (рис. П1.5)..

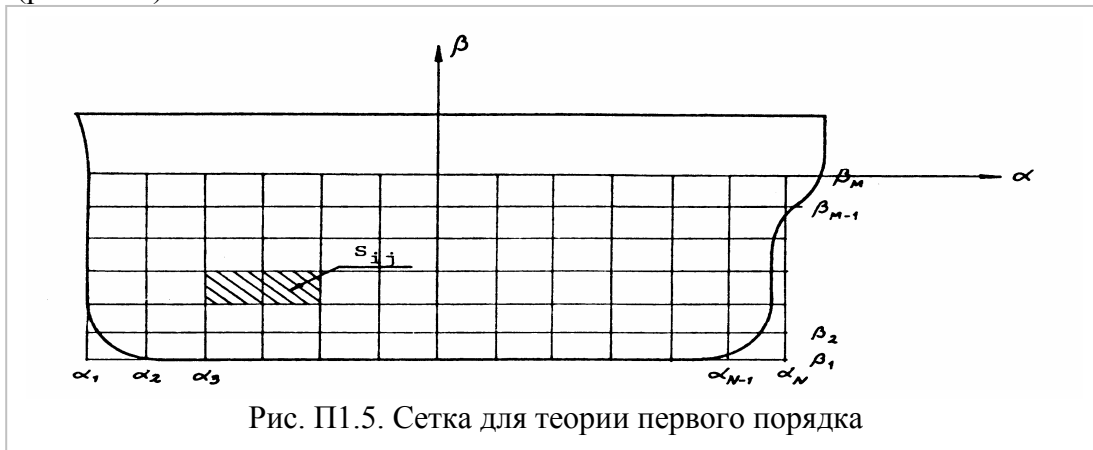


Рис. П1.5. Сетка для теории первого порядка

Решение задачи

Решение задачи было получено в следующем виде: смещение возмущения первого порядка

$$X^{(1)}(\alpha, \beta, \gamma) = \frac{1}{2\pi} \iint_{S_0} G_\alpha(\alpha, \beta, \gamma; \alpha', \beta', 0) f(\alpha', \beta') d\alpha' d\beta', \quad (\text{П1.36})$$

$$Y^{(1)}(\alpha, \beta, \gamma) = \frac{1}{2\pi} \iint_{S_0} G_\beta(\alpha, \beta, \gamma; \alpha', \beta', 0) f(\alpha', \beta') d\alpha' d\beta', \quad (\text{П1.37})$$

$$Z^{(1)}(\alpha, \beta, \gamma) = \frac{1}{2\pi} \iint_{S_0} G_\gamma(\alpha, \beta, \gamma; \alpha', \beta', 0) f(\alpha', \beta') d\alpha' d\beta', \quad (\text{П1.38})$$

где G - функция Грина, выраженная следующим образом:

$$\begin{aligned}
 G_{\alpha}(\alpha, \beta, \gamma; \alpha', \beta', \gamma') = & \\
 = -[(\alpha - \alpha')^2 + (\beta - \beta')^2 + (\gamma - \gamma')^2]^{-1/2} & + [(\alpha - \alpha')^2 + (\beta + \beta')^2 + (\gamma - \gamma')^2]^{-1/2} + \\
 + \frac{4k_o}{\pi} \int_0^{\pi/2} d\theta \sec^2 \theta \int_{0, \infty} dk \cdot \exp[k(\beta + \beta')J] \cdot \frac{\cos[k(\alpha - \alpha') \cos \theta] \cdot \cos[k(\gamma - \gamma') \sin \theta]}{k - k_o \sec^2 \theta} & + \\
 + 4k_o \int_0^{\pi/2} d\theta \sec^2 \theta \cdot \exp[k(\beta + \beta') \sec^2 \theta] \sin[k_o(\alpha - \alpha') \sec \theta] \cdot \cos[k(\gamma - \gamma') \sin \theta \sec^2 \theta], &
 \end{aligned} \tag{П1.39}$$

где $k_o = g/U^2$. Индексы в уравнениях (П1.36), (П1.37) и (П1.38) всюду означают частные производные по соответствующим переменным. Функция $f(\alpha, \beta)$ может быть получена подстановкой выражений (П1.26) и (П1.34) в уравнение (П1.29). S_o - диаметральная плоскость $f(\alpha, \beta)$.

Волновое сопротивление

$$T^{(1)} = 2\rho U^2 \iint_{S_o} f(\alpha, \beta) X_{\alpha\alpha}^{(1)}(\alpha, \beta, 0) d\alpha d\beta, \tag{П1.40}$$

где ρ массовая плотность воды. Уравнения для посадки и дифферента следующие:

$$X_{A'}\varphi^{(1)} + h^{(1)} = \frac{2}{A} \int dx' f(x', 0) Y^{(1)}(x', 0, 0), \tag{П1.41}$$

$$\frac{V}{A} H_p \varphi^{(1)} + x_{A'} h^{(1)} = \frac{2}{A} \int dx' f(x', 0) Y^{(1)}(x', 0, 0) x', \tag{П1.42}$$

где A - площадь ватерлинии, $(x', 0)$ - центр площади, V - объёмное водоизмещение, H_p - высота продольного метacentра. Водоизмещение второго порядка следующее:

$$X_{\alpha}^{(2)}(\alpha, \beta, \gamma) = \frac{1}{2\pi} \iint_{S_1} d\alpha' d\beta' G_{\alpha}(\alpha, \beta, \gamma; \alpha', \beta', 0) f_{\alpha'\alpha'}^{(1)}(\alpha', \beta') + 0(\delta^2), \tag{П1.43}$$

$$Y_{\alpha}^{(2)}(\alpha, \beta, \gamma) = \frac{1}{2\pi} \iint_{S_1} d\alpha' d\beta' G_{\beta}(\alpha, \beta, \gamma; \alpha', \beta', 0) f_{\alpha'\beta'}^{(1)}(\alpha', \beta') + 0(\delta^2), \tag{П1.44}$$

$$Z_{\alpha}^{(2)}(\alpha, \beta, \gamma) = \frac{1}{2\pi} \iint_{S_1} d\alpha' d\beta' G_{\gamma}(\alpha, \beta, \gamma; \alpha', \beta', 0) f_{\alpha'\alpha'}^{(1)}(\alpha', \beta') + 0(\delta^2), \tag{П1.45}$$

где $f^{(1)}(\alpha, \beta)$ функция корпуса второго порядка и S_1 и диаметральная плоскость $f^{(1)}(\alpha, \beta)$. Волновое сопротивление второго порядка

$$T^{(2)} = 2\rho U^2 \iint_{S_o} d\alpha d\beta f^{(1)}(\alpha, \beta) X_{\alpha\alpha}^{(2)}(\alpha, \beta, 0) + 0(\delta^3), \tag{П1.46}$$

где δ - отношение осадки к длине. В этих уравнениях влияние малого δ было принято в расчёт. Подстановка уравнения (П1.43) в уравнение (П1.46) и интегрирование по частям даёт волновое сопротивление второго порядка в виде:

$$\begin{aligned}
 T^{(2)} = \frac{\rho U^2}{\pi} \iint_{S_1} f^{(1)}(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \int d\beta' f_{\alpha'}^{(1)}(\alpha', \beta') G_{\alpha}(\alpha, \beta, 0; \alpha', \beta', 0) \Big|_{\text{нос}}^{\text{корма}} + \\
 + \frac{\rho U^2}{\pi} \iint_{S_1} d\alpha' d\beta' \iint_{S_1} d\alpha d\beta f^{(1)}(\alpha, \beta) f^{(1)}(\alpha', \beta') G_{\alpha\alpha\alpha}(\alpha, \beta, 0; \alpha', \beta', 0)
 \end{aligned} \tag{П1.47}$$

Численные расчёты первого порядка

Цель расчётов первого порядка состоит в том, чтобы обеспечить данные для преобразования функции корпуса. Рассчитываются следующие величины: $X^{(1)}, Y^{(1)}, Z^{(1)}, h^{(1)}, \varphi^{(1)}, T^{(1)}$. Для упрощения численных расчётов уравнение (П1.39) выражается в дифференциальной форме, предполагая по Янгу [19]

$$G(\alpha, \beta, \gamma; \alpha', \beta', \gamma') = -\frac{1}{r} + \frac{1}{r_1} + \frac{4k_o}{\pi} \int_0^{\pi/2} \sec^2 \theta d\theta \int_0^{\infty} \frac{\bar{\rho} + k_o(\beta + \beta') \sec^2 \theta}{[\bar{\rho} + k_o(\beta + \beta') \sec^2 \theta]^2 + k_o^2(\alpha - \alpha')^2 \sec^2 \theta} -$$

$$- 8H(\alpha - \alpha') k_o \int_0^{\pi/2} \sec^2 \theta \exp[k_o(\beta + \beta') \sec^2 \theta] \cdot \sin[k_o(\alpha - \alpha') \sec \theta] d\theta, \quad (\text{П1.48})$$

где $r = [(\alpha - \alpha')^2 + (\beta - \beta')^2]^{1/2}$, $r_1 = [(\alpha - \alpha')^2 + (\beta + \beta')^2]^{1/2}$ и $H(\alpha)$ - функция Хевисайда, определённая как 1 для $\alpha > 0$, $\alpha = 0$ и $\alpha < 0$. Здесь принимается $\gamma = \gamma' = 0$.

За исключением математических моделей трудно выразить функцию корпуса одним уравнением. Следовательно, предполагается функция корпуса кусочно-гладкой в α - направлении и кусочно-непрерывной в β - направлении. В каждом прямоугольнике, определённом $\alpha_{2i-1} \leq \alpha \leq \alpha_{2i+1}$, $i = 1, 2, \dots, (N-1)/2$ и $\beta_{j-1} \leq \beta \leq \beta_{j+1}$, $j = 1, 2, \dots, M-1$ (см. рис. П1.5) определяется функция

$$f(\alpha, \beta) = A_{ij} + B_{ij}\alpha + C_{ij}\alpha^2 + \beta(D_{ij} + E_{ij}\alpha + F_{ij}\alpha^2), \quad (\text{П1.49})$$

где $A_{ij}, B_{ij}, \dots, F_{ij}$ - константы. Они могут быть легко определены подстановкой координат корпуса в уравнение (П1.39) на шести точках сетки $\alpha_{2i-1}, \alpha_{2i}, \alpha_{2i+1}, \beta_j, \beta_{j+1}$. Здесь шесть линейных уравнений для неизвестных констант в определённой площади. Затем производные функции корпуса

$$f_\alpha(\alpha, \beta) = B_{ij} + 2C_{ij}\alpha + \beta(E_{ij} + 2F_{ij}\alpha), \quad (\text{П1.50})$$

$$f_\beta(\alpha, \beta) = D_{ij} + E_{ij}\alpha + F_{ij}\alpha^2. \quad (\text{П1.51})$$

При интегрировании уравнения (П1.36) по частям $X^{(1)}$ становится

$$X^{(1)}(\alpha, \beta, 0) = \frac{1}{2} \iint_{S_o} G(\alpha, \beta, 0, \alpha', \beta', 0) f_\alpha(\alpha', \beta') d\alpha', d\beta'. \quad (\text{П1.52})$$

Здесь используется тот факт, что

$$G(\alpha, \beta, 0; \alpha', \beta', 0) = -G(\alpha, \beta, 0; \alpha', \beta', 0) \text{ и } f(-L/2, \beta) = f(L/2, \beta) = 0.$$

Подставляя уравнения (П1.48) и (П1.50) в уравнение (П1.52) и интегрируя по частям, получают следующее уравнение для расчёта $X^{(1)}$:

$$X^{(1)}(\alpha, \beta, 0) = \sum_{i=1}^{(N-1)/2} \sum_{j=1}^{M-1} \left[\frac{1}{2\pi} \int_{\alpha_{2i-1}}^{\alpha_{2i+1}} d\alpha' \{ -[B_{ij} + 2C_{ij}\alpha' + \beta(E_{ij} + 2F_{ij}\alpha')] \cdot \right.$$

$$\times \ln \left\{ \beta - \beta + [(\alpha - \alpha')^2 + (\beta - \beta')^2]^{1/2} \right\} - (E_{ij} + 2F_{ij}\alpha') \times [(\alpha - \alpha')^2 + (\beta - \beta')^2]^{1/2} +$$

$$+ [B_{ij} + 2C_{ij}\alpha' - \beta(E_{ij} + 2F_{ij}\alpha')] \times \ln \left\{ \beta + \beta + [(\alpha - \alpha')^2 + (\beta - \beta')^2]^{1/2} \right\} + (E_{ij} + 2F_{ij}\alpha') \times$$

$$\times [(\alpha - \alpha')^2 + (\beta - \beta')^2]^{1/2} \Big|_{\beta=\beta_j}^{\beta=\beta_{j+1}} + \frac{1}{2\pi} \int_{S_{ij}} d\alpha' d\beta [B_{ij} + 2C_{ij}\alpha' + \beta(E_{ij} + 2F_{ij}\alpha')] \cdot$$

$$\cdot \int_0^{\pi/2} \sec^2 \theta d\theta \cdot \frac{4k_o}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\bar{\rho} + k_o(\beta + \beta') \sec^2 \theta}{[\bar{\rho} + k_o(\beta + \beta') \sec^2 \theta]^2 + k_o^2(\alpha - \alpha')^2 \sec^2 \theta} e^{-\bar{\rho}} d\bar{\rho} -$$

$$- \frac{1}{2\pi} \cdot 8H(\alpha - \alpha') \left\{ \frac{J_{2,C}}{k_o} [B_{ij} + 2C_{ij}\alpha' + \beta(E_{ij} + 2F_{ij}\alpha')] + \frac{J_{3,S}}{k_o^3} (2C_{ij} + 2F_{ij}\beta) \right.$$

$$\left. - \frac{J_{4,C}}{k_o^2} (E_{ij} + 2F_{ij}\alpha') - 2F_{ij} \frac{J_{5,S}}{k_o^3} \right\} \Bigg|_{\alpha'=\alpha_{2i-1}}^{\alpha'=\alpha_{2i+1}} \Bigg|_{\beta=\beta_j}^{\beta=\beta_{j+1}} \quad (\text{П1.53})$$

где

$$J_{P,C} = \int_1^{\infty} \frac{d\lambda}{\lambda^P (\lambda^2 - 1)^{1/2}} \cdot \exp[k_o (\beta + \beta') \lambda^2] \cos[k_o (\alpha - \alpha') \lambda], \quad p = 0, 2, 4, \dots$$

$$J_{P,S} = \int_1^{\infty} \frac{d\lambda}{\lambda^P (\lambda^2 - 1)^{1/2}} \cdot \exp[k_o (\beta + \beta') \lambda^2] \sin[k_o (\alpha - \alpha') \lambda], \quad p = 1, 3, 5, \dots$$

и S_{ij} -подобласть интегрирования (см. рис. П1.5). Чтобы получить удобное выражение для $Y^{(1)}$ сначала дифференцируется уравнение (П1.48) по β и β' соответственно. Затем получается следующее соотношение между G_{β} и $G_{\beta'}$:

$$G_{\beta}(\alpha, \beta, 0; \alpha', \beta', 0) = G_{\beta'}(\alpha, \beta, 0; \alpha', \beta', 0) + \frac{2(\beta - \beta')}{[(\alpha - \alpha')^2 + (\beta - \beta')^2]^{3/2}}. \quad (\text{П1.54})$$

Подстановка этого в уравнение (П1.37) и интегрирование по частям дают следующее уравнение для $Y^{(1)}$:

$$Y^{(1)}(\alpha, \beta, 0) = \frac{1}{2\pi} \int \left[G(\alpha, \beta, 0; \alpha', 0, 0) + \frac{2}{[(\alpha - \alpha')^2 + \beta^2]^{1/2}} \right] f(\alpha, 0) d\alpha' - \\ - \frac{1}{2\pi} \iint_{S_o} \left[G(\alpha, \beta, 0; \alpha', 0, 0) + \frac{2}{[(\alpha - \alpha')^2 + (\beta - \beta')^2]^{1/2}} \right] \cdot f_{\beta'}(\alpha', \beta') d\alpha' d\beta' \quad (\text{П1.55})$$

При этом используется факт, что $f(\alpha', -H) = 0$. Подстановка уравнений (П1.48), (П1.49) и (П1.51) в уравнение (П1.55) и интегрирование по частям даёт $Y^{(1)}$ в виде:

$$Y^{(1)}(\alpha, \beta, 0) = \sum_{i=1}^{(N-1)/2} \left[\frac{1}{2\pi} \int_{\alpha_{2i-1}}^{\alpha_{2i+1}} d\alpha' \frac{2(A_{ij} + B_{ij}\alpha' + C_{ij}\alpha'^2)}{[(\alpha - \alpha')^2 + \beta^2]^{1/2}} + \frac{1}{2\pi} \int_{\alpha_{2i-1}}^{\alpha_{2i+1}} d\alpha' (A_{ij} + B_{ij}\alpha' + C_{ij}\alpha'^2) \cdot \right. \\ \cdot \frac{4k_o}{\pi} \int_0^{\pi/2} \sec^2 \theta d\theta \int_0^{\infty} \frac{\bar{\rho} + k_o \beta \sec^2 \theta}{(\bar{\rho} + k_o \beta \sec^2 \theta)^2 + k_o^2 (\alpha - \alpha')^2 \sec^2 \theta} - \frac{1}{2\pi} \cdot 8H(\alpha - \alpha') \cdot \\ \cdot \left. \left\{ J_{0,C}(A_{ij} + B_{ij}\alpha' + C_{ij}\alpha'^2) + \frac{J_{1,S}}{k_o} (B_{ij} + 2C_{ij}\alpha') - \frac{J_{2,C}}{k_o^2} \cdot 2C_{ij} \right\} + \right. \\ + \sum_{i=1}^{(N-1)/2} \sum_{j=1}^{M-1} \left[-\frac{1}{2\pi} \int_{\alpha_{2i-1}}^{\alpha_{2i+1}} d\alpha' (D_{ij} + E_{ij}\alpha' + F_{ij}\alpha'^2) \cdot (-\ln\{\beta' - \beta + [(\alpha - \alpha')^2 + (\beta - \beta')^2]^{1/2}\}) + \right. \\ + \ln\{\beta' + \beta + [(\alpha - \alpha')^2 + (\beta - \beta')^2]^{1/2}\} \Big|_{\beta'=\beta_j}^{\beta'=\beta_{j+1}} - \frac{1}{2\pi} \iint_{S_{ij}} (D_{ij} + E_{ij}\alpha' + F_{ij}\alpha'^2) d\alpha' d\beta' - \frac{4k_o}{\pi} \int_0^{\pi/2} \sec^2 \theta d\theta \\ \times \int_0^{\infty} \frac{\bar{\rho} + k_o (\beta + \beta') \sec^2 \theta}{[\bar{\rho} + k_o (\beta + \beta') \sec^2 \theta]^2 + k_o^2 (\alpha - \alpha')^2 \sec^2 \theta} e^{-\bar{\rho}} d\bar{\rho} + \\ + \frac{1}{2\pi} \cdot 8H(\alpha - \alpha') \left. \left\{ \frac{J_{2,C}}{k_o} [D_{ij} + E_{ij}\alpha' + F_{ij}\alpha'^2] + \frac{J_{3,S}}{k_o^2} (E_{ij} + 2F_{ij}\alpha') - \frac{J_{4,C}}{k_o^3} 2F_{ij} \right\} \Big|_{\beta'=\beta_j}^{\alpha'=\alpha_{2i+1}} \Big|_{\beta'=\beta_j}^{\beta'=\beta_{j+2}} \right] \quad (\text{П1.56})$$

Для расчёта $h^{(1)}$ и $\varphi^{(1)}$ используются прямо уравнения (П1.41) и (П1.42). Для расчёта волнового сопротивления первого порядка получается следующее уравнение путём интегрирования уравнения (П1.40) по частям и использования факта, что $f(-L/2, \beta)$ и $f(L/2, \beta)$ равны нулю:

$$T^{(1)} = -2\rho U^2 \iint_{S_0} d\alpha d\beta f_\alpha(\alpha, \beta) X_\alpha^{(1)}(\alpha, \beta, 0). \quad (\text{П1.57})$$

Двойные интегралы по θ и $\bar{\rho}$, $J_{P,C}$ и $J_{P,S}$ для $p > 2$ в уравнениях (П1.53) и (П1.56) были посчитаны Янгом [19], и значения для $p = 0$ и 1 по Дж.Хонгу и сохранены на магнитофоне для дальнейшего использования. Они являются функциями $(\alpha - \alpha') \geq 0$ и $(\beta + \beta') < 0$. Все другие интегралы были посчитаны численно.

Подынтегральные функции уравнений (П1.53) и (П1.56) имеют бесконечные значения, когда $\alpha = \alpha'$ и $\beta = \beta'$. Для того, чтобы обойти эти сингулярности, не интегрируют члены с $1/r$, где $r = [(\alpha - \alpha')^2 + (\beta - \beta')^2]^{1/2}$ по α' или β' , но вместо этого используют полярные координаты в подобласти, чьи углы содержат эти сингулярности. Первый член уравнения (П1.56) однако имеет сингулярности, потому что это линейный интеграл. Для исключения прямого контакта с сингулярностями используется уравнение условия на свободной поверхности из работы Дж.Вегаузена, когда $\beta = 0$ и получают следующее:

$$Y^{(1)}(\alpha, 0, 0) = \frac{X_\alpha^{(1)}(\alpha, 0, 0)}{k_0}. \quad (\text{П1.58})$$

Преобразование функции корпуса

Далее необходимо преобразовать функцию корпуса первого порядка в функцию второго порядка. Преобразованная функция получается из уравнения (37) той же работы Дж.Вегаузена с $n = 1$ в следующем виде:

$$f^{(1)}(\alpha, \beta) = f([\alpha + X^{(1)}(\alpha, \beta, 0)] \cos \varphi^{(1)} + [\beta - h^{(1)} + Y^{(1)}] \sin \varphi^{(1)}, -[\alpha + X^{(1)}] \sin \varphi^{(1)} + [\beta - h^{(1)} + Y^{(1)}] \cos \varphi^{(1)}) = f(x_1', y_1'), \quad (\text{П1.59})$$

где

$$x_1' = [\alpha + X^{(1)}] \cos \varphi^{(1)} + [\beta - h^{(1)} + Y^{(1)}] \sin \varphi^{(1)},$$

$$y_1' = [\alpha + X^{(1)}] \sin \varphi^{(1)} + [\beta - h^{(1)} + Y^{(1)}] \cos \varphi^{(1)}.$$

При получении точной формы $f^{(1)}(\alpha, \beta)$ тоже возникают трудности. Во-первых, x_1' и y_1' рассчитываются и, если $|x_1'| > L/2$ и $y_1' < -H$, тогда $f^{(1)}(\alpha, \beta) = 0$. Иначе подставляются x_1' и y_1' для α и β соответственно в уравнение (П1.49) и рассчитывается $f^{(1)}(\alpha, \beta)$. Отношение между функцией корпуса первого порядка и второго порядка показано схематически на рис. П1.6.

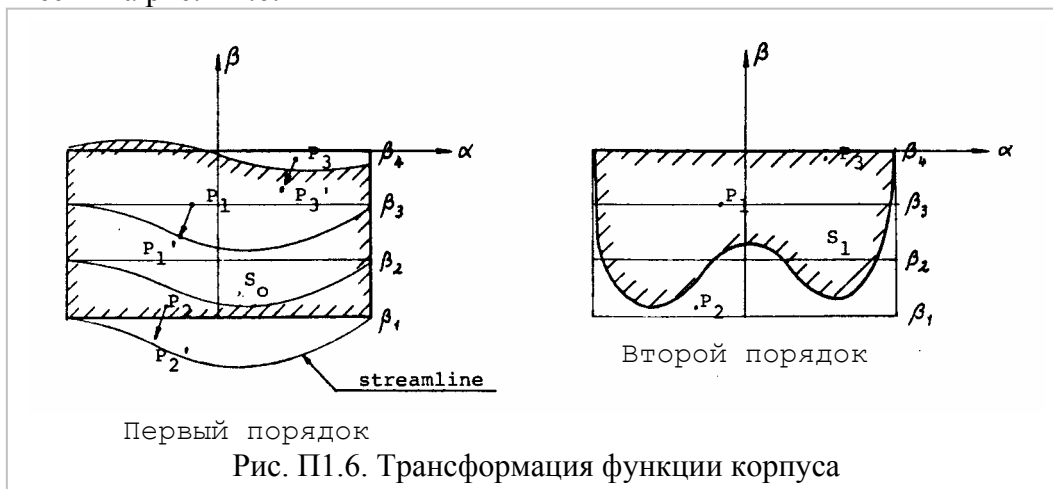


Рис. П1.6. Трансформация функции корпуса

Точки $P_1(\alpha, \beta)$ соответствуют таким же точкам на корпусе первого и второго порядка. Для данной точки (α, β) $P_1'(x_1', y_1')$ может быть получена из уравнения (П1.59), и можно

также посчитать $f^{(1)}(\alpha, \beta)$. Это значит, что функция корпуса второго порядка $f^{(1)}(\alpha, \beta)$ в точке $P_1(\alpha, \beta)$ соответствует точно точке $P_1'(x_1', y_1')$ первого порядка. Из точки $P_2(\alpha, \beta)$ получается $P_2'(x_1', y_1')$, которая находится вне S_o . Следовательно, $P_2'(x_1', y_1')$ во втором порядке вне S_1 . Путём подобных рассуждений функция корпуса второго порядка в точке $P_3(\alpha, \beta)$ так же, как функция корпуса первого порядка, получается в точке $P_3'(x_1', y_1')$. Физическая интерпретация этой трансформации следующая. Расчёты линий тока на $\beta = \beta_1$ первого порядка теперь деформируются в прямые линии, и эти прямые линии берутся как $\beta = \beta_1$ для второго порядка. Для $\beta = \beta_2$ линии тока снова трансформируются в прямые линии во втором порядке и т.д. Линии прямого дна в первом порядке трансформируются в кривые линии дна во втором порядке. Прямые линии первого порядка становятся прямыми линиями при $\beta = 0$, как было определено в работе Дж.Вехаузена (см. стр. 20 работы Дж.Вехаузена).

Для расчётов волнового сопротивления второго порядка также необходимы $f_\alpha^{(1)}(\alpha, \beta)$ и $f_{\alpha\alpha}^{(1)}(\alpha, \beta)$. Их можно получить простым дифференцированием $f^{(1)}(\alpha, \beta)$ по α один и два раза соответственно. Однако поскольку функция $f^{(1)}(\alpha, \beta)$ трансформирована из функции корпуса первого порядка численно, она будет иметь маленькие «негладкости», которые будут причиной больших численных ошибок в производных второго порядка. Для исключения этого необходимо получить $f_\alpha^{(1)}(\alpha, \beta)$ прямо из преобразования функции. Уравнение (П1.59) дифференцируется соответственно по α . Тогда получается:

$$f_\alpha^{(1)}(\alpha, \beta) = (f_1 \cos \varphi^{(1)} - f_2 \sin \varphi^{(1)})(1 + X_\alpha^{(1)}) + (f_1 \sin \varphi^{(1)} + f_2 \cos \varphi^{(1)})Y_\alpha^{(1)}, \quad (\text{П1.60})$$

где f_1 и f_2 даны в уравнении (П1.31). Такой же метод, как для трансформации $f^{(1)}(\alpha, \beta)$, применяется к уравнению (П1.60), чтобы получить производную. Для расчёта $f_{\alpha\alpha}^{(1)}(\alpha, \beta)$ дифференцируется $f_\alpha^{(1)}(\alpha, \beta)$ численно один раз по α .

Численные расчёты второго порядка

Когда получена функция корпуса второго порядка, можно посчитать волновое сопротивление второго порядка. Интегрирование уравнения (П1.46) по частям даёт $T^{(2)}$ в следующей форме

$$T^{(2)} = -2\rho U^2 \iint_{S_1} d\alpha d\beta f_\alpha(\alpha, \beta) X_\alpha^{(2)}(\alpha, \beta). \quad (\text{П1.61})$$

Здесь использован факт, что $f^{(1)}(\alpha, \beta)$ исчезает на границе S_1 , когда $\beta < 0$. Используя уравнение (П1.43), можно без труда рассчитать $X_\alpha^{(2)}(\alpha, \beta)$. Для $f^{(1)}(\alpha, \beta)$ будут использованы разные представления из этого в уравнении (П1.50). Определяются кусочно-линейные функции для $f_\alpha^{(1)}(\alpha, \beta)$ и $f_{\alpha\alpha}^{(1)}(\alpha, \beta)$ в области $\alpha_i < \alpha < \alpha_{i+1}$, $i = 1, 2, \dots, N-1$ и $\beta_j < \beta < \beta_{j+1}$, $i = 1, 2, \dots, M-1$ в следующем виде:

$$f_\alpha^{(1)}(\alpha, \beta) = A_{1ij} + B_{1ij}\alpha + \beta(C_{1ij} + D_{1ij}\alpha), \quad (\text{П1.62})$$

$$f_{\alpha\alpha}^{(1)}(\alpha, \beta) = A_{2ij} + B_{2ij}\alpha + \beta(C_{2ij} + D_{2ij}\alpha), \quad (\text{П1.63})$$

где A_{1ij}, \dots, D_{1ij} , A_{2ij}, \dots, D_{2ij} являются константами. Они могут быть определены подстановкой величин $f_\alpha^{(1)}$ и $f_{\alpha\alpha}^{(1)}$ в данных точках сетки, определенных из уравнения

(П1.60), в уравнения (П1.62) или (П1.63) соответственно. Здесь четыре линейных уравнения для каждой пары констант. Подставляя уравнение (П1.63) в уравнение (П1.43) и интегрируя по частям по α' , выполняются для $X\alpha^{(2)}$ следующие вычисления

$$\begin{aligned}
 X_{\alpha}^{(2)}(\alpha, \beta) = & \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=1}^{M-1} \left[\frac{1}{2\pi} \int_{\beta_j}^{\beta_{j+1}} d\beta' \{ [A_{2ij} + B_{2ij}\alpha' + \beta'(C_{2ij} + D_{2ij}\alpha')] \cdot \right. \\
 & \ln\{\alpha - \alpha' + [(\alpha - \alpha')^2 + [(\alpha - \alpha')^2 + (\beta - \beta')^2]^{1/2}\} - \\
 & - (B_{2ij} + D_{2ij}\beta') [(\alpha - \alpha')^2 + (\beta - \beta')^2]^{1/2} - [A_{2ij} + B_{2ij}\alpha' + \beta'(C_{2ij} + D_{2ij}\alpha')] \cdot \\
 & \cdot \ln\{\alpha - \alpha' + [(\alpha - \alpha')^2 + [(\alpha - \alpha')^2 + (\beta + \beta')^2]^{1/2}\} + \\
 & + (B_{2ij} + D_{2ij}\beta') [(\alpha - \alpha')^2 + (\beta + \beta')^2]^{1/2} \Big|_{\alpha'=\alpha_i}^{\alpha'=\alpha_{i+1}} + \frac{1}{2} \iint_{S_{ij}} [A_{2ij} + B_{2ij}\alpha' + \beta'(C_{2ij} + D_{2ij}\alpha')] d\alpha' d\beta' \times \\
 & \times \frac{4k_o}{\pi} \int_0^{\pi/2} \sec^2 \theta \frac{[\bar{\rho} + k_o(\beta + \beta') \sec^2 \theta] e^{-\bar{\rho}} d\bar{\rho}}{[\bar{\rho} + k_o(\beta + \beta') \sec^2 \theta]^2 + k_o^2(\alpha - \alpha')^2 \sec^2 \theta} - \\
 & \left. - \frac{1}{2\pi} \int_{\beta_j}^{\beta_{j+1}} d\beta' \cdot H(\alpha - \alpha') \left\{ J_{o,C} [A_{2ij} + B_{2ij}\alpha' + \beta'(C_{2ij} + D_{2ij}\alpha')] + \frac{J_{1,S}}{k_o} (B_{2ij} + D_{2ij}\beta') \right\} \Big|_{\alpha'=\alpha_i}^{\alpha'=\alpha_{i+1}} \right] \quad (\text{П1.64})
 \end{aligned}$$

Расчёты второго порядка без линейного интеграла

В уравнении (П1.47) волновое сопротивление второго порядка содержит линейный интеграл, и член с двойным интегралом подобен волновому сопротивлению первого порядка. Член двойного интеграла один даёт

$$T_{woli}^{(2)} = \frac{\rho U^2}{\pi} \iint_{S_1} d\alpha d\beta \iint_{S_1} d\alpha' d\beta' f^{(1)}(\alpha, \beta) f^{(1)}(\alpha', \beta') G_{\alpha\alpha\alpha}(\alpha, \beta, 0; \alpha', \beta', 0).$$

С помощью интегрирования по частям по α и α' , $T_{woli}^{(2)}$ получается в виде

$$T_{woli}^{(2)} = -\frac{\rho U^2}{\pi} \iint_{S_1} d\alpha d\beta \iint_{S_1} d\alpha' d\beta' f_{\alpha}^{(1)}(\alpha, \beta) f_{\alpha'}^{(1)}(\alpha', \beta') G_{\alpha}(\alpha, \beta, 0; \alpha', \beta', 0).$$

Здесь определяются следующие функции, подобные $X^{(1)}(\alpha, \beta)$ (см. уравнение (П1.52)):

$$\bar{X}_{(\alpha, \beta, 0)}^{(2)} = \frac{1}{2\pi} \iint_{S_1} f_{\alpha'}^{(1)}(\alpha', \beta') G(\alpha, \beta, 0; \alpha', \beta', 0) d\alpha' d\beta'. \quad (\text{П1.65})$$

Тогда $T_{woli}^{(2)}$ выражается в следующей форме

$$T_{woli}^{(2)} = -2\rho U^2 \iint_{S_1} d\alpha d\beta f_{\alpha}^{(1)}(\alpha, \beta) \bar{X}_{\alpha}^{(2)}(\alpha, \beta, 0). \quad (\text{П1.66})$$

Выражение подобно $T^{(1)}$ (см. уравнение (П1.57)). Волновое сопротивление второго порядка без линейного интеграла такое же, как первого порядка с отличным корпусом и областью интегрирования. Численные расчёты выполнены так. Во-первых, $X^{(2)}(\alpha, \beta, 0)$ посчитано по уравнению (П1.65). Схема расчёта подобна такой же, как для $X^{(1)}(\alpha, \beta, 0)$, выраженному по уравнения (П1.53). Затем результат продифференцирован по α и подставлен в уравнение (П1.66) для расчёта сопротивления.

Метод Гиллтона

Если предположить, что величина $|f_{\alpha}(\alpha, \beta)|^2$ достаточно мала, то можно использовать преобразование Гиллтона в x - направлении. Преобразование в y - направлении в методе Гиллтона делается вдоль линии изобар. Метод Гиллтона не принимает во внимание дифферент и просадку. Следовательно, если заменить линии изобар $Y^{(1)}$ в уравнении (П1.59) и если взять $h^{(1)}$ и $\varphi^{(1)}$ как нули, то получается функция преобразования для метода Гиллтона. Линии изобар получаются из уравнения (19) статьи Вехаузена в следующем виде

$$Y_{isobar}(\alpha, \beta) = -\frac{X_{\alpha}^{(1)}(\alpha, \beta)}{k_o}.$$

На $\beta = 0$ это уравнение является точным для свободной поверхности. Область интегрирования отличается от первого порядка, но формулировка для волнового сопротивления такая же, как для первого порядка. Отсюда для расчёта волнового сопротивления методом Гиллтона используются уравнения (П1.65) и (П1.66) вместо уравнений (П1.61) и (П1.64).

Результаты вычислений

Для численных расчётов выбраны пять моделей: Инуид S201, модель 3757, модель Виглея 2038С, модель серии 60 с $\delta = 0,60$ и модель 1254. За исключением серии 60, все модели с математическими обводами. Главные размерения этих моделей даны в таблице П1.1. Функции корпуса этих моделей следующие:

Модель 3757: $f(x, y) = (1 - x^2 / 100)(1 - y^2 / 1,25^2)$,

Модель 2038С: $f(x, y) = 0,875(1 - x^2 / 64)(1 - x^2 / 128)(1 - 4y^2)$,

Модель 1234 $f(x, y) = 0,667(1 - 4x^2 / 5,333^2)(1 - y^2 / 0,333^4) / 2$.

Точки сетки были выбраны на 21 шпангоутах и семи ватерлиниях для расчётов первого и второго порядка, за исключением модели 2038С, для которой точки сетки были выбраны на 21 шпангоутах и 11 ватерлиниях для расчётов второго порядка.

Таблица П1.1. Главные размерения моделей

| | Инуид 8201 | Модель 3757 | Модель 2038С | Модель Тодда 60-ой серии | Модель 1234 |
|---------------|---|-------------|--------------|--------------------------|-------------|
| Длина в фут. | 13,123 | 20,0 | 18,0 | 400,0 | 5,333 |
| Ширина в фут. | 1,611 | 2,0 | 1,75 | 53,3 | 0,667 |
| Осадка в фут. | 0,655 | 1,25 | 0,5 | 21,33 | 0,333 |
| | (нос и корма) (1,283 фут. на миделе) | | | | |
| C_B | 0,533 | 0,444 | 0,400 | 0,600 | 0,533 |
| C_p | 0,674 | 0,667 | 0,600 | 0,614 | 0,667 |

Инуид S201

Инуид S201 может быть получен по расчётным линиям тока, образованными из распределения источников - стоков, мощность которых зависит от длины и осадки. Оригинальный Инуид был рассчитан Т.Инуи. Позже С.Шарма посчитал более точно. Для численных расчётов был использован теоретический чертёж. Рис. П1.7 показывает волновое сопротивление, рассчитанное разными методами. Для низких чисел Фруда результаты второго порядка подобны результатам, полученным по методу Гиллтона. Это приемлемое поведение, потому что на низких Фрудах почти нет значительной разницы между линиями тока и изобарами. Для высоких чисел Фруда расхождения большие. По сравнению с прямо измеренным волновым сопротивлением результаты второго порядка кажутся лучшими, чем

по методу Гиллотона в этом случае, волновое сопротивление второго порядка без линейного интеграла также показывает лучшее согласие, чем другие кривые.

Модель 3757

Модель 3757 является математической. А.Эмерсон [4], С.Гедд [5] и Дж.Ширер [13] уже использовали численные расчёты и эксперименты. Рис. П1.8 показывает волновое сопротивление, рассчитанное несколькими методами. Поскольку С.Гедд и А.Эмерсон уже рассчитали волновое сопротивление, используя метод Гиллотона, Дж.Хонг проверил точность своих методов расчёта, посчитанных по Гиллотону. На рис.П1.8 результаты С.Гедда были исправлены в соответствии с результатами, предоставленными ему Дж.Ширером и Дж.Кроссом [14], которые измерили давление на корпусе и посчитали волновое сопротивление. Сопротивление второго порядка не согласовалось с сопротивлением по Гиллотону или экспериментом на низких числах Фруда. Причина лежит в линейном интеграле, который вообще даёт отрицательные значения. Эта тенденция была подтверждена К.Эггерсом в частном обсуждении с Дж.Вегаузенем.[18] Кривая сопротивления без линейного интеграла хорошо согласуется с методом Гиллотона.

Модель 2038С [17]

Это модель с очень маленькой осадкой и подобна «плоскому» судну скорее, чем узкому судну. Рис. П1.9 показывает расчётное и измеренное волновое сопротивление. Измеренное представляет собой остаточное сопротивление, поэтому трудно прямо сравнивать с расчётами. До $Fn = 0,37$ результаты второго порядка дают хорошее предсказание, но на высоких числах Фруда расхождения возрастают. Это же наблюдается и на предыдущих моделях. Линейный интеграл рассчитывается, но он отрицательный для низких чисел Фруда положительный на высоких числах Фруда.

Серия 60

Теоретический чертёж модели был взят из работы Тодда [15] Расчётные и экспериментальные результаты волнового сопротивления показаны на рис. П1.10. Результаты второго порядка показывают большое расхождение с экспериментом и с другими методами расчётов, и для чисел Фруда между 0,25 и 0,29 предсказанные сопротивления отрицательны. Отрицательные значения вызваны линейным интегралом уравнения (П1.47). Однако линейный интеграл принимает положительные значения на числе Фруда выше 0,36. На низких числах Фруда сопротивление без линейного интеграла и сопротивление Гиллотона все хорошо согласуются с экспериментом, и на высоких числах Фруда метод Гиллотона показывает лучшее согласие с экспериментом, чем с расчётами Дж.Хонга.

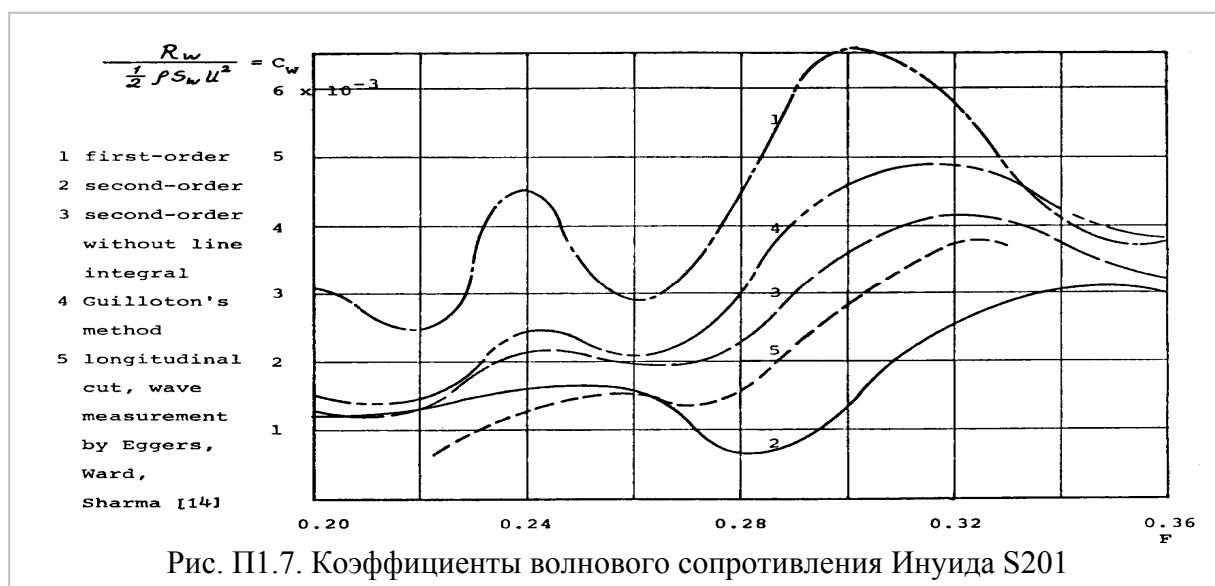
Модель 1234

Эту модель использовал Дж.Белловс [3]. Он провёл эксперимент, используя полу-модель для двух случаев. Рис. П1.11 показывает кривую сопротивления без дифферента и просадки. Сопротивление второго порядка имеет большое расхождение и, кроме того, для низких и высоких чисел Фруда становится отрицательным. На этой модели расчётный линейный интеграл показывает очень большие отрицательные значения. Сопротивление второго порядка отрицательно на низких числах Фруда. В противоположность этому сопротивление без учёта просадки и дифферента возрастает с числами Фруда. Оказалось, что линейный интеграл очень чувствителен к влиянию просадки и дифферента. Однако сопротивление второго порядка без линейного интеграла показывает маленькое влияние просадки и дифферента. На высоких числах Фруда метод Гиллотона снова даёт лучшее согласие с замерами, чем метод Дж.Хонга (рис. П1.11).

Главная цель работы Дж.Хонга состояла в том, чтобы численно посчитать волновое сопротивление второго порядка путём использования лагранжевых координат. Расчётные результаты показали ему правдоподобными, согласующимися с другими методами и

экспериментами, но для ограниченного диапазона чисел Фруда между 0,25 и 0,35, в зависимости от модели и от того, отброшен или нет линейный интеграл. Однако для больших чисел Фруда $Fn > 0,35$, где теория первого порядка (Мичелл) часто даёт хорошее согласие с экспериментом, настоящая аппроксимация проявляет себя очень плохо, давая иногда невозможные негативные величины, и в некоторых случаях недооценивая сопротивление (если можно предположить, что измеренная величина приблизительно правильная).

Эта ситуация обычно (но не всегда) несколько улучшается отрицательным линейным интегралом вдоль форштевня и ахтерштевня. Линейный интеграл также может быть причиной отрицательного сопротивления на низких числах Фруда. С другой стороны, согласно теории, разработанной Дж.Вехаузенем, здесь появляется причина для отбрасывания линейного интеграла. В соответствии с поведением на больших числах Фруда нужно отметить, что трансформации Гиллотона, основанные на изобарах вместо линий тока, также недооценивают величину сопротивления, но не так плохо, как настоящая теория.



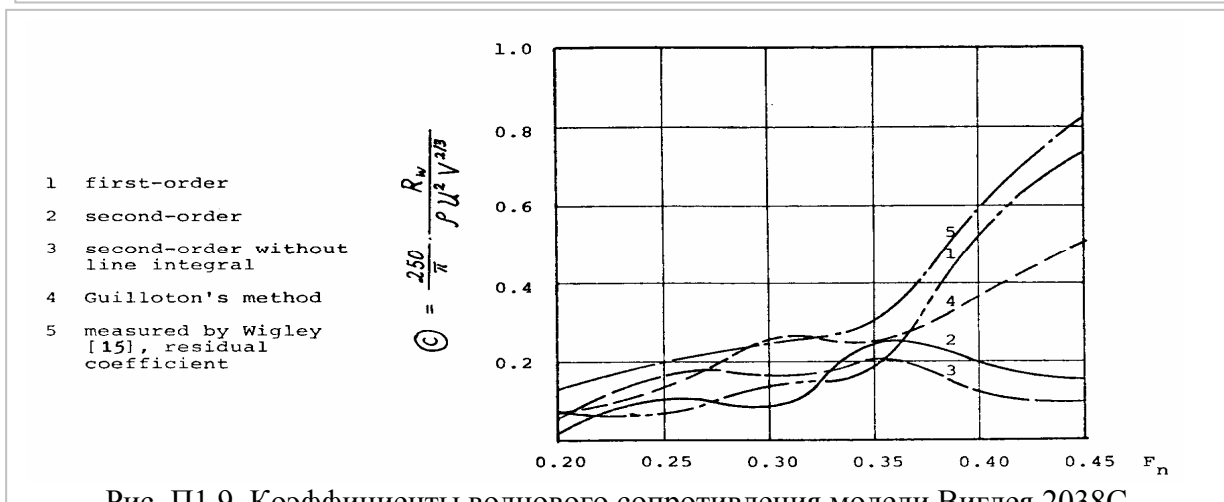
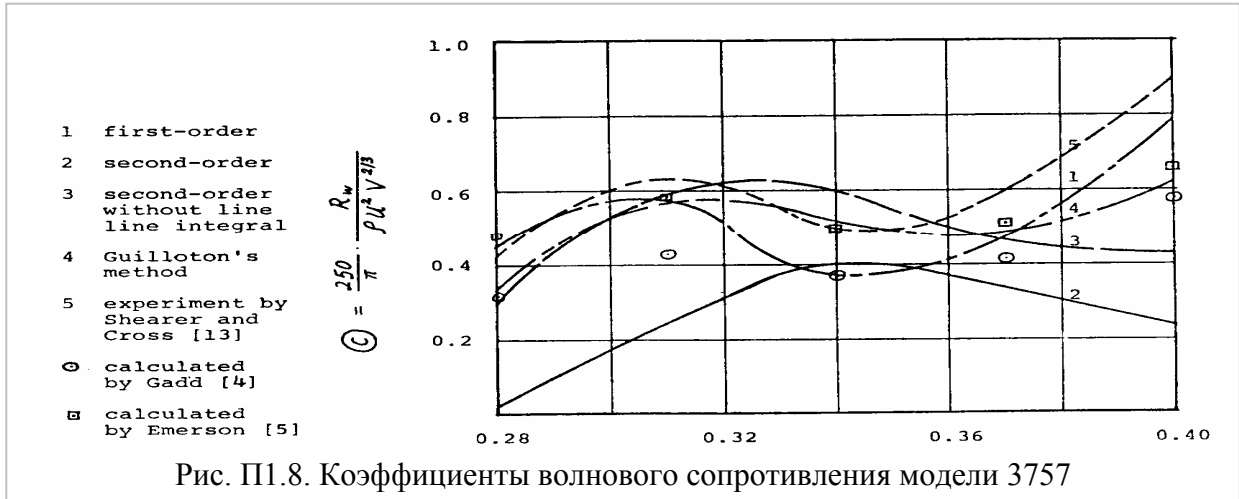
Начальная задача решена методом итераций. Решение второго порядка является результатом первой итерации. Можно рассмотреть ещё больше итераций или решение третьего порядка, однако в численных расчётах и за счёт преобразований можно потерять точность. Можно рассмотреть полностью расчётное значение без допущения малости отношения осадки к длине (см. уравнения (99), (90), (92) и (94) работы Вехаузена). Более того, неизвестно, могут ли большие разногласия такие, как отрицательное сопротивление, быть просто исправлены расчётом полного решения. Следовательно, даже, хотя не найдены формальные ошибки в работе Дж.Вехаузена, необходима перепроверка всей теории и методов аппроксимации.

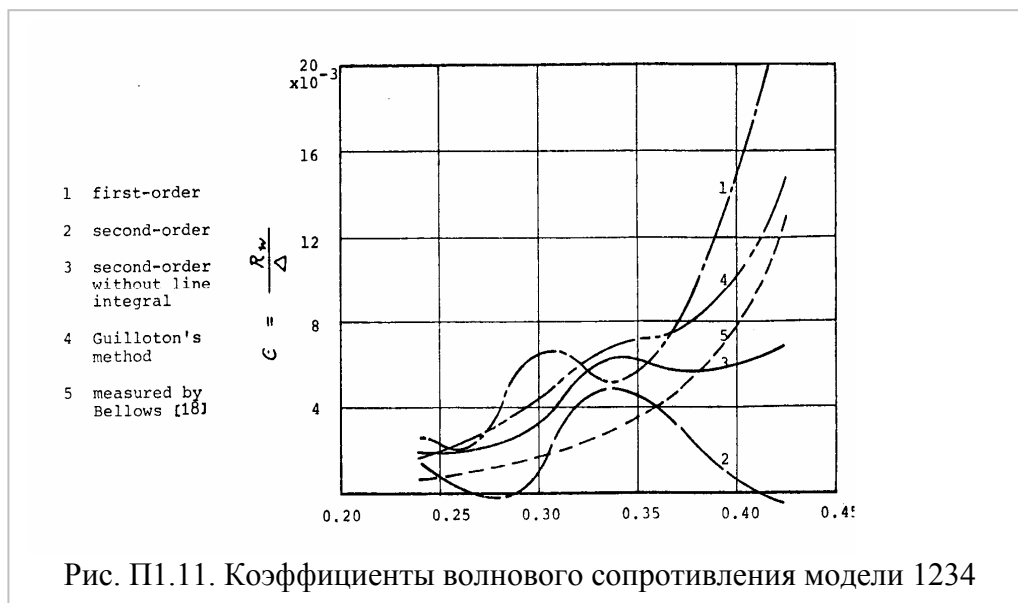
Замечание. После выполненных Дж.Хонгом по теории Дж.Вехаузена расчётов в лагранжевых координатах и анализа результатов стало ясно, что ошибки нужно искать в самой теории. Это обсуждалось на Воркшопе по расчётам волнового сопротивления в 1979 году [21]

Дж.Вехаузен по этому поводу сказал: «Поскольку я автор этой очевидно гибельной аппроксимации, возможно, я могу занять несколько минут, чтобы объяснить, почему, по моему мнению, всё так плохо. В формулировке задачи о потоке вокруг судна в Лагранжевых координатах конкретной модели потока предполагалось, что требуется кривая точек стагнации вдоль форштевня и ахтерштевня. Позже в связи с другой задачей (Schiffstechnik, vol. 23 (1976), pp. 215 -217) я познакомился с фактом, что кривые точек стагнации, возможно, только при частных и редких обстоятельствах связаны с делимостью уравнения Лапласа.

Мне кажется, что линейные интегралы в моей формулировке должны быть результатом этой дефектной модели. Может быть, стоит выполнить правильную корректировку задачи, но может потребоваться правильная качественная модель потока вокруг корпуса в точках стагнации. Я ещё не способен разработать её так, чтобы найти её качественной. Безусловно, разумной догадкой является то, что исправление приведёт к приближению второго порядка в статье В.Хонга без линейных интегралов от форштевня до ахтерштевня».

Сейчас, когда известно, что подпорные волны сдвигают вершину волновой системы судна, понятно, что искать точки стагнации нужно не на форштевне, что Дж.Вехаузен интуитивно уловил.





Дифференциальные уравнения движения в переменных Лагранжа

Для вывода уравнений движения в переменных Лагранжа используется система уравнений

$$\left. \begin{aligned} X - w_x - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} &= 0, \\ Y - w_y - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial y} &= 0, \\ Z - w_z - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{П1.67})$$

В котором проекции ускорений w_x, w_y, w_z представить в соответствии с формулами²²

$$w_x = \frac{\partial^2 x(a,b,c,t)}{\partial t^2}, \quad w_y = \frac{\partial^2 y(a,b,c,t)}{\partial t^2}, \quad w_z = \frac{\partial^2 z(a,b,c,t)}{\partial t^2},$$

как вторые производные от текущих координат x, y, z по времени t , принимая при этом во внимание, что основания уравнений $x = x(a,b,c,t), y = y(a,b,c,t), z = z(a,b,c,t)$ сами текущие координаты являются функциями переменных Лагранжа. Таким образом, исходная форма дифференциальных уравнений движения будет:

$$\left. \begin{aligned} X - \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} &= 0, \\ Y - \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial y} &= 0, \\ Z - \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{П1.68})$$

Входящие в это уравнение частные производные давления $p = p(x, y, z)$ по текущим координатам x, y, z должны быть заменены частными производными от того же давления p

²² В работе Дж.Хонга переменные a, b, c записаны в виде α, β, γ .

по начальным координатам a, b, c . Пользуясь теоремой о сложных функциях, эти частные производные давления представляют в таком виде

$$\frac{\partial p}{\partial a} = \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial a} + \frac{\partial p}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial a} + \frac{\partial p}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial a}, \quad \frac{\partial p}{\partial b} = \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial b} + \frac{\partial p}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial b} + \frac{\partial p}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial b}, \quad \frac{\partial p}{\partial c} = \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial c} + \frac{\partial p}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial c} + \frac{\partial p}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial c}. \quad (\text{П1.69})$$

Уравнения движения жидкости в форме Лагранжа составляют не для трёх направлений координатных осей x, y, z , как исходные уравнения движения (П1.68), а по трём переменным Лагранжа a, b, c , являющиеся начальными координатами жидкой точки. Чтобы составить уравнение движения по переменной надо первое уравнение движения системы (П1.68) умножить на $\frac{\partial x}{\partial a}$, второе на $\frac{\partial y}{\partial a}$ и третье на $\frac{\partial z}{\partial a}$ и затем сложить все три уравнения между

собой. В результате этого сложения трёх уравнений (П1.68) совокупное уравнение движения по переменной a будет

$$\left(X - \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \right) \frac{\partial x}{\partial a} + \left(Y - \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \right) \frac{\partial y}{\partial a} + \left(Z - \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} \right) \frac{\partial z}{\partial a} - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial a} + \frac{\partial p}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial a} + \frac{\partial p}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial a} \right) = 0.$$

Составляют подобные же уравнения по двум другим переменным Лагранжа b и c и, заменив в них суммы производных от давления, определяемых по формулам (П1.69), частными производными давления p по начальным координатам a, b, c , получают систему уравнений

$$\left. \begin{aligned} \left(X - \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \right) \frac{\partial x}{\partial a} + \left(Y - \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \right) \frac{\partial y}{\partial a} + \left(Z - \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} \right) \frac{\partial z}{\partial a} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial a} &= 0, \\ \left(X - \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \right) \frac{\partial x}{\partial b} + \left(Y - \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \right) \frac{\partial y}{\partial b} + \left(Z - \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} \right) \frac{\partial z}{\partial b} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial b} &= 0, \\ \left(X - \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \right) \frac{\partial x}{\partial c} + \left(Y - \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \right) \frac{\partial y}{\partial c} + \left(Z - \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} \right) \frac{\partial z}{\partial c} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial c} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{П1.70})$$

Система уравнений (П1.70) называется дифференциальными уравнениями движения идеальной жидкости в переменных Лагранжа. При решении уравнений Лагранжа (П1.70) необходимо для той или иной формы движения жидкости установить в аналитической форме зависимость между текущими и начальными координатами. Этим путём в дифференциальных уравнениях сокращают число переменных величин на три величины. Если считать объёмные силы заданными функциями координат и жидкость однородной, то в трёх уравнениях системы (П1.70) остаются пять переменных величин: время t , начальные координаты a, b, c и давление p . Добавляя к этой системе уравнений в качестве четвёртого уравнение неразрывности в переменных Лагранжа

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial a} & \frac{\partial x}{\partial b} & \frac{\partial x}{\partial c} \\ \frac{\partial y}{\partial a} & \frac{\partial y}{\partial b} & \frac{\partial y}{\partial c} \\ \frac{\partial z}{\partial a} & \frac{\partial z}{\partial b} & \frac{\partial z}{\partial c} \end{pmatrix} = 0, \quad (\text{П1.71})$$

получают возможность для интегрирования дифференциальных уравнений (П1.70), включая время t в функциональную зависимость между переменными a, b, c и координатами x, y, z .

Вывод уравнения неразрывности в форме Лагранжа (П1.71)

Этот вывод основан на неизменности объёма жидкой частицы в процессе движения. Объём жидкой частицы равен (рис. П1.12.) $\delta V = \delta x \cdot \delta y \cdot \delta z$,

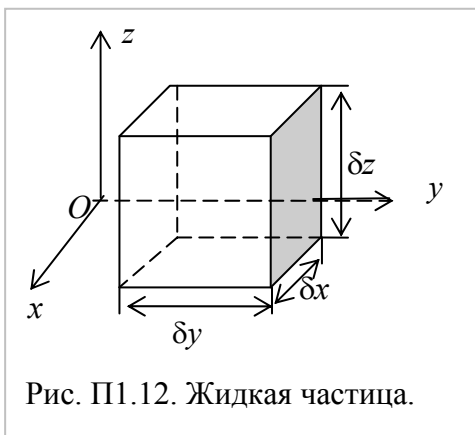


Рис. П1.12. Жидкая частица.

где

$$\Delta \mathbf{x} = \frac{\partial x}{\partial a} \delta a \mathbf{i} + \frac{\partial x}{\partial b} \delta b \mathbf{j} + \frac{\partial x}{\partial c} \delta c \mathbf{k},$$

$$\Delta \mathbf{y} = \frac{\partial y}{\partial a} \delta a \mathbf{i} + \frac{\partial y}{\partial b} \delta b \mathbf{j} + \frac{\partial y}{\partial c} \delta c \mathbf{k},$$

$$\Delta \mathbf{z} = \frac{\partial z}{\partial a} \delta a \mathbf{i} + \frac{\partial z}{\partial b} \delta b \mathbf{j} + \frac{\partial z}{\partial c} \delta c \mathbf{k}.$$

Смешанное произведение трёх векторов геометрически равно объёму параллелепипеда, построенного на этих векторах.

$$\delta V = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial a} & \frac{\partial x}{\partial b} & \frac{\partial x}{\partial c} \\ \frac{\partial y}{\partial a} & \frac{\partial y}{\partial b} & \frac{\partial y}{\partial c} \\ \frac{\partial z}{\partial a} & \frac{\partial z}{\partial b} & \frac{\partial z}{\partial c} \end{vmatrix} \delta a \cdot \delta b \cdot \delta c.$$

Производная по времени от объёма должна быть равна нулю, чтобы объём оставался неизменным. Учитывая, что величина определителя не изменится, если строки сделать столбцами, а столбцы строками, определитель получают в виде

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial a} & \frac{\partial x}{\partial b} & \frac{\partial x}{\partial c} \\ \frac{\partial y}{\partial a} & \frac{\partial y}{\partial b} & \frac{\partial y}{\partial c} \\ \frac{\partial z}{\partial a} & \frac{\partial z}{\partial b} & \frac{\partial z}{\partial c} \end{vmatrix} \delta a \cdot \delta b \cdot \delta c = 0.$$

Но так как произведение приращений $\delta a \cdot \delta b \cdot \delta c$ не может быть равно нулю, то нулю должна быть равна производная определителя по времени, откуда и получается выражение (П1.71)

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial a} & \frac{\partial x}{\partial b} & \frac{\partial x}{\partial c} \\ \frac{\partial y}{\partial a} & \frac{\partial y}{\partial b} & \frac{\partial y}{\partial c} \\ \frac{\partial z}{\partial a} & \frac{\partial z}{\partial b} & \frac{\partial z}{\partial c} \end{vmatrix} = 0.$$

Иногда удобнее представить это выражение в виде функционального определителя, то есть,

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial(x, y, z)}{\partial(a, b, c)} = 0 \quad \text{или} \quad \frac{\partial(x, y, z)}{\partial(a, b, c)} = 1.$$

Литература к ПРИЛОЖЕНИЮ П1.3.

1. Athanassoulis, G.A. A Study of Unsteady Free Surface Flows with the Aid of Variational Principles /G.A. Athanassoulis// (in Greek, English summary), Ph.D. dissertation, National Technical

- University of Athens, Department of Naval Architects and Marine Engineering, Athens.- 1982.
2. Athanassoulis, G.A. Lagrangian Expressions of the Hydrodynamics Forces Acting on a Rigid Body in the Presence of a Free Surface /G.A. Athanassoulis, T.A.Loukakis//.- Journal of Ship Research.- 1985, 29.-№1.-P. 12-22.
3. Bellows, J. Wave Patterns Measurements Using a Half-Ship Model. /J.Bellows//. M.Eg. thesis University of California», Berkeley.- 1975..
4. Emerson, A. The calculation of ship resistance. An application of Guillotons method /A.Emerson// Trans. Roy. Inst. Nav. Arch.- 1967, 109.- P. 241-248, disc. D27 – D30.
5. Gadd,G.E. Wave Resistance Calculations by Guilloton’s Method /G.E.Gadd// Trans. Royal Institution of Naval Architects.»., London.-1973, 115.- P. 377-392.
6. Hong,Y.S. Numerical Calculation of Second-Order Wave Resistance /Y.S.Hong// Journal of Ship Research.-1977, 21.- № 2.- P. 94-106.
7. Loukakis T.A. Some Extensions of Classical Approach to Ship Theory, Part 1 and Part 2 /T.A.Loukakis, P.D.Sclavounos// Journal of Ship Research.- 1978, 22.-№1.-P. 1-9.
8. Miloh, T. Hamilton’s Principle Lagrange’s Method, and Ship Motion Theory /T.Miloh//.- Journal of Ship Research.- 1984, 28.-№4.-P. 229-237.
9. Moiseev, N.N. Introduction to the Theory of Oscillating of Liquid Containing Bodies /N.N.Moiseev// Advances in Applied Mechanics.- 1964, 8.-P. 233-289.
- 10.. Moiseev, N.N. The Calculation of Free Oscillations of the Liquid in a Motionless Container /N.N.Moiseev, A.A.Petrov// Advances in Applied Mechanics.- 1966, 9.-P. 91-154.
11. Moiseev, N.N., Rumyantsev V.V. Dynamic Stability of Bodies Containing Fluid /N.N.Moiseev, V.V.Rumyantsev// Springer-Verlag, New York, 1968.
12. Pawlowski J.S. The Estimation of Diffraction Forces Components from the Equivalent Motion Concept /J.S.Pawlowski// International Shipbuilding Progress.- 1982, 29.- №331.-P. 62-73.
13. Shearer, R. A preliminary investigation of the discrepancies between the calculated and measured wavemaking of hull forms /R.Shearer// Trans. East Coast Inst. Of Eng. And Shipbuilders in Newcastle-upon Tyne».- 1951, 67.- P. 43-68, D21-D34.
14. Shearer, J.R. and Cross, J.J. The Experimental Determination of the Components of Ship Resistance for a Mathematical model /R.Shearer, J.J.Cross// Trans. INA.- 1965, 107.- P. 459-473.
15. Todd, F.H. Series 60, Methodical Experiments with Models of Single-Screw Merchant Ships, Department of the Navy, David W.Taylor Model Basin, Research and Development /F.H.Todd// Report No 1712, July 1963..
16. Wang, S. Dynamical Theory of Potential Flows with a Free Surface: A Classical Approach to Ship Theory /S.Wang // Journal of Ship Research.- 1976, 20.-№3.-P. 137-144.
17. Wigley, W.C.S. Calculated and measured wave resistance of series of forms defined algebraically, the prismatic coefficient and angle of entrance being varied independently /W.C.S. Wigley, // Trans. of the Royal Inst. of Naval Arch.- 1942, 84.- P. 52-74.
18. Wehausen, J.V. Use of Lagrangian coordinates for ship wave resistance (first- and second-order thin ship theory) /J.V.Wehausen // Journal of Ship Research.-1969, 13.-№1.- P. 12-22.
19. Yeung, R.W. Sinkage and trim in First-Order Thin-Ship Theory /R.W.Yeung // Journal of Ship Research.- 1972,18.- № 1.- P. 47-59.
20. Yildiz, A. On the Equations of Rolling Motion of a Ship with a Flooded Compartment /A.Yildiz// Ocean Engineering.- 1980, 10.- № 6.- P. 403-420.
21. Prociding of the Workshop on ship wave-resistance computations. Volume 2.-K.J. Bai, et al.- David W. Taylor Naval Ship Research and Development Center Bethe sad, MD, 1979, p.382

Начинают всегда с малого. В первый день Бог создал только небо и землю.

Кроткий Эмиль

П1.4. Разложение по малому параметру

Все развитые к настоящему времени теории второго порядка получены с помощью асимптотических методов. Для упрощения решения нелинейная задача с помощью метода малых параметров сводится к ряду линейных задач, решение которых можно получить аналитическим путём.

Разные авторы применяют разложение по малому параметру на разных этапах решения задачи. Так или иначе, для решения задачи о сопротивлении тела, движущегося по свободной поверхности, сначала получают граничные условия на свободной поверхности и на поверхности движущегося тела. В данном случае рассматривается применение метода малого параметра для решения задачи о волновом сопротивлении судна, движущегося на поверхности идеальной жидкости с постоянной скоростью.

Судно рассматривается в покое на поверхности потока, натекающего на него со скоростью U .

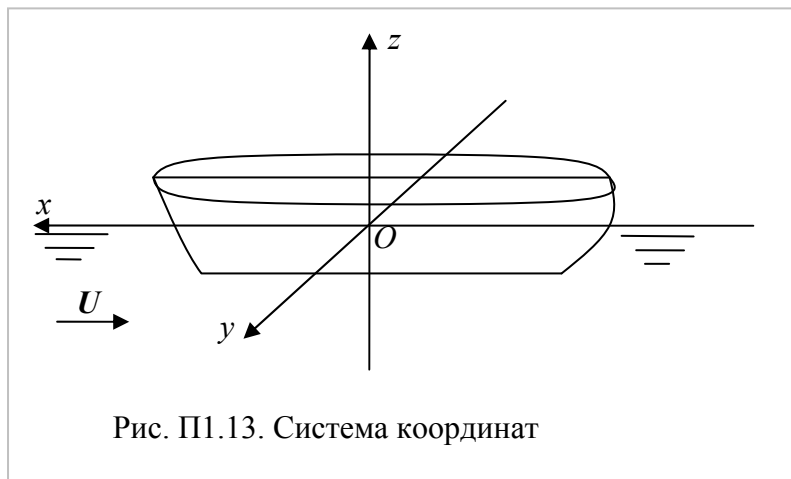


Рис. П1.13. Система координат

Начало декартовой системы координат берется на невозмущенной поверхности воды, Ось Ox направлена против течения, ось Oy горизонтальна, а ось Oz направлена вверх (рис. П1.13). Движение считается установившимся.

Потенциал скорости представляется в виде суммы потенциала натекающего потока и потенциала вызванных скоростей

$$\Phi(x, y, z) = Ux + \varphi(x, y, z). \quad (\text{П1.72})$$

Скорости получаются в виде

$$\Phi_x = U + \varphi_x; \quad \Phi_y = \varphi_y; \quad \Phi_z = \varphi_z, \quad (\text{П1.73})$$

где вызванные скорости равны

$$u = \varphi_x, \quad v = \varphi_y, \quad w = \varphi_z. \quad (\text{П1.74})$$

а их градиент равен

$$\nabla \varphi = (U + \varphi_x)\mathbf{i} + \varphi_y\mathbf{j} + \varphi_z\mathbf{k} \quad (\text{П1.75})$$

Потенциал скорости должен удовлетворять кинематическому и динамическому условию на свободной поверхности жидкости, кинематическому условию на поверхности тела и условиям на бесконечности перед движущимся судном и за ним. Ищется потенциал вызванных скоростей, который должен удовлетворять следующим условиям:

1) уравнению Лапласа во всей области, занятой жидкостью

$$\nabla^2 \varphi = \Delta \varphi = 0; \quad (\text{П1.76})$$

2) кинематическому условию на свободной поверхности, которое представляет собой условие непротекания и состоит в том, что скалярное произведение нормали к поверхности на градиент скорости равно нулю, так как нормаль перпендикулярна поверхности потока:

$$\nabla \varphi \cdot \mathbf{n}_f = 0, \quad (\text{П1.77})$$

где уравнение свободной поверхности записывается явно в виде

$$z = \zeta(x, y) \quad (\text{П1.78})$$

а нормаль

$$\mathbf{n}_f = \zeta_x \mathbf{i} + \zeta_y \mathbf{j} - \mathbf{k}, \quad (\text{П1.79})$$

откуда кинематическое условие имеет вид:

$$(U + \varphi_x) \cdot \zeta_x + \varphi_y \zeta_y - \varphi_z = 0; \quad (\text{П1.80})$$

3) динамическому условию, которое заключается в том, что на свободной поверхности давление постоянно. Если атмосферное давление обозначить p_a , то по теореме Бернулли получается

$$gz + \frac{1}{2}(\Phi_x^2 + \Phi_y^2 + \Phi_z^2) + \frac{p}{\rho} = \frac{p_a}{\rho}. \quad (\text{П1.81})$$

Сумма $\frac{U^2}{2} + \frac{p}{\rho} + gz = const.$, а на свободной поверхности $\frac{U^2}{2} + \frac{p}{\rho} = 0$, так как $z = 0$, а

константа принимается равной нулю. Если принять атмосферное давление p_a равным нулю, то динамическое граничное условие получается в виде

$$U\varphi_x + \frac{1}{2}(\nabla\varphi \nabla\varphi) + gz = 0 \quad (\text{П1.82})$$

на $z = \zeta(x, y)$.

4) условию непротекания на поверхности корпуса судна, заданной уравнением

$$y = f(x, z) \quad (\text{П1.83})$$

и нормалью к поверхности

$$\mathbf{n}_h = f_x \mathbf{i} \pm \mathbf{j} + f_z \mathbf{k}. \quad (\text{П1.84})$$

Тогда условие непротекания записывается в виде

$$\nabla \varphi \cdot \mathbf{n}_h = 0, \quad (\text{П1.85})$$

или

$$(U + \varphi_x) \cdot f_x \pm \varphi_y + \varphi_z f_z = 0 \quad (\text{П1.86})$$

5) условиям на бесконечности, которые необходимо вводить для единственности²³ решения задачи, и которое состоит в том, что далеко перед судном и далеко за судном, а также на $z = -\infty$ отсутствуют волны. Для установившегося движения эти условия записываются в виде²⁴

$$\text{grad} \varphi \rightarrow 0 \text{ при } \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \rightarrow \infty \quad (\text{П1.87})$$

Для установившегося движения Вехаузен записывает это условие в виде

$$\varphi(x, y, z) = \begin{cases} 0([x^2 + y^2]^{-1/2}), & x^2 + y^2 \rightarrow \infty, x > 0, \\ 0(1), & x^2 + y^2 \rightarrow \infty, x < 0. \end{cases} \quad (\text{П1.88})$$

Х.Маруо записывает условие на бесконечности в виде

$$\sqrt{x}\varphi \rightarrow 0 \text{ для } x \rightarrow -\infty \quad (\text{П1.89})$$

Это значит, что волны на воде появляются только вниз по течению.

²³ Общее решение поставленной задачи содержит свободные волны, что приводит к тому, что решение задачи не является единственным. Для устранения этой неединственности обычно вводят условие рассеяния волн на бесконечности на свободной поверхности и на глубине жидкости.

²⁴ Иногда указывают, по каким законам должны убывать волны перед движущимся судном и за ним.

Общие формулы для введения малого параметра

Сформулированная таким образом краевая задача не может быть решена прямо, так как она усложнена нелинейностью, поэтому применяется метод малого параметра. Для получения решения применяется метод возмущений (Ван – Дейк [1]). Предполагая, что у узкого судна отношение $\varepsilon = B/L$ много меньше единицы, ордината y на поверхности судна принимается малой, имеющей порядок ε . Тогда уравнение поверхности корпуса судна записывается в виде

$$y = \varepsilon f^{(1)}(x, z) = y(x, z, \varepsilon), \quad (\text{П1.90})$$

потенциал скорости и деформации свободной поверхности могут быть выражены как:

$$\varphi(x, y, z, \varepsilon) = \varepsilon \varphi^{(1)}(x, y, z) + \varepsilon^2 \varphi^{(2)}(x, y, z) + \varepsilon^3 \varphi^{(3)}(x, y, z) + \dots = \sum_{i=1}^N \varepsilon^i \varphi^{(i)}(x, y, z), \quad (\text{П1.91})$$

$$\zeta(x, y, \varepsilon) = \varepsilon \zeta^{(1)}(x, y) + \varepsilon^2 \zeta^{(2)}(x, y) + \varepsilon^3 \zeta^{(3)}(x, y) + \dots = \sum_{i=1}^N \varepsilon^i \zeta^{(i)}(x, y), \quad (\text{П1.92})$$

где $\varphi^{(i)}$ и $\zeta^{(i)}$ являются потенциалом скорости и деформацией свободной поверхности i -того порядка.

Общая формула разложения любой функции по параметру ε до второго порядка включительно имеет вид

$$u[x, y, \zeta(x, y)] = \varepsilon u^{(1)}(x, y, 0) + \varepsilon^2 [u^{(2)}(x, y, 0) + \zeta^{(1)} u_z^{(1)}(x, y, 0) + \dots] + \dots$$

Для того, чтобы перенести граничные условия с взволнованной поверхности $z = \zeta(x, y)$ на плоскость $z = 0$, делается разложение в ряд Тейлора функции $\varphi^{(1)}(x, y, z)$ следующим образом:

$$\varphi^{(1)}(x, y, z) \approx \varepsilon \varphi^{(1)}(x, y, 0) + \varepsilon \varphi_z^{(1)}(x, y, 0) \zeta(x, y) + \dots,$$

но учитывая, что $z = \zeta(x, y)$ тоже раскладывается по малому параметру по формуле (П1.92), то эта формула записывается в виде

$$\varphi^{(1)}(x, y, z) \approx \varepsilon \varphi^{(1)}(x, y, 0) + \varepsilon \varphi_z^{(1)}(x, y, 0) [\varepsilon \zeta^{(1)}(x, y) + \varepsilon^2 \zeta^{(2)}(x, y)] + \dots$$

Тогда

$$\begin{aligned} \varphi(x, y, z, \varepsilon) &\approx \\ &\approx \varepsilon \varphi^{(1)}(x, y, 0) + \varepsilon^2 \varphi^{(2)}(x, y, 0) + \varepsilon \varphi_z^{(1)}(x, y, 0) [\varepsilon \zeta^{(1)}(x, y) + \varepsilon^2 \zeta^{(2)}(x, y)] + \dots, \end{aligned} \quad (\text{П1.93})$$

а её производные имеют вид

$$\begin{aligned} \varphi_x^{(1)}(x, y, z) &\approx \varepsilon \varphi_x^{(1)}(x, y, 0) + \varepsilon^2 \varphi_{xz}^{(1)}(x, y, 0) \zeta^{(1)}(x, y) + \dots \\ \varphi_y^{(1)}(x, y, z) &\approx \varepsilon \varphi_y^{(1)}(x, y, 0) + \varepsilon^2 \varphi_{yz}^{(1)}(x, y, 0) \zeta^{(1)}(x, y) + \dots \\ \varphi_z^{(1)}(x, y, z) &\approx \varepsilon \varphi_z^{(1)}(x, y, 0) + \varepsilon^2 \varphi_{zz}^{(1)}(x, y, 0) \zeta^{(1)}(x, y) + \dots \end{aligned} \quad (\text{П1.94})$$

Разложение по малому параметру динамического граничного условия на свободной поверхности

Подстановка выражений (П1.92), (П1.93) и (П1.94) в динамическое условие (П1.82), записанное в виде в виде

$$z = -\frac{U}{g} \varphi_x - \frac{1}{2g} (\nabla \varphi \nabla \varphi)$$

даёт

$$\varepsilon \zeta^{(1)}(x, y) + \varepsilon^2 \zeta^{(2)}(x, y) = -\varepsilon \frac{U}{g} \varphi_x^{(1)}(x, y, z) + \varepsilon^2 \left[-\frac{U}{g} \varphi_x^{(2)}(x, y, z) - \frac{1}{2g} (\varphi_x^{(1)2} + \varphi_y^{(1)2} + \varphi_z^{(1)2}) \right].$$

После подстановки производных потенциала по формулам (П1.94) получается

$$\begin{aligned} \varepsilon \zeta^{(1)}(x, y) + \varepsilon^2 \zeta^{(2)}(x, y) \approx & -\frac{U}{g} \varepsilon \varphi_x^{(1)}(x, y, 0) + \\ & + \varepsilon^2 \frac{U}{g} \left[-\frac{U}{g} \varphi_x^{(1)}(x, y, 0) \varphi_{xz}^{(1)}(x, y, 0) + \varphi_x^{(2)}(x, y, 0) \right] + \frac{1}{2g} (\varphi_x^{(1)2} + \varphi_y^{(1)2} + \varphi_z^{(1)2}) \end{aligned} \quad (\text{П1.95})$$

Из формулы (П1.95) легко получить приближённые равенства

$$\zeta^{(1)}(x, y) \approx -\frac{U}{g} \varphi_x^{(1)}(x, y, 0), \quad (\text{П1.96})$$

$$\zeta^{(2)}(x, y) \approx \frac{U}{g} \left[-\frac{U}{g} \varphi_x^{(1)}(x, y, 0) \varphi_{xz}^{(1)}(x, y, 0) + \varphi_x^{(2)}(x, y, 0) \right] + \frac{1}{2g} (\varphi_x^{(1)2} + \varphi_y^{(1)2} + \varphi_z^{(1)2}). \quad (\text{П1.97})$$

Подстановка (П1.96) в (П1.94) даёт следующие выражения:

$$\begin{aligned} \varphi_x(x, y, z) &= \varepsilon \varphi_x^{(1)}(x, y, 0) + \varepsilon^2 \left[\frac{U}{g} \varphi_{xz}^{(1)}(x, y, 0) \varphi_x^{(1)}(x, y, 0) + \varphi_x^{(2)}(x, y, 0) \right] \dots \\ \varphi_y(x, y, z) &= \varepsilon \varphi_y^{(1)}(x, y, 0) + \varepsilon^2 \left[\frac{U}{g} \varphi_{xz}^{(1)}(x, y, 0) \varphi_x^{(1)}(x, y, 0) + \varphi_y^{(2)}(x, y, 0) \right] \dots \\ \varphi_z(x, y, z) &= \varepsilon \varphi_z^{(1)}(x, y, 0) + \varepsilon^2 \left[\frac{U}{g} \varphi_{zz}^{(1)}(x, y, 0) \varphi_x^{(1)}(x, y, 0) + \varphi_z^{(2)}(x, y, 0) \right] \end{aligned} \quad (\text{П1.98})$$

Из формул (П1.96) и (П1.97) получаются выражения для производных

$$\begin{aligned} \zeta_x(x, y) &= \varepsilon \left[-\frac{U}{g} \varphi_{xx}^{(1)}(x, y, 0) \right] + \\ &+ \varepsilon^2 \left[-\frac{U^2}{g^2} \varphi_x^{(1)}(x, y, 0) \varphi_{xz}^{(1)}(x, y, 0) - \frac{U}{g} \varphi_x^{(2)}(x, y, 0) \right] - \frac{1}{2g} (\nabla \varphi^{(1)} \nabla \varphi^{(1)})_{,x}, \\ \zeta_y(x, y) &= \varepsilon \left[-\frac{U}{g} \varphi_{xy}^{(1)}(x, y, 0) \right] + \\ &+ \varepsilon^2 \left[-\frac{U^2}{g^2} \varphi_x^{(1)}(x, y, 0) \varphi_{xz}^{(1)}(x, y, 0) - \frac{U}{g} \varphi_x^{(2)}(x, y, 0) \right] - \frac{1}{2g} (\nabla \varphi^{(1)} \nabla \varphi^{(1)})_{,y}. \end{aligned} \quad (\text{П1.99})$$

Подстановка этих выражений в кинематическое условие (П1.80) даёт

$$\begin{aligned} & \left(U + \varepsilon \varphi_x^{(1)}(x, y, 0) + \varepsilon^2 \left[\frac{U}{g} \varphi_{xz}^{(1)}(x, y, 0) \varphi_x^{(1)}(x, y, 0) + \varphi_x^{(2)}(x, y, 0) \right] \right) \times \\ & \times \left(\varepsilon \left[-\frac{U}{g} \varphi_{xx}^{(1)}(x, y, 0) \right] + \varepsilon^2 \left[-\frac{U^2}{g^2} \varphi_x^{(1)}(x, y, 0) \varphi_{xz}^{(1)}(x, y, 0) - \frac{U}{g} \varphi_x^{(2)}(x, y, 0) \right] - \frac{1}{2g} (\nabla \varphi^{(1)} \nabla \varphi^{(1)})_{,x} \right) + \\ & + \left[\varepsilon \varphi_y^{(1)}(x, y, 0) + \varepsilon^2 \left[\frac{U}{g} \varphi_{yz}^{(1)}(x, y, 0) \varphi_x^{(1)}(x, y, 0) + \varphi_y^{(2)}(x, y, 0) \right] \right] \times \\ & \times \left(\varepsilon \left[-\frac{U}{g} \varphi_{xy}^{(1)}(x, y, 0) \right] + \varepsilon^2 \left[-\frac{U^2}{g^2} \varphi_x^{(1)}(x, y, 0) \varphi_{xz}^{(1)}(x, y, 0) - \frac{U}{g} \varphi_x^{(2)}(x, y, 0) \right] - \frac{1}{2g} (\nabla \varphi^{(1)} \nabla \varphi^{(1)})_{,y} \right) - \\ & - \left[\varepsilon \varphi_z^{(1)}(x, y, 0) + \varepsilon^2 \left[\frac{U}{g} \varphi_{zz}^{(1)}(x, y, 0) \varphi_x^{(1)}(x, y, 0) + \varphi_z^{(2)}(x, y, 0) \right] \right] = 0 \end{aligned}$$

После перегруппировки получается выражение

$$\begin{aligned}
 & -\varepsilon\left[\frac{U^2}{g}\varphi_{xx}^{(1)}(x,y,0)+\varphi_z^{(1)}(x,y,0)\right]-\varepsilon^2\left[\frac{U^2}{g}\varphi_x^{(2)}(x,y,0)+\varphi_z^{(2)}(x,y,0)\right]+ \\
 & +\varepsilon^2\left[-\frac{U}{g}\frac{U^2}{g}\varphi_{xx}^{(1)}(x,y,0)\varphi_{zz}^{(1)}(x,y,0)-\frac{U^3}{g^2}\varphi_x^{(1)}(x,y,0)\varphi_{xxz}^{(1)}(x,y,0)-\frac{U}{2g}(\nabla\varphi^{(1)}\nabla\varphi^{(1)})_x\right]- \quad (\text{П1.100}) \\
 & -\varepsilon^2\frac{U}{g}\left[\varphi_x^{(1)}(x,y,0)\varphi_{xx}^{(1)}(x,y,0)+\varphi_y^{(1)}(x,y,0)\varphi_{xy}^{(1)}(x,y,0)+\varphi_{zz}^{(1)}(x,y,0)\varphi_x^{(1)}(x,y,0)\right]=0
 \end{aligned}$$

Заменяя в третьей квадратной скобке $\frac{U^2}{g}\varphi_{xx}^{(1)}$ на $\varphi_z^{(1)}$, получают

$$\begin{aligned}
 & -\varepsilon\left[\frac{U^2}{g}\varphi_{xx}^{(1)}(x,y,0)+\varphi_z^{(1)}(x,y,0)\right]-\varepsilon^2\left[\frac{U^2}{g}\varphi_x^{(2)}(x,y,0)+\varphi_z^{(2)}(x,y,0)\right]+ \\
 & +\varepsilon^2\left[-\frac{U}{g}\varphi_z^{(1)}(x,y,0)\varphi_{xz}^{(1)}(x,y,0)-\frac{U^3}{g^2}\varphi_x^{(1)}(x,y,0)\varphi_{xxz}^{(1)}(x,y,0)-\frac{U}{2g}(\nabla\varphi^{(1)}\nabla\varphi^{(1)})_x\right]- \quad (\text{П1.101}) \\
 & -\varepsilon^2\frac{U}{g}\left[\varphi_x^{(1)}(x,y,0)\varphi_{xx}^{(1)}(x,y,0)+\varphi_y^{(1)}(x,y,0)\varphi_{xy}^{(1)}(x,y,0)+\varphi_{zz}^{(1)}(x,y,0)\varphi_x^{(1)}(x,y,0)\right]=0
 \end{aligned}$$

Затем, меняя местами первый член в квадратной скобке второй строчки и последний член в квадратной скобке третьей строчки, получают то, что нужно, т.е.

$$\begin{aligned}
 & -\varepsilon\left[\frac{U^2}{g}\varphi_{xx}^{(1)}(x,y,0)+\varphi_z^{(1)}(x,y,0)\right]-\varepsilon^2\left[\frac{U^2}{g}\varphi_x^{(2)}(x,y,0)+\varphi_z^{(2)}(x,y,0)\right]+ \\
 & +\varepsilon^2\left[-\frac{U}{g}\varphi_x^{(1)}(x,y,0)\varphi_{zz}^{(1)}(x,y,0)-\frac{U^3}{g^2}\varphi_x^{(1)}(x,y,0)\varphi_{xxz}^{(1)}(x,y,0)-\frac{U}{2g}(\nabla\varphi^{(1)}\nabla\varphi^{(1)})_x\right]+ \quad (\text{П1.102}) \\
 & -\varepsilon^2\frac{U}{g}\left[\varphi_x^{(1)}(x,y,0)\varphi_{xx}^{(1)}(x,y,0)+\varphi_y^{(1)}(x,y,0)\varphi_{xy}^{(1)}(x,y,0)+\varphi_{xz}^{(1)}(x,y,0)\varphi_x^{(1)}(x,y,0)\right]=0.
 \end{aligned}$$

Тогда

$$\begin{aligned}
 & -\varepsilon\left[\frac{U^2}{g}\varphi_{xx}^{(1)}(x,y,0)+\varphi_z^{(1)}(x,y,0)\right]-\varepsilon^2\left[\frac{U^2}{g}\varphi_x^{(2)}(x,y,0)+\varphi_z^{(2)}(x,y,0)\right]+ \\
 & +\varepsilon^2\left[-\frac{U}{g}\varphi_x^{(1)}(x,y,0)\varphi_{zz}^{(1)}(x,y,0)-\frac{U^3}{g^2}\varphi_x^{(1)}(x,y,0)\varphi_{xxz}^{(1)}(x,y,0)-\frac{U}{2g}(\nabla\varphi^{(1)}\nabla\varphi^{(1)})_x\right]+ \\
 & -\varepsilon^2\frac{U}{2g}(\nabla\varphi^{(1)}\nabla\varphi^{(1)})_x=0
 \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned}
 & -\varepsilon\left[\frac{U^2}{g}\varphi_{xx}^{(1)}(x,y,0)+\varphi_z^{(1)}(x,y,0)\right]-\varepsilon^2\left[\frac{U^2}{g}\varphi_x^{(2)}(x,y,0)+\varphi_z^{(2)}(x,y,0)\right]+ \\
 & +\varepsilon^2\left[-\frac{U}{g}\varphi_x^{(1)}(x,y,0)\varphi_{zz}^{(1)}(x,y,0)-\frac{U^3}{g^2}\varphi_x^{(1)}(x,y,0)\varphi_{xxz}^{(1)}(x,y,0)-\frac{U}{g}(\nabla\varphi^{(1)}\nabla\varphi^{(1)})_x\right]=0. \quad (\text{П1.103})
 \end{aligned}$$

Отсюда получаются условия на свободной поверхности для первого порядка в виде

$$\frac{U^2}{g}\varphi_{xx}^{(1)}-\varphi_z^{(1)}=0, \quad (\text{П1.104})$$

а для второго порядка в виде

$$\frac{U^2}{g}\varphi_{xx}^{(2)}+\varphi_z^{(2)}=-\frac{U}{g}\frac{\partial}{\partial x}\left[\nabla\varphi^{(1)}\nabla\varphi^{(1)}\right]_{z=0}+\frac{U}{g}\varphi_x^{(1)}\cdot\frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{U^2}{g}\varphi_{xx}^{(1)}+\varphi_z^{(1)}\right]_{z=0}. \quad (\text{П1.105})$$

Эти выражения записываются в виде общей формулы

$$\frac{U^2}{g} \varphi_{xx}^{(n)} - \varphi_z^{(n)} = \gamma_n,$$

где

$$\gamma_1 = 0,$$

$$\gamma_2 = -\frac{U}{g} \frac{\partial}{\partial x} [\nabla \varphi^{(1)} \nabla \varphi^{(1)}]_{z=0} + \frac{U}{g} \varphi_x^{(1)} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{U^2}{g} \varphi_{xx}^{(1)} + \varphi_z^{(1)} \right]_{z=0}. \quad (\text{П1.106})$$

У Маруо это выражение получается в виде, как и (П1.105)

$$\frac{U^2}{g} \varphi_{xx}^{(2)} + \varphi_z^{(2)} = -\frac{U}{g} \frac{\partial}{\partial x} [\nabla \varphi^{(1)} \nabla \varphi^{(1)}]_{z=0} + \frac{U}{g} \varphi_x^{(1)} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{U^2}{g} \varphi_{xx}^{(1)} + \varphi_z^{(1)} \right]_{z=0} \quad (\text{П1.107})$$

Разложение по малому параметру кинематического условия на свободной поверхности

Разложение по малому параметру производных от высоты волны $\zeta = \zeta(\xi, \eta)$

$$\begin{aligned} \zeta_x(x, y, \varepsilon) &= \varepsilon \zeta_x^{(1)}(x, y) + \varepsilon^2 \zeta_x^{(2)}(x, y) + O(\varepsilon^3), \\ \zeta_y(x, y, \varepsilon) &= \varepsilon \zeta_y^{(1)}(x, y) + \varepsilon^2 \zeta_y^{(2)}(x, y) + O(\varepsilon^3). \end{aligned} \quad (\text{П1.108})$$

Используя формулы (П1.94) при подстановке в формулу (П1.80), получают

$$\begin{aligned} (U + \varepsilon \varphi_x^{(1)} + \varepsilon^2 \varphi_x^{(2)} + \varepsilon^2 \zeta^{(1)} \varphi_z^{(1)}) \cdot (\varepsilon \zeta_x^{(1)} + \varepsilon^2 \zeta_x^{(2)}) + \\ [\varepsilon \varphi_y^{(1)} + \varepsilon^2 \varphi_y^{(2)} + \varepsilon^2 \zeta^{(1)} \varphi_{yz}^{(1)}] \cdot (\varepsilon \zeta_y^{(1)} + \varepsilon^2 \zeta_y^{(2)}) - [\varepsilon \varphi_z^{(1)} + \varepsilon^2 \varphi_z^{(2)} + \varepsilon^2 \zeta^{(1)} \varphi_{zz}^{(1)}] = 0 \end{aligned}$$

Отсюда можно получить $\zeta^{(1)} = \zeta^{(1)}(x, y)$ и $\zeta^{(2)} = \zeta^{(2)}(x, y)$. Сохраняя члены, не превышающие второго порядка малости, получают

$$\varepsilon [\zeta_x^{(1)} U - \varphi_z^{(1)}] + \varepsilon^2 [\zeta_x^{(2)} U + \varphi_x^{(1)} \zeta_x^{(1)} + \varphi_y^{(1)} \zeta_y^{(1)} - \varphi_z^{(2)} - \zeta^{(1)} \varphi_{zz}^{(1)}] = 0,$$

откуда

$$\begin{aligned} \varepsilon: \quad U \zeta_x^{(1)} - \varphi_z^{(1)} &= 0 \quad \text{на} \quad \zeta(x, y) = 0 \\ \varepsilon^2: \quad U \zeta_x^{(2)} - \varphi_z^{(2)} + \varphi_x^{(1)} \zeta_x^{(1)} + \varphi_y^{(1)} \zeta_y^{(1)} - \varphi_{zz}^{(1)} \zeta^{(1)} &= 0 \quad \text{на} \quad \zeta(x, y) = 0. \end{aligned} \quad (\text{П1.109})$$

Разложение уравнения поверхности корпуса по малому параметру имеет вид

$$y(x, z, \varepsilon) = \varepsilon f^{(1)}(x, z) + \dots \quad (\text{П1.110})$$

а кинематическое условие на поверхности корпуса получается как

$$(U + \varepsilon \varphi_x^{(1)}) \cdot \varepsilon f_x^{(1)} - \varepsilon \varphi_y^{(1)} + \varepsilon \varphi_z^{(1)} \varepsilon f^{(1)} + \varepsilon^2 \varphi_x^{(2)} \varepsilon f_x^{(1)} - \varepsilon^2 \varphi_y^{(2)} + \varepsilon^2 \varphi_z^{(2)} \varepsilon f_z^{(1)} \dots = 0 \quad (\text{П1.111})$$

или

$$\varepsilon (U \cdot f_x^{(1)} - \varphi_y^{(1)}) + \varepsilon^2 [\varphi_x^{(1)} f_x^{(1)} + \varphi_z^{(1)} f^{(1)} - \varphi_y^{(2)}] + \varepsilon^3 [\varphi_x^{(2)} f_x^{(1)} + \varphi_z^{(2)} f_z^{(1)} - \varphi_y^{(3)}] + \dots = 0. \quad (\text{П1.112})$$

Однако, далее ограничиваются только величинами не выше второго порядка.

Разложение в ряд Тейлора производной потенциала по y имеет вид

$$\varphi_y(x, y, z) = \varphi_y(x, 0, z) + \frac{\varphi_{yy}(x, 0, z)}{1!} f^{(1)}(x, z) + \dots, \quad (\text{П1.113})$$

а в ряд по малому параметру

$$\varphi_y = \varepsilon \varphi_y^{(1)} + \varepsilon^2 \varphi_y^{(2)} + \dots \quad (\text{П1.114})$$

Отсюда $\varphi_y^{(2)}$ получается равным

$$\varphi_y^{(2)} = \varphi_{yy}^{(1)} f^{(1)}. \quad (\text{П1.115})$$

Приравнивая нулю выражения при разных степенях ε в формуле (П1.110) и используя равенство (П1.113), получают граничные условия первого и второго порядка в виде

$$\varepsilon : \varphi_y^{(1)}(x, 0, z) = U f_x^{(1)}(x, z) \quad \text{на } y = 0, \quad (\text{П1.116})$$

$$\varepsilon^2 : \varphi_y^{(2)}(x, 0, z) = f_x^{(1)} \varphi_x^{(1)} + f_z^{(1)} \varphi_z^{(1)} - f^{(1)} \varphi_{yy}^{(1)}. \quad \text{на } y = 0. \quad (\text{П1.117})$$

Отметим, что приведенные здесь граничные условия первого и второго порядков используются всеми авторами, разработавшими теории волнового сопротивления второго порядка. Разница между ними может быть только в том, что одни принимают судно неподвижным, а поток натекающим на судно со скоростью U или $-U$ в зависимости от выбранного направления оси Ox в нос или в корму.

Литература к ПРИЛОЖЕНИЮ П1. 4.

1. Ван – Дайк, М. Методы возмущений в механике жидкости /М.Ван – Дайк . - М.: Мир.- 1967.- 311 с.
2. Aldogan, A.I. A Nonlinear Wave Resistance Theory and its Application /A.I.Aldogan// Schiff stechnik.- 1979, 26.- P. 79 – 116, disc.115 - 116.
3. Maruo, H. A Note on the Higher-Order Theory of Thin Ship /H.Maruo// Bulletin Faculty of Engineering Yokohama.- 1966, 134.- P. 15-29.

Уж лучше совсем не помышлять об
отыскании каких бы то ни было истин,
чем делать это без всякого метода
Декарт

III. 5 Методы возмущений в гидродинамике судна

Методы возмущений в гидродинамике судов подробно проанализированы в статье Т.Огилви [26].. Задачи, которые формулируются как задачи возмущений, состоят в том, что изучаются малые возмущения основных выражений, которые могут быть записаны без особых трудностей. Эти методы решения используют тот факт, что возмущения малы. Математически это формализуется путём введения одного или нескольких малых параметров, которые служат в качестве меры малости разных величин. Полученные решения тем ближе к действительным, чем меньше параметры. Однако для этих задач характерно, что они плохо выражаются там, где малый параметр стремится к нулю. Такие задачи называют задачами сингулярных возмущений. Для решения таких задач необходима специальная техника, и существуют две, особенно продуктивных:

- 1) метод сращивания асимптотических выражений;
- 2) метод многомасштабных выражений.

Первый хорошо описан для инженеров М.Ван-Дайком [1] . Второй метод имеет длинную историю, менее известен, но хорошо описан Дж.Коулом [2].

Необходимость ставить задачи гидродинамики судна как задачи возмущений связана с невероятными трудностями, возникающими при точном удовлетворении граничных условий на свободной поверхности. Даже при пренебрежении вязкостью, поверхностным натяжением, сжимаемостью и другими факторами прогресс в решении задачи со свободной поверхностью ещё мал, если не делается допущение, что возмущения малы. Обычно предполагают, что граничные условия могут быть линеаризованы, причём, это настолько общее допущение, что многие исследователи даже не замечают этот факт, считая его законным.

Два метода, описываемые в статье Т.Огилви, могут быть применены к задаче, сформулированной для бесконечной жидкости. Фактически ни один из методов не был применён до последнего времени специально к задаче со свободной поверхностью. Во второй части этой работы рассмотрены несколько задач для безграничной жидкости.

Т.Огилви считает, что совершенно ясные утверждения почти с самого начала делаются дидактически. Методы показаны наиболее ясно на простых задачах, которые тоже приводятся, хотя они могут быть решены элементарными аналитическими методами. Для более последовательного решения задач сингулярных возмущений Т.Огилви приводит решения, полученные другими авторами. О природе задач и их решений Т.Огилви пишет, что реально не получают *возмущённое решение точной задачи*; а получают точное решение *задачи возмущений*. Таким образом, формулируется точная задача, которую упрощают, решают упрощённый вариант и затем можно *надеяться*, что решение является приближённым к решению точной задачи.

Итак, почти всегда вопрос о действительности полученного решения остаётся открытым и может быть разрешён только при сравнении с экспериментом. Можно только надеяться на его строгость. Фактически трудно аргументировано доказать то, что мы делаем, во многих случаях наши подходы узаконены только тем фактом, что всё это работает! Но большой прогресс был достигнут теми исследователями, которые решали, чтобы «посмотреть, что произойдёт».

Т.Огилви писал: «это не означает, что мы бродим в потёмках. Это подтверждается тем, что мы часто зависим больше от интуиции (или эксперимента, что одно и то же), чем от математической логики при рассуждении о том, как решить задачу. Предсказания, которые получаются из этих предположений, хорошо согласуются с наблюдениями, и поэтому мы набираемся смелости, чтобы делать подобные предположения в новых задачах. И даже иногда ждём успеха.

Часто открытым остаётся вопрос о единственности решения. Инженеры часто не заботятся об этом, но в определённых ситуациях они бывают вынуждены этим заниматься, когда неединственность проявляется очень сильно. История исследования задач свободной поверхности доказывает на многочисленных примерах нарушение решений, опубликованных авторами, которые об этом не позаботились». Т.Огилви пишет, что очень заботливо отнёсся к вопросу об учёте условия рассеяния, когда оно необходимо, хотя ещё случается, что его не вводят.

Вопрос об устойчивости решений тоже не достаточно изучен, но, конечно, решение устойчиво, если оно единственно. В частности, пугающие примеры отмечены Т.Бенджамином и Дж.Фейром [6]. Обычные синусоидальные волны на глубокой воде неустойчивы. Это показано экспериментально и теоретически. Неустойчивость не является сюрпризом для тех экспериментаторов, которые пытались генерировать синусоидальные волны с высокой точностью для экспериментов по качке судна, но это определённо явилось сюрпризом для теоретиков, которые не ждали никаких особых феноменов, пока не столкнулись с открытием Т.Бенджамина и Дж. Фейра.

Пока рассматриваются задачи малых возмущений, ждут, что решения будут выражены в виде рядов (не обязательно в виде степенных рядов). Часто ограничиваются получением одного члена этого ряда. Практически никогда не сталкиваются с вопросом о сходимости ряда. Обычно надеются, что ряд действителен, по крайней мере, в асимптотическом смысле.

Время от времени поднимается вопрос: «Насколько мал должен быть малый параметр для того, чтобы одно- (два- или n –) членное выражение дало действительное предсказание?». В задачах гидродинамики судна сохраняется убеждение, что единственным ответом на этот вопрос может быть эксперимент. Фактически даже в простых задачах знание нескольких членов не может помочь ответить на этот вопрос. Например, допустим, что делается попытка решить простое дифференциальное уравнение

$$y''(x) + y(x) = 0$$

с помощью нечётного степенного ряда по x . Как узнать, что двучленная аппроксимация точна в пределах одного процента даже, если x имеет порядок единицы? Можно посчитать третий член и сравнить его со вторым, надеясь догадаться о поведении остальных членов. Если посчитать третий член, то можно надеяться, что решение действительно и, возможно, пытаться найти какое-нибудь экспериментальное подтверждение этой догадке. Так происходит в задачах гидродинамики судна...

Большое значение имеет вопрос о предварительном выборе малого параметра, который далее используется в приближённой задаче.

В своей статье Т.Огилви рассматривает те аспекты метода сращивания и многомасштабных выражений, которые важны в гидродинамике судна. Делает он это очень выпукло на простых примерах.

Т.Огилви отмечает, что использование многомасштабных выражений имеет особенности при исследовании движения тела на малых скоростях на свободной поверхности и под ней. Простейший случай рассмотрен в работе Т.Огилви [27]. При движении погруженного тела существуют два вида масштабов: масштаб, связанный с размерами тела и погружения, и масштаб u^2/g , который связан с наличием свободной поверхности. По-видимому, последний преимущественно учитывает влияние свободной поверхности в «пограничном слое» с толщиной, которая меняется, когда u^2/g стремится к нулю. Но влияние размеров тела важно возле свободной поверхности. Конечно, влияние этих двух масштабов не может быть разделено в строгом смысле слова, но подробное обсуждение этого вопроса дано в части 5.42 этой же статьи Т.Огилви.

Во второй главе Т.Огилви рассматривает теорию судна Мичелла с помощью метода сращивания. При этом он разделяет задачу на две: задачу обтекания тела, симметричного относительно ДП, в котором имеется некоторое влияние ширины, а затем уже задачу обтекания тела с нулевой шириной. Решение задачи полностью приводится и даёт

возможность Т.Огилви сделать вывод о том, что результат оказался тривиальным, а для преодоления трудностей возле конечностей внутреннее решение получается из внешнего и затем сращивается с граничным условием. Это действительно классический подход задачи узкого судна. Внешнее выражение действительно возле узкого тела, за исключением конечностей.

Затем Т.Огилви рассматривает другие крайние случаи глиссирования и крыла. Т.Огилви тщательно анализирует все решения, основанные на теории удлиненного судна и в конце концов формулирует «современную теорию удлиненного тела». Он придумал процедуру, которая автоматически располагает скорости в таком порядке: 1) поступательная скорость, 2) поперечные возмущения, 3) продольные возмущения. Затем, когда это проходит для краевой задачи, он исследует другие допущения. Он пишет, что оказалось много трудностей, часть которых преодолели Л.Вард [38], а затем Л.Лайтхилл [14]. Применение к задачам гидродинамики удлиненного судна началось с работы Г.Воссерса [37], который использовал в своём исследовании функцию Грина. Но оказалось невозможным провести решение через пятикратное интегрирование без ошибок, часть из которых впоследствии исправил В.Джусен [12].

Дж.Ньюман [19] также использовал функцию Грина и получил некоторые интересные результаты. Дж.Ньюман в своей работе [20] рассмотрел все решения для удлиненного судна с помощью асимптотических методов.

Первым применил метод сращивания асимптотических выражений к теории удлиненного судна Е.Так [34] в докторской диссертации. Это практически исключило трудности подхода Л.Варда и облегчило работу с функцией Грина. Выяснив, что его подход отличается от подхода ДЖ.Ньюмана, Т.Огилви привёл в своей статье полное описание своего метода оценок. Он рассмотрел поле потока непосредственно «возле тела» и «далеко от тела».

После подробного описания «теории удлиненного тела» Т.Огилви приводит такое же описание уже для «удлиненного судна». Он отдельно рассматривает обтекание удлиненного судна на средних и больших скоростях, качку на нулевой скорости (введя новый термин «strip theory», который означает качку именно удлиненного тела, затем качку при поступательном движении).

Четвёртую главу Т.Огилви посвятил вопросу о том, что внешним асимптотическим выражением при использовании метода сращивания является теория узкого судна. В пятой главе он рассмотрел обтекание судов с тупым носом²⁵, обтекание погруженного тела на конечной и малой скорости. Ценной является оценка, которую он получил для кинематического и динамического условий на свободной поверхности. С её помощью он обосновал обычное условие «твёрдой стенки».

Второй обзор по методам возмущений Т.Огилви дал на семинаре в Токио в 1976 году [24]. Сущность метода Т.Огилви «многомасштабного выражения» состоит в том, что аппроксимация решения может быть представлена как сумма двух функций. Первая зависит только от масштаба длины, относящегося к геометрии тела. Вторая функция зависит от первоначально от длин, измеренных по шкале, взятой по u^2/g , но зависит также от первой функции и таким образом, от типовых размерений тела. Это становится ясным, когда производные берутся по каждой из этих шкал. Физическая ситуация может быть описана следующим образом: если скорость u достаточно мала, то протяжённость тела превосходит несколько длин волн возмущённой свободной поверхности. Начальные возмущения, вызванные телом, конечно, малы, и тогда происходит движение «твёрдой стенки», и её размеры являются характеристиками тела. Они вызывают возмущение свободной поверхности, которая порождает волны. Но эти волны очень, очень короткие, и тогда начальные возмущения от тела становятся неустойчивыми в условиях потока, когда

²⁵ Поиски решений для судов с тупым носом очень важны, потому что решение Мичелла можно использовать только для судов с острым носом.

сравнение идёт по шкале, сравнимой с длиной волны. Фактически метод подобен классическим методам.

Когда перечисленные допущения действительно приняты, то аппроксимация условий на свободной поверхности в задаче Неймана-Кельвина имеет вид

$$gH(x) + \varphi_{ox}(x,0)\Phi_x(x, \eta_o(x)) \approx 0,$$

$$\Phi_y(x, \eta_o(x)) - \Phi_{ox}(x,0)H'(x) \approx p'(x),$$

где $H(x) = y - \eta_o(x)$, а $\eta_o(x)$ - подъём свободной поверхности в условиях линеаризации, а функция Φ определяется при условиях, когда $y = \eta_o(x)$. Это смысл задачи «ближнего поля»; если попытаться выразить обычным путём $\Phi(x, \eta_o)$, например, так:

$$\Phi(x, \eta_o) = \Phi(x,0) + \eta_o \Phi_y(x,0) + \frac{1}{2} \eta_o^2 \Phi_{yy}(x,0) + \dots,$$

то видно, что каждый член справа имеет одинаковый порядок значений по допущению Т.Огилви. В частности, $\eta_o = O(u^2)$, и тогда $\partial/\partial y = O(1/u^2)$. Этим данная процедура необычна.

Два написанные выше условия могут быть скомбинированы в следующее:

$$\Phi_y(x, \eta_o(x)) + \frac{1}{g} \varphi_{ox}^2(x,0) \Phi_{xx}(x, \eta_o(x)) \approx p'(x),$$

где $p(x) = \eta_o(x)\Phi_{ox}(x,0)$. В обычной линейной теории гравитационных волн утверждается, что давление $p(x)$ распределено по скорости. Условие свободной поверхности будет

$$\Phi_y(x,0) + \frac{u^2}{g} \Phi_{xx}(x,0) = p'(x),$$

где $\Phi(x, y)$ - потенциальная функция. Замена u на $\varphi_{ox}(x,0)$ - «местную скорость потока», и условие на $y = \eta_o(x)$ тогда преобразуется в условие, найденное для $\Phi(x, y)$ в задаче малой скорости. Тогда по «локальной» шкале (в которой типичная длина u^2/g) условие свободной поверхности является обычным условием; тогда трудно заметить, что скорость потока слегка изменяется вдоль свободной поверхности, потому что изменения берутся по шкале, в которой типовыми измерениями являются размерения тела; изменения происходят очень медленно. Также постепенно проявляется изменение уровня свободной поверхности, это изменение не может быть замечено по «локальной» шкале. Отсюда ясно, что две шкалы длины совершенно отделены. Нельзя разделить область жидкости на отдельные части, в каждой из которых может рассматриваться только одна шкала по длине. Постепенные изменения, которые проявляются в шкале по размерам тела, проявляются в виде модуляции движения коротких волн.

Пытаясь найти потенциальную функцию, удовлетворяющую полученному дифференциальному уравнению, Т.Огилви ввёл деформацию $x = x'$, $y = y - \eta_o(x)$. Тогда Φ удовлетворяет частному дифференциальному уравнению в зависимости от x' и y' , но члены в уравнении могут быть оценены по их зависимости от u , и тогда оказалось, что члены ведущего порядка такие же, как в уравнении Лапласа, а остальные члены имеют порядок выше. В этой новой координатной системе условие свободной поверхности также трансформируется, но снова члены ведущего порядка сохраняют свой порядок. Следовательно, граничное условие может быть взято на $y = 0$ (для удобства отбрасывается штрих). Тогда задача формулируется следующим образом: найти потенциал скорости $\Phi(x, y)$, который удовлетворяет уравнению Лапласа в двух измерениях и условию на свободной поверхности

$$\Phi_y(x, y) + \frac{1}{g} \varphi_{ox}^2(x,0) \Phi_{xx}(x,0) = p'(x),$$

где $p(x) = \eta_o(x) \varphi_{ox}(x,0)$. В дополнение потенциал должен удовлетворять граничному условию на теле. Далее Т.Огилви приводит решение этой задачи.

Мы уделяем такое внимание работам Т.Огилви, потому что его метод сразу стал основным инструментом во многих исследованиях. В литературе он называется методом Огилви или методом «ближнего поля» и «дальнего поля». Сам Т.Огилви назвал его «многомасштабным разложением» (“multiple-Scale Expansions”).

В 1972 году на 9-ом симпозиуме Т.Огилви уже представил работу [25], в которой тщательно исследовал обтекание в носовой оконечности и привёл теорию, позволяющую обойти трудности, возникающие в связи с сингулярностью. Его теорию сразу использовали японские исследователи для изучения ударных и разрушающихся волн. Применение теории Огилви можно увидеть в работах Е.Баба [3], [4], [5], Х.Маруо [17] и других.

Широко используется в гидродинамике судна метод сращивания внутреннего и внешнего решений, предложенных Ван-Дайком. Применение этого метода подробно изложено в работах Г.Дагана и М.Тулина [7], [8], Т.Огилви [24], [25], [26], Б.Йима [40]. С применением метода деформированных координат в задачах волнового сопротивления можно познакомиться в работах Г.Дагана [9], [10]. При применении методов возмущений возникают несоответствия, которые Г.Даган назвал парадоксом числа Фруда и описал в работе [11].

Интересную модификацию *метода деформированных координат* разработали независимо друг от друга Ф.Ноблесс [21] и Г.Даган [10], а затем выполнили с его помощью совместную работу по нелинейной теории волнового сопротивления [22]. Суть метода в том, что сначала с помощью непрерывных функций вся задача переводится в другое пространство, в котором задача решается каким-нибудь методом возмущений проще, чем в исходном. Это позволило авторам метода найти математический подход к интуитивному методу Гиллотона.

Исследованию вопросов, связанных с применением метода малого параметра в нелинейных задачах потоков со свободной поверхностью и сходимости асимптотических методов рядов на малых числах Фруда посвящены работы Дж.Ванден-Брока и Е.Така [35], [36].

Метод малого параметра используется очень широко в задачах гидродинамики судна Дж.Котиком и В.Мангулисом [13], Е.Таком [32], [33], Х.Маруо [15], Н.Сальвесеном [28], [29], Й.-Ц. Ву [39], Т.Огилви [23], Л.Тингом [31]. К методу возмущений обращаются каждый раз, когда приходится учитывать приближения высших порядков или учитывать нелинейность граничных условий задачи.

В 60-ые годы наряду с новым методом возмущений продолжают использовать асимптотические методы для оценки поведения полученных решений. Например, Дж.Ньюман [19] и Ф.Михельсен [18] получили асимптотические аппроксимации интеграла Мичелла на малых и больших числах Фруда.

Х.Маруо применил асимптотический путь для получения приближённых выражений для глиссирующих поверхностей малого и большого удлинения [16]. С помощью асимптотических оценок Дж.Ньюман [20] рассмотрел все теории удлинённого судна.

Б.Йим [40] применил метод возмущений для развития теории волнового сопротивления второго порядка. Он использовал метод деформированных координат Лайтхилла.

Метод возмущений получает всё большее и большее распространение, особенно в задачах волнового сопротивления судов.

Литература к ПРИЛОЖЕНИЮ П1 5

1. Ван – Дайк, М. Методы возмущений в механике жидкости /М.Ван–Дайк.- М.: Мир.- 1967.- 311 с.
2. Коул Дж. Методы возмущений в прикладной механике /Дж.Коул.- Пер. с англ. под ред О.С. Рыжова.- М.: Мир.-1972.- .274 с.

3. Baba, E. & Takekuma, K. A study on free-surface flow of slowly moving full forms /E.Baba, K.Takekuma// J. Soc. Nav. Arch. of Japan .- 1975, 137.- P.1-10.
4. Baba, E. Analysis of surface flow near the bow of flat ships /E. Baba // Japan Shipbuilding and Marine Engineering.- 1975, 9 .- №2.- P. 5-19.
5. Baba, E. Numerical Evaluation of a Wave Resistance Theory for Slow Ships /E. Baba, M.Hara// Proc. Second Intern. Conference on Numerical Ship Hydrodynamics.- Berkeley.- 1977, P. 17-29.
6. Benjamin T.B., Feir J.E. Nonlinear process in long-crested wave trains /T.B.Benjamin, J.E.Feir//.- 6th Symp. Nav. Hydrod.- 1966.- P. 497-498.
7. Dagan, G. Bow waves before blunt ships and other non-linear ship wave problems /G.Dagan, M.Tulin// 8th Symposium on Marine Hydrodynamics.- Pasadena.- 1970.- P. 607 -626 (with disc.).
8. Dagan, G. 1972 Two-dimensional free-surface gravity flow past blunt bodies /G.Dagan, M.Tulin// Journal of Fluid Mechanics.- 51.-P.529 – 543.
9. Dagan, G. A Method of Computing Nonlinear Wave Resistance of Thin Ships by Coordinate Straining /G.Dagan// Journal of Ship Research.-1975, 19, 3.- P. 149-154.
10. Dagan, G. Non-linear wave resistance and coordinate straining /G.Dagan// Proc. Intern. Seminar on Wave Resistance, Tokyo.- 1976.- P. 267 – 270, disc. 440.
11. Dagan, G. Non-linear ship theory /G.Dagan// Ninth Symposium of Naval Hydrodynamics, Paris.- 1972.- P.1697 – 1737.
12. Joosen W.P.A. The velocity potential and wave resistance arising from the motion of a slender ship /W.P.A.Joosen// Proc. Intern. Seminar on Theor. Wave Resistance.- Ann. Arbor, 1963., II.- P. 713 – 748.
13. Kotik, J., Mangulis, V. Comparison of Two Approximate Dipole Distributions for a Lenticular Cylinder in a Semi-Infinite Fluid /J.Kotik, V.Mangulis/ Journal of Mathematics and Physics. -1962, 41,4.- P. 280 – 290.
14. Lighthill, M.J. Mathematics and Aeronautics /M.J.Lighthill// Journal Royal Aeronautical Society.- 1960, 64.- P. 375-394.
15. Maruo, H. A Note on the Higher-Order Theory of Thin Ship /H Maruo// Bulletin Faculty of Engineering Yokohama National University.- 1966, 15.- P.1 -21.
16. Maruo, H. High and Low-aspect Ratio Approximation of planing Surfaces /H Maruo// Schiffstechnik.- 1967, 14.- P. 57-64.
17. Maruo, H. Wave resistance of a ship of finite beam Predicted by the Low Speed Theory /H.Maruo, K.Suzuki// J. Soc. Nav. Arch. of Japan.- 1977, 142.- P. 1-7.
18. Michelsen, F.G. Asymptotic approximations of Michell's integral for high and low speeds /F.G.Michelsen// Schiffstechnik, 1966, 13, 66.- P. 33-38.
19. Newman, J.N. The asymptotic approximation of Michell's integral for high speed /J.N.Newman// Journal of Ship Research. -1964, 8, 1- P. 10-14.
20. Newman, J.N. Application of slender-body in ship hydrodynamics /J.N.Newman// Annual review of Fluid Mechanics.- 1970, 2.- P. 67-94.
21. Noblesse, F. A Perturbation Analysis of the Wavemaking of a Ship with an Interpretation of Guilloton Method /F.Noblesse// Journal of Ship Research.- 1975, 19, 3.- P.140-148.
22. Noblesse, F. Nonlinear ship-wave theories by continuous mapping /F.Noblesse, G. Dagan // J. Fluid Mechanics, London.-1976, 75.- P. 347-371.
23. Ogilvie, T.F. Nonlinear high-Froude number free-surface problems /T.F.Ogilvie// J. Engineering Mathematics, Groningen 1967, 1.- P.215-235.
24. Ogilvie, T.F. On nonlinear wave resistance theory /T.F.Ogilvie// Intern. Seminar on Theor. Wave Resistance.- Tokyo.- 1976.- P. 57 -73, disc. 405 – 412.
25. Ogilvie, T.F. The wave generated by the fine Ship Bow /T.F.Ogilvie// Ninth Symposium on Naval Hydrodynamics.- Paris.- 1972.
26. Ogilvie, T.F. Singular Perturbation Problems in Ship Hydrodynamics /T.F.Ogilvie// 8th Symposium on Naval Hydrodynamics.- Pasadena.- 1970.- P. 663 – 806.
27. Ogilvie, T.F. Wave resistance: the low speed limit /T.F. Ogilvie// Report No. 002.- Department of Naval Architecture and Marine Eng.-College of Engineering The University of Michigan.-1968.-29 p.

28. Salvesen, N. Second-order wave Theory for Submerged two-dimensional bodies /N.Salvesen// 6th Naval Hydrodynamics Symposium, Washington. -1966.- P. 595 – 636.
29. Salvesen, N. On higher-order wave theory for submerged two-dimensional bodies /N.Salvesen// J. Fluid Mechanics, London.-1969, 38, 2.- P. 415 -432.
30. Shen, Y.T. Nonlinear Hydrodynamic Theory for Finite Span Planning Surface /Y.T.Shen, T.F.Ogilvie// Journal of Ship Research.- 1972, 16.- № 1.- P. 3-20.
31. Ting L. Asymptotic Solutions of wakes and boundary Layer /L.Ting// J. Eng. Math.-1968, 2.- P. 23- 38.
32. Tuck, E.O. A Systematic asymptotic expansion procedure for slender ships /E.O.Tuck// Journal of Ship Research.- 1964, 8.- № 1.- P. 15-23.
33. Tuck, E.O. The effect of non-linearity at the free surface on flow past a submerged cylinder /E.O.Tuck// J. Fluid Mechanics, London.-1965, 22.- P.401-414.
34. Tuck E.O. On the steady motion of a Slender Ship /E.O.Tuck// Dissertation, University of Cambridge.- 1963.
35. Vanden-Broeck J.-M. Computation of near-bow or stern flows using series expansion on the Froude number /J.-M.Vanden-Broeck, E.O.Tuck// Proc. Second Intern. Conf. on Numerical Ship Hydrodyn., Berkeley.- 1977.-P. 371-381.
36. Vanden-Broeck J.-M. Divergent low Froude-Number series expansion of non-linear free-surface flow Problems /J.-M.Vanden-Broeck, L.W.Schwartz, E.O.Tuck// Proc. Royal Soc. London, Ser.A.- 1978, 361.- P. 207-224.
37. Vossers, G. Wave resistance of slender ships /G.Vossers// Schiffstechnik.-1962, 9.- № 46.- P. 73 – 78.
38. Ward, L.W. Linearized Theory of Steady High –Speed Flow /L.W.Ward// Cambridge University Press. -1955.
39. Wu Yao-Tsu. A Singular Perturbation Theory for Non-Linear Free Surface Flow Problems /Yao-Tsu Wu // Intern. Shipbuilding Progress.- 1967, 14.- №151.- P. 88 – 97.
40. Yim, B. Higher-order Theory of Ships /B.Yim// Journal of Ship Research.- 1968, 12.- №3.- P. 237 – 245.

В науке больше, чем в каком-либо
другом институте человечества,
необходимо изучать прошлое...

Джон Бернал

Чтобы понять какую-либо науку,
необходимо знать историю этой науки.

Огюст Конт

ПРИЛОЖЕНИЕ П2. ИСТОРИЯ РАЗВИТИЯ НАУКИ О СОПРОТИВЛЕНИИ ВОДЫ ДВИЖЕНИЮ СУДОВ

П2.1 Основные даты получения фундаментальных решений

Несмотря на то, что люди строят суда тысячи лет, вопрос о расчёте сопротивления корпуса при его движении практически возник только тогда, когда вместо парусов и гребцов на судно поставили двигатель. Для того, чтобы посчитать скорость, которую может обеспечить данный двигатель, нужно посчитать сопротивление воды. Но ещё до появления двигателей делались попытки научно подойти к изучению движения судов. Первый пароход Фултон построил в 1807 году, а самый первый труд, посвящённый описанию движения тел в воде, был написан ещё Леонардо да Винчи (1458 - 1519) и назывался «О движении и измерении воды», но опубликовали его только через 300 лет.

Наука по определению сопротивления воды движению корабля развивалась и развивается параллельно в двух направлениях: экспериментальном и теоретическом, которые не могут двигаться вперёд друг без друга. Именно поэтому история вопроса включает проблемы экспериментального и теоретического определения сопротивления.

В 1669 Х.Гюйгенс впервые проводил модельные испытания с кораблем с простыми обводами в маленьком буксировочном бассейне, использующем падающий груз.

В 1684 году Э.Мариотт завершил свои замеры тела в потоке; изданные посмертно в 1686 году.

1687 год – Исаак Ньютон (Англия) впервые попытался создать теорию сопротивления воды движению тел в жидкой среде, которую опубликовал в труде «Математические начала натуральной философии». Его формула квадратичного закона зависимости сопротивления от

скорости $R = \zeta \frac{\rho v^2}{2} \Omega$ (R - гидродинамическое сопротивление тела, движущегося в

жидкости, ρ - плотность жидкости, v - скорость движения тела, Ω - характерная площадь поверхности) явилась большим научным открытием того времени. И совершенно

замечательной оказалась формула Ньютона $\tau = \mu dv/dy$ связи касательных напряжений τ в жидкости с динамическим коэффициентом её вязкости μ и градиентом скорости dv/dy .

Эта формула Ньютона используется в гидродинамике не меньше, чем его законы в механике.

В 1738 году Даниил Бернулли в его труде «Гидродинамика» опубликовал формулу энергетического баланса для установившегося потока идеальной жидкости в виде

$H = z + p/\gamma + v^2/2g$, где H - полный напор, z - геометрический напор, p/γ - гидростатический напор жидкости ($\gamma = \rho \cdot g$), $v^2/2g$ - скоростной напор (все величины относятся к одной общей точке).

1746 год – П. Буге (Париж) написал «Трактат о корабле, о его конструкции и его движении».

1749 год – Леонард Эйлер (Россия) написал монографию «Корабельная наука», а в 1778 году – «Полное умозрение строения и вождения кораблей». Взамен теории ударов Ньютона Эйлер разработал теорию обтекания и даже получил формулу зависимости сопротивления воды от площади миделя, удлинения корпуса судна, плотности жидкости и квадрата скорости его движения.

В 1752 году выходит первое сочинение Жана Лерона Даламбера в области сопротивления воды «Очерки новой теории сопротивления жидкости».

1756 год – Бэрд (Англия) впервые провёл испытания моделей судов в опытовом бассейне длиной 10 метров.

В 1763 году Жан Борда опубликовал сочинение «Опыты по сопротивлению жидкости» с описанием экспериментов с шарами, пластинами, конусами и клиньями, с помощью которых подтвердил квадратичную зависимость сопротивления от скорости полностью погруженных тел и более высокую степень для тел, движущихся на поверхности.

В 1776 году выходит самый фундаментальный труд Эйлера «Полное умозрение строения и вождения кораблей», сочинённое в пользу учащихся навигации», в котором содержатся проблемы статики, сопротивления, управляемости и качки корабля. В семидесятые годы 18-го столетия Л. Эйлер выводит дифференциальные уравнения движения жидкости.

1775 год – Ж.Л. Д’Аламбер, Э. Боссю, М.Ж.А. Кондорсе (Франция) провели первые систематические сравнительные испытания моделей судов в бассейне гравитационного типа с определением сопротивления воды.

В 1777 году выходит труд Даламбера и Боссю «Новые эксперименты по сопротивлению в жидкостях», в котором впервые обнаружено влияние мелководья и ширины канала на сопротивление тела.

В 1779, 1786 и 1806 годы выходит трехтомный труд «Принципы гидравлики» Пьера Дюбуа с описанием обширных гидравлических испытаний. Пьер Дюбуа был первым, кто разделил гидродинамическое сопротивление на сопротивление формы (вихревое) и сопротивление трения.

1871 год – Уильям Фруд (Торквей, Англия) построил первый бассейн с тележкой, а в 1873 году он разработал метод пересчёта сопротивления с модели на натуру, пользуясь законом гравитационного подобия, идея которого принадлежит Реху (1844). Фруд впервые предложил научный метод пересчёта на натуру результатов измерений, полученных на моделях в бассейне. Метод Фруда является одним из самых замечательных по своей практичности. Для выделения сопротивления трения Фруд высказал замечательную идею об эквивалентных досках. Проводятся буксировочные испытания тонких досок, площадь которых равна площади смоченной поверхности корпуса судна, а потом их сопротивление вычитается из полного сопротивления судна. Таким путём получается остаточное сопротивление, которое пересчитывается на натуру по закону подобия Фруда. Кроме того, Фруд получил критерий подобия гравитационных сил модели и судна, который называется числом Фруда. Экспериментальная теория Фруда до сих пор сохраняет своё преимущественное значение, потому что приближения теории всё ещё менее точны, чем эксперименты.

1880 год – Д.И. Менделеев (Россия) опубликовал работу «О сопротивлении жидкостей и о воздухоплавании». Он изложил основы учения того времени о сопротивлении трения и указал на необходимость связи теории и опыта. По его инициативе и поддержке в Петербурге был построен первый в России опытовый бассейн, носящий его имя и уничтоженный чиновниками Санкт-Петербурга в 90-ые годы перестройки. Первыми научными руководителями этого бассейна были А.Н.Крылов и И.Г. Бубнов, которые старались применять теорию одновременно с экспериментальными исследованиями. Под руководством акад. А.Н.Крылова сформировалась школа русских учёных-кораблестроителей, отличительной чертой которой является доведение теоретических выводов до практического инженерного расчёта. Эта тенденция является традиционной в отечественной науке. После смерти А.Н. Крылова раз в два года проводятся Крыловские чтения, на которых обсуждаются последние теоретические и экспериментальные достижения в области корабельной науки.

1883 год – Осборн Рейнольдс (Англия) получил безразмерный критерий подобия потоков вязкой жидкости, который называется числом Рейнольдса. При пересчёте результатов модельных испытаний на натуру число Рейнольдса необходимо так же, как и число Фруда.

Число Рейнольдса – это тоже замечательная практическая идея в области определения сопротивления воды движению судов. Александр Гюстав Эйфель (Франция) нашёл *критическое* число Рейнольдса, при котором происходит переход ламинарного режима течения к турбулентному.

1887 год – Лорд Кельвин – Томсон (Англия) теоретически решил задачу о корабельных волнах от движущегося импульса давления, используя теорию бесконечно малых волн. Он впервые получил значение $38^{\circ}56'$ – угла клина, внутри которого наблюдаются корабельные волны, знакомые любому, кто видел движение какой-нибудь лодки или судна.



Д.Г. Мичелл

1898 год – Джон Генри Мичелл впервые разработал линейную теорию волнового сопротивления судна и получил формулу для волнового сопротивления узкого судна при движении по поверхности идеальной жидкости бесконечной глубины. Дж. Мичелл установил зависимость волнового сопротивления судна от уравнения поверхности корпуса, выразив её в виде интеграла, который носит его имя. Эта фундаментальная работа оказалась незамеченной в течение почти тридцати лет. Объяснить это можно только тем, что Дж. Мичелл не привёл результатов расчётов, хотя он, по свидетельству его брата (также, как и Джон Генри, почётного члена английского Королевского Научного общества), выполнил их для большого количества реальных судов. Эта

важная работа Дж. Мичелла [12] в области определения сопротивления воды движению судна не потеряла своего значения и по сей день. Интеграл Мичелла играет не меньшую практическую роль, чем метод Фруда и труды Рейнольдса.

Так, девятнадцатый век закончился блистательной работой Джона Мичелла, в которой было получено теоретическое решение задачи о волновом сопротивлении судна в точной линейной постановке.

Первая половина двадцатого века.

1904 год – Людвиг Прандтль (Германия) разработал *теорию пограничного слоя*, которая оказалась исключительно плодотворной как с практической, так и теоретической точки зрения. Если в настоящее время нет проблем с определением сопротивления трения судов любой формы, то этим наука и практика обязаны работам Л. Прандтля.

С 1908 Томас Хавелок (Англия) опубликовал около 40 статей по волнам и волновому сопротивлению, которые стали базой для дальнейшей работы в этой области всей научной общественности.

1924 год – Г. Фёттингер реализовал высказанную им ещё в 1903 году идею использования *дублированной модели* для разделения вязкостного и волнового сопротивления. Дублированная модель – это соединённые по плоскости действующей ватерлинии подводной части корпуса судна и её зеркального отражения. Для того, чтобы исключить влияние свободной поверхности и корабельных волн, дублированную модель испытывают либо глубоко под поверхностью жидкости в опытовом бассейне, либо в аэродинамической трубе. Таким путём получают сопротивление трения плюс сопротивление формы. При движении модели по поверхности жидкости получают полное сопротивление в виде суммы составляющих трения, формы и волнового. Г. Фёттингер не только предложил эту замечательную идею, но разработал метод пересчёта на натуру результатов испытаний модели в аэродинамической трубе, используя число Рейнольдса в качестве критерия подобия.

Использование дублированной модели – это второй шаг после Фруда в развитии экспериментальных способов определения составляющих полного сопротивления.

Т. Хавелок выполнил ряд теоретических работ, в которых дублированная модель используется в теории волнового сопротивления и волнообразования для описания поверхности корпуса с помощью гидродинамических особенностей. И если дублированная

модель для экспериментов – это реальное физическое тело, то в расчётах – это воображаемая замкнутая поверхность, по которой распределены гидродинамические особенности в виде источников, диполей или вихрей. Моделирование поверхности судна с помощью дублированной модели широко используется в современных численных методах определения сопротивления движению судна.

С 1926 года почти через 30 лет после опубликования статьи Мичелла началась экспериментальная проверка решения Дж. Мичелла Г.Вейнблумом [23] в Германии и В.Виглеем [25] в Англии. Для проверки решения Мичелла они разработали большие серии моделей с аналитически заданными обводами, что позволило достаточно точно считать интеграл Мичелла и сравнивать результаты расчётов с данными экспериментов. Выяснилось, что интеграл Мичелла даёт хороший качественный результат, особенно, когда модели отвечают условиям Мичелла. Условия Мичелла были следующие: во-первых, отношение ширины корпуса к его длине должно быть малым; во-вторых, осадка должна быть большой. Серийные испытания В.Виглея и Г.Вейнблума позволили достаточно полно изучить интеграл Мичелла и использовать его для разных форм корпуса. Они выявили, что хотя интеграл Мичелла даёт хороший качественный результат, но расчётная кривая имеет горбы и впадины, которых никогда не бывает на экспериментальных кривых. В.Виглей и Г.Вейнблум объясняли наличие горбов и впадин на расчётной кривой волнового сопротивления тем, что интеграл Мичелла получен без учёта вязкости жидкости. В 1952 году для определения области применимости интеграла Мичелла Г.Вейнблум и др. [20]. провели испытания модели, которую они назвали «шероховатой пластиной» с отношением длины к ширине 37,67. Оказалось, что при числе Фруда больше 0,16 расчётные горбы и впадины совпадают с полученными в эксперименте. В 1969 году С.Шарма провёл в Гамбурге подобные испытания модели с относительным удлинением, равным 20. Экспериментальная кривая совпала с расчётной кривой Мичелла при числах Фруда больше 0,2.

В тридцатые годы прошлого столетия русские учёные Л.Н. Сретенский, Н.Е.Кочин, И.Г.Ханович и Л.И.Седов интенсивно изучали решение Дж.Мичелла. Тогда же Н.Е.Кочин получил решение, подобное интегралу Мичелла. Для упрощения расчётов Н.Е.Кочин протабулировал функцию, которая носит его имя и широко используется во всём мире. Во второй половине двадцатого века линейной теорией волнового сопротивления занимались крупные учёные разных стран: Дж.Лунде (Норвегия), Дж.Ньюман (США), Б. Андерссон (Швеция), Т.Инуи, Е.Баба, Х.Маруо и М.Бесшо (Япония), Е.Так и Л.Докторс (Австралия), К.Эггерс (Германия) и др.

Т.Хавелок (1935) и В.Виглей (1937 – 38) пытались привести в соответствие расчётные и экспериментальные кривые волнового сопротивления для моделей судов разной формы с помощью введения в формулу Мичелла поправочных коэффициентов. Для того чтобы разработать практически полезную теорию определения волнового сопротивления, необходимо было не только понять причины расхождений между теорией и экспериментом, но и найти способы экспериментального выделения волнового сопротивления из полного. Горбы и впадины на кривой Мичелла, отражающие взаимодействие носовой и кормовой систем кельвиновских волн, они сглаживали введением поправки, учитывающей вязкость реальной жидкости [26].

Однако есть важные сведения, которые помогают как в эксперименте, так и в теории: обе составляющие остаточного сопротивления – вихревая и волновая – моделируются по числу Фруда, несмотря на то, что первая составляющая связана с вихревыми явлениями, а вторая – с потенциальными.

Дальнейшие поиски более точных решений связаны с попыткой разделения полного сопротивления не на остаточное и трения, а на вязкостное и волновое.

В 1951 году М.Тулин [21] предложил делить полное сопротивление на волновое и вязкостное с помощью обследования попутного потока.

В 1952 году Г.Вейнблум стал директором вновь основанного Института Кораблестроения в Гамбургском Университете, где продолжал заниматься задачами,

связанными с сопротивлением воды движению судов. Этот институт и по сей день привлекает к научной работе талантливых лекторов и учёных. Выпуски Schiffbau продолжаются и поныне и содержат статьи, которые отличаются высоким научным уровнем.

1956-57 годы. Упорные исследования продолжались во многих опытовых бассейнах СССР, Франции, Швеции, Германии, Англии, США, Японии. В 1956 году в Вашингтоне состоялся первый Международный Симпозиум по гидродинамике морских судов (Symposium on Naval Hydrodynamics). С тех пор каждые два года вновь собираются на этот симпозиум специалисты всех континентов. Результаты исследований публикуются не только в трудах симпозиума, но и в научных журналах. Надо отметить большую роль издающегося с 1957 года американского журнала Journal of Ship Research, а также журнала по механике жидкости Fluid Mechanics. До начала шестидесятых годов, в основном, в них публиковались результаты систематических серийных испытаний моделей судов разного типа. Причём, при проведении этих испытаний теория использовалась очень мало.

В 1959 году в Японии был организован, так называемый, «домашний симпозиум» (JTTC), в работе которого принимают участие не только сотрудники научно-исследовательских институтов, но и профессора университетов, судостроительных институтов и даже аспиранты. Эти объединённые усилия дают хорошие результаты.

1960 год – впервые в работе бассейнов начинают использовать методы, которые называют – «анализом волнообразования», «волновым анализом» и «обследованием попутного потока». Если У.Фруд и его последователи занимались, в основном, замерами сил, то в Японии начались интенсивные наблюдения за волновой картиной. Количественное измерение параметров волн для определения волнового сопротивления – замечательная идея. Конечно, наблюдения за волнообразованием велись всегда, но использовали картину для качественной, оценки сопротивления только в шестидесятые годы прошлого столетия. Для этого пришлось использовать компьютерную технику и стерео – фотографирование. Кроме волн замеряется потеря количества движения для оценки вязкостного сопротивления судна.

В начале шестидесятых годов Г.Воссерс и Е.Так попытались применить модель, так называемого, удлинённого тела для судов. В этом случае у судна не только ширина, но и осадка принимается малой. Эта идея казалась привлекательной с точки зрения упрощения теоретического решения задачи.

Внимание учёных к линейным теориям вполне понятно. Обычно в любых инженерных расчётах ограничиваются решением первого порядка, потому что при этом получают главную часть искомой величины. Линейная теория Мичелла подтверждает это положение. И всё было бы хорошо, если бы интеграл Мичелла можно было использовать для вычисления волнового сопротивления реальных судов. Дело не только в горбах и впадинах, отражающих взаимодействие кормовой и носовой волновых систем судна в идеальной жидкости. Эти линейные теории нельзя использовать для широких судов типа речных, судов прибрежного плавания, рыболовных и т.п., так как одним из допущений, позволивших Мичеллу получить решение задачи, было условие малого отношения ширины корпуса к его длине.

1961 год - В.Г.Сизов (Одесса) впервые решил задачу определения волнового сопротивления судна с учётом нелинейных эффектов. Это первенство и по сей день отмечается во всех работах, посвящённых волновому сопротивлению судна.

1962 год – Дж.Гесс и А.Смит разработали численный метод определения поля скоростей и давлений вокруг полностью погруженного тела произвольной формы. Это был важный шаг в истории развития численных методов в гидродинамике судна.

В 1962 году К.Эггерс [8] выполнил теоретическое исследование метода расчёта волнового сопротивления из замеров волнообразования. Вслед за этим несколько исследователей пытались получить более определённую технику замеров в попутном потоке и волнового поля.

В 1968 году Л.Ландвебер и другие [10] также разработали технику обследования попутного потока и обсудили изменение вязкостного сопротивления в зависимости от числа

Фруда. Однако, было дано только несколько примеров, в которых волновое и вязкостное сопротивление использовались для определения полного сопротивления ([14] и [15]). В опытовом бассейне Мицубиси были проведены интенсивные исследования разных судовых форм, включая математическую модель Виглея и обводы танкера для измерения составляющих отдельно. Новый метод теоретического анализа, основанный на линейной аппроксимации поля скоростей, также был разработан для разделения сопротивления на составляющие, приведший к асимптотической формуле для каждой компоненты. Сумма вязкостного и волнового сопротивления проанализирована по этой теории и получилась в хорошем согласии с экспериментальными данными, полученными динамометром.

В 1969 году С.Шарма [15] разработал метод волнового анализа, основанный на измерении волн вдоль продольного сечения.

1968 год – Френсис Огилви выполнил исследование, в котором оценил порядки всех членов уравнений и граничных условий, которые используются в процессе решения задач волнообразования и волнового сопротивления судов в режиме малых скоростей. Эту замечательную работу трудно переоценить, потому что она инициировала не одну практически полезную научную работу. Её использование для разработки теории малой скорости явилось первым плодотворным применением.

Численные методы в гидродинамике CFD (Computational Fluid Dynamics)

Совершенствование вычислительной техники стимулировало разработку численных методов. Начиная с 1975 года, проводятся Международные конференции по численным методам в гидродинамике судов (International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics).

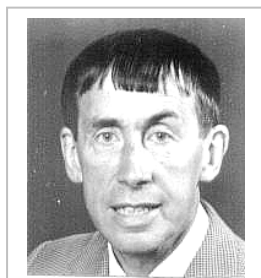
После десятилетий проведения многочисленных расчётов волнового сопротивления судов выяснилось, что для решения волновых задач необходимы вычислительные машины с большим быстродействием и с существенно большей памятью. В противном случае результаты расчётов дают большие ошибки и неприемлемые результаты. Даже расчёты интеграла Мичелла должны выполняться по очень большому числу расчётных точек (см. рис. II.5).

Вплоть до 1975 года для расчётов сопротивления воды движению судна использовалась, в основном, теория Мичелла. С появлением более мощных компьютеров численные методы стали главным инструментом.

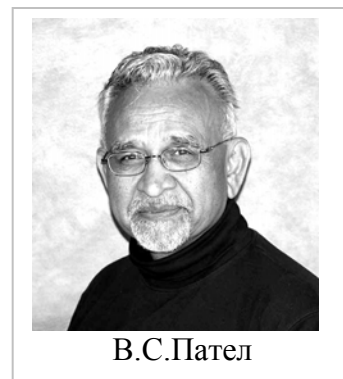
1976 год – Г.Е. Гэдд использовал идею удовлетворения нелинейных граничных условий на свободной поверхности с помощью гидродинамических особенностей, как и для моделирования корпуса судна. Таким образом, Г.Гэдд учёл нелинейные эффекты свободной поверхности и точные условия на поверхности тела. В качестве примера он посчитал волны и волновое сопротивление для судна с тупым носом и с бульбом в носовой оконечности.

1977 год – С. Даусон разработал программу для расчёта волн и волнового сопротивления. Ценность работы Даусона заключается в исследовании и учёте условий рассеяния волн перед и за движущимся судном. Работа Даусона стала базовой почти для всех современных вычислений волнового сопротивления.

Практически во всех опытовых бассейнах мира разработаны комплексы программ для выполнения различных расчётов, в которые обязательно входит определение сопротивления судна. Перечислить и описать все используемые ныне программы невозможно, но есть такие, которые широко известны и используются судостроительными компаниями. Это программа MICHLET и FLOTSM (Австралия, руководитель Лео Лазаускас), программа KELVIN (Германия, руководитель Генрих Сёдинг), программа SHAPMAN (Руководитель Л. Ларссон, Чалмерский Университет в Гётеборге);



Г. Гедд



В.С.Пател

программа CHAPMAN разработана в рамках Европейского проекта CALYPSO, главная работа которого курировалась международной кампанией FLOWTECH, программы ICARE и ISIS (Руководитель Ж. Делаю в Нанте) разработаны для учёта вязкости жидкости в расчётах сопротивления воды движению судна. Программы TUMMAC (Tokyo University Modified Marker-And-Cell) разрабатывались Т.Инуи, Х.Мията и Х.Кадзитани в течение 20 лет в бассейне Токийского университета одновременно с совершенствованием техники измерений волн.

Об известной программе RANS следует сказать особо, потому что она легла в основу многих комплексных программ. Её автором является В.С.Пател – профессор университета Аиова в США. Численный метод RANS (способ Рейнольдса усреднения уравнений Навье-Стокса) – это способ учёта турбулентности потока вокруг движущегося судна в расчётах сопротивления воды движению судна. При использовании уравнения Рейнольдса учитывается только влияние турбулентной вязкости подповерхностного пограничного слоя корабельных волн и не учитывается действие турбулентных подпорных волн, сдвигающих кельвиновские волны в корму. Именно поэтому нельзя ждать, что RANS позволит точно получить остаточное сопротивление.

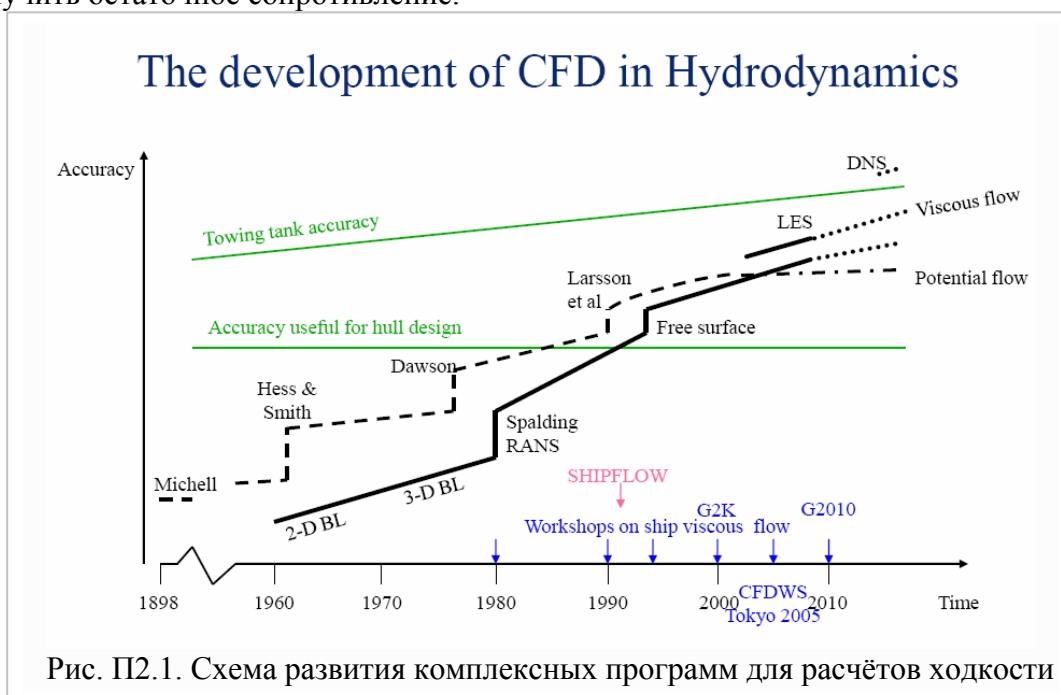


Рис. П2.1. Схема развития комплексных программ для расчётов ходкости

В начале 21-ого века началась интенсивная разработка комплексных программ проектирования судов и в этом процессе не последнюю роль играли и играют численные методы корабельной гидродинамики. В 2006 году Е.Ф.Кампана и др. в своей работе об оптимизации формы корпуса судна пишут, что за последние 10 лет достигнут большой прогресс в области моделирования проектирования судов [5]. На основе методов вычислительной гидродинамики CFD начали создавать новый комплекс программ SBD (Simulation-Based Design) для оптимизации конструкций на основе крупномасштабного численного моделирования. Авторы отмечали, что проектирование на основе моделирования – это основной способ, который используется при проектировании судов. Основное внимание уделяется проблемам оптимизации. В работе показаны методы снижения вычислительных затрат, обсуждены алгоритмы оптимизации для задач нелинейного программирования. Приводятся результаты экспериментальной проверки модельной оптимизации. Приводятся две версии SBD, которые продемонстрированы на проектировании оптимальной формы судна при реальных геометрических и функциональных ограничениях. Использованы решения осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса. На двух оптимизированных моделях CFD выполнена экспериментальная проверка достоверности расчетов и оценка успешности процесса оптимизации.

Ларс Ларссон в обзоре работ [11], связанных с развитием численных методов в гидродинамике судов, в 2008 году приводит схему, приведенную на рис. П2.1.

После того, как в 2012 году Ф.Стерн и др. представили в Гамбурге лекцию «Вычислительная гидродинамика: сейчас и в будущем» авторы продолжали свои разработки [17]. Они отмечали, что методы CFD продолжают развиваться всё быстрее и более содержательно, но, тем не менее, CFD очень медленно внедряется в промышленность, университеты и лаборатории (ИТС, 2011). Но в то же время медленно, но уверенно CFD внедряется в инженерное проектирование. Первая генерация SBD (simulation-based design-проектирование, основанное на моделировании) была направлена больше на функциональность и широту, чем на быструю эффективность, для которой требуется значительный прогресс в возможностях SBD для решения проблем полномасштабных и многофункциональных судов.

Недавний прогресс в области CFD для морской архитектуры и океанской инженерии был описан в программах CFDShip-Iowa URANS/DES как пример искусства проектирования. Упор делается на последние исследования Ф.Стерна и др. (2013). Более полное перечисление статей в соответствии с разработками и приложениями CFDShip-Iowa URANS/DES в области численной гидродинамики читатель может найти в работе Ф.Стерна и др.[18] В этой работе описана наука в Айова и технологические парадигма для развития возможностей SBD.

Они пишут, что развитие SBD включает новые парадигмы для исследовательской гидродинамики в которых используются численные методы и экспериментальная динамика жидкости.

Люди вместе могут совершить то,
чего не в силах сделать в одиночку..

Константин Ушинский

П2.2. Организация и значение Анн Арборского семинара 1963 года

Научная мысль получила сильный толчок в 1963 году. К этому времени резко повысились мировые цены на топливо, и судовладельцы и судостроители заинтересовались возможностью повысить ходовые качества судов за счёт улучшения форм корпуса судна. Снизить сопротивление морских судов стало насущной необходимостью. Большую роль в организации работы по расчётам волнового сопротивления и по выбору обводов с наименьшим сопротивлением сыграл замечательный учёный Георг Вейнблум. Именно по его инициативе возникло то мировое сообщество, которое все усилия направило к решению упомянутых выше задач. Это сообщество состоит из крупных учёных, и стоит того, чтобы войти в историю мировой науки, как замечательное явление. Эта статья стимулирована успехами работы именно этого международного сообщества.

Г. Вейнблум, работая в Опытном Бассейне Давида Тейлора в Вашингтоне, содействовал созданию Американской школы корабельной гидродинамики, в которую привлёк математиков Л. Ландвебера, Ф. Михельсена, М. Тулина, Дж. Вехаузена, Ф. Урселла, К. Эггерса, Ф. Ноблесса, Г. Дагана и др. Вейнблум говорил, что для решения задачи о сопротивлении воды движению судов необходимы «не судостроители, физики, гидромеханики, а математики», потому что, по его словам, «теория судна слишком трудна для инженеров». В 1952 году Вейнблум стал директором вновь основанного Института Кораблестроения в Гамбургском Университете. Этот институт и по сей день привлекает к научной работе талантливых учёных.

Г. Вейнблум совместно с Р. Кохом решили организовать Международный семинар по теоретическому и экспериментальному определению волнового сопротивления, который и состоялся в Анн Арборе при Мичиганском Университете в августе в 1963 года. На семинар было представлено 39 работ (1352 стр.) из разных стран и континентов. От СССР лично никто не присутствовал, но обсуждалась вышедшая в 1959 году переведённая на английский язык книга А.А. Костюкова «Теория корабельных волн и волнового сопротивления».

На Анн Арборском семинаре дебютировала группа учёных из Японии Т. Инуи (Токио), М. Бешо (Июкогама), Х. Маруо (Июкогама) и Х. Кадзитани (Токио), которым была для этого оказана финансовая поддержка, и которые в дальнейшем стали замечательными участниками работы созданного на семинаре сообщества. Т.Инуи сказал по этому поводу: «Нужно добавить с большой признательностью, что было приглашено много японских участников с финансовой поддержкой для приезда в США, а именно, со стороны Мичиганского Университета и Кабинета Морских исследований».

Большую роль в организации Анн Арборского семинара сыграл профессор Дж. Вехаузен. Блестящий математик, знающий почти все европейские языки, а также русский и турецкий, он смог быстро составить большую библиографию работ по поверхностным волнам, по волновому и вязкостному сопротивлению судов на глубокой и мелкой воде и в двухслойной жидкости. Эта библиография помогала и сейчас помогает ученым знакомиться с работами, выполненными в разных странах. Дж. Вехаузен (совместно с Е. Лайтоне) написал в 1960 году энциклопедический труд по поверхностным волнам, до сих пор не потерявший своей актуальности, и в настоящее время заботами его коллег записанный на сайте в Интернете. Но Вехаузен занимался не только составлением аналитических обзоров и библиографий. Он получил фундаментальные решения задачи о волновом сопротивлении в нелинейной постановке по методу Эйлера и Лагранжа. Великолепный педагог – он воспитал прекрасных учёных. Говоря о Дж. Вехаузене, невозможно не сказать о его личной скромности и обаянии, которые отмечаются всеми, кто имел счастье общаться с этим замечательным человеком



Рис. П2.2. Участники семинара в Анн Арборе в августе 1963 года
Сидят (справа налево) К. Эггерс, С. Шор, Т. Инуи, Дж. Вехаузен, Л. Ландвебер,
Г. Вейнблум, Р. Кох, Ф. Урселл (третий слева), Р. Тимман.

Г.Вейнблум, Дж.Вехаузен, Р.Брар, К.Эггерс, М.Бесшо, Х.Маруо, Т.Инуи не только определили высокий математический уровень теоретических работ в области волнового сопротивления, но создали доброжелательную атмосферу взаимопомощи и поддержки в процессе работы. Сложилась прекрасная традиция обмена (до опубликования) полученными результатами и практика проверки теоретических работ. Установление дружеских отношений внутри этого мирового сообщества стало неременным условием совместной работы.

На семинаре в Анн Арборе был выбран Международный Комитет опытовых бассейнов во главе с академиком, вице-адмиралом Роджером Браром.

На семинаре, в основном, обсуждались расхождения между теорией и экспериментом. В результате работы семинара были определены следующие задачи:

- 1) найти пути улучшения линейной теории Мичелла, которая позволяет искать формы корпуса судна с наименьшим волновым сопротивлением;
- 2) найти пути решения задачи в нелинейной постановке, то есть, точной задачи движения судна с постоянной скоростью по поверхности идеальной жидкости;
- 3) найти пути экспериментального определения волнового сопротивления вместо остаточного, которое определяется по закону Фруда;
- 4) выявить причины слишком резко выраженных горбов и впадин на теоретической кривой волнового сопротивления;
- 5) найти теоретические возможности определения волнового сопротивления при движении судна в вязкой жидкости.

В Анн Арборе обсуждались методы определения волнового сопротивления по замерам волн (волновой анализ). Были предложены несколько методов для таких измерений. Благодаря хорошим контактам с Американским бюро Военно-морских исследований и большому личному обаянию, Г.Вейнблум дал начало многим международным встречам, симпозиумам и семинарам. Клаус Эггерс, один из ведущих учёных Германии в области гидромеханики судов, выполнил ряд экспериментальных и теоретических исследований волнового сопротивления. Нужно отметить личное обаяние Клауса Эггерса, благодаря которому Г.Вейнблум поручил ему поддерживать связь с учёными Востока. В частности, он

постарался облегчить японским учёным участие в Анн Арборском семинаре. В то время японские ученые плохо владели английским языком.



Рис. П2.3. К. Эггерс, Т. Инуи, Дж. Вехаузен, Х Кадзитани (нижний ряд), А. Гамст, К. Накатаке, Т. Милох, С. Шарма

Т.Инуи [9] в своей мемориальной лекции в Гамбурге и в Вашингтоне сказал о своём знакомстве с Г.Вейнблюмом летом 1960 года. Он сказал: «Профессор Вейнблум тепло встретил нас в знаменитом ресторане в гавани Гамбурга. Моя память возвращает меня от той изумительной ночи к завтраку в Анн Арборе, где была впервые высказана Вейнблюмом и Кохом идея Международного семинара по теоретическому и экспериментальному определению волнового сопротивления».

Анн Арборский семинар в 1963 году был действительно первым для японского общества гидродинамики судов, чтобы установить персональные знакомства с профессором Вейнблюмом после многолетней мечты об этом.

В продолжение этой работы в духе Вейнблюма был проведен второй семинар в феврале 1976 года в Токио. К нашему большому сожалению, это было слишком поздно, потому что профессор Вейнблум умер 4-го апреля 1974 года. В некрологе я писал: «Профессор Вейнблум был деканом в нашей области, который стимулировал и поддерживал многих из нас своим блестящим умом и очаровательными манерами».

13 лет после Анн Арборского семинара

Если до этого знаменитого семинара публиковалось всего 2 или 3 работы о волновом сопротивлении в год, то после него научные статьи и отчёты начали появляться сотнями. Казалось, что ознакомиться со всеми работами совершенно невозможно. Особенно трудно было учёным в СССР из-за отсутствия необходимых журналов и материалов симпозиумов. Но время от времени появлялись хорошие обзоры. Здесь следует выделить книжку Дж. Вехаузена [22] по волновому сопротивлению судов. Эта обзорная работа по сопротивлению

в силу своей глубины не теряет актуальности и поныне. Кроме того, ситуация несколько облегчалась тем, что в то время требовалось каждую статью начинать с краткого обзора и анализа предшествующих работ.

М.Бесшо (период 1960–76, Иокогама) сделал ряд важных теоретических работ. После Анн Арборского семинара были осуществлены теоретические работы по нелинейным теориям волнового сопротивления. М.Икехата (1965, Кавасаки), К.Эггерс (1966, Гамбург), Х.Маруо (1966, Иокогама), Б.Йим (1968, США) и Дж.Вехаузен (1969, Беркли) сделали фундаментальные работы по теории волнового сопротивления второго порядка с разными граничными условиями.

В 1969 году Е.Баба обнаружил в процессе теоретического и экспериментального изучения полного сопротивления судна новую вязкостную составляющую. При определении потери общего напора, появилась дополнительная потеря количества движения вне попутного потока. Предварительные теоретические исследования этой составляющей показали, что она подчиняется закону подобия Фруда, несмотря на то, что обнаруживается при изучении попутного потока. Эта составляющая позволила объяснить, почему волновое сопротивление, полученное с помощью техники волнового анализа, оказалось слишком маленьким по сравнению с разностью полного и вязкостного сопротивления. Эту составляющую сопротивления Е.Баба назвал «вихревым сопротивлением».

В 1975 году Е.Баба и К.Такекума разработали новую нелинейную теорию, так называемую, теорию малой скорости, которая явилась большим шагом вперёд после долгого периода мучительных поисков. Было учтено, что скорости коммерческих судов малы с точки зрения изучаемого диапазона относительных скоростей. Е.Баба и К.Такекума исходили из того, что все основные процессы, которые вносят нелинейные эффекты и влияют на образование поверхностных волн, происходят в тонком слое под свободной поверхностью жидкости. Исходя из этих соображений, они разделили поток вокруг судна на подповерхностный пограничный слой и поток вокруг дублированной модели. Эта идея является важной в истории теоретического изучения и расчёта волнового сопротивления судов. Е.Баба и К.Такекума основали свою работу на теории Ф.Огилви [13], в которой оценивались порядки всех членов уравнений движения судна и граничных условий. Понятно, что решить задачу волнового сопротивления без допущений невозможно, потому что она математически слишком громоздка. Кроме того, входящие в каждое уравнение члены должны иметь один и тот же порядок. Эта работа Ф.Огилви стала основой для любых исследований в области волнового сопротивления судов.

1976 год - В продолжение этой работы в духе Г.Вейнблума был проведен второй семинар в феврале 1976 года в Токио. К тому времени профессор Г.Вейнблум умер 4-го апреля 1974 года. Этот семинар практически подводил итоги тринадцатилетней работы учёных, объединивших свои усилия для решения задачи определения сопротивления воды движению судов.

В знак большого вклада Георга Вейнблума в гидродинамику судов в 1978 группой немецких и американских коллег и друзей были открыты ежегодные Мемориальные Вейнблумовские лекции в качестве почётной награды за достижения в области гидродинамики корабля.

П2.3. Семинар в Токио в 1976 году

После 13 лет активной совместной работы в 1976 году в Токио состоялся новый международный семинар по волновому сопротивлению [4]. Этот семинар имел три основные цели: 1) проследить развитие теории волнового сопротивления путём обзора результатов за прошлую декаду и определение будущих направлений; 2) классифицировать обычные дискуссии между исследователями и проектантами на тему: «как использовать теорию волнового сопротивления для проектирования судов»; 3) предусмотреть благоприятные условия для быстрых обменов неопубликованной информацией, которая полезна для теории волнового сопротивления и проектирования формы корпуса (на этом симпозиуме было высказано пожелание, чтобы японские работы по обсуждаемой проблеме публиковались на английском языке). Подготовкой этого семинара в Японии занимался профессор Токийского университета Т.Инуи. Г.Вейнблум не дожидаясь этого семинара, но большую организационную помощь оказывали М.Бешо, Х.Маруо, Х.Кадзитани.

Были заранее выяснены требования участников семинара и соответствующих лекторов, для чего в марте 1973 года были посланы анкеты в 42 организации, включающие 14 верфей, в лаборатории, проектантам, 7 судовладельцам, 16 университетов, 5 ассоциаций.

Докладчики определялись по анкетам. Среди 30 лекторов 5 иностранных учёных отозвались на приглашение японцев, среди них Дж. Ньюман (МИТ), Ф. Огилви (Мичиган), К. Эггерс (Гамбург), Г. Гедд (Англия) и П. Пин (США).

Профессора К. Эггерс и Ф. Огилви приехали на пару месяцев по программе встреч профессоров Японии для содействия науке. С 1960 года институт Шифбау в Гамбурге и Мичиганский университет проявляют интерес ко многим японским исследователям.

На семинаре в Токио было заслушано 36 докладов, каждый из которых активно обсуждался как во время, так и до семинара. Рассматривались линейные и нелинейные теории волнового сопротивления и возможность их применения к проектированию обводов судов. Большое внимание было обращено на линейный интеграл по действующей ватерлинии, который получается при определении волнового сопротивления по теории второго порядка. Пытаясь решить задачу в точной постановке, Дж. Вехаузен показал, что кроме интеграла по смоченной поверхности нужно ввести в расчёт интеграл по действующей ватерлинии. К семинару Т. Китазава и М. Такаги (Япония) сравнили теории второго порядка Дж. Вехаузена, К. Эггерса и Х. Маруо с этой точки зрения. Ф. Кусака и М. Хирата (Япония) пытались оценить порядок линейного интеграла по сравнению с другими слагаемыми волнового сопротивления. Особое внимание было уделено влиянию вязкости на волновое сопротивление судна. Проверялось влияние вязкости, происходящее через ударные и разрушающиеся волны, через пограничный слой и попутный поток. Х. Адачи (Япония) рассмотрел вопрос о деформации носовых волн при прохождении их вдоль корпуса (шелтерный эффект). К. Мори (Япония) предложил метод расчёта поля скоростей в попутном потоке судна. Г. Гедд (Англия) разработал численный метод расчёта волнового сопротивления реального судна.

Несмотря на всю эту огромную работу, практически пригодный для инженерной практики метод расчёта волнового сопротивления так и не был получен. Оказалось, что горбы и впадины остались на расчётных кривых, полученных даже по теориям второго порядка.

Во вступительной речи Р. Брар сказал, что он не допускал мысли о таком сильном сопротивлении, какое оказывает эта проблема столь мощным усилиям целого научного сообщества. С этой точки зрения, определение волнового сопротивления движению судна можно отнести к разряду одной из самых замечательных задач гидромеханики. Совершенствование вычислительной техники стимулировало разработку численных методов. Начиная с 1975 года, проводятся Международные конференции по численным

методам в гидродинамике судов (International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics). После десятилетий проведения многочисленных расчётов волнового сопротивления судов выяснилось, что необходимы электронные вычислительные машины значительно большего быстродействия и с существенно большей памятью. Выяснилось, что такие численные методы интегрирования, как метод трапеций и Симпсона, при небольшом числе разбиений области интегрирования (поверхности корпуса) дают очень большие ошибки. В связи с этим в Чалмерском университете в Гётеборге были использованы криволинейные панели для более точного задания поверхности корпуса судна при выполнении численного интегрирования. Пионерами были С. Ни, Ф. Цай и К. Ким. В настоящее время эту традицию в Чалмерском университете продолжает проф. Л. Ларссон со своими сотрудниками. Усилия кафедры Л. Ларссона направлены на получение полного сопротивления судна расчётным путём.

1979 год – в опытовом бассейне Токийского университета Т.Инуи и Х.Мията обнаружили волны, которые они называли FSSW (Free Surface Shock Waves) ударными волнами на свободной поверхности. Эти волны дают вклад в виде потери количества движения. Практически они родственны обнаруженной Е. Баба в 1969 году вязкостной составляющей сопротивления.

При изучении ударных волн была выявлена нелинейная зависимость волнового сопротивления от размерений корпуса судна, от осадки и ширины. Это обстоятельство особенно важно при выборе критериев оптимизации формы корпуса. 80-е годы исследователи Токийского опытового бассейна посвятили двум проблемам: изучению особенностей влияния носового бульба на линейные и нелинейные корабельные волны, и разработке численных методов для расчётов сопротивления движению корпуса судна.

В это время впервые была поставлена и решена задача проектирования корпуса судна, не создающего при движении обычной картины корабельных волн. Несмотря на то, что теоретическому поиску безволновых форм корпуса посвящено много работ, всё-таки отработка таких обводов в опытовом бассейне оказалась более продуктивной. Открытие ударных волн оказалось важным моментом в этой отработке.

Вводная речь Роджера Брара

Для меня большая честь и привилегия быть приглашённым прочесть этот адрес на открытии сессии на этом семинаре. Мне приятно выразить мою тёплую благодарность организационному комитету и, в частности, доктору М.Киношита и проф. Т.Инуи.

Мой статус для настоящего задания заключается в том, что я являюсь главой комитета по сопротивлению международной конференции международных бассейнов с сентября 1963 года. Меньше, чем за месяц до этой даты, Международный семинар по теории волнового сопротивления состоялся в Мичиганском университете. Изменение направлений Международных конференций опытовых бассейнов (ИТТС) по вопросам волнового сопротивления, которые имели место за это время, вплотную относятся к успехам этого семинара. В 1957 году на 8-ой ИТТС энергично поддерживалось то, что в фокусе внимания комитета было вязкостное сопротивление. В 60-тые годы я, как президент ИТТС, изучил вопросы, связанные с волновым сопротивлением, которые могли бы быть положены в основу 10-ой ИТТС, и я назначил доклады к этому случаю. Но я не был уверен в успехе. Семинар в Анн Арборе подействовал как катализатор. 10-ая конференция указала новому комитету по сопротивлению, что нужно изучать основы сопротивления судов с вниманием к волнообразованию и к соотношениям между различными составляющими сопротивления.

Много шагов было сделано за последние 12 лет. Однако сегодня заведующие некоторыми бассейнами подозревают, что мы находимся в тупике. Новые достижения требуют времени, и успехи на 14-ой ИТТС, показали мне, что проблемы содержится в многочисленных трудностях, которые мы всё время обнаруживаем.

Я знаю, что судовладельцы вполне понимают необходимость поддержки, и они действуют как боссы, а не тормоз. Я однако, верю, что настоящий семинар, который является добрым предзнаменованием от Совета Морской архитектуры Японии, явится оживлённым обсуждением проблем сопротивления. Этот семинар будет большим событием, происходящим в более удобное время.

Четыре статьи, относящиеся к теории корабельных волн, три с волновым анализом, четыре о проектировании корпуса, одна о действии вязкости. Так как я знаю эти статьи мало и конспективно, я не могу претендовать на то, что смогу обобщить их. Я в этом выступлении выражаю мою личную точку зрения на предмет, важность которого я чувствую. Но я прошу прощения у присутствующих, хоть частично причастных к бассейновым концернам, если я отвлекусь от общей линии идей специалистов.

1. *Определение волнового сопротивления*

Инициативное предложение Комитета по сопротивлению состояло в том, чтобы определить различные составляющие сопротивления так, чтобы каждая могла быть измерена экспериментально, т.е. вязкостное сопротивление будет идентично со значением R_v^{wake} , определяемым из измерений в части попутного потока, и волновое сопротивление R_w^{pa} , определяемым из анализа волнообразования. Практически, однако, вопрос оказался менее простым, чем это ожидалось.

(i) *Действие разрушающихся волн*

Разрушающиеся волны уменьшают волновое сопротивление R_w^{pa} и увеличивает R_v^{wake} . Сумма остаётся неизменной и равна общему сопротивлению R_m^{dyn} , измеряемому с помощью динамометра. Но разрушающиеся волны усиливаются, может быть, после интерференции между носовыми и кормовыми волнами. Отсюда получение правильного волнового сопротивления R_w может быть предметом ошибок из-за действия разрушающихся волн. Статья, подготовленная Е.Баба, может быть, прольёт свет на этот пункт.

(ii) *Подавление волн действием вязкости*

При предположении, что волны на разрушаются, сопротивление в невязкой жидкости даётся формулой Т.Хавелока

$$R_w = \frac{\pi}{2} \rho c \int_{-\pi/2}^{\pi/2} [A^2(\theta) + B^2(\theta)] \cos^3 \theta d\theta \quad (П2.1)$$

Здесь A и B функции амплитуды волн на удалении, но в действительной жидкости волны подавляются вязкостью. Чем больше $|\theta|$, тем больше влияние. Здесь есть искажение волнового спектра. Может быть, проф. Х.Маруо планирует рассказать что-нибудь об этом действии.

(iii) *Волны, порождённые попутным потоком*

Эти волны отходят шире, чем сам попутный поток. Измерение волнообразования, хоть и выполняется на внешней стороне попутного потока, не может быть свободно от действия попутного потока.

(iv) *Теоретическое определение волнового сопротивления*

Из того, что написано выше, можно удивляться тому, что волновое сопротивление не может быть получено теоретически до эксперимента. Но согласно Т.Хавелоку форма корпуса должна быть принята во внимание, потому что она изменяется пограничным слоем. Однако я не верю, что точная волновая теория давала бы такие горбы и впадины, какие даёт интеграл Мичелла - Хавелока. В противоположность случаю, когда тело движется в

безграничной жидкости, поле скорости вокруг поверхности судна не определяется одними вихрями. Здесь есть действие геометрии корпуса, которое, к несчастью, не отделяется от вихревых возмущений в пограничном слое ни экспериментально, ни теоретически. Однако корпус и пограничный слой составляют одно целое.

Можно написать так: «Волновое сопротивление в невязкой жидкости равно пределу при $\nu \rightarrow 0$ суммы волнового сопротивления и пограничного слоя в реальной жидкости, где ν - кинематический коэффициент вязкости».

Это равенство предусматривает отделение разрушенной волны, образующейся на модели. Анализы волнообразования дали многочисленные оценки величин внутри скобок правой части равенства, и волновая теория будет соответствовать тому, что стоит слева.

2. Анализ волнообразования

Для исключения прямого влияния распределения вихрей попутного потока при оценивании R_w^{pa} , получена из измерений, выполненных вдоль одного или нескольких продольных сечений, волновая модель по внешней поверхности попутного потока. Если использовано только одно сечение, необходима сокращённая формула, и измерения должны быть сделаны в области свободной от отражённых волн продольных сечений бассейна. Матричный метод Хогбена, а также К.Цоя и Л.Ландвебера [20] позволяет в принципе взять область с отражёнными волнами, т.е. предусмотреть влияние вертикальных стенок и гладкого плоского дна бассейна. Оба метода используют несколько продольных сечений. Их длина в основном короче, чем единственное сечение. Используя формулу, составленную на методе суммирования Пуассона, К.Эггерс предлагает процедуру расчёта ряда поперечных сечений в наружной части попутного потока, но даёт также возможность реконструировать волновую модель в области попутного потока, если жидкость невязкая, в виде ряда Фурье в x - направлении. В области попутного потока должна быть учтена вязкость. Ряды Фурье в y - направлении заменяются интегралами Фурье в x - направлении. Не усечённая формула ряда Фурье необходима, а входящие в ряд Фурье гармоники могут быть эквивалентны сокращённой формуле, по крайней мере в определённой манере.

По сведениям автора, метод матриц не был применён к случаям, включающим действия отражённых волн. С другой стороны, согласно К.Цою и Л.Ландвеберу, рекомендуется только одно пересечение попутного потока отражёнными волнами.

Что получается из примеров, найденных в литературе? Критерием для разумных и точных методов должно быть равенство

$$R_w^{pa} + R_v^{wake} = R_t^{dyn} \quad (П2.2)$$

Несколько примеров содержат результаты обзора попутного потока и измерений волновой картины. Сопротивление R_v^{wake} является само субъектом систематической ошибки, сделанной при пренебрежении волнами, образованными самим попутным потоком, чтобы соответствовать истинному вязкостному сопротивлению.

В некоторых случаях согласие численных оценок обеих сторон уравнения (П2.2) хорошо или довольно хорошо. Но в других случаях, возможно, чаще нам встречающихся, расхождение может быть больше и даже значительным. Иногда ошибка R_w^{pa} зависит от калибра измерения на конце записи. Это может быть следствием интерференции волн, генерируемых попутным потоком, с теми, которые генерируют корпус + пограничный слой. Для подтверждения, в конце концов, этого эксперимента будет желательно ждать измерений сечений необычной длины. Это может потребовать более разумных инструментов или, может быть, проведения эксперимента в более широком бассейне.

В настоящее время можно удивляться скорее точности оценки R_w^{pa} , не зависящей от размеров корпуса, и соответствия размеров модели и бассейна.

Автор надеется, что статьями, приготовленными Эггерсом, Йокии и Танака, Джиннака, Татсуми и Огивара, будет рассеяно наше пессимистическое настроение.

3. Теория корабельных волн в идеальной жидкости

3.1 Состоятельная аппроксимация

Аппроксимация называется состоятельной, если два граничных условия удовлетворяются по порядку величин. Для того, чтобы это удовлетворить, необходимо представить поверхность корпуса равенством $y = \pm \varepsilon f(x, z)$. Аппроксимация второго порядка и потенциал скорости $\varphi(\varepsilon, M)$, где $M(x, y, z)$, могут быть написаны в форме $\varphi = \varepsilon \varphi^{(1)} + \varepsilon^2 \varphi^{(2)} + o(\varepsilon^3)$. Основное предположение состоит в том, что потенциал $\varphi^{(1)}$ мал. Он может не быть постоянной величиной, зависящей от формы кормы и носа. Для выводов, которые будут сделаны позже, особое внимание будет уделено решениям Дж.Вегаузена (1963) и К.Эггерса (1966, 1970). Дифферент и осадка учтены в решении Дж.Вегаузена и не учтены К.Эггерсом. Кроме того, в последних ватерлиниях есть параболические и прямоугольные шпангоуты. Но оба автора следуют одинаковым путём, выражая потенциал в зависимости от интеграла по смоченной части корпуса и взволнованной части свободной поверхности. Часть $\varphi^{(1)}$ выражается по Мичеллу и Хавелоку. Член $\varphi^{(2)}$ содержит линейный интеграл, выражающий взаимодействие между корпусом и свободной поверхностью, и результирующую от интегрирования по частям по свободной поверхности. В решении К.Эггерса второй линейный интеграл, продолженный до пересечения плоского днища и бортов, К.Эггерс показал, что волновое сопротивление может происходить от силы Лагалли от особенностей.

3.2 Теория удлинённого судна

Кажется, что первой была проявлена инициатива Х.Маруо (1962). Содержание аппроксимации могло быть получено из теории. Но найденное сопротивление было отрицательным на низких и высоких числах Фруда, и горбы и впадины были выражены даже больше, чем у Мичелла. В 1970 году в своей статье Т.Огилви разрешил этот вопрос в подробностях. Статьи Ньюмана и Огилви, подготовленные для этого семинара, вернулись к этой проблеме. Ожидается много от этих работ.

Вопросы, важные для дальнейшего

Я имею в виду задачу Т.Огилви о нелинейных членах первого порядка и разрушающиеся волны (см. статью Е.Баба).

Неустойчивая аппроксимация

Ф.Эмерсон и Г.Гедд показали, что метод Гиллотона приводит к результатам, хорошо согласующимся с экспериментом в случае довольно удлинённых корпусов на умеренных числах Фруда. Недавно Ф.Ноблесс и Г.Даган независимо один от другого показали, что решение Гиллотона неустойчиво в том смысле, что граничные условия удовлетворяются до второго порядка, а область решений уравнений удовлетворяется только до первого порядка.

В сентябре 1975 года в журнале Ship Research каждый из этих двух авторов комментирует метод Гиллотона и обосновывает свой собственный. Два новых метода не очень отличаются от Гиллотона. Может быть, позже появится что-то рациональное, которое будет подходящим.

Метод Гедда для тупоносых тел

Этот метод может быть использован для определения поля волн вокруг судовых форм с очень большим δ , но может быть применён для одних носовых оконечностей. Симметричное распределение источников Рэнкина на корпусе скомбинировано с источниками, распределёнными по свободной поверхности так, что оба граничных условия в точности удовлетворяются. Примеры, имеющие отношение к формам корпуса с коэффициентом общей полноты 0,85 или 0,90 очень выразительны. Предложение не

сохраняется, когда возникает разрушающаяся волна или когда это делается с обтекаемым корпусом.

Некоторые заметки о требованиях устойчивости

Помехой устойчивости аппроксимации является то, что невозможно предсказать их точность. Иногда трудно решить, даёт ли аппроксимация неустойчивость или нет. Есть случаи, когда аппроксимация содержит члены высших порядков, дающие вклад такого же порядка значений, как и низшие члены высоких порядков. В действительности потенциал φ зависит от нескольких переменных. Простейший случай тот, когда переменные сводятся к ε , Fr и положению. Положим

$$\varphi(\varepsilon, Fr; M) = S_n + R_n, \quad S_n = \varepsilon\varphi^{(1)} + \dots + \varepsilon^n\varphi^{(n)} \quad (\text{П2.3})$$

Предложение, что S_n представляется φ n -ым порядком, кажется, обозначает какую-нибудь M , если Fr лежит в определённом интервале l , а R_n стремится к нулю как $1/n$. В действительности, выражение может быть полезно при меньших ограничениях, например, при $R_n = O(\varepsilon)$ для каких-нибудь чисел Fr внутри l и каких-нибудь положений M . Это даёт возможность поднять проблему однородности в связи с отношением к Fr и положению. Для этого асимптотического поведения выражения действительно полезны, верхняя граница $|R_n|$ в зависимости от ε , Fr , M должна быть известна.

Из двух сейчас отмеченных соображений трудно поверить, что согласованность практически очень важна. Это утверждение не мешает нам по имеющимся данным сравнить прямо расчёты с измерениями.

4. Комментарии к задаче Неймана-Кельвина

По определению задачи Неймана-Кельвина, условия на свободной поверхности линеаризованы, но форма корпуса не является субъектом для ограничений. Когда пять лет назад я занялся этой задачей, я не представлял себе её противоречивость. Моё главное предположение состояло в том, что можно получить лучшее решение, чем аппроксимация дублированной модели. Я также надеялся, что можно потом сделать шаги по отбрасыванию ограничений, относящихся к подъёму свободной поверхности. Беря единичные источники Кельвина, как функцию Грина, внешнюю и внутреннюю по отношению к корпусу, и интегрируя по частям интегралы по внешней и внутренней стороне свободной поверхности, легко получить более общее выражение для гармонических функций внешней стороны корпуса и удовлетворить линеаризованные условия на свободной поверхности. Для ясности я повторяю, что это выражение содержит сумму двух потенциалов: один, вызванный источниками Кельвина, распределёнными по корпусу + соответствующие кельвиновские источники, распределённые по линии пересечения корпуса и свободной поверхности в покое; а другой генерируется Кельвиновскими нормальными диполями, распределёнными по корпусу + соответствующими распределёнными источниками и продольными диполями на верхнем контуре.

В основном, мощности распределения диполей могут быть выбраны произвольно, и распределение источников определяется граничными условиями на корпусе. Это было, наконец, первым сигналом для заключения, что исследование не завершено.

Второе заключение состоит в том, что здесь не содержится решение, вызванное особенностями, распределёнными только по корпусу. Наконец, изучение эллиптического вертикального цилиндра в условиях нулевого числа Фруда. Можно предположить, что линейный интеграл имеет ненормальное действие возрастания в зависимости $1/Fr$. В третьем заключении имеется что-то парадоксальное. Может быть, поэтому предыдущие статьи других авторов принимают линейный интеграл только как поправку 2-го порядка. Однако Дж.Вехаузен объяснил в статье 1963 года, что линейный интеграл более важен, чем члены второго порядка, и потому, что действия на условие на корпусе так же важны, как и на свободной поверхности.

Насколько известно автору, практически приложения теории линейных интегралов имеют смысл только в соответствии с распределением источников по корпусу. Сравнение с экспериментом основано на измерении волн модели более точных, чем те, что основаны на интегрировании давлений. Я пока не знаю в деталях результаты, полученные японскими коллегами. Неудивительно, что линейный интеграл улучшает результаты, полученные из распределенных по корпусу источников. Можно также видеть, что разумно сглаживание горбов и впадин на кривой сопротивления. Однако влияние сглаживания количества движения толщины пограничного слоя возможно много меньше, чем предполагали Т.Хавелок и В.Виглей.

Могу я сказать, однако, что я не совсем удовлетворён своими предыдущими дополнениями к решению задачи Неймана-Кельвина. Резонно, что решение не кажется единственным. Один мой вывод из факта, что линейный интеграл, соответствующий распределению источников по корпусу, зависит только от углов нормалей к поверхности корпуса с направлением движения, в то время как соответствие с нормальными распределённых диполей зависит не только от углов, но также от наклона корпуса к стенкам.

Когда решение «точной» задачи (т.е. с правильными граничными условиями) физически определяется единственным – за исключением случая, когда есть несколько отделимых или разрушающихся волн - можно предположить, что условия, делающие решение единственным, искусственно отбрасываются линеаризацией условий на свободной поверхности. Но, как говорилось выше (см. 3.1), показано Эггерсом, что волновое сопротивление в аппроксимации до членов второго порядка совпадает с силами Лагалли от особенностей.

Предполагая, что эти свойства сохраняются в случае точного решения там, где имеется одно представление этого решения, прикладывающегося постоянно свободной поверхностью через корпус (с двух сторон любого элемента поверхности особенности могут быть несутразны для применения теоремы Лагалли). Продолжения свободной поверхности были иначе условиями, неудобными для решений задачи Неймана-Кельвина, предлагаемых до сих пор. Так, если возможно найти эти требования, то они будут значить, что аппроксимация задачи Неймана-Кельвина содержит систематически неустраняемое влияние.

Фактически это не так. Можно легко доказать, что дополнительные условия на свободной поверхности определяют раннее полученное единственное решение задачи Неймана-Кельвина (исключая, между прочим, некоторые значения числа Фруда). Решение состоит из суммы распределённых вихрей на поверхности корпуса (эквивалентных нормальных диполей), распределённых также по корпусу источников и линейного интеграла, представляющего распределение продольных диполей. Здесь нет больше источников на линии.

Резюме статьи М.Бесшо, подготовленной к этому семинару, приводит меня к предположению, что этот автор также уделил внимание трудностям приведенной выше дискуссии. Может быть, он нашёл правильный ответ. Мои собственные соображения в чём-то предположительны. Я думаю, что дело в бедности математического анализа, но мне кажется, что это было затронуто с пользой. Соболевым, За недостатком времени я не могу изучить этот путь сам.

Во всяком случае, я верю, что нужно обратить внимание на необходимость совершенствования теории задачи Неймана-Кельвина перед тем, как начать на этой базе улучшить представление условий на свободной поверхности.

5. Предварительные заключения

В научных и технических областях нет прогресса, который мог бы быть решающим, потому что бросающий свет на один вопрос всегда выявляет новые стороны. При сравнении заглавий статей, представленных в Анн Арборе, становится ясно, что все без исключения должны определить стиль этого семинара. Некоторые амбиции, возможно, слишком специфичны относительно безволновой формы корпуса – основная теория бульбовых носов

– всё это было среди заглавий, которые сейчас не без интереса. Однако ясно, что выбранные авторами вопросы, появились теперь в прямой зависимости от задач нашего Комитета. Видна высокая подготовленность статей, относящихся к проектированию корпуса (включая те, которые не стандартны, например, катамараны) или делавшиеся оперативно.

Охвачена здесь также часть линейной теории и теории высших порядков, влияние оконечностей, теория удлиненного судна, разрушающиеся волны, линейный интеграл, волновой анализ, тупые носовые оконечности.

В заключение я могу заметить, что настоящий семинар очень обещающий. Я уверен, что работать будут внимательно и быстро, чтобы прочитать все труды за эти несколько дней.

Речь Вехаузена на семинаре в Токио

Адмирал Брар задал такой замечательный тон этому семинару, что мне кажется нечего добавить. Он, однако, не раскрыл один аспект. Он отметил большое значение Анн Арборского семинара в 1963 году и его потенциал, который должен быть сохранён в Японии. Хорошо известно, что Япония является лидером судостроения в мире. Но возможно не так хорошо известно, что, за исключением специалистов, Япония является лидером в развитии корабельной гидродинамики и её приложений к рациональному проектированию судов. Я сомневаюсь, что кто-нибудь здесь нуждается в убеждении в этом, и если бы я начал перечислять примеры, то неизбежно оскорбил бы кого-нибудь, пропустив что-нибудь важное. Однако, как символ этого лидерства, я могу отметить, что невозможно видеть суда с большими бульбами без того, чтобы не вспомнить профессора Т.Инуи – первого исследователя бульбов, или говорить о разрушения волн носом судна без того, чтобы не вспомнить доктора Е.Баба, который продемонстрировал важность этого источника потери энергии.

Не только выбрано соответствующее место, но я верю, что время тоже выбрано правильно. Уже было очевидно с 1963 года, что линейная теория²⁶ не собирается играть роль в волновом сопротивлении судна такой же важности, как в теории крыла. Попытки получить решение вне неё уже были сделаны и собраны с тех пор. Проведение Симпозиума в данное время даёт нам возможность рассматривать то, что может быть выполнено, и получить ясный взгляд на направление, в котором мы должны пытаться идти. Я верю, что этим мы обязаны Организационному комитету, Обществу Морских архитекторов Японии и профессору Т.Инуи за обеспечение этой возможности.

Очень важно и интересно то, что сказал Т.Инуи по поводу исследовательской и научной работы: «Очевидно, причиной волнового сопротивления являются корабельные волны. Отсюда тщательное наблюдение за корабельными волнами является прологом для определения волнового сопротивления. Фактически, с помощью наблюдения за корабельными волнами можно выявить недостатки существующих теорий или может быть оценено качество спроектированного корпуса по картине волн. И снова по самим корабельным волнам может быть продемонстрировано любое улучшение теории. С этой целью исключение влияния вязкости, которое может быть сохранено при анализе носовых волн, является обязательным, как будет показано дальше.

По опыту автора существует два определённых шага в процессе исследовательской работы. Первый шаг «качественный», когда всё неопределённо и темно и умственное напряжение находится на вершине борьбы. Затем внезапно появляется некоторый интуитивный намёк, и совершенно новая тема или направление возникают в сознании последовательно и ясно. В противоположном случае, второй шаг «количественный», когда тема или направление уже даны, и прямая умственная работа может проходить без особого напряжения.

²⁶ Здесь я позволю себе не согласиться с проф. Вехаузеном, потому что теории высшего порядка не могли правильно учесть неизвестное до конца в то время влияние вязкости на волнообразование даже в первом приближении.

Первый шаг, характер которого скрыт глубоко внутри, является особенно важным для любой творческой работы, включает новые находки. Картина волнообразования играет наиболее важную роль на этой стадии исследовательской работы в Опытном бассейне Токио. В этой связи следует отметить, что компьютер, как и автоматическая измерительная система, не может дать так много на «качественной» стадии, как он даёт на количественной. Например, чисто вычислительная работа может быть непроизводительной без ясного понимания физических соотношений между действительными феноменами и математической моделью. Далее, мы не должны слишком зависеть от сегодняшних автоматических систем экспериментальных бассейнов, потому что первая вещь, которую мы должны делать во время пробежки испытываемой модели, – это тщательно наблюдать за всеми гидродинамическими явлениями, которые имеют место в носу, в корме, слева и справа возле и далеко от модели.



Рис. П2.4. Семинар по волновому сопротивлению в Токио (1976 год)

Здесь почти нет разницы между сегодняшним днём и временами Рейнольдса и Прандтля в том, что истинная творческая работа часто рождается в лаборатории. Математическая теория всегда является мощным инструментом для лучшего понимания природы. Однако, морская архитектура имеет свои собственные технические цели – скажем, например, исключение корабельных волн настолько, насколько это возможно. Отсюда, необходимо выбрать более приемлемую теорию, которая имеет наивысшее практическое применение сама по себе. Теория не всемогуща, потому что природа более сложна, чем теория. Отсюда, морские инженеры должны сами определять пределы теории в их проектировании формы корпуса, используя полностью наблюдения за потоком, полученным в опытном бассейне. Кормовой бульб является типичным примером в этом случае».

Воркшопы по волнам на воде

Международный Воркшоп по волнам на воде и плавающим телам (IWWWFБ–International Workshop on Water Waves and Floating Bodies) был организован в 1986 году по инициативе профессоров Д.Эванса²⁷ и Н.Ньюмена²⁸ на неформальных встречах группы исследователей в 1984 году. Первоначальное предназначение состояло в том, чтобы продолжить связь между сотрудниками Великобритании и США, но вскоре это вызвало интерес и участие учёных других стран. Акцент делался и делается на привлечение к Воркшопам молодых учёных и аспирантов; и на проведение дискуссий инженеров и учёных; на представление подготовленных работ до их опубликования где-либо. Присутствие ограничено авторами, представляющими тезисы, которые утверждаются малым комитетом. Труды Воркшопа включают тезисы каждого представившего в соответствии с обсуждением. Начиная с 2001 года, эти труды делаются доступными через Royal Institution of Naval Architects. (Все тезисы доступны и публикуются в Интернете).

Давид Эванс так описывает организацию Воркшопов: «Идея Воркшопа возникла на ONR (Office on Naval Research) Симпозиуме по военно-морской гидродинамике в Гамбурге в 1984 году. Оба Ник Ньюман и я имели к тому времени маленькие группы студентов – исследователей, и мы устраивали неформальные сессии в нашем углу на небольшой площади в большом широком отеле, где проходили Симпозиумы. Мы оба чувствовали, что формат Симпозиума был несколько пугающим для молодых учёных, имел малые возможности для обсуждения больших и хороших статей. Наконец, на нашей неформальной сессии, не могу вспомнить, кто из нас предложил, но семя было брошено.

В следующее лето или осень (когда Ник переплыл Атлантику на своей яхте), он предложил, и я к нему присоединился возле Саусамптона, чтобы обсудить как быть с этой идеей дальше. Обещание поездки на его лодке привело мою жену Джанету, меня и трёх моих восторженных подростков к Бристолю только для того, чтобы присоединиться к трёхчасовому путешествию. Только Ник повредил свою спину и плавание прекратилось. Было нелегко занять трёх подростков на борту, чтобы они никуда не уходили, и основная забота Кэтти и Джанет состояла в том, чтобы сдерживать их в покое достаточно долгое время. Но зато в то время мы нашли название нашим сессиям Воркшопа.

Литература к ПРИЛОЖЕНИЮ П2.1-П2.3

1. Baba, E. A new component of viscous resistance of ships /E.Baba // J. Soc. Nav. Arch., Japan.- 1969, 25.- P. 23-34.
2. Baba, E. Study on separation of ship resistance components /E.Baba//. Journal of Society Nav. Arch. Japan.- 1969, 125, P.9 – 22.
4. Brard, R. Introduction lecture /R.Brard//. Intern. Seminar on Wave Resistance.- Tokyo.-1976.- P. 1 – 6.
5. Campana E.F. Shape optimization in ship hydrodynamics using computational fluid dynamics. /E.F.Campana, D.Peri, Y.Tahara, F.Stern// Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. -2006,196.-1-3, P. 634–651.
6. Campana E.F. Optimal ship design algorithms and their application to industrial problems /E.F.Campana, D.Peri, M.Kandasamy, F.Stern// Trans. SNAME.- 2009, 117.-awarded ABS-Captain Joseph H. Limited Prize for best paper 2009.
7. Campana E.F. Hydrodynamic Ship Design Optimization Considering Uncertainty /E.F. Campana., F.Stern, M.Diez// Conference NAV 2015, 18th International Conference on Ships and Shipping Research, At Leco, Italy, 10pp.

²⁷ D.V. Evans, Университет в Бристоле

²⁸ J.N. Newman, MIT – Массачусетский технологический институт

8. Eggers, K. Über die Ermittlung des Wellenwiderstandes eines schiffsmodells durch analyse seines wellensystems /K.Eggers// Schiffstechnik.-1962, 10.- P. 46, 79 – 84.
9. Inui, T. From Bulbous Bow to Free-Surface Shock Wave – Trends of 20 Years' Research on Ship Waves at the Tokyo University Tank / T Inui// J.Ship Res.- 1981.-25, 3.-, P.147-180.
10. Landweber, L., Tzou, K.T.S. Study of Eggers method for the determination of Wave-making resistance /L.Landweber, K.T.S. Tzou//. J. Ship Research.-1968, 12, 3.-P.213 – 230.
11. Larsson L. CFD in Ship Hydrodynamics /L.Larsson// Chalmers University of Technology.- Gothenburg, Sweden.-2008.
12. Michell J. H. On the Wave-Resistance of a Ship /J.H.Michell// Philos. Magazine Ser.5,-1898, 45.-P.106–123.
13. Ogilvie, T.F. Singular Perturbation Problems in Ship Hydrodynamics /T.F.Ogilvie // 8th Symposium on Naval Hydrodynamics, Pasadena.- 1970.- P. 663 – 806.
14. Sharma, S.D. Zür Problematik der Aufteilung des Schiffswiderstandes in Zähigkeits und Wellenbedingte Anteile /S.D.Sharma//. J.S.G.- 1965, P.59.
15. Sharma, S.D. An attempted application of wave analysis techniques to achieve bow-wave reduction /S.D.Sharma // 6th Symp. on Nav. Hydrod. –1966.- P. 731 – 773.
16. Sharma, S.D. Some results concerning the wavemaking of a thin ship /S.D.Sharma// J. Ship Research.- 1969,13, 1.-P..72-81.
17. Stern F. Computational Ship hydrodynamics: nowadays and way forward /F.Stern, L.Yang, Z.Wang, H.Sadat-Hosseini, M.Mousaviraad, S.Bhushan, T.Xing // Intern. Ship Building Progress, Invited paper.- 2013,60, № 1-4.- P. 3 -105.
18. Stern F. Recent progress in CFD for Naval Architecture and Ocean Engineering (Keynote speaker) /F.Stern, Z.Wang, L.Yang, H.Sadat-Hosseini, M.Mousaviraad, M.Dies, S.-H.Yoon, P.-C.Wu, S.-M.Yeon, T.Dogan, D.-H.Kim, S.Volpi, M.Conger, T.Michael, T.Xing, R Thodal., J.Grenestedt// Proc. of the 11th Intern. Conference Hydrodynamics (ICHHD 2014).- Singapore.-26p.
19. Taniguchi, K. Study on the Separation of the Resistance Components /K.Taniguchi, T. Fulita, E.Baba // 11th ITTC.- 1966.
20. Tsou K.T.S., Landweber, L. Determination of the Viscous Drag of a Ship Model. IIHR Report No. 101. /K.T.S.Tsou, L. Landweber// - 1967.
21. Tulin M.P. The Separation of Viscos Drag and Wave Drag By Means of the Wake Survey /M.P. Tulin // DTMB Report 772.- 1951.
22. Wehausen, J.V. The wave resistance of ships /J.V.Wehausen// Advances in Applied Mechanics.- 1973 13.- P.93-245.
23. Weinblum, G.P. Schiff'sform und Wellenwiderstanden /G.P.Weinblum // Jarbuch der Schiffbautech Jarbuch, Gessellschaft.-1932, 33.- P. 419-451.
24. Weinblum, G.P. Investigation of wave effects produced by a thin body – TMB Model 4125. /G.P.Weinblum, J.J.Kendrick, M.A.Todd// Navy Department, the David W. Taylor Model Basin, Washington 7.DC, Report 840.- 1952.
25. Wigley, W.C.S. Ship wave resistance. A comparison of mathematical theory with experimental results /W.C.S.Wigley // Trans. INA.-1927, 69.-P. 191 – 210.
26. Wigley, W.C.S. Effects of viscosity on the wave-making of ship /W.C.S.Wigley// Trans. of the Inst. of Engin. Ship Builders in Scotland.- 1937-8, 81.- P.187-212.

Всякий истинный талант,
платя дань веку, творит для вечности.

Н.М.Карамзин

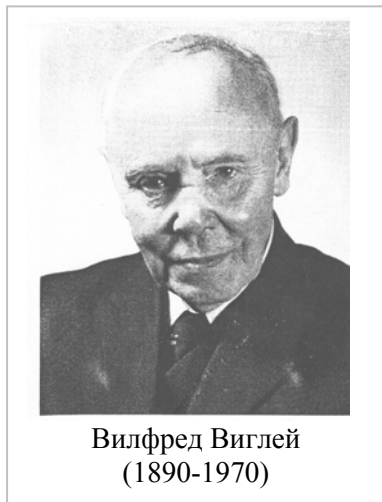
Прогресс науки определяется трудами
её учёных и ценностью их открытий.

Луи Пастер

Истина принадлежит человеку,
заблуждение – его эпохе.

Карл Раймунд Поппер

П2.4. Замечательные имена



Вилфред Виглей
(1890-1970)

Вилфред Виглей, родился в 1890 году. Он учился в Эммануэль Колледже и потом поступил на Математическое отделение Кембриджа, который закончил с отличием в 1912 году.

После военной службы и короткого периода работы в Королевском авиационном департаменте, позже присоединённом к Национальной физической лаборатории, В.Виглей работал с 1-го января 1930 года более 25 лет над математическими методами расчёта волнового сопротивления кораблей.

Результаты его испытаний блестяще спроектированной серии аналитических моделей, близких по форме к яхтам и быстроходным судам, и до сих пор не потеряли своего значения. Следует отметить тщательность экспериментов, выполненных под его руководством. Проверка расчётов

интеграла Мичелла для этих моделей на современных ЭВМ показала высокую точность расчётов В.Виглея, несмотря на то, что никакой вычислительной техники, кроме логарифмической линейки, у него не было.

В.Виглею принадлежит очень важный вывод, полученный в результате тщательной проверки, заключающийся в том, что он одним из первых понял значение интеграла Мичелла в волновой гидродинамике судна. Наряду с Г.Вейнблумом он показал, что интеграл Мичелла хорошо согласуется с экспериментальной кривой остаточного сопротивления. Это был очень важный шаг на пути разработки метода практического определения волнового сопротивления водоизмещающих судов.

За ранние статьи, в которых сравнивались расчёты с замерами сопротивления моделей корпусов, В.Виглей получил в 1927 году премию, и позже за статью 1941 года ему была присуждена золотая медаль. В других статьях в течение этого же периода В.Виглей дал теоретическое понимание действия носового бульба для уменьшения волнового сопротивления судна. Эти последние работы стали основой для развития в следующей декаде в других странах аналитических методов для проектирования больших бульбов разной конфигурации.

После того, как В.Виглей оставил Департамент Кораблестроения Национальной Физической Лаборатории в 1946 году, он продолжал работать как консультант главным образом для Адмиралтейства Великобритании и для Морского Ведомства США. Некоторые из этих последних математических исследований сопротивления судов и задачи устойчивости были опубликованы, но многие из этих работ известны только узкому кругу специалистов.

В.Виглей, поступивший в Институт в 1926 году, стал Ассоциативным членом Совета в 1942 году, а в 1964 году был выбран вице президентом. В 1967 году он был награждён орденом британской империи (МВЕ).

В.Виглей был очень независимым человеком и был всегда очень уважаемым и почитаемым всеми, кто его знал. В течение всей его жизни он продолжал делать научный вклад в науку. В.Виглей умер 19 сентября 1970 года в возрасте 80 лет.

Его работы отличаются высоким научным уровнем, до сих пор востребованы и продолжают влиять на развитие корабельной гидродинамики. [51], [52]

Томас Хавелок - член Королевского общества с 1914 года; почётный доктор наук M.I.N.A.; член-корреспондент Парижской Академии наук; почётный член колледжа Св. Джона в Кембридже; сначала профессор математики, а впоследствии декан факультета Королевского колледжа в Ньюкастле; вице - руководитель колледжа Армстронга в 1933 – 37 годы; помощник ректора Королевского колледжа в 1937 – 42 годы. Награды: Смита, Студента Исаака Ньютона, золотая медаль Уильяма Фруда в 1956 году; почётный доктор наук Гамбурга 1960 года.



Томас Хавелок
(1877-1968)

Теодору фон Карману было поручено составить приветствие посвящённое Томасу Хавелоку. Теодор Карман отнёсся к этому поручению очень ответственно, рассмотрел работы Т.Хавелока и дал их аналитический обзор. Это было сделано настолько интересно, что вместо стандартной типовой биография здесь просто приводится приветствие Кармана: «Это большая честь и удовольствие для меня писать этот адрес, который посвящает Третий Симпозиум по Морской Гидродинамике Томасу Хавелоку. К несчастью, мои познания волновой механики, которая была главной областью, в которую Т.Хавелок внёс существенный вклад, ограничены фундаментальными. Однако, это замечательное совпадение, что в первой половине нашего столетия аэродинамика и морская гидромеханика совершили аналогичный прогресс, и это

вдохновляет меня рассказать вам о вкладе Т.Хавелока, по крайней мере, с точки зрения интересующегося любителя.

Сэр Томас Хавелок родился в 1877 году, четыре года он был моим руководителем. Кстати, мы оба не женаты, согласно Френсису Бэкону, не иметь жены – это лучшая жена. Сэр Томас опубликовал свою первую статью в 1903 году, первая статья в моём собрании работ с 1902 года.

Список научных работ, опубликованных Сэром Томасом Хавелоком, содержит 83 единицы, последняя работа подготовлена в 1956 году. Первые восемь публикаций относятся главным образом к общим задачам перемещения волн [23], исследованиям в совершенно разных областях приложения, подобно «Дисперсии двойной рефракции в отношении кристаллических структур» (Proc. Roy. Soc., 1907).

Первое исследование, которое имело отношение к корабельным волнам, это была статья, опубликованная в 1908 году о «перемещении группы волн в дисперсионной среде с приложением к волнам на воде, производимым движущимся возмущением» Затем в следующем году Сэр Томас назвал этого ребёнка присущим ему именем: «Волновое сопротивление судов: теоретический и практический анализ» [24]. Однако, широкий интерес к применению математики и теоретической физики занимал его внимание по крайней мере до 1930 года. Мы нашли в списке – между статьями, относящимися к гидродинамике и волновому сопротивлению – диссертации, подобные «Дисперсия электрической двойной рефракции» и «Оптическая дисперсия и избирательное отражение с приложением к инфракрасной природной частоте» (Proc. Roy. Soc., 1929).

У.Фруд разделил полное сопротивление на «трение» и «остаточное» сопротивление. Расчёты сопротивления трения основаны на экспериментах с буксировкой плоских досок и предполагается прямо зависящим от вязкости и шероховатости поверхности. Итак, коэффициент трения для поверхности данной шероховатости предполагается функцией от числа Рейнольдса.

С другой стороны, коэффициент остаточного сопротивления предполагается независимым от вязкости и удовлетворяет закону подобия для несжимаемых невязких

жидкостей со свободной поверхностью. Из этого закона подобия следует, что коэффициент остаточного сопротивления является функцией только числа Фруда.

Мы должны отметить, что фактически остаточное сопротивление включает не только волнообразование и вихревое сопротивление, но все эффекты взаимодействия и особенно разницу между действительным сопротивлением трения судна и сопротивлением трения плоской пластины такой же площади. Итак, нельзя ждать, что остаточное сопротивление действительно свободно от влияния вязкости, как предполагал У.Фруд, и как обычно делают на практике морские инженеры.

Сэр Томас Хавелок один из тех редких комбинаторов и особенно проницательных математиков, которые с чувством и пониманием сумели приложить математику к практическим делам. Он внёс наибольший вклад в теоретическую гидродинамику, включая расчёты сопротивления, возникающего из-за генерации волн движущихся тел, либо на поверхности, либо погруженных. За эти годы, с 1908 года, он опубликовал около 40 статей в этой области, и можно только предположить как много публикаций в этой области спровоцировано его находками и вкладами.

Одним из его значительных и наиболее интересных вкладов был тот, который он сделал в этой области в 1908 году как продолжение работы Кельвина, касающийся волн, производимых движущимся точечным возмущением. По существу, он рассмотрел волны, генерируемые простой группой или совокупностью цуга волн, выраженных интегралом Фурье. Он был способен получить решение для группы волн на любой глубине жидкости в отличие от бесконечной глубины по теории Кельвина. Он также нашёл, что значение конечной глубины нужно, чтобы ввести критическую скорость, выше которой гребни волн, излучаемые от источника, меняют свой характер от выпуклого до вогнутого.

На критической скорости поперечные и расходящиеся волны совпадают, и результирующая волна перпендикулярна к пути возмущения. Эта находка полностью аналогична ситуации, которая существует в сверхзвуковой аэродинамике. Как раньше, так и потом, хотя он это не реализовал, он развил взгляд на аналогию между волнами на мелководье, генерируемых телами, и картиной ударных волн на сверхзвуковой скорости, которая в современные дни лежит в основе экспериментов на воде.

Очевидно, мотивированный этими решениями и приложениями к расчётам сопротивления судов Сэр Томас Хавелок сконцентрировал свои усилия на этой области. Много его результатов за следующие 10 лет (1908 – 1918) были полуэмпирическими. Это необычно для теоретической математики и его интересов в практическом приложении математики. В ряде его статей за этот период, опубликованных в Трудах Королевского общества, он попытался получить аналитические формулировки для расчёта семейства кривых, которые означают «остаточное сопротивление» судов, как постулировал У.Фруд. Изначально он рассмотрел поперечное линейное возмущение давления, движущееся равномерно по поверхности жидкости бесконечной глубины и пришёл к соотношению, включающему *три универсальных постоянных (определённых из эксперимента) и три параметра, которые зависят от формы корпуса судна*. Большая проблема, включённая в полуэмпирические отношения, была определена или подсказана тремя параметрами судовой формы для некоторого произвольного судна. Действительно, соотношение сопротивления даёт довольно хорошее согласование с экспериментом, когда используются экспериментально определённые параметры судовой формы.

Очевидно в виду полуэмпирического подхода и переоткрытию Сэром Томасом работы Мичелла [25], он оставил свой след и обратился к получению решения основной формулировки волнового сопротивления, которая была выдвинута Мичеллом в 1898 году и которая образует основу для всех современных анализов волнового сопротивления судов. Формулировка Мичелла основана на представлении скорости жидкости в зависимости от потенциальной функции, которая строится в виде суммы простых гармонических функций в координатной системе и объединённых несколькими довольно идеализированными граничными условиями. Эти граничные условия специфичны для тонкого судна и

характеризуются малым наклоном к ватерлиниям и посадке. Теория также требует, чтобы волновые склоны были малыми, и не допускает изменение соотношений судна.

Сэр Томас, даже в период от 1920 до 1930 года, исследовал представление тела судна в зависимости от дискретного или непрерывного распределения источников-стоков и диполей вдоль диаметральной плоскости судна и результаты такого подхода к оценке интеграла Мичелла. Он был способен исследовать влияние прямых или выпуклых линий носа, изменения углов входа и ширины для постоянного водоизмещения; влияние параллельной цилиндрической вставки; влияние конечной осадки; влияние относительного затупления или заострения кормы на интерференцию волн. Он исследовал свойства волнового профиля в зависимости от систематических изменений судовых форм среди других важных черт для практического проектирования судов. В этой работе он был первым, кто определил и описал влияние изменений склона ватерлинии на волновое сопротивление.

Кривые волнового сопротивления Хавелока получены как функции числа Фруда и имеют все характеристики тех, которые получены из экспериментов с моделями судов. Положение характерных горбов и впадин изображены особенно хорошо, но их амплитуды преувеличены в районе малых чисел Фруда (ниже 0,3). Согласование расчётного сопротивления отлично в случае судовых форм (особенно для «судна Мичелла»), которые описаны простыми функциями, но относительно слабое для реальных судов.

В 1930-е и 1940-е годы профессор Т.Хавелок направил свои усилия главным образом на расчёт волнового профиля, генерируемого двумерными и трёхмерными телами, представленными распределением источников-стоков или нормальных диполей. Он также получил соотношение для расчёта волнового сопротивления таких тел в зависимости от энергии и работы на волнении.

Включившись в свою работу в течение этого периода, Т.Хавелок инициировал идеи оценки влияния пограничного слоя в реальной жидкости модификацией функции напряжений источников введением редуцирующего множителя, который может меняться с формой судна и с числом Рейнольдса. Он сделал расчёты для двух- и трёхмерных тел и нашёл, что редуцирующий множитель не имеет значительного влияния на носовые волны, но сокращает высоту волн вдоль борта судна, в частности, возле кормы. Он также использовал влияние модификации линий судна в районе кормы и нашёл, что этот элемент имеет наибольшее влияние на волновое сопротивление на низких числах Фруда, где обычно существует наибольшее расхождение между расчётным и экспериментальным результатом. Однако здесь ещё существует заметное разногласие между измеренными и теоретическими кривыми на низких числах Фруда. Влияние модификации было найдено незначительным на высоких числах Фруда.

Также в течение 40-х годов и вплоть до 1956 года он работал над соотношением между волновым сопротивлением тел вращения (сфероидов) и для тел, движущихся в следе другого тела. Он был способен рассчитать влияние волнового движения и сопротивления при ускорении или осцилляции (бортовой, вертикальной или килевой качке). В дополнение, он исследовал характеристики погруженного тела (движения сфероида в нормальных и косых системах волн) и продемонстрировал, что давление волн не требует модификации распределения источников-стоков, представляющих тело. Эта фаза его работы даёт ценный взгляд на проблемы, связанные с торпедами и подводками.

Работа Т.Хавелока была недавно продолжена Т.Инуи в Японии с точки зрения точности расчётов, относящихся к корпусам обычной ширины и была существенно улучшена в Военно-морской Лаборатории Вооружения США. Также в настоящее время интенсивное использование обобщённой теории производится в бассейне Давида Тейлора в представлении многочисленных классических проектов, связанных с развитием подводок.

Эта статья не имеет и не может иметь полного описания работ Хавелока в пределах отпущенного времени. Тем не менее, очевидный и принятый факт, что Т.Хавелок является гигантом в его области, и можно быть уверенным, что этот классический вклад будет оценён и использован ещё долгое время».

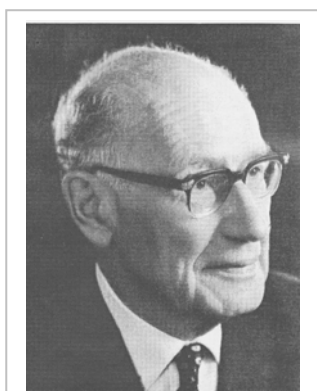
Это приветствие было написано в 1960 году. Сейчас можно подтвердить слова Т.Кармана о том, что вклад Т.Хавелока является классическим и не потерял своего значения.

Георг Вейнблум родился в Латвии 22 января 1897 года в Нью-Кальценау. Он учился в Санкт-Петербурге у Крылова, а затем в Данциге (ныне Гданьске). В 1928 году он поступил в Исследовательский институт гидротехники и судостроения в Шарлоттенбурге (Берлин), где стал приват-доцентом, а потом нештатным профессором. Затем он активно работал с 1929 года в области гидротехники и судостроения; одновременно он обучался в Техническом институте в Берлине – сначала как доцент, позднее как ассистент профессора.

Судьба Георга Вейнблума совпала с судьбой Европы и отразила научные потребности своего времени.

В 1943 году он стал полным профессором в Технической Высшей школе в Данциге. После войны он работал в Адмиралтействе в Англии, а с 1948 по 1952 год в знаменитом Опытном Бассейне Давида Тейлора в Вашингтоне.

В 1934 году он женился. В 1938 году он стал исследователем - руководителем Саксенбергской фирмы, которая занималась проектированием подлодок. В 1943 году стал



Георг Вейнблум
(1897 – 1974)

полным профессором в Технической Высшей школе в Данциге. Он работал на Германское правительство во время Второй Мировой войны. После войны он работал в Адмиралтействе в Англии, затем с 1948 по 1952 в опытном бассейне Давида Тейлора в Вашингтоне в США. В конечном счете, он вернулся в Германию в Гамбург. В 1952 он был первым директором института судостроения в университете Гамбурга, одновременно как почётный профессор в Техническом институте Ганновера.

Именно Г.Вейнблум инициировал Американскую школу корабельной гидродинамики, в которую привлёк математиков Л. Ландвебера, Ф. Эйзенберга, М. Тулина и Дж. Вахаузена. В 1952 году Г.Вейнблум стал директором вновь основанного Института Кораблестроения в Гамбургском Университете, где к нему подключился К. Эггерс. Вейнблум говорил, что для решения задачи о сопротивлении воды движению судов необходимы «не судостроители, физики, аэродинамики, а математики», потому что, по его словам, "теория судна слишком трудна для инженеров".



Одна из моделей Вейнблума (Берлинский опытовый бассейн)

И, наконец, в 1963 году они вместе с Р. Кохом решили организовать Международный Семинар по волновому сопротивлению, который состоялся в Анн Арборе при Мичиганском Университете. На этом Семинаре дебютировала группа учёных из Японии Т.Инуи, М. Бешо, Х. Маруо и Х. Кадзитани, которые и в дальнейшем стали участниками этой работы. В списке участников Семинара есть учёные из Германии, Франции, Англии, Израиля, Швеции

Благодаря хорошим контактам с Американским Бюро Военно-морских Исследований и большому личному обаянию, Г.Вейнблум дал начало многим международным встречам, симпозиумам и семинарам. Внутри этого сообщества учёных установились дружеские отношения, которые способствовали успешной совместной работе. Обмен информацией происходил до опубликования и помогал скорейшему решению многих вопросов.

Он был международно-признанным и действовал так до перевода на пенсию в 1962 году и до смерти 4 апреля 1974 году.

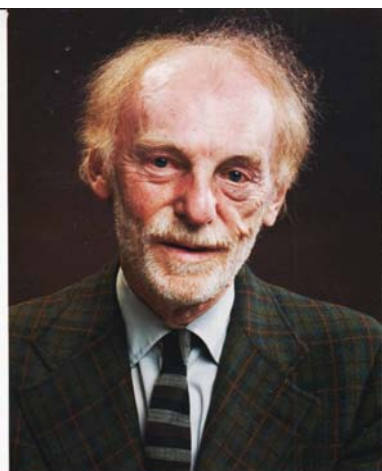
Самые значительные работы Г.Вейнблума были выполнены им в области кораблестроения. Они касались волнового сопротивления и маневренности корабля, а также судов на подводных крыльях. Он всегда пытался в первую очередь разработать теорию, так как по его словам, ничто так не практично, как хорошая теория. Например, Т.Инуи перед разработкой своей серии моделей тщательно изучил все работы Г.Вейнблума.

Наиболее значительными были работы Г.Вейнблума, проводившиеся одновременно с работами В.Виглея, в области волнового сопротивления [49], [50]. Как и В.Виглей, Г.Вейнблум разработал серию аналитических моделей с очень близкими к реальным судам обводами. Он также выполнил расчёты интеграла Мичелла и сравнил их с экспериментальными значениями остаточного сопротивления. Это дало очень большой материал для дальнейшего изучения сопротивления судов.

Второй большой заслугой Г.Вейнблума является организация в Анн Арборе Международного Семинара

Благодаря большому личному обаянию, он создал школу во всем мире и даже в США. Многие ученые охотно признают себя его учениками, сторонниками и почитателями. Знаменитый американский учёный Джон Вехаузен с гордостью мне писал, что Г.Вейнблум стал его хорошим другом.

В память о Г.Вейнблуме в 1978 году группой немецких и американских коллег и друзей Георга Вейнблума в знак его большого вклада в гидродинамику судов были открыты Ежегодные Мемориальные Лекции, которые проходят не только в Германии и в Соединенных Штатах, но в разных странах с развитым кораблестроением...Учёные в области гидродинамики корабля считают Вейнблумовскую лекцию большой наградой для себя. (Например, 3-ю лекцию в 1981 году читал Токаи Инуи и считал это большой честью не только для себя, но и для всей кораблестроительной науки Японии; 16-тая лекция была поручена также японскому профессору Масатоши Бесшо, она состоялась в Берлине в ноябре 1993 года и в Вашингтоне в Академии Естественных наук в апреле 1994 года. В 2004 году лекцию читал австралийский учёный Эрнест Так в Италии и т.п.).



Джон Вехаузен
(1913 – 2005)

Т.Инуи в некрологе писал: «Профессор Вейнблум был деканом в нашей области, который стимулировал и поддерживал многих из нас своим блестящим умом и очаровательными манерами».

Джон Вехаузен родился 23 сентября 1913 года в г.Дулут Миннесоты. Он был старшим из двух мальчиков. Его отец Джордж Вехаузен, был инженером, и его мать Элизабет была преподавателем. Он рос в пригороде Чикаго и затем учился в Мичиганском университете, чтобы получить степень бакалавра в 1934 году и сделать докторскую диссертацию по математике в 1938-ом. Кроме того, он получил степень магистра естествознания по физике в Мичиганском университете в 1935 году. В 1937 году Вехаузен начал свою преподавательскую деятельность по математике в Университете Броуна. Там он нашёл свою

будущую жену Мэри Кэтрин Вертим, которая писала диссертацию на степень кандидата по математике. Они были женаты 62 года до её смерти в январе 2001 г.

Дж.Вехаузен разработал новые формы обучения в Университете Колумбии и в Университете Миссури, где работал с 1938 до 1944 года. В течение Второй Мировой войны, Дж.Вехаузен работал в области эксплуатации Американского Флота с 1944 до 1946 года до соединения опытового бассейна Дэвида Тейлора с Морской с научно-исследовательской лабораторией в Батезда Мэриленда, теперь известного как Гидромеханическое управление Военно-морского центра.

Трехлетний срок пребывания Дж.Вехаузена в опытовом бассейне Дэвида Тейлора оказался основополагающим. Там Вехаузен попал под большое влияние известного немецкого специалиста в области гидромеханики корабля Г.Вейнблума. Интерес Дж.Вехаузена к теории волн и гидродинамике корабля относится к этому периоду. Дж.Вехаузен был главой отделения механики федерального офиса Военно-морских исследований с 1949 до 1950 года, и был затем избран исполнительным редактором журнала «Математические обзоры». Это положение он занимал с 1950 по 1956 год. В 1956 он получил приглашение в Калифорнийский Университет в Беркли, где и разработал программу подготовки дипломированных специалистов по военно-морской архитектуре. Эта программа, в конечном счете, стала моделью для подобных программ во всём мире.

Дж.Вехаузен был заслуженным профессором технических наук в Калифорнийском Университете в Беркли с 1956 по 1984 год и одним из всемирных ведущих исследователей в гидродинамике. Он умер в возрасте 92 от сердечной недостаточности 6 октября в Королевском Медицинском Центре Окленда. Мемориал состоялся в 5 часов вечера в четверг 1 декабря, в Большом Холле Калифорнийского Университета в Беркли



Рональд Янг, Джон Вехаузен, Кенгиз Эртекин,
Вильям Вебстер (29.04.2000)

Дж.Вехаузен ушел в отставку из Калифорнийского Университета в Беркли в 1984 году, но остался активным исследователем.

Почётные отличия: Он был членом Национальной Академии техники и человека, Общества Военно-морских архитекторов и морских инженеров, которые присудили ему медаль Давидсона за выдающиеся научные достижения в исследованиях. Среди большинства других наград в течение его карьеры у него были: лектор Дэвида Тейлора (1974); лектор Вейнблума (Берлин, (1978); Вашингтон, (1979); почетный член Национальной Инженерной

Академии (1980); Медаль Давидсона (1984); Почётный член Общества Военно-морских архитекторов и морских инженеров, Почётный доктор Университета Джозефа Фурье в Гренобле (1993).

Дж.Вехаузен был приглашённым лектором во многих странах мира: лектор в университете Фулбрайта в 1960 – 61 году в Гамбурге; читал лекции в Флиндерс Университете в Австралии в 1967 году; в Университете в Нанте в 1973 и 1984 годы; в Университете в Гренобле в 1979 году; в Университете в Хайфе в 1982 году и в Тель Авиве в том же году (Израиль); в 1982 году в Чалмерском Технологическом институте в Гётеборге (Швеция); кроме того, редакционная работа в виде математических обзоров в 1960 – 66 годы; ежегодные рецензии в журнале «Механика жидкости» “Fluid Mechanics” (1970 – 1986); в журнале инженерной механики “Journal of Engineering Mathematics” (1967 – 86).

Профессор машиностроения в отделении университета в Беркли по военно-морской архитектуре и оффшорной технике Рональд Янг считал Дж.Вехаузена своим наставником. Он сказал: «Многие из нас считают, что Джон Вехаузен является пионером в морской

гидродинамике. Его подготовка по прикладной математике давала ему возможность выполнять математический анализ важных задач, связанных с кораблестроением. Это стало все более и более важным для научных поисков, чтобы строить на расстоянии от берега системы бурения, которые могли достигать глубин до 2000 метров, и кораблей, которые могли достигать скоростей, более чем 50 узлов и выдерживать самые сильные штормы».

Рональд Янг отметил также вклад Дж.Вехаузена в первоначальные исследования в областях волнового сопротивления, плавучести, маневренности судов и корабельных уединенных волн. В 1960 году он издал одну из наиболее влиятельных работ «Поверхностные волны», [47] вместе с заслуженным профессором университета в Беркли Эдмундом Лайтоном. Работа была первоначально издана в Физической энциклопедии и до сих пор все еще используется как важный источник для понимания динамики волн на воде. Трудно переоценить обзор, который сделал Дж.Вехаузен по волновому сопротивлению [48].

В 1958 году в Калифорнийском Университете в Беркли Дж.Вехаузен помог сформировать Отделение военно-морской архитектуры для военно-морских исследований. В то время, только три других Американских учреждения - Институт Технологии в штате Массачусетс, Мичиганский Университет и Институт Уэбб - предлагали аккредитованную программу в области военно-морской архитектуры.

«Цель состояла в том, чтобы разработать программу по фундаментальной гидродинамике и основам механики в отличие от прикладных программ, которые существовали в других местах в стране»- сказал Рандольф Пауллинг в Калифорнийском Университете в Беркли (заслуженный профессор военно-морской архитектуры). «Коллеги Вехаузена в течение больше чем 40 лет говорили: «Задачи по волнам на воде составляют область комплексной математики, и подготовка Вехаузена в математике была точно для исследований в области военно-морских прикладных исследований. Многие в мире, работают над математической теорией волн, но можно сказать, что Вехаузен был самым выдающимся в США в то время».

В конечном счете, в 1996 году было организовано обучение технике изучения океана для дипломированных специалистов. Это стало большой областью изучения в Калифорнийском Университете в Беркли как отделение машиностроения.

23-28 июня 2002, коллеги воздали должное Джону Вехаузену, организовав специальный Симпозиум на конференции Оффшорной Механики и Арктической Техники в Осло в Норвегии. Больше чем 100 коллег, друзей и студентов были на этом симпозиуме. Там же Вехаузен был награждён Американским обществом инженеров – механиков Международной премией за выслугу лет. Они писали: «Посвящённый Джону Вехаузену Симпозиум по



На конференции в 1981 году в Риме (слева направо):
Т.Ву, А.Н. Холодилин, Г. Вейнблум,
Дж. Вехаузен, Я.И. Войткунский.

волнам на воде, корабельным волнам и Морской гидродинамике - это празднование науки и технологии в честь вклада профессора Джона Вехаузена».

Писали так: «Главная цель этого симпозиума состоит в чествовании значительного и достойного вклада проф. Джона Вехаузена в области линейных и нелинейных волн на воде, который является гидом для нашего сообщества в исследовании этого феномена. В дополнение целью является наш обзор настоящего положения волновой механики и природы этой области исследований с точки зрения морской архитектуры, океанской и береговой инженерии. Этот симпозиум обеспечит

управление этой областью исследований в начале этого нового столетия и нового тысячелетия

Профессор Вехаузен любезно принял наше приглашение организовать Симпозиум в его честь на ОМАЕ 2002 конференции в Осло (Норвегия, июнь 2002). Это приглашение было необходимо для участия его бывших студентов и коллег и тех, кто заинтересован в этом вопросе. Мы организуем этот симпозиум для обзора состояния науки, чтобы представить новые разработки в этом искусстве и составить схему будущего математического изучения волн и волновой механики.

Большое значение для русской науки имеет отношение Джона Вехаузена, как эрудированного и крупного американского специалиста к д.т.н., проф. Ярославу Иосифовичу Войткунскому. Вот что Дж.Вехаузен пишет по этому поводу: «В 1956 году Георг Вейнблум, который был большим поклонником Я.И.Войткунского, привлек мое внимание к его книге «Сопротивление воды движению судов» (1953 г.), написанной Я.И. Войткунским совместно с П.А.Апухтиным.

В 1956 году я должен был создать в университете в Беркли (Калифорния) учебную программу для военно-морских инженеров. В этот момент в США классическое образование было ориентировано на гидростатику. Эта книга Я.И.Войткунского, а также книга С.Н. Благовещенского «Качка корабля» (1954 г.) были очевидными предшественниками в обеспечении моей работы по гидродинамике судна. Впервые я встретил Я.И.Войткунского в Риме в 1969 году на ИТТС.

Его выбор тем и обработка этих тем играли ценную руководящую роль в формировании моих собственных идей относительно того, как строить курс лекций по гидродинамике судна для начального изучения и для продвинутых студентов. Я сожалею, что мне в то время была недоступна его книга «Теория волн и волнового сопротивления» (1959 г.). Особенно сильное влияние на меня оказали его «Справочник по теории корабля» (1960 г.) и «Гидромеханика» (1968 г.). (Следует заметить, что Джон Вехаузен побывал в Советском Союзе).

Структура учебных программ по гидродинамике Дж.Вехаузена в конце 60-х годов стала моделью для аналогичных программ во всем мире. Таким образом, книги Я.И.Войткунского по корабельной гидродинамике и сопротивлению воды и, тем самым, кафедра гидромеханики ЛКИ, сыграли ведущую роль в становлении и развитии образования корабельных инженеров во всем мире.

В течение карьеры Дж.Вехаузена в Калифорнийском Университете в Беркли, он был известен своим хорошим отношением к студентам. Его дочь, Сара Викандер говорила, что их и ее семью не забывают, и что студенты со всех континентов часто присоединяются к обеду. (У Вехаузена было две дочери Сара и Жюлия, два сына Питер и Джон, шесть внуков и один правнук.)



Джон Вехаузен с Чарльзом Хзиунгом

Друзья и семья отмечают любовь Дж.Вехаузена к языкам (он знал все европейские языки, кроме венгерского), музыке и литературе. Он разговаривал по-немецки, по-французски, мог читать хорошо по-русски. В течение 1960-ых, он также серьезно выучил турецкий. Кроме того, он и его жена играли на разных музыкальных инструментах и исполняли камерную музыку вместе.

Сразу после смерти Джона Вехаузена SNAME (Общество военно-морской архитектуры и морской инженерии) начало создание стипендиального фонда Вехаузена для аспирантов, занимающихся

корабельной гидродинамикой. Для этого было необходимо собрать сумму 100 тысяч

долларов, причем SNAME сразу вложило 36160 долларов. Подключились к этому делу учёные всего мира. Организаторами этого фонда были Уолт Маклин и Ник Ньюман.

Клаус Эггерс писал о Дж.Вехаузене: «Он обладал поразительной способностью схватывать суть и самое главное как в науке, так и в человеке. Общение с ним всегда доставляло большую радость. Он был выдающимся ученым и замечательным человеком».

Следует отметить, что все, кто общался с Джоном Вехаузеном не только отмечают это как важное событие в своей жизни, но и говорят о Вехаузене, как о замечательном человеке. Могу сказать, что моя переписка с Джоном Вехаузеном была не только плодотворной, но и очень приятной.

Роджер Брар родился 17 июня 1907 года в г.Понтиви Морбиан Бретани (Франция). После школы он учился в Национальной Высшей школе Морского университета Парижа, где получил степень доктора математики. Потом он соединил карьеру математика и военно-морского офицера, достигнув чина вице-адмирала французского флота.

Роджер Брар обладал выдающимися способностями. Он выполнял сложные исследования в области чистой и прикладной математики. Роджер Брар отмечен Французской Академией наук среди ста выдающихся учёных Франции. Он стал президентом Академии в 1972 году.

Роджер Брар служил в Парижской научно-исследовательской лаборатории по моделям корабля с 1941 по 1969 год до своей отставки, но он продолжал свои теоретические исследования в области корабельной гидродинамики. Роджер Брар во время Второй мировой войны служил Германскому правительству, поэтому, как и все учёные с такой судьбой, был вывезен в США, где продолжал научную работу.



Роджер Брар
(1907 – 1977)

Р.Брар имел замечательную способность выполнять комплексные исследования в области гидродинамики корабля и двигателя и способности для практической разработки проекта, т.е. мог использовать исследования в проектировании (разработке). Он также получил важные решения в чистой и прикладной математике. Благодаря его участию в науке и технике (конструировании), он был избран в прославленную Французскую Академию Наук, которая ограничена 100 из наиболее выдающихся ученых Франции. Он получил самую высокую честь, когда был избран Президентом этого учреждения в течение 1972 года. Он служил в Парижской Научно-исследовательской лаборатории моделей морабля с 1941 до 1969 года, т.е до отставки.

Исследования в области военно-морской архитектуры Р.Брара и в гидродинамике корабля относятся к 1930 году, когда он опубликовал свою первую статью по определению обводов корабля с заданными свойствами. Его работа по теории морских винтов стала основой для проектантов всех французских военно-морских винтов. Он принимал участие в разработке винтов на лайнерах Нормандии, Фландрии и Франции.

Р.Брар сделал большой вклад в теорию волн; физику поворотливости кораблей и движения корабля вообще; в маневренность; взаимодействия руля и корпуса и перемещение кораблей на ограниченных фарватерах, которые играют очень важную роль в современных задачах управляемости кораблей.

Р.Брар служил около шести лет на военно-морской верфи в Бресте, где он отвечал за проектирование и ремонт крейсеров. Его военно-морские посты включали управление ядерными исследованиями двигателей. Он занимал пост профессора динамики корабля в Морской школе и достиг положения управляющего этого института с 1958 года по 1962 год. Он был также профессором прикладной математики в Политехнической школе и, начиная с 1969 года, был профессором университета в Нанте, где он разработал первую программу по корабельной гидродинамике.

Р.Брар был приглашённым профессором Военно-морского университета Мичигана, где несколько раз читал лекции. В мире математики известны работы Р.Брара в области теории вероятностей и теории случайных функций. В 1950 году Р.Брар был выбран президентом Общества математиков Франция.

Работа Р.Брара по устойчивости подводок известна в Соединенных Штатах; он занимался теорией и эксплуатацией поворотных устройств, как важного средства для измерения гидродинамических коэффициентов субмарин и моделей поверхностных кораблей.

Р.Брар много занимался исследованием волнового и вязкостного сопротивления и методов для улучшения пересчёта результатов эксперимента на полномасштабные суда [13], [14].

Р.Брар был активным участником исследовательских и профессиональных обществ, а также работал в редакциях журналов многих судостроительных государств. Он получил много наград за это участие. В Соединенных Штатах, среди других наград, Р.Брар получил Золотую медаль Общества Военно-морских архитекторов Дэвида Тейлора и Морских инженеров, как первый иностранный член, который получил это высокое звание.

Если собрать вместе всю деятельность Р.Брара вместе с его военно-морской деятельностью то он близок к человеку Ренессанса. Его многие друзья отмечают его глубокое проникновение в технические вопросы и его добродушные обсуждения философских и лингвистических особенностей. Роджер Брар вызывал большое восхищение коллег во всем мире и всегда вносил теплоту в любое общество.

Клаус Вильгельм Генрих Эггерс родился 14 января 1922 года в Хамморе. Он вырос в семье преподавателя. С 1928 до 1939 года учился в школе в Гамбурге и готовился к флотской карьере военно-морского служащего, хотя его главные амбиции были в области математики.

Естественно, как и Г.Вейнблум, К.Эггерс является заложником истории Германии в то страшное для Германии и для всей Европы время. 19 октября 2002 года Джон Вехаузен в личной переписке писал: «Клаус Эггерс был ещё молодым человеком во время Второй мировой войны. Я думаю, что он был особой частью германских нацистов и провёл много времени в Норвегии. Секретно он был анти - нацистом. Я узнал его впервые в институте известного Шифбау» В своих воспоминаниях К.Эггерс подробно описал то время, когда в Германии господствовал нацизм, и своё отношение к Гитлеру и нацизму.

В декабре 1933 года началось вовлечение в организацию «Гитлер – Югенд». Однако группа, к которой принадлежал Клаус, оставалась единственной, которая встречалась каждую среду и субботу (с небольшим числом тех, кто не принадлежал к ним) получали специальные уроки в школе. В возрасте 14 лет все были переданы в старшую группу Гитлер-Югенд, но Клаус каким-то образом смог избежать этого.

Во время войны 1939 – 1945 годов служил на военной морской службе Германии. С 1-го декабря 1939 года занятия были прерваны призывом в армию. В марте 1940 года Эггерс был командирован на борт линейного корабля "Gneisenau" и участвовал во вторжении в Норвегию в Нарвик. Весной 1942 года был командирован на линкор "Тирпиц". После потопления линкора в ноябре 1944 года К.Эггерс служил на подводках в водах Норвегии.



Клаус Эггерс
род. в 1922 г.

С 1945 по 1948 год К.Эггерс был в заключении в Великобритании, как участник войны. С 1948 по 1953 изучал математику и физику в Гамбургском Университете. После окончания вплоть до 1963 года выполнял исследовательскую работу для Судостроения в университете Гамбурга. В 1959 году женился на Дагмар, урожденной Остманн, у них один сын Кнут.

1963 – 1964 годы К.Эггерс провёл в Университете Нотр-Дама в США в штате Индиана. Он был Иностраным старшим научным сотрудником Национальных научных оснований при Университете Нотр-Дама в США в штате Индиана, а потом продолжил

исследовательскую работу в Институте Морской Архитектуры Университета Гамбурга. Два года (1967 – 1968) занимался исследовательской работой в лаборатории Давидсона при Стивенсоновском институте технологии в Хобокене в США в штате Нью Джерси. В это же время стал профессором прикладной механики в Гамбургском Университете.



Йорген Кукс и Клаус Эггерс (справа) в 2007 году во дворе дома Й.Кукса

В качестве приглашённого профессора два месяца 1976 года работал в Университете Токио, по 3 недели читал лекции китайским исследователям по проблемам корабельных волн, в 1984 и 1989 годы читал лекции в Китае.



Генрих Сёдинг, Ада Готман, Йорген Кукс и Клаус Эггерс (Гамбург, 2007 год)

Начиная с пятидесятых годов К.Эггерс занимался теоретическими и прикладными задачами гидродинамики, связанными с проблемами движения кораблей [19]. В 1963 году он активно участвовал в работе Анн Арборского семинара по волновому сопротивлению. В числе других он разработал теорию второго порядка для расчёта волнового сопротивления, которая была предметом его исследований дальнейшие годы. К.Эггерс заинтересовано и активно участвовал в обсуждениях всех выполняемых работ в этой области. Его дискуссии можно найти ко многим статьям. На семинаре была намечена программа исследований, связанных с «волновым анализом». Он разрабатывал теорию для обоснования замеров волн

как поперечных волн за кормой движущегося судна, так и вдоль борта модели. В одной из последних работ К.Эггерс аналитически отделил зону, относящуюся к подпорным волнам. И следует отметить, что это пока что единственная такая работа [21].

Следует отметить очень благожелательный характер Клауса Эггерса. Многие учёные могут рассказать о том, что были гостями Клауса Эггерса и его жены Дагмар в его гостеприимном доме. И даже автор этой монографии в 2007 году вместе с Йорганом Куксом и Генрихом Сёдингом были у него в гостях. Во время Анн Арборского семинара в 1963 году Клаус Эггерс взял на себя заботу об японских учёных Т. Инуи, М. Бешо, Х. Маруо и Х. Кадзитани, которые были самыми выдающимися специалистами Японии, но не владели английским языком и нуждались в гиде.



Фриц Джозеф Урселл
(1923 – 2012)

Родителями **Фрица Урселла** были Зигфрид Урселл (1879-1947) и Леонора Майер (1893-1988). Они были репатриантами с 1914 до 1918 года в течение Первой Мировой войны. Со школьных лет и в детстве всё шло хорошо до 30 января 1933 года, когда Гитлер стал канцлером Германского Рейха. С 25 апреля 1933 года начал действовать закон о «Переполнении в школах и университетах». Те, кто был не арийской расы, удалялись, им были запрещены посещения средней школы, но были сделаны исключения для тех, чьи родители боролись на стороне Германии во время Первой Мировой войны. Так как отец Фрица служил во время Первой мировой войны, Фрицу было разрешено начать его

среднее образование в Коменской школе. Эта школа, основанная в 1908 году, известна как «Высшая школа для мальчиков в верхнем Касселле».

В Каменской школе Фриц изучал латынь и греческий. Это обеспечило ему классическое образование, но преподаватель математики был слабым, и у Фрица не было интереса к этой области. Его годы в Каменской школе шли с возрастанием трудностей в связи с дискриминацией евреев и становились всё более тяжёлыми. В 1936 году он был единственным еврейским ребёнком, оставленным в этой школе, и его родители поняли, что они должны действовать быстро, чтобы спасти его жизнь.

Мать Фрица Леонора имела кузину, которая уехала из Дюссельдорфа в Англию и основала организацию помощи Германским еврейским детям, изгнанным нацистами. Она организовала поступление Фрица в подготовительную школу в Кенте. Он начал свои занятия в январе 1937 года и быстро освоил английский язык, так что в июне этого года он смог выдержать общий вступительный экзамен в Клифтон-колледж в Бристоле.

Фриц Урселл смог это сделать в Клифтон - колледже частично потому, что верил в свою хорошую подготовку по латыни, полученную в Дюссельдорфе. Он хорошо сдал экзамен в декабре 1938 года но, если он оставался в школе, он должен был специализироваться на этом этапе. Если он оставлял школу, он должен был бы вернуться в Германию, где ещё жили его родители. Х.С.Бавен - руководитель математики в Клифтон-колледже, посоветовал родителям Урселла оставить своего сына специализироваться по математике, поскольку он чувствовал, что Урселл имеет хорошие шансы для поступления в университет. Фриц Урселл поступил в Высшую математическую школу Клифтон-колледжа в январе 1939 года.

Фриц преуспевал в Клифтон-колледже, где он изучал математику, физику, Английский, Ветхий Завет и Немецкий язык. Однако, в мае 1940 года немецкие отряды вторглись в Голландию и Бельгию, взяв Болонью в конце месяца. Фрицу Урселлу сообщали, что, как вражеский иностранец, он не может оставаться в Бристоле, так как вражеские иностранцы не могли жить в 50 милях вдоль побережья.

Это могло бы положить конец его надеждам относительно сдачи экзаменов в Кембридже в этом году, но директор школы Клифтон-Колледжа Бертран Лесли Халлвард сумел принять меры, чтобы он учился в Мельбуро-колледже, школе знаменитых мальчиков в маленьком городе Мельборо в Вильдшире. Полиция дала ему разрешение учиться там. Следует

заметить, что позже Урселл оставил Клифтон–колледж. 2 декабря 1940 бомбы уничтожили школьные здания, и Клифтон-Колледж был эвакуирован в Буде на побережье Кормиш. Алан Робсон- глава математики в Мальборонском Колледже был превосходным преподавателем и, направляемый им Урселл получил отличное удостоверение по школьным исследованиям.

Обучение математике в Мальборо было высокого качества, занимало второе место в Англии после знаменитого Винчестерского колледжа, основанного в четырнадцатом столетии. Фриц был в Мальборо с мая до декабря, и много занимался. К декабрю он был в более сильном положении, чем после Клифтона.

Следуя совету Алана Робсона, он сдал экзамены для обучения в Тринити колледже в Кембридже. Зная, что он не имел никакой финансовой поддержки, но что он получил выдающуюся характеристику (особенно по проективной геометрии) по экзаменам в декабре в Кембридже, Университет сообщил в Тринити колледж, что он победил, чтобы оплатить всю стоимость его обучения.

В январе 1941, Ф.Урселл поступил в ВУЗ в Тринити Колледж в Кембридже. Его руководителем был Абрам Самойлович Безикович. Ф.Урселл делал успехи в математике и после получения разрешения оставить военную службу работал над этим курсом в октябре 1942. Только пять студентов были в классе Ф.Урселла на этой стадии, и они включали Фримена Дисона и Джеймса Лайтилла. Ф.Урселл, чувствуя, что студенты намного лучше подходят Безиковичу, чем он, пришёл к Безиковичу со своими проблемами. Безикович сказал, что никогда не нужно конкурировать с этими талантливыми людьми. Они не будут интересоваться вашими задачами, у них другие задачи. Также, они могут отказаться от математики вообще, как знаменитый математик Тринити Айзек Невтон. И в заключение сказал, что вовсе не хорошие математики делают хорошую математику.

После прослушивания курсов Г.Х. Харди по расходящимся рядам, Дж.Е.Литтлвуда по комплексному анализу, А.Е.Ингама по теории чисел, В.В.Д. Ходжа по римановым поверхностям и П. Дирака по квантовой механике ФУрселл с отличием закончил обучение в 1943 году.

Имея отсрочку от военной службы, Ф.Урселл был теперь освобождён от участия в войне. Он был рекомендован для работы в Королевском Аэродинамическом Учреждении в Фарнборо, но там отказались принимать вражеского иностранца. Он был послан в Научно-исследовательскую лабораторию Адмиралтейства в Теддингтон на юго-западе Лондона. В мае 1944 года он присоединился к волновой группе, и это должно было определить предметы, исследованием которых он продолжит заниматься, и которые будут занимать его всю оставшуюся жизнь. Он стал ведущим экспертом в математическом моделировании волн. Работа, выполненная волновой группой, сделала большой вклад в военное дело, их данные использовались для множества союзнических пристаней в Нормандии и в Тихом океане.

Ф.Урселл в 1948 году опубликовал статью совместно с Н.Ф.Барбером о генерировании и распространении океанских волн и зыби и о периодах волн и скорости. Статья появилась в Философских трудах Королевского Общества Лондона и была подписана обоими авторами в мае 1947, которые оба работали в Научно-исследовательской лаборатории Адмиралтейства. Здесь даётся их собственное краткое изложение. «Метод дан для измерения и исследования океанских волны по способу, который позволяет получить их амплитуду и период с некоторой точностью. Полученные таким образом данные сравниваются с метеорологическими диаграммами океана при попытке оценить скорость распространения гребней волн на длинной дистанции. Критическая оценка возможна только тогда, когда синоптические условия достаточно просты, но в одном избранном примере скорость распространения находится в пределах 5% значений, предписанных гидродинамической теорией. Действительность в более сложных примерах не согласуется с этим результатом, но и не допускает такую точную интерпретацию. Волны измеряются по распределению давления, которое действует на инструмент, лежащий на морском дне в мелкой воде близко к побережью. Результирующие кривые проверяются механизмом, который рисует частотный спектр зарегистрированных волн. Информация, данная этими спектрами, объединена с

информацией силы ветра, данной метеорологическими диаграммами, чтобы сформировать «график распространения», чей вид является критерием справедливости теоретической групповой скорости. Для этой работы приведено подходящее теоретическое основание».

Заметим, что Н.Барбер играл важную роль в развитии Ф.Урселла, который писал: «Норман Барбер был истинным физиком, с физическим взглядом, который (как я затем обнаружил) отличается значительно от математического взгляда моих коллег; он имел наиболее глубокое влияние на меня. Для меня он был самым близким руководителем диссертации, поскольку я никогда не был аспирантом. Мы общались вплоть до его смерти в 1992 году».

В сентябре 1947 Ф.Урселл оставил научно-исследовательскую лабораторию Адмиралтейства и, будучи награждён стипендией имперской химической отрасли промышленности для 3-летних исследований, присоединился к отделению прикладной математики в университете Манчестера. Стипендия, хотя финансировалась имперской химической отраслью промышленности, позволила Ф.Урселлу проводить исследования в любой области и не иметь никаких обязательств. Перед награждением он представил диссертацию в Тринити колледж Кембриджа для стипендии и вскоре после приезда в Манчестер его информировали, что он награждён 4-летней стипендией в качестве приза Тринити колледжа Кембриджа.

Ф.Урселл попросил Тринити дать ему отпуск, чтобы жить три года в Манчестере перед работой на стипендию Тринити. Ф.Урселл написал три важных статьи в то время в Манчестере, а именно, в 1950 году «Поверхностные волны на глубокой воде в присутствии погруженного кругового цилиндра» и в 1951 году «Захваченные моды в теории поверхностных волн»..

В 1950 Ф.Урселл возвратился в Кембридж, где в дополнение к его Тринити стипендии он был назначен лектором в Университет по прикладной математике. 15 августа 1951 на корабле «Америка» Ф.Урселл прибыл в Соединенные Штаты в Нью-Йорк. В это время он среди других вступил в контакт с Ричардом Курантом, Куртом Фридрихсом. в Нью-Йорке и Гарретом Биркгофом в Гарварде. Он также провел академический год 1957-58 в Америке в Штате Массачусетс в Институте Технологии в Кембридже. В Нью-Йорке он встретил Катарину Ренату Брауд (известную как Рената), чей девичья фамилия была Зандер. Они поженились в Кембридже в Англии 19 июня 1959 и имели двух дочерей - Рут и Сьюзи.

В 1961 Ф.Урселлу предложили кресло Байера по прикладной математике в университете Манчестера. Кресло стало незанятым, когда Джеймс Лайтилл оставил Манчестер, чтобы стать директором Королевского авиационного учреждения в Фарнборо. Однако это не было простым решением для Ф.Урселла, так как он не был уверен, что сможет заниматься административной работой в таком положении. Другая сложность была та, что Штат Массачусетс института технологии также предложил ему профессорство в это время. После долгого обсуждения он принял предложение Манчестера и остался там.

Ф.Урселл сделал большой вклад в теорию линейных волн на воде [45], [46]. Это требовало развития новых методов асимптотической оценки интегралов. Он сконструировал серию решений для береговых волн на наклонном берегу. Обобщив первоначальный результат Стокса; он дал детальный анализ корабельных волн Кельвина; и он был первым, кто доказал существование захваченных мод в задачах с волнами на воде для случая погруженного кругового цилиндра. Его статьи, собранные и изданные в 1994 году, являются исключительными по их ясности и точности.

Ф.Урселл был выбран членом Королевского Общества Лондона в 1972 году. Когда он ушел в отставку из Университета Манчестера в 1990, в его честь была устроена двухдневная конференция. Он произнёс заключительную речь на конференции, а именно, про «Некоторые нерешенные и необработанные задачи в теории волн». Когда он достиг возраста 85 лет в 2008 году, Университет Манчестера проводил в его честь другую конференцию. В разговоре на этой встрече он продолжил высказывать свои мысли по направлениям, которые были приняты университетом.

Ф.Урселл был активным участником университетской политики, напуганной прогрессивным вторжением рынка и деловой идеологии в этику университетской жизни. Он отважно выступал против перехода от коллегиального к стилю университетского управления, хотя он понимал, что это было проигрышное сражение. В его лекции 2008 года Фриц Урселл предупреждал, что недавние университетские преобразования увеличили контроль и управление исследованиями, выполняемыми в университетах. Он был неустанен в привлечении внимания к отрицательному воздействию этих изменений в речах к университетским органам, и в письмах к университетским администраторам.

Этот характер Ф.Урселла был подтверждён его студентом Давидом Эвансом. «Его лекции, точно так же, как его исследовательские статьи, были примером ясности и точности, и опять же, как его статьи, содержали глубину, видную при более близком изучении... Как младший коллега, я только многими годами позже набрался мужества обращаться к нему как Фрицу. Он был слишком добрым и нежным человеком, чтобы настаивать на соблюдении формальностей, и полностью благосклонно относился к своим студентам. Кроме его высокой квалификации, как математика, Фриц был истинным человеком Ренессанса, способным к преобразованию знаний, скромным, но с широкой амплитудой тем, включая Европейскую историю, политику, музыку, и литературу, особенно Шекспира.

После его мирной смерти в больнице в возрасте 89 лет похороны Ф.Урселла происходили во вторник 15 мая 2012 в Крематории Манчестера. Остались его жена Рената, его дочери Рут и Сьюзи, и его внуки Элен и Джеймс.



Тулин Маршал
род. в 1926 г.

Маршал Тулин родился в 1926 году в США. М.Тулин – американский инженер, работающий в области гидродинамики. В 1946 году закончил Массачусетский институт технологии. Работал в области судов на воздушной подушке до того, как начал свою работу в опытовом бассейне Давида Тейлора в 1959 году. Работал в лаборатории университета в Калифорнии.

Дальнейший текст принадлежит самому М.Тулину. Практически эти записки дают историю идей в области волн и волнового сопротивления корабля, своеобразный обзор, написанный человеком, посвятившим жизнь решению данных вопросов. И, конечно, этому тексту место в разделе истории.

«Жизнь исследователя даёт богатые и продуктивные отношения, иногда подобно сети, а иногда случайные, незапланированного характера. Наше любопытство к этому и исследования данного субъекта могут быть ограничены этой сетью. Это редко описывается или включается в литературу, где мы удовлетворяемся строгим, неличным, изначально рациональным стилем.

После нескольких фальстартов я успокоился на том, что расскажу случаи моей собственной истории изучения корабельных волн со многими техническими деталями, которые, я надеюсь, будут интересны юной аудитории, перемешанные с размышлениями о персональной природе, так что окончательные связи и сети, которые образуют персональные и профессиональные, научные стороны нашей жизни, можно увидеть в их смещении и затухании.

Так Георг Вейнблум и Лон Ландвебер появились в самом начале этой истории, и позже, много других, и не один такой настоящий друг и такой талантливый и конгениальный сотрудник, подобный Милоху. И в конце Мавризио Ландрини, отчаянно сверкнувший на нашем небосклоне, и мы одновременно приветствуем и несём траур по его уходу.

Здесь взяты только выбранные части текста плюс некоторые технические вопросы из полной статьи 1980 года. Я выбрал это десятилетие, потому что Товия (Милох) появился в это время впервые.

1950-ые годы (прибытие в Бассейн Давида Тейлора из Ланглея). Полное незнание судов, корабельных волн или кавитации. Эксперименты Георга Вейнблума с тонкими пластинами

и признание теории Мичелла. Предложение замеров количества движения в попутном потоке для судов. Важная роль Лоу Ландвебера: Так без Лоу я не был бы здесь сегодня, и не только я, но не был бы здесь Товия. Эксперименты по сопротивлению судов с Ральфом Купером в 140-метровом бассейне с падающим под грузом динамометром и получение кривых остаточного сопротивления с циклом в них (неединственность). Филлип Эйзенберг и единственная Восточная лаборатория жидкостей в Тейлоровском Бассейне.

Движение к Комитету Морских Исследований (ONR) и наша поддержка Морской гидродинамики. Знакомство с внутренними корабельными волнами. Планирование первого Комитета морских исследований. Вейнблумом и Фрибордом. Начальная программа в Беркли. Джон Вехаузен и его влияние. Хюнтер Роуз и программа Йова. Комитет Морских исследований Лондона и встречи с Джеймсом Лайтхиллом, Георгом Батчелором и Фрицем Урселлом.

**** Возможно, что при рассмотрении волновой нелинейности и разрушения волн волнообразование и волновое сопротивление судна при определённых обстоятельствах не единственны****

В 1960 –ые годы основания гидронавтики. Исследования бульба (Инуи) и Боюн Йима. Сингулярности свободных волн. Кавитация свободных волн и мало-волновые тела. Тупые носы и сотрудничество с Гидеоном Даганом. Естественное разложение по числам Фруда (Т.Френсис Огилви). Существование потока перед тупым носом и Эрни Так.

****Фундаментальный вопрос поднят о существовании потенциального потока на свободной поверхности перед тупым телом, или при обстоятельствах, которые ещё остаются открытыми, как вопрос относительно устойчивости таких потоков и природы разрушения, которое наблюдается***.*

В 1970 –ые годы слабая нелинейность и разрушение, кроме Мичелла. Даган (1972) распространил свой анализ судовых волн вне проблемы носа. Развитие теории «медленных судов»: Даган, Баба, Ньюман, Маруо, Даусон. Большие надежды на расчётные методы предсказания. Теория растяжения. Активность японцев: Инуи – Кадзитани, Маруо, Баба, семинар Т.Инуи по теории корабельных волн 1976 года. Обзор (наблюдение) волнового сопротивления судна. Национальный конгресс по Механике 1978 года. Лучевая теория. Эра компьютеров.

В 1980 – ые годы. Точная теория. Сильная нелинейность (UCSB). Мёртвая вода.

Но какие были соотношения и связи между этими различными приближениями: лучи, «медленные суда», второй порядок, формальное растяжение и Гиллотон? Для меня оказалось, что было бы инструктивно и полезно ответить на эти довольно глубокие вопросы во втором случае, который может быть даже в моих личных возможностях. Раньше в 70-ые годы стал интегрировать с помощью преобразований Девиса нелинейную волновую задачу со свободной поверхностью, которая была выявлена Милн-Томсоном в его речи на легендарном банкете на первом симпозиуме по морской гидродинамике (1956), и была сделана небольшая работа по этой задаче. Она включала комплексный анализ, и я почувствовал себя дома. Я намеревался распространить их от начального приложения к прогрессивным волнам, включить присутствие погруженного волнообразующего тела. Моя надежда состояла в том, чтобы расширение теории Девиса позволит получить точный результат в аналитическом виде, который даже в своей сложности мог в дальнейшем быть субъектом различных приближений, чьи связи могут быть затем выявлены. И так это получилось.

Попытка привела к «Точной теории генерирования гравитационных волн движущимся телом, его приближение и ее приложение», представленной на ONR-SNH в Анн Арборе в 1982 году. Единственным следствием этой статьи было то, что сделано Тойва и Ванден-Броком, который развивал метод получения итеративного решения классической волновой задачи Стокса. Это было очень хорошо и привело к приложению приближения Дэвиса.

Я имел успех в ответах на большинство из вопросов, которые я себе задавал, и вдобавок я узнал некоторые новые и изначальные вещи относительно природы и механизма волнообразования погруженного тела в двумерном пространстве. Я думаю, что эти фундаментальные и новые аналитические результаты о волнообразовании составляют немного знаний, но заслуживают внимания, так что я приведу здесь их обзор.

1. Механизм генерации волн. В случае волн, вызванных подводным телом или распределением давления, действующих на свободную поверхность, точное решение имеет форму суперпозиции волн, непрерывно изменяющихся по эффективному волновому числу, явно связанному с точно определённым «не-волновым» возмущением, вызванным движением тела или распределением давления. В первом случае основная волновая генерация и модуляция волновой длины, которые вызваны местным нормальным градиентом давления, существующим у свободных волн данной скорости.

2. Существуют два режима волнообразования, «слабое» и «сильное». В последнем случае, который возникает, когда «не-волновое» распределение достаточно большое, дискретные волны поднимаются в критической точке на поверхности, чей наклон пропорционален \sqrt{k} , где k является волновым числом. Следовательно, существование решения в сильном режиме для достаточно малого числа Фруда приводит к вопросу. В слабом нелинейном режиме, где «не-волновое» возмущение порядка $O(\epsilon)$, волны происходят всюду и становятся экспоненциально малыми, когда k возрастает.

3. Приближение «средней скорости» в случае слабого возмущения. Для промежуточного ранга скорости, $k\epsilon^2 \ll 1$ и $k \gg 1$. точная теория сводится к приближению, которое было показано таким же, как следующие, когда берётся двумерный случай: теория второго порядка для судна Инуи – Кадзитани (1977); теория «медленного судна» Даусона (1977); теория напряжений. Результаты также показывают, как уже было выведено Докторсом и Даганом, что недооценка Гиллотона требует множителя $1/2$. Отсюда, по крайней мере для двумерного случая, второй порядок, напряжение и приближение «медленного судна» эквивалентны и все ограничены уровнем асимптотики $k\epsilon^2 \ll 1$ и $k \gg 1$. Поэтому теория даётся не для данной формы тела, применённой в пределах исчезающей скорости, и поэтому не является непрерывной по лучевой теории. Поэтому название этой теории для Даусона и подобной теории как «Теория малой скорости» является неправильным определением! Фактически это разные теории, не применимые в пределах очень малой или очень большой скорости.

4. Применение «умеренно высокой скорости» в слабо возмущенном случае. Здесь существует в случае слабого возмущения улучшение «Средней скорости», предел которой исключает ограничения высокой скорости. Это применяется в случае $k\epsilon^2 \ll 1 \ll \epsilon^{-2}$. В этом приложении к потоку замещающего тела, соответствующего Даусону потока дублированного тела, не является дублированной моделью, но арифметически средней дублированной моделью плюс модель «свободного» потока.

Существуют ли режимы, сильный и слабый, в случае трёхмерных корабельных волн и какие это имеет последствия?

****Существуют ли доказательства с помощью расчётов, подтверждающие, что непрерывные решения не будут существовать в пределах исчезающей скорости? Можно ли что-нибудь сделать с неспособностью Така и др. найти непрерывное решение в случае двумерного тупого носа?****

****Существуют ли совсем не разрушающиеся потоки у судовых форм, пересекающих свободную поверхность, произвольной формы и тонкости на другой скорости? ****

В 1982 году я двинулся к UCSB и основал там Океанскую инженерную лабораторию (OEL). Я написал руководящие записки по волнам, содержащие некоторые замечания, которые я подготовил в 1974 году, когда я вёл курс по морской гидродинамике с Джулией Коль на UCLA. Я был поражён повсеместным появлением лучей в различных задачах генерации волн в большинстве двумерных случаев. Это вызвало мой интерес к области приложения корабельных волн, и когда я получил подтверждение того, что я выбрал, чтобы

дать в 1984 году Вейнблумовскую лекцию в Гамбурге по случаю 15th ONR/SNH, я решил разработать асимптотический закон теории скорости для узких судов и для трёхмерного распределения давления, включая предсказание амплитуд волн, которые отсутствуют в ранней теории Келлера 1979 года.

Я изучил многое в этом процессе, включая факт, что подобное кельвиновскому волнообразование, по-видимому, генерируемому в носу и в корме, не идентично классической картине Кельвина, но изменялось по значению в зависимости от угла входа и выхода в носу и в корме. Теория для волновой амплитуды показала, что последняя зависит от градиента давления в окрестности (дублированная модель) потока, нормального к корпусу на поверхности. Для нормальных носов и корм эта величина развивается в этих точках. В самом деле, начальная теория, которая требовала, чтобы волны были генерированы только в особенностях на корпусе, как определено потоком дублированной модели, здесь кажется бесполезной, и более того, в виду предложений Огилви, поток, ближайший к носу, подобен потоку с большой скоростью.

С другой стороны, лучевая теория для волн, произведённых трёхмерным поверхностным распределением давления, кажется и полезной и очень интересной, поскольку волны могут быть генерированы от всех точек границы. Среди других вещей теории была возможность предсказать появление каустиков в потоках от распределения давления. Я был счастлив в успешном применении, потому что получилось близкое совпадение с очень ранней работой Георга Вейнблума по волнам от трёхмерного распределения давления 1930 года.

**** Действительно ли существует асимптотическая теория малой скорости узкого судна, и, если да, то какова её правильная форма?****

Товия Милох посетил OEL и UCSB в свой творческий отпуск в середине восьмидесятых и в процессе работ на Восточном побережье. Я сказал: «Мы никогда не делали никаких математических работ вместе. Почему бы не сделать что-нибудь сейчас? Почему бы не попытаться понять старые наблюдения мёртвой воды Экмана?» Так мы изучали работу Экмана 1904 года, описавшего и его очаровательные наблюдения моряков, которые он собрал. Вскоре Товия разработал асимптотическую теорию для узких судов в мелком пикноклине, которая сводилась к аналогичной динамической задаче газа, где сверхзвуковой режим соответствовал случаю мёртвой воды, и является нелинейной. Случай высокой скорости, сверхзвуковой, соответствует современным судам, и мы смогли сделать расчёты, используя методы характеристик. Так мы написали и опубликовали вместе несколько статей, и получили значительное проникновение и даже дали ограничения приближений. Мы много говорили и спорили, особенно о предсказаниях Товия для нелинейных спектральных методов и о моих более старых сформированных наклонках. Это была большая забава. Было много такого, чтобы подойти, включая приятную и интересную статью Товия и Зильмана, использующую метод особенностей для расчёта действительного ближнего и дальнего поля волнообразования в двух пограничных слоях, включая случай возле критической скорости, которая получила награду лучшей статьи на Заседании OMAE. Это было продолжение работы Товия по решениям внутренних волн.

****Могут ли наблюдения сильных и нелинейных картин мёртвой воды вокруг судна возле критической скорости, как у Экмана, быть представлены в модельных испытаниях, и могут ли они быть воспроизведены численными расчётами?****

1990-ые годы.

Маруо на UCSB и проблема воды на палубе. Развитие Маруо нелинейных расчётов $2D + t$ и применение к судам на волнении (Зонг и Ву). Применение к разрушающимся волнам в носу. Монохромная природа. Понимание Т.Инуи и Х.Мията носовых «ударных волн». Кормовой «петушиный хвост» и генерация расходящихся волн в попутном потоке. Успех $2D + t$ в предсказании целого поля расходящихся волн и сравнение с Равеном.

Товия и решение внутренних волн в мелком пикноклине. OEL систематические модельные эксперименты по корабельным внутренним волнам. OEL прогнозирующая нелинейная

теория сверхкритических судовых внутренних волн в общем распределении напряжений (Пей Вонг). Открытие и исследование «Квази-решения» (ЙиТао Йао).

Носовые волны и попутный поток судна – помощь Ed Rood at ONR. Метод частиц и E. Фонтанн. Метод гладких частиц. Реактивный удар.

Мавризио Ландрини в OEL. Развитие SPH для свободной поверхности. Знакомство с разрушением, брызгообразованием и погружением (splashing and entrainment), генерирование много вихревых потоков. Представление бора на мелководье, признание нашей техники. Исследование разрушения брызгообразования: открытие рикошетирования и обратных струй и генерирование вихревых областей и их взаимодействие. Аэрация и туннели при разрушении носовых волн. Картины разрушающихся волн.

Представление и понимание транцевых волн с $2D + t$. Кавитация. Петушинный хвост. Разрушение кормовых волн. Идея комбинации $2D + t$, SPH и слабой нелинейности или других расчётов полей.

Оглядываясь назад.

Статья Мичелла 1898 года была особым случаем, который кажется беспрецедентным. В этом смысле его можно сравнить со статьёй Стокса 1847 года по прогрессивным волнам. И, наконец, за более, чем 50 лет, Т.Хавелок применил линейную теорию к различным задачам «волна – тело», разработав почти всё в одиночку.

После и в течение Второй Мировой Войны. Смелость появилась почти спонтанно заняться нелинейными инженерными задачами и, в частности, в динамике жидкости. Линейные подходы были положены на своё место, хотя формальный асимптотический анализ и новые технологии подняли внутренние и внешние разложения и сращивания, и их доказательства были очень полезны в жидкостях, например, в деле с неоднородной сходимостью.

Корабельные волны оказались особенно сложными для математиков, и реальные трудности только начали восприниматься в декаде шестидесятых. Тем не менее, несмотря на сложности, полезные нелинейные приближения появились в шестидесятые годы и с компьютерами привели к надежде предсказаний, основываясь на теории, - это было триумфом.

По прошествии времени успехи с компьютерами окончательно позволили выполнять полностью нелинейные численные расчёты потоков вокруг судна. Однако, две насущных области потоков оказались вне таких полностью численных методов: (i.) область разрушения и брызгообразования носовых волн; (ii). кавитация на транце и разрушение волн, производимых там; (iii). петушинный хвост и излучение расходящихся волн в попутном потоке.

Развитие в девяностые годы, во-первых, нелинейности $2D + t$, ВЕМ и последующее развитие $2D + t$ расчётов методом частиц для задачи со свободной поверхностью, SPH при средствах для изучения всех тех режимов i, ii и iii, перечисленных выше, и имеющих большое распространение – либо не законченных или не полностью опубликованных.

Глядя вперёд

Я представляю себе, что 1950 – 2000 будет рассматриваться как период, когда теория судовых волн достигнет определённой зрелости, и путь вперёд лежит почти изначально в будущем использовании компьютерных мощностей, применяемых для разработки алгоритмов. Я могу представить следующее будущее:

1. Развитие метода частиц основано на уравнениях Эйлера для расчётов потока полностью неустановившегося трёхмерного пространства за судами, используя параллельные методы и таблицы. Я верю в эти представившиеся возможности и даже

экономически. Такие техники могут быть не ограниченными для разрушающихся волн или брызгообразования, но не будет необходимости для включения проникновения воздуха и влияния двухфазных потоков.

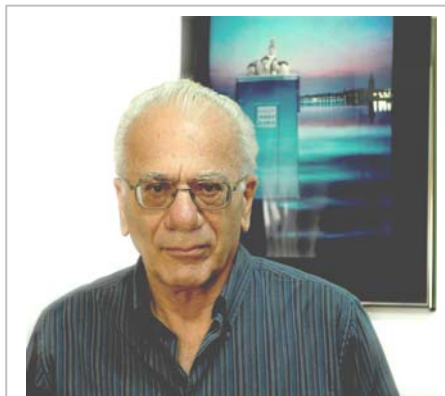
2. Вне этого, вязкие напряжения, погружение и многофазность будут иметь дело с таким третьим кодом. Имея в виду, что метод частиц основан на уравнениях Эйлера, он уже включает напряжения Рейнольдса. Эти разработки займут некоторое время, зависящее от финансирования и людей – исследователей, посвятивших себя этому вопросу.

Это значит, что юные учёные, интересующиеся потоками вокруг судна, могут смотреть вперёд на имеющиеся удивительные компьютерные инструменты, доступные для научных исследований задач течений, основанных на компьютерных экспериментах – где научное любопытство и расчёты встретятся. Забавляйтесь!

Расчётные результаты, как экспериментальные результаты, не имеют места в глубоком понимании физических процессов, которые мы всегда считаем приоритетными. Для глубокого понимания математического описания и анализа, так же, как для их прозаических аналогий, есть и будут всегда первичными. Мы уже имеем прогресс, который опережает наше физическое и математическое понимание. Так что много остаётся для анализа в будущем. Не говорю об очень важной математике, которая должна быть развита в связи с этими новыми расчётными методами.

К определению вязкостного сопротивления. Я сделал тогда некоторый вклад в изучение корабельных волн. Это было предложение альтернативы к процедуре Фруда, включающую отдельное определение вязкостного и волнового сопротивления путём прямого измерения количества движения жидкости в попутном потоке. Это был, так называемый, метод измерения попутного потока, широко используемый в авиации и теоретически обоснованный А. Бетцем в Геттингене и Г.И.Тейлором в Англии. Когда я, неопытный, предложил это в Мичиганском бассейне Давида Тейлора, мне сказали, что это невозможно из-за присутствия поверхностных волн. Я не поверил этому и в течение нескольких недель приготовил для ДТМБ рапорт 772, 1951 г., в котором продолжил и модифицировал подход А.Бетца для случая корабля и его волн [44]. Позже Л.Ландвебер, который впоследствии ездил в Йова, написал много статей, заботливо продолжавших эту работу и экспериментальные наблюдения. Наиболее заметное в этих работах было сделано Джин Ву, которая в аспирантуре пришла в Гидронавтику, где мы продуктивно работали вместе над очень многими вещами, но главным образом над полимерами для сокращения сопротивления и ветровых волн, где Джин Ву стала ведущим экспертом. Джин имела показательную карьеру, как президент Ченкунг университета на Тайване, а затем стала министром образования этой страны.

Фактически потеря количества движения в попутном потоке включает не только потери из-за трения на корпусе, но также из-за разрушения обозреваемого потока возле корпуса на его фронте. Картина потерь из-за каждого из этих явлений отдельна и различна. Я никогда не думал о разрушении в то время, но десятилетием позже Е.Баба в Хиросиме очень успешно это подтвердил».



Гедеон Даган
род. в 1932 г.

Гедеон Даган родился 24 декабря 1932 года в городе Галатц в Румынии. Галатц вместе с соседним городом Брайла был гаванью на Дунае, который служил водным путём для торговли в Европе. Оба города процветали до начала 20-го века.

Его отец Давид Дриммер родился в 1898 году и вырос в Черновицах, столице Буковины на Северной границе Румынии – это была часть Австро-Венгерской империи более 150 лет. Из 150 тысяч жителей треть была евреев.

Преобладающим языком был немецкий, а город называли «маленькой Веной». Отец учился в

Техническом Университете Вены. Он получил степень гражданского инженера. Во время его возвращения в Черновицы в конце Первой Мировой войны он начал работать в Национальной Железнодорожной кампании, где прослужил до отставки.

У Гедеона Дагана было счастливое детство. Общая картина изменилась к началу 30-х годов в связи с фашизмом и антисемитизмом. Благодаря технической квалификации отец Гедеона сохранил свою работу в условиях этих ограничений, и семья переехала в соседний город Брайла. Судьба семьи была намного лучше, чем в других странах, оккупированных Германией.

Румыния принадлежала Германии в течение Второй Мировой войны. И хотя евреи преследовались, семья не была послана в лагерь истребления в отличие от других жителей, благодаря тому, что отец во время Первой Мировой войны служил на стороне Германии. После войны собрались эмигрировать в Израиль, но границы были закрыты коммунистическим режимом.

В связи с желанием учиться в области интересов Израиля, Гедеон Даган закончил в 1956 году инженерное отделение по гидротехнике в Бухарестском Институте Гражданского строительства. Заинтересовавшись исследованиями, он параллельно изучал прикладную математику в Бухарестском Университете. Впоследствии работал как инженер-исследователь в национальной Гидравлической Лаборатории в Бухаресте и опубликовал несколько статей в местном профессиональном журнале. В 1959 году Гедеон Даган был арестован и задержан на восемь месяцев из-за якобы замеченной причастности к сионистам.

В 1962 году ему разрешили эмигрировать в Израиль, где он изменил своё имя Гвидо Дриммер на Гедеон Даган и женился. Он хотел работать как инженер-исследователь в Израильском Технологическом Институте в области гидрогеологии, которая с тех пор является областью его исследований. В 1965 году Гедеон Даган получил степень доктора и вместе с академическими занятиями начал участвовать в гражданском строительстве, получив полного профессора в 1974 году. В 1976 году он был принят в академический персонал недавно организованного факультета Техники Тель-Авивского Университета, где он читал различные курсы по механике жидкости, гидрологии и экологии окружающей среды. Ушёл в отставку в звании профессором в 2000 году. В течение 1994-2003 годов он был действующим профессором по гидрогеологии.



Гедеон Даган получает приз в Стокгольме в 1998 году.

Гедеон Даган провел своё первое исследование в 1967 году в группе исследований Гидронавтики в США. В 1974 году был приглашённым профессором в Университете Штата Айова; в 1975 году в Дельфтском Университете в Нидерландах; в 1979 году в Принстонском Университете; в 1986 году в Университете Калифорнии в Санта Барбаре и в 1991 году в

Беркли; в этом же году в Университете Пьера и Мари Кюри в Париже, а в 1995 году в Имперском Колледже в Лондоне.

В Беркли вёл несколько аспирантов, из которых профессор Майкл Стиассни работает в Технионе и профессор Ихезкиел Муалем в Еврейском Университете.

Исследования охватывают ряд тем в Гидрологии, Прикладная Механика, Механика жидкости и Военно-морская Гидродинамика. Его главная область исследований - Грунтовые воды, Гидрология; разработка численных моделей, теория и применение расхода воды и переноса загрязнения в пористых средах (Почва и водоносные слои. Модели служат для лучшего понимания и предсказания процессов, встречающихся в верхнем почвенном слое, дренаж в водоносных слоях эксплуатация природных ресурсов, загрязнение среды).

Гедеон Даган был одним из основателей в конце 1970-ых годов новой дисциплины «стохастической гидрологии». Это о почве и особенностях водоносных слоёв, в основном о проницаемости. Стохастическая гидрология определяет количество неопределенности при помощи статистических моделей, используемых для анализа и предсказания различных процессов. Новая область исследования привлекла большое количество ученых.

Научные Публикации Гедеона Дагана насчитывают более чем 165 статей в международных журналах. Его статьи цитировались больше чем в 6000 статей. Его монография цитирована больше чем 1100 раз, он один из 250 наиболее цитируемых ученых в области техники и экологии.

Основная профессиональная деятельность Гедеона Дагана заключается в том, что он является приглашённым редактором нескольких международных журналов, таких как: «Исследование водных ресурсов», «Журнал(шейка гидрологии)», «Стохастическая гидрология и Гидравлика» и т.п. Он читал доклады на десятках международных встреч и был среди организаторов Симпозиума ЮНЕСКО в Париже в 1996 году и симпозиума в Монте-Верита в 2010 году. Гедеон Даган служил в различных комитетах Министерства науки Израиля. В 1999 он участвовал в Стокгольмском Водной конкурсе на приз Израиля и служил с тех пор по академическому направлению. Студенты из десятков средних школ участвуют в национальном конкурсе, и победители посещают ежегодный международный конкурс в Стокгольме.

Награды Дагана

- 2013 – приз Израиля по наукам о Земле и атмосфере,
- 2012 – почётный доктор университета «Фредерико П» в Неаполе в Италии,
- 2006 – избран членом Израильской академии науки и гуманитарных наук,
- 2006 – Приз Ротшильда,
- 2006 – Почётный доктор Бухарестского Университета,
- 2005 – медаль Хортона Американского Геофизического Союза в области гидрологии,
- 2002 - член института научной информации, благодаря высокому цитированию научных, инженерных и экологических работ,
- 1997 – почётный доктор университета Гьера и Марии Кюри,
- 1989 – член американского геофизического общества,
- 1984 – почётная награда гидрологического отделения Американского геофизического объединения Избранные статьи Г. Дагана, относящихся к теме данной монографии:[15], [16].

Джон Николас Ньюман, известный в научных кругах как Ник Ньюман, родился: 10 марта 1935 года в Нью Хейвене в штате Коннектикут. Он получил своё начальное образование в школе Георга в Пенсильвании, где он встретил Катлин Смедли Кирка. Они поженились в 1956 году. У них трое детей – Джим, Ненси, Карол и пять внуков.

Все учёные степени Ник получил в Мичиганском Институте Технологии в Кембридже штата Массачусетс (степень бакалавра в 1956 году, мастера в 1957 году и степень доктора в 1960 году).. Все его работы были в области морской архитектуры и военной инженерии. Однако, будучи под влиянием своего руководителя математика Фрица Урселла, он написал докторскую диссертацию полностью математической. Эти математические темы проходят

через всю его карьеру, хотя его главные исследования относятся к корабельной гидродинамике.

С 1959 по 1967 год Ник Ньюман занимался исследованиями военно-морской архитектуры в опытовом бассейне Давида Тейлора. С 1962 года по 1967 был адъюнктом - лектором Американского университета. Одновременно его начали приглашать в другие университеты. В 1963 году читал лекции в Калифорнийском университете в Беркли. После работы доцентом, а потом адъюнктом - профессором по военно-морской архитектуре в МИТ (1967-1970) в 1973 году был приглашённым профессором в Австралийском университете Нового Южного Уэльса, а в 1974 году в Австралийском университете в Аделаиде. В учебном году 1981-1982 был приглашён как профессор в университет в Тронгейме (Норвегия). Но с 1970 по 1996 год оставался профессором корабельной архитектуры в Массачусетском технологическом институте. В 1996 году получил там же звание заслуженного профессора корабельной архитектуры.



Ник Ньюман на Воркшопе в апреле 2009 года в Зеленогорске (Россия)

Ник Ньюман состоял членом общества



Джон Николас Ньюман
род. в 1835 г.

военно-морских архитекторов и морских инженеров и Американской ассоциации развития науки.

Ник Ньюман входил в целый ряд комитетов: 1) общество военно-морских архитекторов и морских инженеров (различные комитеты и технические отделения; 2) парусный спорт США, Комитет международных измерительных систем (1976 год); 3) редакционный комитет по ежегодным отчётам механики жидкости в 1986-1990 годы; 4) редакционный комитет по инженерной математике (1986); 5) Комитет медали Гиббса национальной инженерной академии (1990); 6) Комитет национального исследовательского совета по моделированию корабельных мостов (1993-1994); 7) Комитет национального исследовательского совета по оценке военно-морской гидродинамики (1999).

Ник Ньюман имеет ряд наград: в 1973-1974 году получил стипендию Джона Саймона (мемориальный фонд Гуггенхайма); в 1973-1974 году получил стипендию Австралийско – Американского образовательного фонда; в 1981-1982 году получил стипендию Норвежского технического и научного совета; был награждён бронзовой медалью Королевского Института военно-морской архитектуры; в 1988 году получил медаль Дэвидсона общества по военно-морской архитектуре и морской инженерии; в тот же год читал мемориальную лекцию в честь Георга Вейнблума; в 1989 году стал членом национальной инженерной академии, и в том же году стал иностранным членом Норвежской Академии наук и литературы; в 1992 году стал почётным доктором университета Тронгейма.

Отличное образование позволяет Нику Ньюману выполнять функции консультанта по различным вопросам военно-морской архитектуры. Он был консультантом военно-морского департамента США, департамента юстиции, в различных частных фирмах. Он выполнял работу и.о. начальника департамента океанской инженерии МИТ в 1979-1980 годы.

Практически Ник Ньюман стал экспертом по морской гидродинамике.

Основные научные вклады Ника Ньюмана относятся к теоретическому и вычислительному изучению прикладной корабельной гидродинамики, включая мореходность, волновое сопротивление, характеристики маневренности и взаимодействия океанских волн и береговых платформ.

Два главных интереса Ника Ньюмана сводятся к опытовому бассейну Давида Тейлора (1959-1967 годы) и Массачусетскому Технологическому Институту (1967-1996 годы) В бассейне он присоединился к группе, известной как «Код 584», что привело к знакомству с Френсисом Огилви, который был членом Гидродинамической лаборатории, и с начальником Биллом Кумминсом. В течение восьми лет в «коде 584» он был занят бесконечным потоком интересных и вызывающих задач в области военно-морских проблем. Несколько юных исследователей присоединились к «коду 584» из желания работать с Ником Ньюманом. Это были люди, которые сделали значительный вклад в корабельную гидродинамику тогда или позже такие, как Криз фон Кержек, Нильс Сальвесен, Чан Мик Ли и Эрни Так.

В 1966-67 годы был массовый переход из «кода 584» Така, Ньюмана и Огилви в академическое положение. Выбор Ника был двинуться назад в свою альма-матер, чтобы начать свою карьеру в МИТ. В течении этого периода он руководил тридцатью или больше аспирантами, включая 13 докторантов.

В начале шестидесятых началась дружба Эрни Така и Ника Ньюмана в связи с общими интересами и потому, что оба работали под руководством Фрица Урселла. Эта дружба продолжалась 40 лет вплоть до смерти Эрни Така в 2009 году. Они вдохновляли друг друга, особенно в области гидродинамики судов на мелководье в течении семидесятых годов. Они сделали вместе с Бобом Бэком совместную работу, которую представили на Воркшопе IWWF в 2002 году. Независимо от публикаций была интересной совместная работа. Они обменивались идеями. Например, Эрни Так предложил Нику Ньюману «экономные ряды» как инструмент для эффективного расчёта специальных функций, следуя которым Ньюман написал несколько значительных статей, используя этот инструмент для оценки функций важности в гидродинамике судна, которые потом Эрни Так использовал для расчётов корабельных волн. Они часто посещали друг друга, для чего Ник приезжал в Австралию с женой три раза, а Эрни Так с Элен в Бостон столько же раз.

Одним из важных мероприятий стала организация вместе с Д.Эвансом в 1986 году Международного воркшопа по волнам на воде и плавающим телам. Работу этого ежегодного Воркшопа трудно переоценить. В нём принимают участие учёные всех стран мира. Материалы Воркшопов доступны всем через Интернет, что является их большим достоинством, потому что любой специалист может знать о последних достижениях в области морской и корабельной гидродинамики.

Публикации Ника Ньюмана насчитывают 165 наименований. Но наиболее важная и цитируемая публикация - это учебник по морской гидродинамике 1977 года «*Magine Hydrodynamics*», MIT Press, 1977 [38] (перевод на русский язык выполнен Н. Плисовым и К.Рождественским).

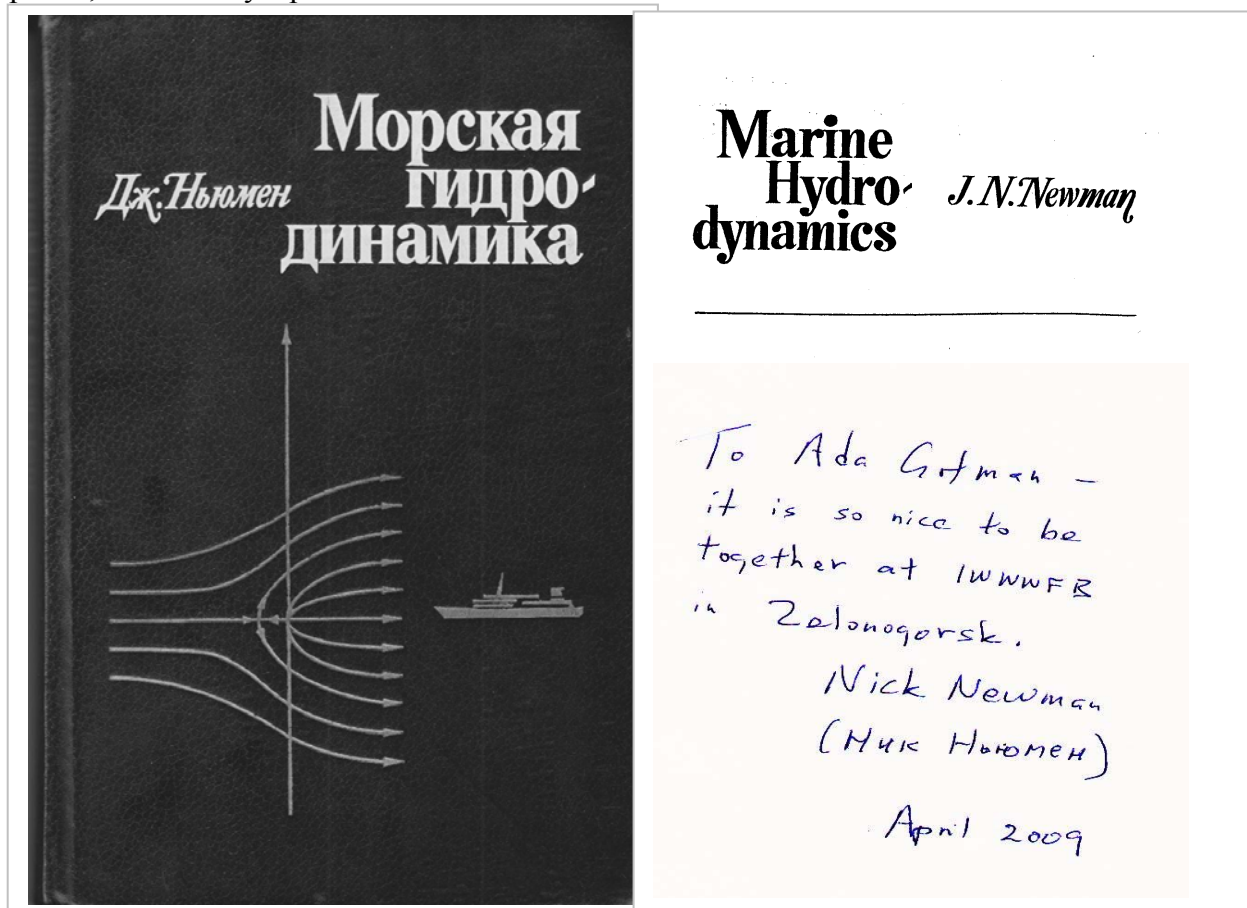
С 1957 по 2016 год Ник Ньюман стал автором и соавтором 164 статей и докладов. Из всех публикаций чуть больше четверти относятся к задачам, связанным с корабельными волнами и волновым сопротивлением, что представляет наибольших интерес в данном случае. (42 работы по гидродинамике удлинённых тел, 47 работ относятся к чистой гидродинамике, 26 работ, относятся к задачам маневренности судна, 6 работ по численным методам, 43. работы, связаны с взаимодействием волн и структур, что было явно необходимо для разработки программы WAMIT.

Для характеристики Джона Николаса Ньюмана необходимо привести мнения его друзей и учеников.

Б.Бэк писал: «Его знание предмета легендарно. Он сделал значительный вклад в области аналитики применения теории удлинённого тела в морские задачи. Его исследования численных методов для функции Грина и его использование панельных методов широко цитируются. Компьютерный код WAMIT, который он и его студенты разработали за много лет, стали стандартом в области береговой индустрии». Участники группы, основанной в 1994 году, пишут: «Не будет преувеличением сказать про новую группу морских гидродинамиков, что люди, интересуются морской гидродинамикой, благодаря учебнику «Морская гидродинамика» Ньюмана».

Джон Грю писал: «Благодаря публикации книги «Морская гидродинамика» профессора Ника Ньюмана, был дан лёгкий старт новому поколению учащихся университета в Осло по морской гидродинамике. Я очень хорошо помню первый раз, когда курс был дан, это был академический год 1980-81. Вся книга, за исключением третьей части, была включена в программу».

Пауль Склавонис: «Я впервые встретил Ника как его студент по докторской работе при моём прибытии в МИТ на полный 1977 год. Он поручил мне работу с удлинёнными телами и над единообразной теорией, чтобы всё это развить. Это было большим вызовом в области морской гидродинамики. Ник руководил моими докторскими изысканиями с большой добротой, заботой и уверенностью».



Диапазон вклада Ника изначально в область морской гидродинамики отличается элегантностью его интуиции, мастерством аналитических методов и умелым выбором задач реального мира. Ник сразу определил в ранние восьмидесятые годы, что удар и моделирование важны в этой области. Его решение, как провидца, состояло в том, чтобы развивать панельные методы и WAMIT код. То, что полностью принято в разработке WAMIT, было основано на раннем аналитическом вкладе Ника и его глубоком понимании

фундаментального и практического аспекта этой области. Аналитические методы теорий удлинённого тела и WAMIT сегодня являются основным инструментами для практики».

Фин Гуннар Нильсон: «Большинство береговых сотрудников, работающих в области морской гидродинамики, по крайней мере трое имеют связи с Ником Ньюманом. Его книга 1977 года «Морская гидродинамика», аппроксимация Ньюмана и компьютерный код WAMIT. «Морская гидродинамика» в качестве ключевого материала служат уже больше тридцати лет. Аппроксимация Ньюмана 1974 года медленно изменяющихся сил на судне на нерегулярных волнах используется более тридцати лет для оценки резонансного отклонения плавающих структур. Программа WAMIT стала мировой индустриальной программой для расчёта волновых нагрузок и движения больших объёмных структур на волнах. Цель Ника состояла в том, чтобы создать код для практического использования в анализе плавающих береговых структур».

Шарма Сом Део родился 18 февраля 1937 года в Индии в г.Лакнов. Национальность считается с 1971 года немецкой.

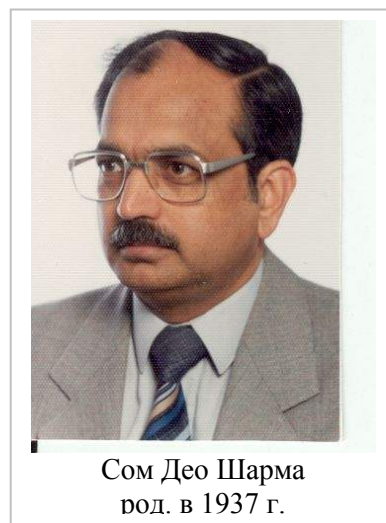
С.Шарма закончил Высшую школу Райпутана Университет в Индии. В 1952 году С. Шарма сдал экзамен в Университете Райпутана. Сдал на Бакалавра техники в 1957 году в Военно-Морской архитектуре Харагпур (Индия). Получил степень доктора – инженера в 1965 году в Ганновере в Германии. С.Шарма по специальности инженер по военно - морской архитектуре.

Профессиональная деятельность С.Шарма может быть описана следующим образом: в 1957 – 1960 годы С.Шарма работал на верфи в Любеке в Германии; в 1960 – 1965 годы С.Шарма - в Институте Шифбау Университета Гамбурга; в 1965 -1981 годы работал в судо-модельном бассейне Гамбурга в Германии; в 1982-1989 годы С.Шарма был профессором военно-морской архитектуры в Гамбургском университете в Германии; в 1989 – 2002 годы был профессором корабельной технологии в университете Дуйсбурга в Германии; в 1968-1970 С.Шарма был приглашённым лектором и доцентом в Мичиганском университете США; в 1978-1979 С.Шарма был приглашённым профессором в Мичиганском Технологическом Институте в Кембридже; в 1983 году был приглашённым научным работником в Харбинском кораблестроительном инженерном институте Китая; В 2000 году С.Шарма был приглашённым преподавателем в Индийском Институте Технологии в Харагпуре в Индии;

С.Шарма вышел в отставку в 2002 году. В качестве награды С.Шарма получил возможность написать и прочитать лекцию в честь Георга Вейнблума в 1986-87 году.

Результаты исследований Сомы Шарма отражены в 50 статьях по корабельной гидродинамики, маневренности, безопасности и т.п. Во время работы в Гамбурге с 1960 года по 1989 года Сом Шарма занимался самыми актуальными вопросами, связанными с определением сопротивления воды движению судов. В 1963 году занимался сравнением расчётного и измеренного сопротивления Инуидов. Одной из значительных работ в этой области является работа 1967 год, выполненная в Гамбурге вместе с К.Эггерсом и Л.Вардом. В то время после Анн Арборского семинара необходимо было разработать методику определения волнового сопротивления вместо остаточного, то есть метод волнового анализа. В 1987 году в Гамбурге вместе с К.Эггерсом и Я.Кайо занимался изучением разрушающихся носовых волн и сдвиговым слоем под свободной поверхностью. И, естественно, как все в то время занимался разработкой формы носового бульба [20], [42].

Замечание. Кроме тех, чьи биографии приведены выше, проблемой сопротивления воды движению судов, естественно, занимались учёные во всех опытовых бассейнах мира, а также математики–прикладники, заинтересовавшиеся этой проблемой. Практически невозможно



Сом Део Шарма
род. в 1937 г.

привести здесь их подробные биографии, но их имена, так или иначе, упоминаются при цитировании их работ.

Эрни Так родился в 1939 году в Аделаиде (Австралия). Эрни Так и его младший брат были воспитаны матерью, потому что их отец – ветеран II-ой мировой войны - погиб в автомобильной катастрофе, когда Эрни было 6 лет. Зато Эрни был очень счастлив в браке.



Эрни Так
(1963 -2009)

Э.Так учился в университете Аделаиды с 1956 по 1959 год. Он получил награду первого класса по математике, когда работал под руководством профессора Рэн Потта. Э.Так написал свою первую исследовательскую статью в 1961 году об устойчивости в двумерном пространстве.

Э.Так изучал прикладную математику для получения степени в Университете Аделаиды, где его руководителем был профессор Р.Б. Потт. В 1960 году он учился в Университете Кембриджа для получения докторской степени по приложению теории удлинённого судна под руководством Ф.Урселла. В работе для предсказания волнового сопротивления удлинённых судов был использован метод сращения асимптотических разложений

В 1963 году Э.Так поехал в США, чтобы работать с Френцисом Огилви и Ником Ньюманом в бассейне Давида Тейлора и, следовательно, с Тэдом Ву. Он работал по теме, относящейся к корабельной гидродинамике и акустике, биомеханике и численному анализу. В 1968 году Э.Так вернулся в университет Аделаиды в качестве лектора прикладной математики и как старший профессор математики. Первым профессором математики в те годы в университете Аделаиды был Гораций Ламб, который как и Ф.Урселл повлиял на то, что Э.Так выбрал гидродинамику.



На перерыве во время семинара 1998 года, посвящённому Джону Мичеллу
Проф. Ларс Ларссон (Чалмерский университет, Швеция), Др.Чанг Хо Ли
(Массачусетский Институт Технологии (США), проф. Эрни Так (университет Аделаиды,
Австралия), др. Готман А.Ш. (Новосибирск, Россия)

С 1984 года по 1992 год Э.Так был редактором журнала математического общества Австралии серии Б (прикладная математика). Был приглашённым профессором в Стенфордском университете в Мичигане и в Мичиганском институте технологии. Кроме

прикладной математики работал над проблемами чистой математики, относящейся к гипотезе Римана и свойствам дзэта - функций.

Э.Так получил много наград: в 1959 стипендию Сэра Джона Джеллибранда; в 1988 был выбран членом Академии наук Австралии; в 1990 в качестве награды читал лекцию, посвящённую Георгу Вейнблюму; в 1995 выбран членом Австралийской академии технических наук и инженерии; в 1999 получил медаль Томаса Рэнкина.

Э.Так опубликовал более 180 работ. Под его руководством защитили докторские диссертации 25 человек и четверо студентов получили звание мастера. В списке его публикаций много работ, посвящённых волновому сопротивлению удлинённых и узких судов. На Симпозиуме 2003 года после его отставки выступали 16 его студентов, многие приехали издалека.

В 1998 году Э.Так организовал конференцию, на которой был специальный семинар, посвящённый столетию статьи Дж.Мичелла по волновому сопротивлению корабля. На конференции 1998 года Э.Так рассказал про Джона Мичелла и подарил мне его фотографию [43]. Будучи в Мельбурне в том же 1998 году я нашла много материалов о Мичелле в университетских библиотеках. Джон Мичелл работал в Университете Мельбурна всю жизнь после окончания Кембриджа в Лондоне и стал гордостью Австралии.

Э.Так был приветливым, тёплым и скромным человеком. Кроме математики у него было много увлечений разными играми и даже автомобилями. Но особенно Э.Так любил своих детей и внуков, которым уделял всё своё свободное время. Будучи уже очень большим, Э.Так был президентом Международного Конгресса по теоретической и прикладной механике в августе 2008 года в Аделаиде с участием 1000 человек. Он сам получал от всего этого огромное удовольствие, обучая учеников стоять на своих ногах и доверял им проведение исследований.

Э.Так одинаково любил учить математике и выполнять исследования. Он с энтузиазмом читал математический анализ первокурсникам, специальные разделы математики на четвёртом курсе и аэродинамику. Он обращался со студентами как с коллегами и друзьями. Он был деканом факультета математики и компьютерной техники, относясь к своим обязанностям с большой ответственностью. Э.Так активно привлекал к работе молодых учёных, приехавших в Австралию из СССР. Э.Так очень заботился о



Эрни Так

молодых учёных, поэтому, будучи уже очень большим, предложил организовать товарищество, чтобы собирать достаточно средств для стипендии студентам или молодым научным сотрудникам, чтобы они могли спокойно работать целый год. Было решено объявить об этом на национальной австралийской и новозеландской конференции. Э.Так был в восторге, когда его предложение было принято. Он очень заботился о «местном» Обществе Прикладной математики. На очередном Воркшопе «По волнам на воде и плавающим телам», который проходил в Санкт-Петербурге в 2009 году Ник Ньюман активно занимался организацией специального товарищества и сайта для сбора пожертвований со всего мира для фонда Эрни Така.



Жерар Деламоу
род. в 1944 г.

Жерар Деламоу родился 26 августа 1944 года в Нанте во Франции. Последнее служебное положение: инженер – исследователь национального образования высшего класса в Центральной Школе Нанта.

Докторскую степень инженера Ж.Деламоу получил в 1978 году, Докторскую научную степень Жерар Деламоу получил в 1987 году, Ж.Деламоу получил в 2008 году отличие министерства просвещения и исследований.

Главные должности: с 1995 года: - член докторского

совета; в 1995-2000 годы ответственный за военно-морскую группу гидродинамики (27 членов); в 1997-2001 годы: был ответственным за строительство здания гидродинамики Высшей школы в Нанте, торжественное открытие которого состоялось в 2001 году. В 2000-2007 годы возглавлял лабораторию механики жидкости центра научных исследований Нанта.

Научные интересы Ж.Деламю направлены на численное и экспериментальное моделирование трёхмерных потоков со свободной поверхностью, мореходность с и без поступательной скорости для судов на волнах, сопротивление судов с применением экспериментальной проверки

Последние публикации были в области численного и экспериментального моделирования волнового сопротивления и моделирования кораблей с 2002 года [35], [40], [17], [41] по темам, связанным с сопротивлением воды движению судов и их мореходностью.

Жерар Деламю разработал компьютерные программы для промышленного использования: по Мореходности AQUADYN в 1978 году и AQUAPLUS в 1988 году, а также по волновому сопротивлению REVA в 1985 году.

Педагогическая деятельность выразилась в руководстве более 40 студентами-дипломниками с 1980 года и с 1985 года. в руководстве 17 докторантами Читал лекции по потокам жидкости со свободной поверхностью и по построению компьютерных программ и организации встреч «Журнала по гидродинамике» каждые 2 года с 1983 года. Участвовал в организации национальных и международных конференций GDR Sport в 1995 году, Euromech n374 в 1998 году, NuTTS' в 2002 году, Симпозиума по численным буксировочным бассейнам «NuTTS» в 2006 году.

С 2010 года с Ж.Деламю в отставке, но продолжает активно работать со своими прежними лабораториями по численному волновому сопротивлению и мореходности.

Ларс Андерс Ларссон родился 6 февраля 1945 года в Швеции. В 1969 году получил степень мастера, в 1975 году стал доктором в области механики жидкости. Академические степени: степень мастера по Военно-морской Архитектуре(1969), докторская степень по механике жидкости (1975).

Должности, которые занимал Ларс Ларссон:

- 1969-71 годы - Товарищество дипломированных специалистов-исследователей в Чалмерском Университете Технологии (отдел математики и механики жидкости);
- 1971-84 годы - инженер-исследователь в Шведском Государственном Судостроительном экспериментальном бассейне, SSPA;
- 1971-81 - доцент в отделе гидромеханики корабля в Чалмерском Университете;
- 1979 – приглашённый профессор Военно-морского кораблестроительном Центре Давида Тейлора и Центра развития в Батезда (США);
- 1981-82 - действующий профессор по гидродинамике корабля в Чалмере;
- 1982-94 - адъюнкт – профессор по гидродинамике корабля в Чалмере;
- 1984-86 – глава секции гидродинамики SSPA²⁹ (Шведская Государственная Профессиональная Ассоциация);
- 1986-89 – глава отдела механики жидкости, SSPA;
- 1987.- назначенный профессор механики жидкости в университете Осло (должность, никогда не принимаемая из персональных соображений);



Ларс Ларссон
род. в 1945 г.

²⁹ SSPA - Шведская Государственная Профессиональная Ассоциация

- 1999 – президент международного FLOWTECH;
- 1989-1999 – председатель Совета директоров;
- 1994 – профессор морской гидродинамики в Чалмере;
- 2002 - директор Центра расчётной гидродинамики Роллс-Ройса и Центра университета технологии расчётной гидродинамики.

Что касается научного опыта, то, начиная с начала 1971 года, Ларс Ларссон занимался вычислительной гидродинамикой, прикладными гидродинамическими задачами. (диссертация), включая тщательные экспериментальные исследования пограничного слоя на модели корабля, также разработкой теории для предсказания пограничного слоя корабля. Эта теория была далее разработана во второй половине 1970-ых, с учётом влияний более высокого порядка. Более продвинутая теория: «метод криволинейных линий тока», которая была также разработана в это время.

Начиная с 1980 года исследование вязких потоков было направлено на разработку метода RANS (решение уравнения Рейнольдса усредненного по уравнениям Навье-Стокса), который был разработан в сотрудничестве с теми, кто работал в те годы над диссертацией. Первая версия была готова в 1988 в одной из диссертаций, в другой диссертации было разработано влияние работающего винта. Это было закончено в 1990 году. В 1994 году третий студент закончил свою диссертацию, где заложены основы разработки этого метода. Этот метод теперь является основой исследования, которое приводит ко второму поколению метода RANS, включая свободную поверхность. Диссертанты закончили эту задачу - один в 2001 году, другой в 2002 году и третий в 2003 году.

Исследование потенциальных потоков было начато в 1983 году в ряде диссертационных проектов (законченных в 1986, 1987, 1989, 1997 годы соответственно), более высокого порядка, был разработан нелинейный метод панелей свободной поверхности. Метод также включает подъём свободной поверхности и вычисление посадки и дифферента автоматически.

Далее, исследование было выполнено в виде автоматической оптимизации формы, и один из диссертантов теперь получил возможность оптимизировать обводы корабля с данными ограничений, рассматривая все составляющие сопротивления, используя комбинацию потенциального потока, пограничного слоя и RANS методов.

Преподавательская деятельность Ларса Ларссона включала математику, динамику жидкости и гидродинамику корабля. Под руководством Ларса Ларссона научную работу выполняли PhD студенты: в 1982 году Lennart Lofdahl, в 1986 году Fei Xia, в 1987 году Shao-Yu Ni, в 1988 году Leif Broberg, в 1989 году Keun-Jae Ким, в 1990 Hua Zhang, в 1994 году Bjorn Regnstrom, в 1997 году Carl - Erik Jonson, в 2001 году Svennberg, в 2002 году Stefan Nilsson, в 2003 году Lars Carlsson.

Международный опыт Ларса Ларссона: В 1975 – 1984 годы Ларс Ларссон был членом международной конференции опытовых бассейнов, в 1978-84 - ответственный секретарь по общей экспериментальной программе, в 1987 был организатором вместе с доктором В.С. Лином первого Комитета по численным методам в гидродинамике CFD (позже названный «панельным методом») Международной Конференции Опытных бассейнов ИТТС.

Ларс Ларссон был инициатором и первым организатором пяти Международных Конференций в Гётеборге

В 1978 году Ларс Ларссон организовал Международный Симпозиум по вязкостному сопротивлению судна, в 1980 году - Воркшоп по пограничному слою судна SSPA-ИТТС. В 1985 году Ларс Ларссон был организатором Второго международного Симпозиума по вязкостному сопротивлению судна. В 1990 году он организовал Воркшоп по вязкостному сопротивлению судна SSPA-СТН-ИИHR, а в 2000 году организовал в Гётеборге Воркшоп по численной гидродинамике судна

Ларс Ларссон является членом совета проектов Европейской сети MARNET-CFD, куда входит более 50 организаций участников. Он - лидер в тематической области №1 установившихся корабельных потоков, а также участник других конференций. С 1991 года –

член организационного комитета Второго Коллоквиума в Осаке по корабельным вязким потокам, в 1994 году был приглашённым докладчиком по CFD на Воркшопе в Токио. 29-30 мая 1997 года Ларс Ларссон - член научного комитета и основной докладчик Международной конференции CFD. Ларс Ларссон - член научного комитета Второй Международной Конференции по Гидродинамике в Гонконге в 1998 году и Третьей международной конференции по гидродинамике в Сеуле. В 1998 году - приглашённый основной докладчик мемориальной секции Мичелла на Конференции инженерной и прикладной математике EMAS '98 в Сиднее. В 2002 году он - член научного комитета 9-той Международного Конгресса Морской Ассоциации Средиземного моря, а в 2000 году и 10-того конгресса. В 2002 году Ларс Ларссон - член технического комитета Конференции по высокоэффективным яхтам в Окленде в Новой Зеландии. В 2003 году - член организационного и документального комитета 8-ой Международной Конференции по численной гидродинамике судна в Пусане. Приглашённый основной докладчик на 22-ом Симпозиуме по военно-морской гидродинамике в Вашингтоне.

В 1990 году - член редакционной коллегии журнала Journal of Ship Research в США и Японского Международного журнала морских наук и технологии (International Journal of Marine Science and Technology), Журнала США по технологии парусных лодок, приглашённый для представления научных обзоров. В 1995 году делал ежегодный обзор по механике жидкости и по успехам механики

В виде награды в 1995 году читал 18-тую Вейнблумовскую лекцию в Гамбурге и в 1996 году в Вашингтоне

Основная деятельность Ларса Ларссона направлена на разработку и развитие численной динамики жидкости в Судостроительной промышленности

В 1989 теоретическая разработка в группе исследования достигла такого уровня, что стало возможно разрабатывать средства программного обеспечения, полезного для проектировщиков верфи (разработки, проектирование) для разработки новых форм обводов. Для этой цели новая компания, FLOWTECH Международный АВ, была начата Ларсом Ларссоном и некоторыми из его PhD студентов, где исследование стало доступным, и они были объединены и далее утверждены и связаны с помощью интерфейса пред- и постпроцессоров. Полная документация программного обеспечения, именованного SHIPFLOW, была также произведена. SHIPFLOW'S продолжилось, и это стало вскоре рекордом рынка в гидродинамике корабля CFD. Это используется приблизительно 40 организациями во всем мире, включая верфи, буксировочные бассейны и университеты.

Ларс Ларссон опубликовал больше 100 научных статей в журналах и трудах конференций и нескольких книг. Автор книги о проектировании яхт [29], [30], [31].



Лоуренс Докторс
род. в 1945 г.

Профессор Ларс Ларссон играет ведущую роль в разработке численной динамики жидкости (CFD) в Военно-Морской архитектуре и является основателем компании по программному обеспечению FLOWTECH международного АВ, в котором он является председателем Совета.

Лоуренс Докторс родился 2 февраля 1945 года в Лондоне, (Англия). Его родители мигрировали в Сидней (Австралия), в 1949 году. Его родители также родились в Англии, в то время как родители его отца происходили из России, а родители матери родились в Польше.

Докторс учился в университете Сиднея, где он получил степень в области машиностроения с отличием первого класса в 1965 году, а степень магистра технических наук в 1967 г. Затем он учился в Университете штата Мичиган по специальности корабельной архитектуре и специализировался по

гидродинамике судна, чтобы получить степень доктора в 1970 году.

У Лоренса Докторса один сын Илан – адвокат, у которого трое детей. Все они живут в Лондоне в Англии. Ещё есть два правнука.

Научные достижения Л.Докторса изложены в книге, опубликованной в 2015 году [18]

Занимаемые должности:

1. должность репетитора на отделении механики университета в Сиднее в 1966- 1967 годы.
2. В 1968- 1969 году на полставки лектора в отделении морской архитектуры и морской инженерии Мичиганского университета в.
3. В следующем учебном году Л.Докторс работал на ставку лектора в том же Мичиганском Университете.
4. С ноября 1970 года по февраль 1976 года читал лекции в школе механики и индустрии в университет Новой Зеландии нового южного Уэльса.
5. С февраля 1976 года до декабря 1983 года там же в Южном Уэльсе.
6. С января 1984 года до декабря 3001 года работал доцентом в школе механики и технологии машиностроения в университете Нового Южного Уэльса.
7. С января 1993 года до января 1996 года был помощник директора в Исследовательском центре Сиднейском Кооперации по Австралийского морской инженерии
8. Профессор школы механики и морской инженерии UNSW с января 2002 года по февраль 2005 год.
9. С декабря 2006 года стал заслуженным профессором школы механики и технологии машиностроения.

Приглашения:

1. Как приглашённый учёный в департамент авиации и влияния поверхности DTNSRDC (с декабря 1976 до февраля 1978 года);
2. Как старший лектор в департамент механики жидкости и теплопередачи в университете Тель-Авива (март 1978 – февраль 1979 года);
3. Как доцент в департамент военно-морской архитектуры и морской инженерии (январь 1984 – декабрь 1984 года);
4. Доцент учёный исследователь в департамент военно-морской архитектуры и морской инженерии (декабрь 1985 – январь 1986 года);
5. учёный исследователь в школе морских исследований Австралийского морского колледжа (январь 1990 – июнь 1990 года);
6. научный сотрудник в департамент механики жидкости и теплопроводности (январь 1998 – февраль 1998);
7. учёный исследователь в департаменте механики и технологии машиностроения (март 2005 -
8. профессор в школе механики и технологии машиностроения UNSW (февраль 2005 – февраль 2011 год).

Участие в научных и профессиональных обществах:

1. Королевский институт военно-морской архитектуры RINA, Лондон, Англия,
2. Член Общества морской архитектуры и морской инженерии SNAME Нью-Йорк, США.

| Другая научная деятельность Лоуренса Докторса | |
|---|-------|
| Категория | Число |
| Участие в редактировании заграничных журналов | 6 |
| Журналы, которые включались в обзор | 22 |
| Организации, которые предлагали составить обзор | 13 |
| Представление на семинарах | 98 |

| | |
|--|-----|
| Членство в профессиональных инженерных комитетах | 10 |
| Членство в организационных комитетах конференций | 47 |
| Организация воркшопов и краткосрочных курсов | 21 |
| Технические публикации | 233 |
| из которых приглашённых публикаций | 39 |

Служба в качестве консультанта в промышленности и в качестве эксперта:

1. Технический консультант в области гидродинамики высокоскоростных судов в Австралии и прилегающих водах
2. Требующееся оборудование питания судов, генерирование волн, когда судно ходит в ограниченных водах или реках или когда судно движется в неспокойной воде;
3. Подготовка полного набора передовых компьютерных программ для анализа и исследования тех судов, которые доложены и представлены на международной конференции по исследованию и разработке морских транспортных средств;
4. Типы судов, включая однокорпусные, катамараны и многокорпусные, также планирующие суда, суда на подводных крыльях и суда на воздушной подушке;
5. Рекомендации в области исследований военно-морской архитектуры для промышленности и правительственных авторитетов Австралии и других;
6. Исследование морских аварий и судебно-медицинской экспертизы военно-морской архитектуры, в частности с включением гидродинамики. Экспертная работа как свидетеля и явки в суд.



Френцис Ноблесс
род. в 1946 г.

Френцис Ноблесс родился в 1946 году в г. Супликорт провинции Самм во Франции. С 1984 года стал гражданином США.

В 1969 году Ф.Ноблесс получил степень бакалавра инженера по гидравлике в Университете Тулузы во Франции. В 1972 году получил степень мастера по гидравлике и механике в

Университете Йова. Тема работы «Неустановившийся неоднородный поток при входе в трубку»,

Степень доктора по гидравлике и механике получил в 1974 году в Университете Йова. Докторская диссертация по теме «Анализ возмущений в волнообразовании корабля с интерпретацией метода Гиллотон» была опубликована в 1975 году Ф.Ноблесс работал 6 месяцев 1975 года в качестве инженера – исследователя в институте гидравлики университета Йова.

С 1975 по 1977 год был научным сотрудником Станфордского Университета аэронавтики и астронавтики. С 1982 года работал в отделе военно-морских исследований в опытовом бассейне Давида Тейлора. Его деятельность включала исследования, работу над прикладными проектами и время от времени административную деятельность в качестве исполняющего обязанности начальника сектора (с ноября 1989 года по май 1992).

Исследовательская работа, главным образом, была сосредоточена на разработке аналитических и численных методов для определения потоков со свободной поверхностью вокруг судна и береговых структур с применением к корабельным волнам и волновому сопротивлению на тихой воде. Кроме того Ф.Ноблесс изучал радиальную дифракцию волн на воде, создаваемых береговыми структурами и перемещающимися на волнах кораблями. Занимался Ф.Ноблесс также проблемами оптимизации формы корпуса судна.

Одновременно занимался преподаванием. как приглашённый профессор во Франции в университете Пуатье 3 месяца в 1991 году, в Нанте в течение 6 месяцев в 1984 году и в отделе океанской инженерии в Массачусетском Технологическом Университете как доцент в 1977 -1981 годы, где обучал студентов морской гидродинамике, и занимался студенческими

семинарами по введению в океанскую инженерию. Вёл также несколько студентов при их дипломном проектировании.

Тогда же готовил тезисы на степень магистра по океанской инженерии, и другие тезисы по докторской диссертации.

В Нанте учил студентов двум предметам - гидродинамике и введению в гидродинамику и теории волнового сопротивления судна. В это время руководил Ф.Ноблесс исследовательскими проектами двух студентов и провёл серию семинаров по своим исследованиям.

В университете в Пуатье. Ф.Ноблесс вёл новый студенческий курс по гидродинамике свободной поверхности, а также помогал определить темы диссертаций и руководил студентами на начальной фазе их работы. Позже в 2004 году работал два месяца в Нанте во Франции, в 2005 году два месяца в Пуатье.

В дополнение учил студентов-выпускников теоретическим методам гидродинамики свободной поверхности по предложенной программе университета Георга Вашингтона в модельном бассейне Давида Тейлора. Также работал как консультант по докторской диссертации, когда был сотрудником в бассейна Давида Тейлора в Университете Мериленда.

Ф.Ноблесс служил в комитете оценок по трём докторским диссертациям в университетах Пуатье и в Нанте во Франции.

В 2012 году Ф.Ноблесс вышел в отставку после работы в модельном бассейне Давида Тейлора и начал педагогическую работу в Китае в Шанхайском Джао-Тонг Университете.

В самом начале своей научной карьеры Францис Ноблесс подключился к тем, кто был привлечён Георгом Вейнблумом к проблеме определения сопротивления воды движению судов. В силу своей молодости Ф.Ноблесс не мог участвовать в Анн Арборском семинаре 1963 года, но уже на семинар в Токио в 1976 году он вместе с Г.Даганом представил введение к ряду статье по волновому сопротивлению судна.

Следует отметить, что Ф.Ноблесс свою научную работу посвятил тщательной проверке всех возможностей математической физики для решения задачи о волновом сопротивлении судна. Им были рассмотрены и разработаны разные функции Грина и интегральные уравнения, рассмотрены различные аппроксимации теоретических решений, исследованы математические особенности интеграла Мичелла и изучен интеграл Неймана – Мичелла, рассмотрены особенности удлинённых судов [39].

Все его попытки решения этой задачи относятся к возможностям теории потенциальных функций. Тщательно изучены математические свойства Кельвиновской системы волн и т. и т.п. В последние годы Ф.Ноблесс всё больше обращается к экспериментальным наблюдениям за поведением волнового поля вокруг движущегося судна. Совместно с Г.Деламю и др. Ф.Ноблесс выполнил экспериментальную работу по определению зависимости подъёма волн в носовой оконечности судна от угла наклона пластины и осадки [40], [41].

Последние исследования посвящены высоким волнам, создаваемым быстроходными судами и катамаранами, движущимися с поступательной скоростью на тихой воде бесконечной или постоянной конечной глубины, образующимися в результате интерференции волн, расходящихся от распределённых по поверхности корпуса источников и стоков.

Результаты этой исследовательской работы, начатой в Шанхайском Джао-Тонг университете, опубликованы в двух работах по аналитическому изучению двухточечных



Францис Ноблесс (2016 год)

волнообразующих моделей на глубокой воде; в пяти статьях по численному анализу распределения источников и стоков по поверхности корпуса судна на глубокой воде, в двух статьях по аналитическому изучению двухточечных волнообразующих моделей на мелководье.

Много работ Ф.Ноблесс выполнил по теории корабельных волн, используя модель Неймана - Мичелла. Кроме того, выполнил исследования для разработки инструмента для практических расчётов оценки основного установившегося потока вокруг корпуса судна, чтобы получить удобные методы для проектирования. Разработкой для оптимизации корпуса судна; теория Неймана - Мичелла и её приложения изложены в семи статьях Ф.Ноблесса.

Им рассмотрены два канонических семейства корабельных волн (семейство двухпараметрических волн, создаваемых клинообразными моделями и более общее семейство четырех -параметрических волн для носа с наклоном и подъёмом). Это изучение привело к простым аналитическим решениям и изложено в восьми статьях, написанных совместно с и другими учёными разных стран.

Если учесть, что Ф.Ноблесс опубликовал до 2016 года 70 работ в реферируемых журналах и около 120 статей на конференциях, симпозиумах или Воркшопах, то понятно, что невозможно подробно изложить все темы, которым посвящены его труды.

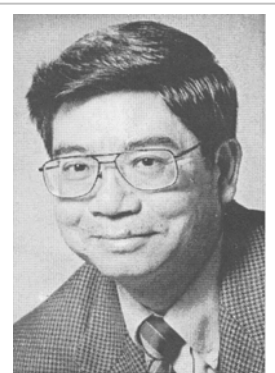
Работы Френциса Ноблесса заслужили следующие награды: в 2000-2001 году читал 23-тью Вейнблумовскую лекцию (одно из высочайших международных признаний в области морской гидродинамики); в 2001 году получил Заслуженную гражданскую награду (это была третья высочайшая награда, присуждаемая гражданским служащим военно-морской службы США); в 2005 получил награду за лучшую статью на 15-той конференции общества береговой и полярной инженерии; в 2014 году получил такую же награду за совместную с С.Х. Кимом статью на такой же конференции общества береговой и полярной инженерии.

Рональд Янг родился в 1945 году в тогдашнем британском Гонконге и вырос, любясь видом гавани Виктория. Он был очарован тем, как прибывает много кораблей, и поэтому узнал навыки сигнализации ещё в молодые годы. Он был в состоянии общаться с большим количеством судов и осматривать их. Его интерес к кораблям привёл его в Калифорнийский университет в Беркли, где он в 1968 году получил золотую медаль выпускника. В 1970 году заслужил степень магистра наук и доктора философии в 1973 году под руководством профессора Дж.Вехаузена, автора первой мемориальной лекции Георга Вейнблума. Между получением ученых степеней Р.Янг работал в системе Литтона в Лос-Анджелесе по конструкции корабля

Его первая научная работа "Дифферент или затопления судов" была опубликована в специальном выпуске "Ship Technology" к 75-летнему юбилею Георга Вейнблума.

С 1973 по 1982 год Рональд Янг был помощником по океанской инженерии в Массачусетском технологическом институте МИТ. В 1981 году он принял участие в работе факультете прикладной математики Университета Аделаиды в Австралии. С 1982 года Янг был профессором гидродинамики и инженерии океана в Университете Калифорнии в Беркли и получил статус "заслуженного профессора".

В 1988 году он получил премию исследователя (т.е. «Выдающийся старший научный сотрудник США») от Фонда Александра фон Гумбольдта и стал профессором в Институте кораблестроения в Гамбурге (1988). В 1988 году он был приглашенным профессором в научно-исследовательском институте прикладной механики Университета Кюсю в Японии. В 1990 году он был удостоен приза за лучший вклад в науку на конференции ASME OMAE в Ставангере.



Рональд В.Янг
род. в 1945 г.

С 1998 года Р.Янг стал членом Общества морских архитекторов и инженеров морского флота SNAME.

Р.Янг внес значительный вклад в решение ряда задач гидродинамики судна [53] с акцентом на взаимодействие судов и тел вращения, учёт влияния канала, неустойчивость носовой волны, а также изучал двухслойный поток и гидроупругость. В его работах 70-х годов корнями уравнения являются обычные интегральные источники Ренкина. Он выполнил несколько работ по изучению поверхностных волн. Кроме того, Р.Янг занимался катамаранами, теорией узких судов и вопросами влияния вязкости на движение тел по свободной поверхности [54]. В своей лекции "Моделирование влияния вязкости в задаче поверхностных волн" он дал общее представление о последних исследованиях, что привело к возможности учитывать трение жидкости в поверхностных течениях и объясняется поведение потока в приложении к качке [55].

Вклад русских учёных

Большой вклад в проблему решения задачи о волновом сопротивлении корабля внесли русские учёные в 30-50 годы Л.Н.Сретенский и Н.Е.Кочин, работавшие в ЦАГИ, и одесситы А.А.Костюков и В.Г.Сизов. Определённый вклад внес в эту проблему Г.Е.Павленко, хотя его преобразование интеграла Мичелла существенно ухудшило его сходимость. Следует особо отметить работу ростовских учёных Э.Н. Потетюнко, Л.В.Черкесова, А.К.Никитина и С.А.Подрезова. Особо необходимо указать на учебник И.Г.Хановича [10], который отличается наиболее глубоким пониманием проблемы сопротивления воды движению корабля. Много занимались этой проблемой превосходные педагоги М.Я.Алферьев и Я.И.Войткунский, учебники которых переведены на иностранные языки. О курсе сопротивления воды движению судна Я.И.Войткунского писал Дж.Вехаузен, который с успехом его использовал для своих лекций. Так как в данной книге невозможно писать обо всех подробно, то приводятся биографии только тех учёных, работы которых непосредственно связаны с нашей темой. Это работы Н.Е.Кочина, Л.Н.Сретенского, А.А.Костюкова и В.Г.Сизова.

Кочин Николай Евграфович (1901 -1944) род в Петербурге в 1901 году. Отец Евграф Самойлович из крестьян был приказчиком в магазине. Мать родилась в семье огородников. В семье хранился портрет Ф.Шалапина с дарственной надписью за помощь продуктами в голодные времена.

Николай был девятым предпоследним ребёнком в семье, рано научился читать, в 8 лет был принят во второй класс. Представленный профессору педагогической академии А.П.Нечаеву получил от него рекомендацию в коммерческое училище (со стипендией), но по семейным обстоятельствам поступил в классическую гимназию. В 1918 году из-за голода работал огородником. В 1918 году закончил Первую Петроградскую гимназию и поступил в Петроградский университет. В том же году был призван в армию и служил в Петропавловской крепости. В 1920 году получил направление в Петроградскую артиллерийскую школу ЗККА. Служил в команде телефонной связи.

Окончил Петроградский университет в 1923 году. В 1924-34 годы преподавал в Ленинградском, а в 1938-44 годы в Московском университетах, в 1933-34 годы директор Института метеорологии, в 1932-39 годы работал в Математическом институте АН СССР, в 1936-38 годы профессор ЦАГИ, в 1939- 44годы в Институте механики АН СССР, Академик АН СССР.



Кочин Николай
Евграфович
(1901 – 1944)

Основные исследования относятся к метеорологии, гидро- и аэродинамике, теоретической механике и математике [3]. В синоптике показал возможность движения сжимаемой жидкости под действием консервативных сил с образованием вихрей при отсутствии притока энергии извне. Дал решения уравнений движения сжимаемой жидкости на вращающейся Земле. Здесь невозможно перечислить все фундаментальные решения Н.Е. Кочина в области синоптики, которые он сумел увязать с гидродинамикой. Н.Е.Кочин предложил метод определения поля скоростей и давлений воздушных масс, увлекаемых вращающейся Землёй при наличии вязкости и неравномерного нагревания атмосферы. Использовал эти результаты для построения модели зональной циркуляции атмосферы, существование которой до него считались маловероятным.

Но в данном случае нас интересует его вклад в гидродинамику и аэродинамику. Н.Е.Кочин изучил вид волн конечной амплитуды на поверхности раздела двух жидкостей, решил задачу о свободных волнах малой амплитуды на поверхности несжимаемой жидкости, вывел формулы сопротивления корабля, предложил общий метод решения плоской задачи о подводном крыле, решил плоскую задачу о глиссировании. Заложил основы теории качки корабля с учётом взаимодействия корпуса корабля и воды.

Монография Н.Е.Кочина по векторному и тензорному исчислению является одной из лучших. Теоретическая гидромеханика, написанная совместно с И.А.Кибелем и Н.В. Розе [4] переведена на английский и используется во всём мире. Наибольший интерес в нашем случае представляет работа Н.Е.Кочина по волновому сопротивлению 1949 года [5]. Его метод используется во всём мире наряду с работой Мичелла 1898 года.

Сретенский Леонид Николаевич родился в 1902 году в Москве. В 1919 году закончил реальное училище и поступил на физико-математический факультет Московского университета. Он учился у известных учёных: Д.Ф.Егорова, Н.Н.Лузина, И.И.Привалова и С.Н.Финникова. В 1923 году после окончания университета работал в Химико-технологическом институте им. Д.И.Менделеева ассистентом кафедры теоретической механики. С 1925 по 1929 год занимался в аспирантуре Института математики и механики при Московском университете под руководством Д.Ф.Егорова и С.А.Чаплыгина, которую закончил с защитой кандидатской диссертации по физико-математическим наукам. С 1929 по 1930 год Л.Н.Сретенский работал в Химико-технологическом институте, а следующие три



Сретенский Леонид
Николаевич
(1902 – 1973)

года работал доцентом кафедры высшей математики в Московском гидрометеорологическом институте. В 1934 году Л.Н.Сретенский стал профессором кафедры гидродинамики Московского университета, на которой работал до конца жизни. В 1939 году по представлению академиков С.А.Чаплыгина, Н.Н.Лузина, П.П.Лазарева и А.Н.Крылова он был избран членом-корреспондентом АН СССР.

Одновременно с педагогической деятельностью Л.Н.Сретенский вёл большую научную работу в ведущих учреждениях страны: в ЦАГИ им. Н.Е.Жуковского, в Институтах теоретической геофизики и морском гидрофизическом институте АН СССР.

Список трудов Л.Н.Сретенского составляет 146 наименований, среди них монографии «Теория ньютоновского потенциала» 1946 г. «Теория волновых движений жидкости» 1936 года (304стр.) и более полная 1977 г.(816стр.), «Теория фигур равновесия жидкой вращающейся массы» 1938 г. «Динамическая теория приливов» 1987г. Когда в 30-е и 40-е годы в ЦАГИ занимались проблемой

расчёта волнового сопротивления корабля, Л.Н.Сретенский внёс существенный вклад в разработку интеграла Мичелла. В данном случае важна работа по решению задачи Коши-Пуассона в вязкой жидкости и на поверхности раздела двух жидкостей. Существенные результаты получил Л.Н.Сретенский по теории волн конечной амплитуды путём

разработанного им метода совместного применения переменных Эйлера и Лагранжа. Он впервые дал алгоритм, позволяющий решать в любом приближении задачу о динамике трёхмерных установившихся волн конечной амплитуды и внёс важное усовершенствование в известный второй метод Стокса. Л.Н.Сретенский внёс немалый вклад в теорию возникновения волн на поверхности вязкой жидкости, в частности дал формулу для вычисления волнового сопротивления системы нормальных давлений, перемещающихся равномерно по поверхности жидкости. [8], [9].

Основные труды Л.Н.Сретенского посвящены глубоким принципиальным вопросам, математически сложным, для которых он смог разработать подходящий математический аппарат.

Большое внимание Л.Н.Сретенский уделял популяризации работ советских и зарубежных учёных. Он принимал активное участие в издании трудов Н.Е.Жуковского, С.А.Чаплыгина, Н.Н.Лузина, А.М.Ляпунова.

Помимо общих курсов гидромеханики и теоретической механики Л.Н.Сретенский читал много специальных оригинальных курсов по теории волновых движений, теории приливов, теории фигур равновесия, теории газовых струй и др.

Под руководством Л.Н.Сретенского выполнено более 50 кандидатских диссертаций. Многие его ученики стали докторами наук. В течение многих лет Л.Н.Сретенский вёл исследовательский семинар на механико-математическом факультете Московского университета.

За большие заслуги в научной и педагогической работе Л.Н.Сретенский был награждён двумя орденами Ленина, орденом трудового красного знамени и медалями.

Сизов Виктор Григорьевич родился 27 сентября 1910 года в Санкт-Петербурге. Закончил Ленинградский кораблестроительный институт (ЛКИ) в 1932 году. Защитил докторскую диссертацию в 1969 году, стал профессором в 1971 году.

Как и все учёные, является заложником своего времени. В 1935 году после ареста отца вся семья была сослана в Казахстан, но потом ссылка была заменена запретом проживания в Москве и Ленинграде (на тот же срок 5 лет), тогда переехали в г.Горький (ныне г. Нижний Новгород). В Ленинград попал в 1940 году по приглашению Г.Е.Павленко. В 1942 году из блокадного Ленинграда снова попал в г.Горький.

Работал В.Г.Сизов на заводе «Петрозавод» в 1932 – 35 годы, в 1935-36 годы работал в г.Горьком на заводе «Красное Сормово». В 1936-40 годы и 1944-45 годы работал в ЦКБ-51. В 1936-39 годы работал в Горьковском политехническом институте, а в 1940-42 годы – в Ленинградском кораблестроительном институте. Два года во время войны работал на заводе №640 в Кировской области. Затем работал в Одесском институте инженеров морского флота (1945-1954 годы), а потом в Одесском высшем инженерном морском училище (сейчас Национальный университет «Одесская морская академия»).



Сизов Виктор Григорьевич
(1910 – 2016)

В.Г.Сизов был членом бюро секции мореходных качеств судов НТО судостроительной промышленности им. ак.А.Н.Крылова (1972-1980); членом научно-технического Совета центрального правления Регистра СССР (1975-1985); председателем секции «Гидромеханика судна» Проблемного Совета «Гидромеханика в институте гидромеханики АН УССР (1972-1992); председателем секции развития и технической эксплуатации флота научно-технического совета Министерства морского флота СССР (1977-1981).

Почётные награды. Лауреат премии им. ак. А.Н.Крылова (1962) - присуждена НТО судостроительной промышленности им. ак.А.Н.Крылова, звание «Почётный работник морского флота» (1977) - присвоено Министерством морского флота СССР.

Основные исследования относятся к теории и гидромеханике корабля. В.Г.Сизов первым в мире разработал нелинейную теорию волнового сопротивления судна. Разработал теорию устойчивости судна с сыпучим грузом. Разработал решение общей задачи оптимального пути плавания судна в океане. Обнаружил и исследовал явление параметрических колебаний судна на поперечных волнах. Совместно с М.Г.Крейном исследовал задачу о форме судна наименьшего суммарного сопротивления. Разработал решения ряда задач гидродинамической теории устойчивости. Наиболее фундаментальные работы относятся к определению волнового сопротивления судна [7], об устойчивости судна, перевозящего сыпучие грузы, явлении параметрического резонанса при бортовой качке [6].



Вручение награды

Основной список работ по гидромеханике корабля и волновому сопротивлению на регулярном и нерегулярном волнении и по оптимизации формы корпуса составляет 8 наименований. Всего же опубликовано более 130 печатных и рукописных работ и 176 рефератов в реферативном журнале «Механика».

В.Г.Сизов считал своими учителями М.Г.Крейна – члена корр. АН СССР,

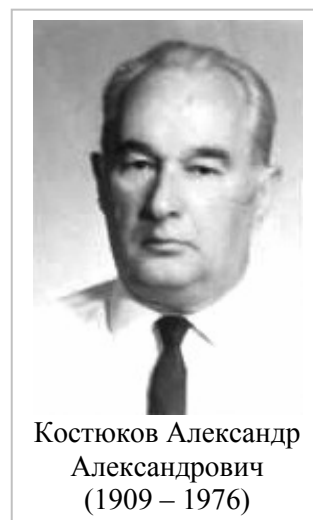
иностранного члена Американской академии наук и искусств и Национальной Академии наук США (1907 -1989) - и Г.Е.Павленко – академика Академии наук УССР (1898 -1970). Начальный интерес к гидромеханике привил ему Г.Е.Павленко, который преподавал сопротивление воды по рукописи Б.Г.Харитоновича, позже изданной без упоминания автора, просто под редакцией Г.Е.П. Азы гидромеханики читал К.Ф.Косоуров.

В.Г.Сизов с сожалением писал, что ни один из его аспирантов не стал доктором наук, но двое стали профессорами. Из известных специалистов он считает своими учениками Р.Е.Алексеева – известного конструктора речных судов на подводных крыльях и В.Ю.Мазура, которому В.Г.Сизов передал начатую экспериментальную работу, из которой В.Ю.Мазур сделал впоследствии кандидатскую и докторскую диссертации.

В 2015 году научная общественность с удовольствием отметила 105-летие этого замечательного учёного и педагога.

Виктор Григорьевич Сизов умер в возрасте почти 106 лет в 2016 году.

Костюков Александр Александрович родился 10 сентября 1909 года в Севастополе. Отец до 1914 года работал слесарем и токарем на заводах г.Николаева, а также плавал на судах машинистом и механиком. В 1914 году семья переехала в г.Одессу на Б-Фонтанский маяк, где отец работал механиком. В 1920 году он умер. Мать вышла из бедной крестьянской семьи, работала на подённых работах. В 1955 году она скончалась. После смерти отца Александра и его брата отдали в детский дом, где он был до 1925 года. В 1925 году поступил на рабфак, после окончания которого в 1928 году поступил в Одесский политехнический институт. Этот институт впоследствии был реорганизован в ряд других



Костюков Александр Александрович (1909 – 1976)

институтов, а на базе кораблестроительного факультета был создан Одесский институт инженеров водного транспорта (ОИИВТ), который А.А.Костюков закончил в 1932 году. Тогда же он был оставлен в аспирантуре при кафедре теории корабля для научной и педагогической деятельности, и с этого времени вся его жизнь связана с подготовкой инженерных и научных кадров для морского флота. В 1936 году защитил кандидатскую диссертацию, а в 1938 году получил звание доцента. В 1957 году защитил докторскую диссертацию, и уже в 1958 году ему было присвоено степень звание профессора

Александр Александрович Костюков является крупным учёным в области кораблестроительной науки. Список его научных работ, изданных с 1932 по 1972 год в виде монографий, учебных пособий и статей, опубликованных в журналах АН СССР и других всесоюзных изданиях, составляет 74 наименования. Ряд его научных трудов был переведен и издан за рубежом. Работы А.А.Костюкова представляют не только большой вклад в науку кораблестроения, но и имеют огромное прикладное значение для развития водного транспорта. Самой значительной является монография «Теория корабельных волн и волнового сопротивления» [1], за которую проф. А.А.Костюкову присуждена премия им. ак. А.Н.Крылова. Эта монография в США была переведена на английский язык и издана в 1968 году. Вторая его монография посвящена взаимодействию тел, движущихся в жидкости [2].

Результаты исследований А.А.Костюкова цитируются в книгах, учебниках и в зарубежной литературе. О научных трудах А.А.Костюкова имеются многочисленные отзывы крупных учёных (академика АН СССР А.И.Некрасова, член корр. Моисеева, проф. М.Я.Алферьева, проф. И.Д.Хаскинда, проф. Г.Вейнблума и др.).

На протяжении всего периода научной деятельности А.А.Костюков непрерывно был связан с пароходствами и проектными организациями морского флота и всегда консультировал инженеров по различным проблемам, связанным с улучшением мореходных качеств судов. Им подготовлено 12 кандидатов технических наук, оказана помощь в подготовке нескольких докторских диссертаций.

А.А.Костюков активно занимался общественной работой. Он избирался членом пленума и бюро райкома КП Украины г.Одессы, депутатом Одесского городского Совета, членом парткома ОИИМФа, кандидатом в члены обкома КП Украины.. Был награждён орденом Ленина и Трудового Красного Знамени, знаком «Почётный работник морского флота».

Японские исследователи

В отличие от европейских учёных в Японии развивались свои исследования, но они были мало известны в Европе в силу незнакомого языка и обособленности японской науки. Впервые объединение усилий всех мировых учёных, работающих в области сопротивления корабля, произошло на специальном семинаре в Анн Арборе штата Мичиган (США) в 1963 году. На этот семинар приехали четверо самых крупных японских учёных: Т.Инуи, Х.Маруо, М.Бесшо и М.Киношита. Это общение обогатило не только европейскую науку, но дало стимул для объединения усилий учёных разных опытовых бассейнов в самой Японии. С этого момента в Японии начали проводить, так называемые, «домашние семинары», в которых принимали участие не только сотрудники исследовательских институтов, но и профессора университетов, судостроительных институтов и даже аспиранты. Следующий семинар по вопросу волнового сопротивления для подведения итогов тринадцатилетних исследований состоялся в Японии по инициативе Т.Инуи в 1976 году.

Естественно, что невозможно привести биографии всех учёных Японии, связанных с проблемой сопротивления и проектирования судов, поэтому здесь приводятся только



Такао Инуи
(1920- 2012)

сведения о тех учёных, работы которых были больше других изучены автором. К ним относятся работы Е.Баба, Т.Инуи, М.Бесшо, Х.Маруо, Х.Мията, К.Мори.

Такао Инуи (род. в 1920) изучал судостроение в Университете Токио. Т.Инуи начал работать в Опытном бассейне Токио под руководством М.Киношита в 1942 году. В 1946 он стал работать преподавателем и доцентом в 1947. После получения ученой степени кандидата наук и доктора в 1958 году он получил кафедру в университете Токио по корабельной гидромеханике. Примерно в течение семи лет с 1960 по 1967 год он развивал аналитический подход к изучению волнообразования судна. Тогда было выбрано несколько главных вопросов для изучения этой проблемы. Ставился вопрос об определении волнового сопротивления и о выборе формы корпуса судна по замерам корабельных волн (т.е. по результатам волнового анализа). Такао Инуи считал, что волновая картина играет наиболее важную роль в исследованиях в опытном бассейне.

В соответствии с порядками японских университетов он в 1980 году ушёл на пенсию как профессор университета Токио; но потом продолжил педагогическую и исследовательскую работу теперь как профессор университета Тамагава. Среди наград следует отметить особо награду за научные достижения и премию от Академии Японии в 1978 году и высшую награду Японии за исследования. Также в 1978 году он стал членом научного Совета Японии.

В Опытном бассейне в Токио впервые начали применять автографическую запись в течение двух десятилетий, начиная с 1960 года. Т.Инуи работал там с 1942, когда он был студентом профессора М.Киношита. 1960 год пришёлся на середину этого тридцати восьмилетнего срока. Как раз в это время начали развивать аналитический подход к изучению волновой картины, который развивался в течение семи лет с 1960 по 1967 год. Несколько моментов было выбрано вокруг центральной темы лекции «наблюдение за картиной волнообразования модели судна». Большая заслуга Т.Инуи в том, что он с самого начала своей исследовательской деятельности начал внимательно смотреть на корабельные волны и стал развивать метод волнового анализа задолго до Анн Арборского семинара.

Бассейн Токийского Университета был открыт в 1937 году. С 1962 до 1967 года были успешно добавлены конструкции и оборудование для аналитического подхода к волновой картине.

После семи лет предварительных испытаний первая волновая картина была успешно получена в 1960 году, благодаря поддержке Т.Такахеа и Т.Тагори. Благодаря достойной финансовой поддержке Торей Организации для поддержания науки и техники было укомплектовано следующее оборудование: 1. дополнительная тележка к тянущей тележке; 2. система контроля скорости тянущей тележки, включая увеличение ранее установленной точности; 3. освещение поверхности воды; 4. стерео - камера; 5. стерео графопостроитель.

Для рисования волнового контура скомбинирована компьютерная программа с продольным сечением 50 мм (2 фута), кроме существующей сегодня, совершенно подобная карте погоды, которая вызывает меньше трудностей, чем стерео – анализ.

В 1957 году Т.Инуи опубликовал большую, можно сказать, энциклопедическую работу [26] в трудах Общества Военно-Морской архитектуры Японии, в которой дал достаточно полный обзор подходов к задачам, связанным с проектированием обводов корпуса судна при движении на глубокой воде и мелководье, рассмотрев все теоретические решения, полученные в идеальной и вязкой жидкости, привёл обзор модельных испытаний, выполненных в Японии и в других странах.

В 1962 году в трудах SNAME Т.Инуи опубликовал большую статью с описанием нового подхода к проектированию обводов судов при использовании не только буксировочных испытаний по Фрудру, но и результатов изучения волнового поля, создаваемого при движении модели судна. Техника, позволяющая тщательно измерять волновое поле, практически открыла новые возможности для отработки безволновых форм корпуса.

Следующим важным событием в жизни Т.Инуи было участие в работе Анн Арборского семинара, на который представил работу, выполненную вместе с Х.Кадзитани и К.Казахара, в которой рассматривались формы корпуса, полученные по распределению источников на вертикальной плоскости. Как говорил на семинаре Т.Инуи – «это первый шаг на пути получения безволновых форм корпуса судна с помощью бульбовых оконечностей» и, как он справедливо тогда заметил, что это «только часть айсберга, которая находится на длинном пути к новой эре в истории проектирования корпуса судна, которая сейчас открыта».

Т.Инуи принимал самое активное участие в организации семинара в Токио в 1976 году. К этому семинару он подготовил большую статью также вместе с Х.Кадзитани о проектировании обводов корпуса судна с помощью теории. Кроме того, в своей вводной лекции Т.Инуи рассказал о «домашних семинарах» Японии по разным проблемам сопротивления и проектирования судов и продемонстрировал возможности техники опытового бассейна Токио по замерам волнового поля, создаваемого при движении моделей (см. изображение).

В 1981 году Т.Инуи получил возможность прочитать лекцию [27] в честь Г.Вейнблума, что считается большой наградой для любого учёного, работающего в области сопротивления и проектирования судов. В этой лекции он подвёл итоги 25-летней работы опытового бассейна в Токио. И там же он сформулировал принципы исследовательской работы: «По опыту автора существует два определённых шага в процессе исследовательской работы. Первый шаг «качественный», когда всё неопределённо и темно, и умственное напряжение находится на вершине борьбы. Затем внезапно появляется некоторый интуитивный намёк, и совершенно новая тема или направление возникают в сознании последовательно и ясно. В противоположность этому, второй шаг «количественный», когда тема или направление уже даны, и прямая умственная работа может проходить без особого напряжения.

Первый шаг, чей характер скрыт глубоко внутри, является особенно важным для любой творческой работы, включает новые находки. Картина волнообразования играет наиболее важную роль на этой стадии исследовательской работы в Опытном бассейне Токио. В этой связи следует отметить, что компьютер, как и автоматическая измерительная система, не может дать так много на «качественной» стадии, как он даёт на количественной. Например, чисто вычислительная работа может быть непроизводительной без ясного понимания физических соотношений между действительными феноменами и математической моделью. Далее, мы не должны слишком зависеть от сегодняшних автоматических систем экспериментальных бассейнов, потому что первая вещь, которую мы должны делать во время пробежки испытываемой модели, – это тщательное наблюдение за всеми гидродинамическими явлениями, которые имеют место в носу, в корме, слева и справа, возле и далеко от модели.

Здесь почти нет разницы между сегодняшним днём и временами Рейнольдса и Прандтля в том, что истинная творческая работа часто рождается в лаборатории. Математическая теория всегда является мощным инструментом для лучшего понимания природы. Однако, морская архитектура имеет свои собственные технические цели – скажем, например, исключение корабельных волн настолько, насколько это возможно. Отсюда, необходимо выбрать более приемлемую теорию, которая имеет наивысшее практическое применение сама по себе. Теория не всемогуща, потому что природа более сложна, чем теория. Отсюда, морские инженеры должны сами определять пределы теории в их проектировании формы корпуса, используя полностью наблюдения за потоком, полученным в опытовом бассейне. Кормовой бульб является типичным примером в этом случае».

Из следующих многих работ следует отметить работу по, так называемым, ударным волнам на свободной поверхности», которые обнаружил и тщательно изучил Х.Мията. Их совместная работа [34] 1984 года стала такой же основательной, как и предыдущие работы Т.Инуи.

Интересно, что Т.Инуи в результате своих экспериментальных поисков пришёл к следующим выводам: «По своему опыту автор убеждён в своей оригинальной идее, что

аналитический подход к картине волнообразования должен быть самым лучшим и более обещающим путём полного понимания отношения между формой корпуса и волновым сопротивлением и что только от разработки этого пути можно ждать определённых улучшений в проектировании формы корпуса.

Т.Инуи изучил результаты испытаний аналитических моделей Г.Вейнблума, В.Виглея и др. и на основании этого анализа разработал формы моделей, получающиеся в результате распределения давлений на диаметральной плоскости «инуиды». В 1989 году [28] Т.Инуи вместе с Х.Кадзитани и Х.Мията подводит итоги десятилетнего изучения волн, которые авторы называют нелинейными волнами в отличие от линейных Кельвиновских волновых систем. К этому времени относится тесное сотрудничество японских учёных с Гамбургским опытовым бассейном.



Хаджиме Маруо
род. в 1922 г.

Хаджиме Маруо родился в семье бизнесмена и собственника земли в 1922 году. Закончил Университет в Токио по военно-морской архитектуре в сентябре 1945 года. Закончил аспирантуру в этом же университете и был принят доцентом, а в сентябре 1947 года получил степень доктора инженерии в университете Токио.

Был преподавателем технологического института Йокогама с сентября 1947 года по апрель 1950 года. Работал доцентом в Национальном Университете Йокогама с мая 1951 по 1959 год. Был приглашённым учёным в университете Кембриджа в Англии, работая в Лаборатории Кавендиша под руководством проф. Г.И.Тейлора в 1957-58 годы. Работал профессором Военно-Морской архитектуры в Национальном Университете Йокогама в апреле 1959 года. Был приглашённым профессором в Технологическом Институте Стивенсона США с августа по октябрь 1963 года. Был приглашён в исследовательскую ассоциацию в университете Калифорнии в Беркли с ноября 1963. Ушёл в отставку в 1988 году. Но сохранил добрые отношения со своими учениками, многие из которых работают в кораблестроительной промышленности. Как и все японцы, во время Второй Мировой войны понял, какое это бедствие.

После отставки работал в Университете Калифорнии Санта-Барбары как приглашённый профессор и закончил работать в 1990 году. После этого стал свободен и работал как технический советник в Национальном исследовательском институте кораблестроения и в судостроительных кампаниях.

Последнюю статью обнародовал на международной встрече «Разработка новой концепции формы быстроходных судов», опубликованной в трудах Международной конференции по морскому проектированию в мае 2003 года в Афинах.

Социальная активность

Х.Маруо был членом Совета Национального Университета Йокогама с апреля по март 1981 года. Приглашённый профессор Федерального Университета Рио де Жанейро с июня до сентября 1973 года. Член Совета общества Военно-морской архитектуры Японии. Член Комитета механики научного Совета Японии. Член Комитета Международной Конференции опытовых бассейнов в 1972, 1976 и 1978 годы. Преподаватель Давида М.Тейлора DTNSRDC в августе 1980 года.

Став свободным, Х.Маруо занялся реализацией практических форм корпуса с минимальным сопротивлением. В соответствии с модельными испытаниями эти формы корпуса имеют вдвое меньшее волновое сопротивление и на 20% меньшее полное сопротивление по сравнению с традиционными формами.

Награды

Призы от Общества Военно-морской архитектуры Японии в 1948, 1964 годах. Благодарность Восточной Японской Морской администрации в июне 1966 года.

Публикации

Он написал 6 книг, из которых 2 собственных, а в 4-х книгах он написал главы по специальности, в журнале *Journal of the Society of Naval Architects* им написано 40 статей, в *Bulletin of the Integral of Engineering Yokohama National University* 17 статей, на конференциях и симпозиумах сделано 27 докладов. Кроме того, опубликовал 11 статей в других изданиях.

Основная заслуга Х.Маруо в том, что он тщательно прочитывал и проверял публикации коллег, писал обзоры, выполнял сравнения разных теорий. Его собственные работы содержат решения задач, связанных с определением сопротивления судна. Он первым проработал работу В.Г.Сизова, сравнил со своим результатом и указал на ошибку. Но он думал, что В.Г.Сизов не учёл условие на бесконечности, а В.Г.Сизов проверил своё решение и нашёл свою ошибку. По этому поводу В.Г.Сизов писал: «У нас с Маруо различный подход к определению функции Грина. Я пользуюсь способом Релея введения рассеивающих сил, а он записывает условие излучения. Но когда я после просмотра его работы начал проверять свое решение, то обнаружил, что при стремлении рассеивающих сил к нулю появляется особая точка, рассмотрение которой в работе 1961 года было пропущено. В диссертации я исправил это и показал, что функции Грина G' и G'' тождественно равны функциям Маруо».



Масатоши Бешо
(1927–2007)

Большую работу выполнил Х.Маруо по учёту вязкости при расчёте волнового сопротивления, которую доложил на семинаре 1976 года в Токио [32]. Это была первая работа такого рода. Была сделана попытка разработать теорию волнового сопротивления судна конечной ширины.

Масатоши Бешо родился в префектуре Кадама в Японии 26 мая 1927 года. Получил образование в Университете Токио по военно-морской архитектуре, который закончил в 1950 году

Его первый интерес состоял в определении волнового сопротивления и особенно в определении форм с минимальным волновым сопротивлением или условий для минимизации волнового сопротивления. Практически им получены формы с большим круглым носом, который особенно на малых скоростях у больших танкеров существенно сокращает вязкостное сопротивление, в противоположность всеобщему мнению.

Сам М.Бешо считает особенно важным то обстоятельство, что он сделал эти заключения при помощи функций Матье, причём он отмечал, что это особенно полезный метод.

Второй темой были буи, на которые не воздействуют волны как возмущающая сила, а также он применил эту теорию к плавучим добывающим платформам. М.Бешо считал, что все эти исследования относятся к математической физике. и в других исследованиях оптимизации также используется математическая физика.

М.Бешо занимал следующие должности: с апреля 1955 года он преподаватель отдела механики в национальной военной академии Японии. В июле 1957 года стал доцентом. В декабре 1961 года стал доктором инженерии в университете Токио. В апреле 1968 года он профессор Военно-морской гидродинамики в том же университете. В марте 1993 года ушёл как заслуженный профессор в отставку. С апреля 1993 года М.Бешо профессор в исследовательском институте науки и техники в Нихон университете, а в марте 1996 году вышел в отставку, но как и все выдающиеся учёные продолжал активно работать над научными проблемами.

М.Бешо работал в разных областях гидродинамики судна и океана. Среди них следует отметить волновое сопротивление судна, силы и моменты, образующие сопротивление тел в вязком потоке, и задачи теории упругости. Это отражено больше, чем в 120 публикациях. В числе этих публикаций более двадцати посвящено волновому сопротивлению судна и поискам форм корпуса с наименьшим волновым сопротивлением. М.Бешо вдохновил и

поддерживал поколения преуспевающих ученых, много гидродинамиков в своей стране и также во всем мире

За свои фундаментальные достижения М.Бесшо получил различные награды: в 1964 году - медаль от Общества военно-морской архитектуры Японии, в 1983 году - медаль от общества военно-морской архитектуры Канзай и в 1994 году - Техническую премию и медаль от Общества военно-морской архитектуры Японии. Кроме этого, М.Бесшо получил почётную возможность в 1993-1994 прочесть 16-ую лекцию, посвящённую Георгу Вейнблему, «Состоятельность линейной теории волнового сопротивления судов» в Гамбурге и в Вашингтоне [12].



Хидеаки Мията
род. в 1948 г.

Хидеаки Мията родился 20 января 1948 года в г. Матцуями в Японии. Окончил в 1970 году отдел Военно-морской архитектуры университета Токио, и он получил в 1972 году звание магистра наук. Он работал в конструкторском бюро по основам проектирования судов в отделении проектирования в тяжёлой индустрии Японии по проектированию газовых танкеров проекта и форм будущих балкеров. Он также разрабатывал теорию руля в неоднородном потоке с имитацией маневренности. В 1977 году Хидеаки Мията вернулся в университет и работал в качестве инженера-исследователя. В 1978 году получил докторскую степень, защитив диссертацию на тему «Оптимизация эффективности работы рулей» для получения степени доктора наук. Он был сначала преподавателем, а в 1978 году стал доцентом. С 1994 года он был профессором в университете Токио и работал вместе с Т.Инуи [34].

Хадеаки Мията часто был пионером в области новых проблем или новых путей в гидродинамики судна. Таким образом, он первым обнаружил ударные волны на свободной поверхности в носовой оконечности движущегося судна. Это была следующая программа для трехмерных корабельных волн после метода конечных разностей и трехмерных разрушающихся волн. Он был приглашенным профессором в Китае кораблестроительного научно-исследовательского центра и в Риме. В 1993 году он организовал Генеральную Международную конференцию по быстроходным морским транспортным судам FAST'93 и до 2000 года он был техническим координатором, техническим директором и руководителем команды Японско - Американского Кубка..



обнаруженным и изученным Х.Мията.

Х.Мията: в 1982 году получил награду от Канзасского Общества военно-морской архитектуры, в том же году награду от общества военно-морской архитектуры Японии; в 2001 стал сотрудником всемирного инновационного фонда и получил возможность в том же году прочесть 24-тую Мемориальную лекцию в честь Г.Венблума; в 2011 получил высшую награду Японии приз Японской Академии и приз Империи (на фотографии видно вручение приза в присутствии императора с супругой)

У Х.Мията длинный список публикаций, и выступлений на международных Конференциях по кораблестроению. Всего Х.Мията опубликовал 38 работ в международных журналах, 94 работы в японских (как японцы говорят, домашних) журналах, принимал активное участие в 61-ой международной конференции с публикациями в их трудах. Из этих публикаций 20 относятся непосредственно к ударным волнам,

Еичи Баба - помощник президента, профессор Университета Хиросимы, директор офиса по обмену информацией Университета Хиросимы



Еичи Баба
род. в 1940 г.

Еичи Баба родился в 1940 году в г. Фукуока в Японии. В 1963 году получил степень бакалавра по военно-морской архитектуре в университете Кюсю в г.Фукуока в Японии и в том же году начал свою работу в экспериментальном бассейне Нагасаки в центре исследований и развития тяжелой индустрии Мицубиси. В 1969 – 1970 годы работал приглашённым исследователем морской инженерии в Мичиганском Университете в США. В 1972 году получил степень доктора в университете Кюсю в Фукуока.

С 1963 года по 1990 изучал сопротивления судов и потоков в экспериментальном бассейне Нагасаки в центре исследований и развития в тяжелой индустрии Мицубиси. В 1995 году работал в университете Хиросимы. Изучал влияние поверхностных волн на приливные плоские экосистемы. Более важными достижениями Е.Баба считает исследования волнового сопротивления судов и потоков, а также открытие сопротивления разрушающихся волн в 1969 году. Экспериментально было найдено существование разрушающихся волн в носу судов с полными обводами, дающих в условиях балласта большое сопротивление. Выдвинутый бульб эффективно сокращает сопротивление разрушения волн. Это открытие даёт вклад в проектирование носовых бульбов для полных форм корпуса таких, как танкеры и сухогрузы.

Второе важное достижение, выполненное в 1972 году - это разработка метода улучшения формы судна путём использования анализа волновой картины; это существенный вклад в проектирование хорошо обтекаемых судов, подобных грузовым лайнерам и контейнеровозам.

Теоретически метод Е.Баба представляет собой комбинацию теории сопротивления Мичелла и волнового анализа. Это делается путём использования измерения высоты волн при буксировке модели судна. Форма корпуса с минимальным волновым сопротивлением может быть получена путём измерения волновой картины модели судна в буксировочном бассейне. Кроме того, важна разработка теории волнового сопротивления малой скорости, выполненная в 1975 году. Теория применима к полным формам корпуса таким, как у танкеров и сухогрузов. В теории предполагается, что система волн, производимым судном, накладывается на поток дублированной модели вокруг судна. Теория волнового сопротивления судна Мичелла обычно применима к узким судам, и цель теории малой скорости состоит в попытке применить теорию волнового сопротивления к полным судам.

В 1985-1987 годы Е.Баба был председателем Комитета Сопротивления и потока на Международной Конференции буксировочных бассейнов. В 1988-1990 годы Е.Баба был управляющим лабораторией судов и океанской инженерии в исследовательском и проектировочном центре тяжёлой индустрии Мицубиси в Нагасаки. В 1991 году Е.Баба был представителем Комитета западного общества Военно-морских архитекторов Японии. В 1991-1994 годы Е.Баба занимал должность заместителем генерального директора Научно-исследовательского центра тяжёлой промышленности Мицубиси в Нагасаки. В 1994-1996 годы был представителем журнала Комитета исследования корабля общества военно-морских архитекторов и морских инженеров в США и одновременно Е.Баба был председателем группы контроля качества на Международной конференции опытовых бассейнов. В 1995 году Е.Баба был главным в научно-исследовательском центре Нагасаки тяжёлой промышленности Мицубиси в Нагасаки. В 1995-2000 годы работал в качестве координатора в центре научно-исследовательских технологий Университета Хиросимы. В 1993-2002 годы был членом Комитета, общества военно-морских архитекторов Японии. В 1994-2000 был членом редакции журнала Морской Науки и техники от Общества военно-морских Архитекторов Японии. В 2001 году был представителем Офиса обмена

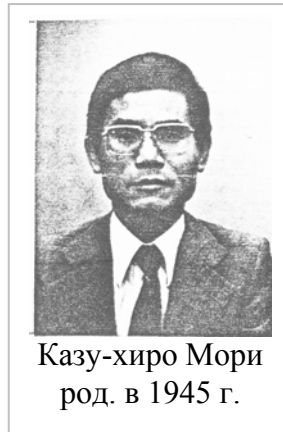
информацией Университета Хиросимы Следует отметить монографию Е.Баба и др. «Волны и приливы плоских экосистем» [11].

В 1973 году Е.Баба получил награду Общества военно-морских архитекторов Японии. Эта награда даётся за изучение волнового сопротивления и улучшение форм судов путём использования волнового анализа и открытие разрушающихся волн.

Наиболее важными Е.Баба считал статьи 1969 года, работу 1972 года по волновому анализу для улучшения формы корпуса и экспериментальное и теоретическое изучение движения судов на малой скорости.

Казу-хиро Мори родился 16 января 1945 года в Манчжурии, хотя по национальности он японец. Степень бакалавра получил в университете в Токио в 1967 году. В 1969 году получил степень мастера, а в 1972 году получил степень доктора инженерных наук.

С апреля по сентябрь 1972 года был лектором в университете Токио в отделении военно-морской архитектуры; с октября 1972 года по апрель 1974 года был лектором в университета Хиросимы в отделении военно-морской архитектуры; с апреля 1974 года по март 1976 года был доцентом в университете Хиросимы по военно-морской архитектуре; с апреля 1976 года по 1984 год



Казу-хиро Мори
род. в 1945 г.

Область интересов: Казу-хиро Мори составляют корабельные волны, вязкий поток вокруг судна, разрушающиеся волны, сопротивление корабля.

Награды и поощрения: 1981 год – награда Общества военно-морских архитекторов Японии; 1981 год – награда фонда судостроительной промышленности Японии.

Казу-хиро Мори является членом общества военно-морских архитекторов Японии, членом Японского общества инженеров механики и японского общества динамики жидкости и членом комитета японских опытовых бассейнов. С сентября 1981 года до сентября 1982 года был приглашённым профессором в университете Айова в институте гидродинамических исследований.

Академическая деятельность: научный член Международных совместных исследований, спонсируемых японским обществом продвижения науки по теме «Изучение местных нелинейных эффектов корабельных волн» с апреля 1977 года до 1980 года.

Казу-хиро Мори научный член проекта совместных исследований Японии - США, спонсируемых также с января 1981 года до декабря 1982 года Японским обществом продвижения науки и национальным обществом и научным фондом США по теме: «Динамика жидкости корабельных вязких потоков с трехмерным разделением».

В 1984 году Казу-хиро Мори был доцентом Университета в Хиросиме в отделении морской архитектуры и инженерии океана

Преподавательская деятельность: Казу-хиро Мори читал студентам первую и вторую части гидродинамики, гидродинамику и устойчивость корабля, теорию волнового сопротивления. Кроме того он осуществлял руководство студентами, которые работали, чтобы получить степень мастера.

Его экспериментальная работа по изучению волн вдоль модели корпуса движущегося корабля является одной из немногих продуктивных работ в этой области [35], которая открыла новые возможности.

Рассматривая проект по теме «Теоретическое исследование разрушающихся волн», К.Эггерс по поводу экспериментов Казу-хиро Мори отметил, что феномен разрушающихся волн сейчас привлекает внимание многих исследователей, которые занимаются гидродинамикой корабля и гражданским инженерным делом. Это одна из важных проблем, потому что прямо относится к сопротивлению корабля и его конструкции. Кроме того, она может дать некоторое понимание происхождения нелинейности условий на свободной поверхности. Даже простейший случай двумерного потока пока не понят основательно.

Была предпринята экспериментальная и теоретическая работа [36] относящаяся к разрушению волн на фронте тупого тела или волн, генерируемых подводным двумерным крылом. Некоторые результаты были представлены на Пятнадцатом Симпозиуме по корабельной гидродинамике, состоявшемся в сентябре 1984 году [37], был сделан анализ неустойчивости, хотя были необходимы последующие исследования. С другой стороны, проф. К.Эггерс и его коллеги выполнили интенсивные эксперименты, относящиеся к разрушению носовых волн [22]. Их результаты были также представлены на этом Симпозиуме. Эти эксперименты были выполнены с помощью использования прекрасной техники наблюдения потоков. Стимулом для обсуждения были оба Симпозиума, и тогда эксперименты и идеи были изменены. В результате этих экспериментов учёные согласились, что для того, чтобы иметь шансы на успех, необходимо объединить и развить эти исследования в будущем.

Как уже отмечено, теоретические установки не были ещё достаточно успешными. В этой связи был разработан проект, по которому главные усилия в исследованиях были направлены на разработку теоретических оснований разрушения волн. Критерий должен был быть описан так, чтобы можно было определить условия начала разрушения волн. В то же время выполнялось численное изучение на основании потенциальной теории и её ограничений для предсказания разрушения. Всё это непосредственно связано с работами К.Мори.

Литература к П2.4

1. Костюков А.А. Теория корабельных волн и волнового сопротивления /А.А.Костюков.- Л.: Судпромгиз, 1959.- 310 с.
2. Костюков А.А. Взаимодействие тел, движущихся в жидкости /А.А.Костюков.- Л.: Судостроение.- 1972.- 312 с.
3. Кочин Н.Е. Векторное исчисление и начала тензорного исчисления /Н.Е.Кочин .- М.: Наука.-1965, 427 с. (академическое издание).
4. Кочин Н.Е. Теоретическая гидромеханика /Н.Е.Кочин, И.А.Кибель, Н.В.Розею- М.: -ГИФ-МЛ.- 1963.- часть 1. (584 с) и часть 2. (728 с)..
5. Кочин Н.Е. О волновом сопротивлении и подъемной силе, погруженных в жидкость тел /Н.Е.Кочин//.-М.: ЦАГИ.1949.- 8 с.
6. Крейн М.Г. О нестандартности вариационных задач об оптимальной форме судна / М.Г.Крейн, В.Г.Сизов.- Труды научной сессии БИГС.- Варна:.- 1981.-С.. 77-1-5.
7. Сизов В.Г. К теории волнового сопротивления судна на тихой воде /В.Г.Сизов.- Изв. АН СССР, Механика и машиностроение.-1961.-№ 1.-С. 75 – 85.
8. Сретенский Л.Н. О волнах на поверхности вязкой жидкости / Л.Н.Сретенский.- Труды ЦАГИ, 1941.- № 541.-33 с.
9. Сретенский, Л.Н. Теория волновых движений жидкости /Л.Н.Сретенский.- (Изд. 2-ое, переработанное.)- М.: -1977.-816 с
10. Ханович И.Г. Сопротивление воды движению корабля /И.Г.Ханович.- М.: Воен. Изд. Министерства Вооруженных Сил Союза ССР.- 1946.- 318 с.
11. Baba E. Waves and Tidal Flat Ecosystems /E.Baba, H.Kawarada, W.Nishijima, M.Okada, H.Suito.- Springer, 2003.
12. Bessho, M. On a consistent linearized theory of the wave-making resistance of ships /M.Bessho//. J.Ship Research.- 1994, 38. № 2.-P. 83-96.
13. Brard R. Viscosity, Wake, and Ship Waves /R.Brard// Journal of Ship Research.- 1970,14.-№ 4.- P.207 – 240.
14. Brard, R. The Representation of a Given Ship Form by Singularity Distributions When the Boundary Condition on the Free Surface is Linearized /R.Brard // J. Ship Research, 1972, 16.- № 1.-P.79 – 92.

15. Dagan, G. Bow waves before blunt ships /G.Dagan, M.Tulin// HYDRONAUTICS .- Incorporated Technical Report . - 1969 .- P. 117-14.
16. Dagan, G. Bow waves before blunt ships and other non-linear ship wave problems /G.Dagan, M.Tulin // 8th Symposium on Marine Hydrodynamics. Pasadena.- 1970 .- P. 607 -626 (with disc.).
17. Delhommeau G. Boundary between unsteady and overturning ship bow wave regimes /G.Delhommeau, M.Guilbaud, L.David, C.Yang, F.Noblesse // Journal of Fluid Mechanics .- 2008, vol. 620.- P. 167-175.
18. Doctors L. Hydrodynamics of High-Performance Marine Vessels (in 2 volumes) /L.Doctors // Printed by CreateSpace An Amazon.com Company, Charleston.-2015 .-888p.
19. Eggers, K. On the Determination of the Wave Resistance of a Ship Model by Analysis of the its Wave System /K.Eggers// Proc. Intern. Seminar on Theoretical Wave Resistance, vol.III.-Ann Arbor.-1963.-P. 1313 – 1352.
20. Eggers, K.W.H. An Assessment of Some Experimental Methods for Determining the Wavemaking Characteristics of a Ship Form /K.W.H.Eggers, S.D.Sharma , L.W.Ward// Trans. Soc. Nav. Arch. and Mar. Eng..- 1967, 75.-P.112 – 157.
21. Eggers K. 1981 Non-Kelvin Dispersive Waves around Non-Slender Ships /K.W.H.Eggers // Schiffstechnik.-1981, 28.-P. 223 – 251.
22. Eggers, K.W.H. Effect of bow shape on free surface shear flow /K.W.H.Eggers, K.Takekuma// 15th ONR Symposium on Naval Hydrodynamics.- Hamburg. Institut für Schiffbau der Universität, no 2342.-20 p.
23. Havelock, T.H. The propagation of groups of waves in dispersive media with application to waves on water produced by a traveling disturbance /T.H. Havelock // Proc. Roy. Soc., London, Ser. A.-1908, 81, A549.-P. 398 – 430.
24. Havelock, T.H. The wave-making resistance of ships: a theoretical and practical analysis /T.H. Havelock // Proc. Royal Soc. of London, Ser.A.- 1909, 82, A 544.-P.276-303.
25. Havelock, T. The theory of wave resistance /T.H. Havelock// Proc. Royal Soc. of London, Ser. A.-1932, 138.-P. 339-348.
26. Inui, T. Study on wave-making resistance of ships /T.Inui // Soc. Nav. Arch. Japan, 60th Anniversary Series.- 1957, 2.-P.173-355.
27. Inui, T. 1981 From Bulbous Bow to Free-Surface Shock Wave – Trends of 20 Years' Research on Ship Waves at the Tokyo University Tank /T.Inui// J.Ship Res. 25, 3.= P.147-180.
28. Inui, T. Nonlinear Free-Surface Waves and Computational Hydrodynamics. Trends of Ten Years Research at the Tokyo University Tank /T.Inui, , H.Kajitani, H. Miyata // Schiffstechnik.-1989, 36.-P. 1 – 21.
29. Larsson L. Ship resistance and flow computations /L.Larsson, E.Baba// Chapter 1 in: Advances in Marine Hydrodynamics.- Computational Mechanics Publications.-Southampton.- 1996.
30. Larsson L. Michell's Theory -The Starting Point of Computational Hydrodynamics /L.Larsson // Michell Memorial Session, Keynote lecture.-«Engineering Mathematics and Applications Conference, EMAC'98», Sydney, Australia, 1998.
31. Larsson, L. CFD in Ship Hydrodynamics, Keynote lecture /L.Larsson // Ship and Ocean Technology Conference.- Kharagpur, India.-2002.
32. Maruo, H. Ship waves and wave resistance in a viscous fluid /H.Maruo// Int. Seminar on Wave Resistance .- Tokyo.- 1976.-P. 217-238.
33. Maur Y.-C. Comparison between Numerical Computations and Experiments for Seakeeping on Ship Models with Forward Speed /Y.-C.Maur, G.Delhommeau, M.Ba, J.-P.Boin, M.Guilbaud// Journal of Ship Research».-2003, 47, 4.- P. 347-364.
34. Miyata, H. Nonlinear ship waves /H.Miyata, T. Inui// Advances in Applied Mechanics.-1984, 24.- P. 215-288.

35. Mori, K. Analysis of ship-side wave profiles with special reference to hull's sheltering effect /K.Mori, T.Inui, H.Kajitani//.-«9th Symp. Nav. Hydrod».- Paris.- 1972.-P. 687 – 774, disc. 745 – 758.
36. Mori, K. Ninomiya H. Development of a New Velocity Measurement System by using Computerized Flow Visualization and Numerical Method /K.Mori, H.Ninomiya// 5th Symp. Nav. Hydrod. - Hiroshima.- 1989.-P. 351 – 360.
37. Mori, K. Necklace vortex and bow wave around blunt bodies /K.Mori// 15th Symp. Naval Hydro. - 1984.- Hamburg.-P. 303-317.
38. Newman, J.N. Marine hydrodynamics /J.N.Newman - The MIT press.- Cambridge. Massachusetts and London England.-1977. (Дж.Ньюмен. Морская гидродинамика. Пер. Н.Б.Плисова и К.В.Рождественского.-Л.: Судостроение.-1985.-368 с.)
39. Noblesse, F. A note on second-order, thin-ship theory by centerplane source distributions /F.Noblesse // Intern Seminar on Wave Resistance.- Tokyo, 1976.- P. 263-267, disc. 449.
40. Noblesse F. The Rise of Water at a Ship Stem /F.Noblesse, G.Delhommeau, M.Guilbaud, C.Yang // Journal of Ship Research.- 2006, 52, 2 -P..89-101.
41. Noblesse F. Practical Evaluation of Steady Flow Due to a Free- Surface Pressure Patch /F.Noblesse, G.Delhommeau, C.Yang // Journal of Ship Research.- 2009, 53; 3.-P..137-150
42. Sharma, S.D. On the “wavebreaking” resistance of full hull forms /S.D.Sharma // 12th ITTC.- 1969.- p. 144.
43. Tuck, E. O. The wave resistance formula of J.H. Michell (1898) and its significance to recent research in ship hydrodynamics /E. O. Tuck // Journal of Australian Math. Soc. Ser. B.- 1989, 30.- P. 365-377.
44. Tulin M.P. The Separation of Viscous Drag and Wave Drag By Means of the Wake Survey /M.P. Tulin//. DTMB Report 772.- 1951.
45. Ursell, F. Steady Wave Patterns on a Non-Uniform Steady Fluid Flow /F.Ursell// J. Fluid Mechanics.- London.-1960, 9.-P. 333 - 346.
46. Ursell, F. On Kelvin's Ship-wave Pattern /F.Ursell// J. Fluid Mech.- 1960, 8.-P.. 418-451.
47. Wehausen, J.V. Surface waves /J.V. Wehausen, E.V.Laitone// Encyclopedia of Physics.- Berlin, 1960, 9.- P. 446 – 778.
48. Wehausen, J.V. The wave resistance of ships /J.V. Wehausen// Advances in Applied Mechanics.-1973, 13.-P. 93-245.
49. Weinblum, G.P. Schiff'sform und Wellenwiderstanden /G.P.Weinblum// Jarbuch der Schiffbautech, Jarbuch, Gessellschaft.- 1932, 33.-P.419-451.
50. Weinblum G. P. Analysis of wave resistance /G.P.Weinblum// David Taylor Model Basin, Navy Department.- Report 710, Washington.-1950.
51. Wigley, W.C.S. Ship wave resistance. A comparison of mathematical theory with experimental results /W.C.S. Wigley// Trans. INA.- 1926, 68, P.124-137; 1927, 69.- P. 191 – 210; 1930 , 72.-P. 216-228.
52. Wigley, W.C.S. The effect of viscosity on wave resistance /W.C.S. Wigley// Inter. Seminar on Theor. Wave Resistance, vol.III.- 1963 .-P. 1295-1310.
53. Yeung R.W. Sinkage and trim in First-Order Thin-Ship Theory /R.W.Yeung// Journal of Ship Research.- 1972,. 18.-№1, P. 47-59.
54. Yeung R.W. Vortical Motion with and without a Surface Piercing Body /R.W.Yeung, P.Ananthakrishnan// Proc. 19th Symposium on Naval Hydrodynamics, Seoul, Korea.- 1992.
55. Yeung, R.W. The effects of viscosity on the Hydrodynamic Properties of bodies in a free surface / R.W.Yeung, R.K.Seah// 19th Intern Workshop on Water Waves and Floating Bodies, Cortona, Italy.-2004.

| | |
|---|---------|
| ОГЛАВЛЕНИЕ | |
| Введение | 3 |
| ГЛАВА I. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СОПРОТИВЛЕНИЯ ВОДЫ ДВИЖЕНИЮ СУДНА | 8 |
| Введение | 8 |
| I.1. История развития экспериментальных способов определения сопротивления судна | 9 |
| Литература к части I.1 | 17 |
| I.2. Метод М.Тулина замера вязкостного сопротивления и открытие разрушающихся волн Е.Баба | 18 |
| Литература к части I.2 | 39 |
| I.3. Изучение сдвигового слоя и вихреобразования в потоке движущегося судна | 41 |
| Литература к части I.3 | 59 |
| I.4. Волновой анализ | 61 |
| Литература к части I.4 | 96 |
| I.5. Ударные волны в носовой оконечности судна | 100 |
| Литература к части I.5 | 113 |
| I 6. Роль поверхностного натяжения свободной поверхности при модельных испытаниях | 115 |
| Литература к части I.6 | 126 |
| ПРИЛОЖЕНИЕ к главе I | 127 |
| П.1. Модели волновых течений | 127 |
| П.1.1. Волновые картины, выраженные через интеграл или ряд | 128 |
| П.1.2. Медленно изменяющиеся ряды волн. Картина Кельвина. | 130 |
| П.1.3. Другая модель волновых течений | 132 |
| П.2. Некоторые методы волнового анализа | 133 |
| П.2.1. Волновое сопротивление, определяемое по интегралу количества движения потока | 133 |
| П.2.2. Метод поперечных сечений | 133 |
| П.2.3 Метод продольных сечений | 134 |
| П.2.4. Метод продольных сечений для волновых систем в бассейне | 136 |
| П.2.5. X-У метод Варда | 137 |
| П.2.6. Разложение местных составляющих волновой модели | 138 |
| П.2.7. Определение «эквивалентных систем особенностей» по результатам волнового анализа. | 139 |
| Литература к Приложению к главе I | 140 |
| ГЛАВА II. ЛИНЕЙНЫЕ ТЕОРИИ ВОЛНОВОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ | 143 |
| II.1.Теории волнового сопротивления в вязкой жидкости | 143 |
| II.2. Вывод Т.Хавелока интеграла Мичелла | 154 |
| II.3. Преобразование интеграла Мичелла и основные выводы | 165 |
| II.4. Теория удлинённого судна | 170 |
| II.5. Линейный интеграл в расчётах волнового сопротивления судна | 181 |
| Литература к главе II. | ... 197 |
| ПРИЛОЖЕНИЕ к главе II. | 201 |
| ГЛАВА III. НЕЛИНЕЙНЫЕ ТЕОРИИ ВОЛНОВОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ | 204 |
| III.1. Теории волнового сопротивления судна второго порядка. | 204 |
| III.2. Теория и решение В.Г. Сизова | 223 |
| III.3. Подход к теории узкого судна Дж. Вехаузена | 239 |
| III.4. Теория К.Эггерса второго порядка | 257 |
| III.5. Теория Маруо узкого судна высшего порядка | 270 |

| | |
|--|------------|
| III.6. Сравнение теорий второго порядка узкого судна | 287 |
| Литература к главе III | 291 |
| ГЛАВА IV. ОБ ОПТИМАЛЬНЫХ ФОРМАХ КОРПУСА | 293 |
| IV.1. Краткий обзор теоретических и экспериментальных работ по оптимизации формы корпуса судна | 293 |
| IV.2. Использование главной части интеграла Мичелла для выбора формы обводов | 304 |
| IV.3. Использование графика функции F_3 для выбора формы обводов | 318 |
| Литература к главе IV | 324 |
| ГЛАВА V. ОСТАТОЧНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ СУДНА | 329 |
| V.1. Влияние молекулярной и турбулентной вязкости жидкости на корабельные волны | 329 |
| Литература к части V.1. | 348 |
| V.2. О сопротивлении формы | 352 |
| Литература к части V.2. | 374 |
| V.3. Об остаточном сопротивлении судна | 377 |
| Литература к части V.3. | 424 |
| V.4. Исследование зависимости поправки сдвига от скорости и формы корпуса | 427 |
| Литература к части V.4. | 435 |
| ГЛАВА VI. АНАЛИТИЧЕСКАЯ СЕТКА ДЛЯ ОПИСАНИЯ ОБВОДОВ | 436 |
| VI.1. Аналитическая сетка поверхности корпуса судна произвольной формы. | 436 |
| VI.2. Использование аналитической сетки для расчёта волнового сопротивления водоизмещающего судна. | 452 |
| VI.3. Использование аналитической сетки для расчёта сопротивления трения судна | 456 |
| Литература к главе VI | 462 |
| ПРИЛОЖЕНИЕ к главе VI. | 463 |
| ПРИЛОЖЕНИЕ П1. ОСНОВНЫЕ МЕТОДЫ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В РАСЧЁТАХ ВОЛНОВОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ | 492 |
| П1.1. Представление корпуса судна с помощью гидродинамических особенностей | 492 |
| Литература к ПРИЛОЖЕНИЮ П1.1 | 500 |
| П1. 2. Теория дублированной модели | 503 |
| Литература к ПРИЛОЖЕНИЮ П1.2 | 508 |
| П1.3 Использование Лагранжевых координат в расчётах волнового сопротивления | 509 |
| Литература к ПРИЛОЖЕНИЮ П1.3. | 524 |
| П1.4. Разложение по малому параметру | 526 |
| Литература к ПРИЛОЖЕНИЮ П1. 4. | 532 |
| П1.5. Методы возмущений в гидродинамике судна | 533 |
| Литература к ПРИЛОЖЕНИЮ П1 5 | 537 |
| ПРИЛОЖЕНИЕ П2. ИСТОРИЯ РАЗВИТИЯ НАУКИ О СОПРОТИВЛЕНИИ ВОДЫ ДВИЖЕНИЮ СУДОВ | 540 |
| П2.1 Основные даты получения фундаментальных решений | 540 |
| П2.2. Организация и значение Анн Арборского семинара 1963 года | 548 |
| П2.3. Семинар в Токио в 1976 году | 552 |
| Литература к ПРИЛОЖЕНИЮ П2.1-П2.3 | 561 |
| П2.4. Замечательные имена | 563 |
| Литература к ПРИЛОЖЕНИЮ П2.4 | 611 |
| ОГЛАВЛЕНИЕ | 614 |

НАУЧНОЕ ИЗДАНИЕ

Готман Ада Шоломовна

**Теоретические и экспериментальные основы гидродинамики
водоизмещающих судов**

Монография

Подписано к печати 05.12.2018
Формат 70 × 100 1/16/ Бумага офсетная
Уч.- изд. л. 49,34. Печ. Л. 38,25.
Тираж 50 экз. Заказ № 55

Налоговая льгота – Общероссийский классификатор продукции
Издание соответствует коду 95 3000 ОК 005-93 (ОКП)

Отпечатано в типографии
Новосибирского государственного технического университета
630073, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20



Готман Ада Шоломовна, доктор технических наук, профессор, член корреспондент РАЕ и РИА, член редколлегии журнала The Journal of OceanTechnology, специалист в области проектирования обводов водоизмещающих судов, автор пяти монографий, посвящённых сопротивлению воды и проектированию обводов судов с наименьшим сопротивлением, автор уникальных обводов охотника за подлодками проекта 201. Автор учебных пособий по теории вероятностей и математической статистике и по тензорному исчислению, получивших золотые медали на книжных выставках в Париже и на ВДНХ в Москве.

