

ГЛАВА III

НОВАЯ ФОРМА ИНТЕГРАЛА МИЧЕЛЛА

3.1 Преобразование интеграла Мичелла

Для изучения линейной теории и выявления всех свойств интеграла Мичелла потребовалось отделить часть, содержащую тригонометрические функции, от гладкой. Для этого был взят исходный интеграл, из которого Мичелл получил свою форму

$$Rw = \frac{4\rho g^2}{\pi c^2} \int_0^{\pi/2} \int_{-L/2}^{L/2} \int_0^{z(x)} \int_{-L/2}^{L/2} \int_0^{z(x)} f_x(x, z) f_\xi(\xi, \zeta) e^{-(z+\zeta)} \times \\ \cos[ik(x - \xi)] d\zeta d\xi dz dx \frac{d\theta}{\cos^3 \theta}. \quad (3.1)$$

Расписав косинус разности и сделав перегруппировку, Мичелл привёл этот интеграл к виду

$$Rw = \frac{4\rho g^2}{\pi c^2} \int_0^{\pi/2} [I^2(\theta) + J^2(\theta)] \frac{d\theta}{\cos^3 \theta}, \quad (3.2)$$

где

$$I(\theta) = \int_{-L/2}^{L/2} \int_0^{z(x)} f_x e^{-pz} \cos(kx) dz dx, \\ J(\theta) = \int_{-L/2}^{L/2} \int_0^{z(x)} f_x e^{-pz} \sin(kx) dz dx, \quad (3.3) \text{ где}$$

ρ - массовая плотность жидкости, g - ускорение силы тяжести, C - скорость движения судна, L - длина корпуса по действующей

ватерлинии, $z(x)$ - уравнение диаметрального батокса, $y = f(x, z)$ - уравнение поверхности корпуса, θ - угол между направлением движения судна и направлением распространения волн,

$$\rho = \frac{g}{c^2 \cos^2 \theta}, \quad k = \frac{g}{2 c^2 \cos \theta}. \quad (3.4)$$

Верхний предел интегрирования $\pi/2$ принимается из условия отсутствия волн перед движущимся судном.

Новая форма интеграла Мичелла получается, если в интеграле (3.1) вместо выражения $\cos[ik(x-\xi)]$ взять действительную часть экспоненциальной функции. Тогда интеграл запишется в виде

$$Rw = \frac{4\rho g^2}{\pi c^2} \operatorname{Re} \int_0^{\pi/2} \int_{-L/2}^{L/2} \int_0^{z(x)} \int_{-L/2}^{L/2} \int_0^{z(x)} f_x(x, z) f_\xi(\xi, \varsigma) e^{-\rho(z+\varsigma)} \times \\ e^{ik(x-\xi)} d\varsigma d\xi dz dx \frac{d\theta}{\cos^3 \theta}. \quad (3.5)$$

Тогда интеграл можно записать так

$$Rw = \frac{4\rho g^2}{\pi c^2} \operatorname{Re} \int_0^{\pi/2} J_1(\theta) \cdot J_2(\theta) \frac{d\theta}{\cos^3 \theta}, \quad (3.6)$$

где

$$J_1(\theta) = \int_{-1}^1 \int_0^{z(x)} f_x(x, z) e^{-\rho z + ikx} dz dx, \\ J_2(\theta) = \int_{-1}^1 \int_0^{z(x)} f_x(x, z) e^{-\rho \varsigma + ik\xi} d\varsigma d\xi. \quad (3.7)$$

Для выполнения расчётов и анализа эти интегралы удобно записать в форме

$$J_1(\theta) = \int_{-l}^l J_3(x, p) \cdot e^{ikx} dx, \quad (3.8)$$

$$J_2(\theta) = \int_{-l}^l J_3(x, p) \cdot e^{-ikx} dx,$$

$$\text{где } J_3(x, p) = \int_0^{z(x)} f_x(x, z) \cdot e^{-pz} dz. \quad (3.9)$$

Отделение тригонометрической части от главной в интеграле волнового сопротивления легче всего продемонстрировать на примере симметричной модели Виглея с постоянной осадкой по всей длине корпуса судна. В этом случае уравнение поверхности корпуса записывается в виде произведения функции от z на функцию от x , то есть,

$$y = f_1(z) \cdot f_2(x). \quad (3.10)$$

Тогда интеграл (3.9) зависит только от p и может быть записан в виде

$$J_4(p) = \int_0^l f_1(z) \cdot e^{-pz} dz. \quad (3.11)$$

Интегралы (3.8) упрощаются и имеют вид

$$\begin{aligned} J_1(\theta) &= J_4(p) \cdot J_5(k) = J_4(p) \int_{-l}^l f_{2x}(x) e^{ikx} dx, \\ J_2(\theta) &= J_4(p) \cdot J_6(k) = J_4(p) \int_{-l}^l f_{2x}(x) e^{-ikx} dx. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Эти интегралы легко берутся по частям, что позволяет привести окончательные выражения к рядам и многочленам.

Если для упрощения ввести обозначение

$$g(x) = f_{2x}(x), \quad (3.13) \text{ то}$$

интегралы записываются в виде

$$\begin{aligned}
J_5(k) &= \int_{-1}^1 g(x) \cdot e^{ikx} dx = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{g^n(1) \cdot e^{ik} - g^n(-1) \cdot e^{-ik}}{(ik)^{n+1}}, \\
J_6(k) &= \int_{-1}^1 g(x) \cdot e^{-ikx} dx = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{g^n(1) \cdot e^{-ik} - g^n(-1) \cdot e^{ik}}{(-ik)^{n+1}}.
\end{aligned}
\tag{3.14}$$

Если $f_2(x)$ - многочлен порядка m , то его $(m+1)$ -ая производная равна нулю и в суммах (3.14) останется только m слагаемых. Перемножение рядов (или многочленов), входящих в формулы (3.14), даёт произведения

$$\begin{aligned}
\sigma_1 &= \sum_{n=0}^{m-1} (-1)^n \frac{g^{(n)}(1)}{(ik)^{n+1}} \cdot \sum_{n=0}^{m-1} (-1)^n \frac{g^{(n)}(1)}{(-ik)^{n+1}}, \\
\sigma_2 &= \sum_{n=0}^{m-1} (-1)^n \frac{g^{(n)}(-1)}{(ik)^{n+1}} \cdot \sum_{n=0}^{m-1} (-1)^n \frac{g^{(n)}(-1)}{(-ik)^{n+1}},
\end{aligned}
\tag{3.15} \text{ в}$$

которые не входят показательные функции, что и даёт главную часть интеграла Мичелла. Произведения рядов, содержащие показательные функции, дают

$$\begin{aligned}
\sigma_3 &= \sum_{n=0}^{m-1} (-1)^n \frac{g^{(n)}(1) \cdot e^{ik}}{(ik)^{n+1}} \cdot \sum_{n=0}^{m-1} (-1)^n \frac{g^{(n)}(1) \cdot e^{ik}}{(-ik)^{n+1}}, \\
\sigma_4 &= \sum_{n=0}^{m-1} (-1)^n \frac{g^{(n)}(-1) \cdot e^{-ik}}{(ik)^{n+1}} \cdot \sum_{n=0}^{m-1} (-1)^n \frac{g^{(n)}(-1) \cdot e^{-ik}}{(-ik)^{n+1}}.
\end{aligned}
\tag{3.16}$$

Перегруппировка полученных произведений по тригонометрическим функциям

$$\cos 2k = \frac{e^{2ik} + e^{-2ik}}{2}, \quad \sin 2k = \frac{e^{2ik} - e^{-2ik}}{2i}
\tag{3.17}$$

приводит к представлению волнового интеграла в виде

$$R_w = \frac{4\rho g^2}{\pi C^2} \left(\frac{B}{2}\right)^2 (I_1 + I_2), \quad (3.18)$$

$$I_1 = \int_0^{\pi/2} J_4^2(p) F_1(k) \frac{d\theta}{\cos^3 \theta},$$

где

$$I_2 = 2 \int_0^{\pi/2} J_4^2(p) [F_2(k) \cos 2k + F_3(k) \sin 2k] \frac{d\theta}{\cos^3 \theta}.$$

Для вычисления интеграла Мичелла на ЭВМ все написанные выше выражения можно записать в более удобном виде. Для этого суммы, входящие в выражения (3.15), расписываются в виде

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{2r+1} (-1)^n \frac{g^{(n)}(l)}{(ik)^{n+1}} &= -ig(l)k^{-1} + g'(l)k^{-2} + ig''(l)k^{-3} \\ &- g'''(l)k^{-4} - ig^{IV}(l)k^{-5} + g^V(l)k^{-6} \dots = \\ &k^{-2} [g'(l) - g'''(l)k^{-2} + g^V(l)k^{-4} - \dots (-1)^r g^{(2r+1)}(l)k^{-2r}] - \\ &ik^{-1} [g(l) - g''(l)k^{-2} + g^{IV}(l)k^{-4} - \dots (-1)^r g^{2r}(l)k^{-2r}] = \\ &k^{-2} \sum_{n=0}^r (-1)^n g^{(2n+1)}(l)k^{-2n} - ik^{-1} \sum_{n=0}^r (-1)^n g^{(2n)}(l)k^{-2n}. \end{aligned} \quad (3.20)$$

Аналогичное выражение получается для суммы

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{2r+1} (-1)^n \frac{g^{(n)}(l)}{(-ik)^{n+1}} &= ig(l)k^{-1} + g'(l)k^{-2} - ig''(l)k^{-3} - \\ &g'''(l)k^{-4} + ig^{IV}(l)k^{-5} + g^V(l)k^{-6} \dots = \\ &k^{-2} [g'(l) - g'''(l)k^{-2} + g^V(l)k^{-4} - \dots (-1)^r g^{(2r+1)}(l)k^{-2r}] + \\ &ik^{-1} [g(l) - g''(l)k^{-2} + g^{IV}(l)k^{-4} - \dots (-1)^r g^{2r}(l)k^{-2r}] = \\ &k^{-2} \sum_{n=0}^r (-1)^n g^{(2n+1)}(l)k^{-2n} + ik^{-1} \sum_{n=0}^r (-1)^n g^{(2n)}(l)k^{-2n}. \end{aligned} \quad (3.21)$$

Для остальных сумм получаются аналогичные выражения. Для удобства записи введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned}
 G_{H0} &= g(l) - g''(l)k^{-2} + g^{IV}(l)k^{-4} - \dots (-l)^r g^{(2r)}(l)k^{-2r}, \\
 G_{K0} &= g(-l) - g''(-l)k^{-2} + g^{IV}(-l)k^{-4} - \dots (-l)^r g^{(2r)}(-l)k^{-2r}, \\
 G_{H1} &= g'(l) - g'''(l)k^{-2} + g^V(-l)k^{-4} - \dots (-l)^r g^{(2r+1)}k^{-2r}, \\
 G_{K1} &= g'(-l) - g'''(-l)k^{-2} + g^V(-l)k^{-4} - \dots (-l)^r g^{(2r+1)}(-l)k^{-2r}.
 \end{aligned} \tag{3.22}$$

Теперь все ряды удобно записать в сжатом виде, т.е

$$\begin{aligned}
 \sum_{n=0}^{2r+1} (-l)^n \frac{g^{(n)}(l)}{(ik)^{n+1}} e^{ik} &= [k^{-2} G_{H1} - i k^{-1} G_{H0}] \cdot e^{ik}, \\
 \sum_{n=0}^{2r+1} (-l)^n \frac{g^{(n)}(l)}{(-ik)^{n+1}} e^{-ik} &= [k^{-2} G_{H1} + i k^{-1} G_{H0}] \cdot e^{-ik}, \\
 \sum_{n=0}^{2r+1} (-l)^n \frac{g^{(n)}(-l)}{(ik)^{n+1}} e^{-ik} &= [k^{-2} G_{K1} - i k^{-1} G_{K0}] \cdot e^{-ik}, \\
 \sum_{n=0}^{2r+1} (-l)^n \frac{g^{(n)}(-l)}{(-ik)^{n+1}} e^{ik} &= [k^{-2} G_{K1} + i k^{-1} G_{K0}] \cdot e^{ik}.
 \end{aligned} \tag{3.23}$$

Окончательное удобное для расчётов выражение приобретает вид

$$\begin{aligned}
 J_5(k) \cdot J_6(k) &= k^{-2} [G_{H0}^2 + k^{-2} G_{H1}^2 + G_{K0}^2 + k^{-2} G_{K1}^2] - \\
 &k^{-2} [G_{H0} \cdot G_{K0} + k^{-2} G_{H1} \cdot G_{K1}] \cdot 2 \cos(2k) - \\
 &k^{-3} [G_{H0} \cdot G_{K1} - G_{H1} \cdot G_{K0}] \cdot 2 \sin(2k).
 \end{aligned} \tag{3.24}$$

В обозначениях формулы (3.19) получаются равенства

$$\begin{aligned}
 F_1(k) &= k^{-2} [G_{H0}^2 + k^{-2} G_{H1}^2 + G_{K0}^2 + k^{-2} G_{K1}^2] \\
 F_2(k) &= k^{-2} [G_{H0} \cdot G_{K0} + k^{-2} G_{H1} \cdot G_{K1}], \\
 F_3(k) &= k^{-3} [G_{H0} \cdot G_{K1} - G_{H1} \cdot G_{K0}].
 \end{aligned}
 \tag{3.25}$$

В формуле (3.24) также отделена главная часть от членов, содержащих тригонометрические функции. Кроме того, в этой формуле отделён вклад носовой оконечности от вклада кормовой.

Взаимодействие носовой и кормовой систем корабельных волн движущегося судна определяется вторым и третьим членами формулы (3.24). Такая форма интеграла Мичелла удобна для выполнения исследований. Выделенная главная часть послужила в дальнейшем для выбора формы обводов проектируемых судов, а тригонометрическая часть позволяет анализировать причины появления горбов и впадин на кривой Мичелла.

3.2. Исследование интеграла Мичелла

Из данной формы интеграла Мичелла легко получить первый очень важный вывод, который относится к особенностям волнообразования судна, движущегося с пересечением свободной поверхности на тихой воде бесконечной глубины.

В новую форму интеграла Мичелла входят производные уравнения поверхности корпуса, взятые на носовом и кормовом перпендикулярах, которые теоретически являются местами образования систем корабельных волн (у реальных судов эти точки несколько сдвинуты). Следовательно, как у реальных судов, влияние носовой оконечности интегрируется в точку разделения натекающего

потока, а кормовой в точку его соединения, так и в интеграле Мичелла влияние формы корпуса на картину волнообразования описывается производными уравнения поверхности, взятыми в точках разделения и соединения натекающего потока. Это качество интеграла Мичелла невозможно выявить из его традиционной формы.

Для проверки возможности использования интеграла Мичелла для оценки качества обводов нами проведены расчёты для аналитических моделей Виглея [123, 124] и Вейнблума [118 ÷ 121], для которых известны результаты испытаний в опытовых бассейнах.

Все модели Виглея, за исключением модели N43, имеют одинаковый вид уравнения обводов

$$\eta = \pm b(1 - \zeta^2) \cdot (1 - \xi^2) \cdot (1 + a_2 \xi^2 + a_4 \xi^4). \quad (3.26)$$

Все модели Виглея, за исключением модели 2038С, имеют одинаковую длину $L=4,8766$ м, одинаковую ширину и осадку $T=0,3048$ м. Модель 2038С имеет такую же длину, но её ширина равна $B=0,5334$ м, а осадка $T=0,1524$ м.

Основные характеристики выбранных для исследований моделей Виглея приведены в таблице 3.1.

Все модели Виглея по форме обводов очень близки друг другу. Исключение составляет модель N43, которая отличается более U-образными шпангоутами. Модели Вейнблума гораздо более многообразны по форме, поэтому по ним тоже сделаны расчёты. Их основные характеристики приведены в таблице 3.2.

Все модели Вейнблума, за исключением модели 1102, имеют длину $L=4,5$ м, ширину $B=0,45$ м и осадку $T=0,18$ м. Модель 1102 имеет такую же длину, но её ширина $B=0,75$ м, а осадка $T=0,30$ м.

ТАБЛИЦА 3.1

Основные характеристики моделей Виглея
(коэффициенты уравнения 3.26)

Номер модели Виглея	Коэффициент a_2	Коэффициент a_4	Коэффициент общей полноты δ
829	-0,2000	0	0,427
1805A	-0,6000	0	0,391
1805B	-1,0000	0	0,355
1846A	0,6000	0	0,498
1846B	0,2000	0	0,462
1970B	0,4375	-0,4375	0,467
1970C	0,8125	-1,3125	0,467
2038C	-0,5000	0	0,400
Параболич. мод. Виглея	0,0000	0,0000	0,391
N43	$\eta = (1 - \zeta^2)(1 - \xi^2)(1 + 0,2 \xi^2) + \zeta^2 (1 - \zeta^8)(1 - \xi^2)^4$		

Эта модель имеет отношение длины к ширине, не отвечающее допущениям Мичелла, что позволяет проверить возможности использования теории Мичелла для широких судов и проанализировать причину расхождений линейной теории с данными экспериментов.

Как легко видеть из приведенных формул, для выполнения расчётов необходимо знать значения производных уравнения поверхности на носовом и кормовом перпендикулярах. Эти производные являются основными геометрическими и числовыми характеристиками обводов, и по ним определяется зависимость волнового сопротивления, полученного по формуле Мичелла, от формы корпуса. Эти производные определяются заранее и затем вводятся в расчёт. Значения производных интересны для анализа,

потому что всегда считалось, что только первая производная играет важную роль, а все остальные входят в члены, порядок малости которых много выше, чем первый [35].

Значения производных для моделей Виглея приведены в таблице 3.3.

ТАБЛИЦА 3.2

Основные характеристики моделей Вейнблума

Номер модели	Уравнение поверхности корпуса	Коэф. полн. δ
109 8	$\eta = [(1 - \xi^4)(1 - 0,4 \xi^2) - 0,5(\xi^3 - \xi^5)] \times (1 - 0,5 \xi^2 \zeta)(1 - \zeta^3)$	0,5196
110 2	$\eta = (1 - \xi^4)(1 - 0,4 \xi^2)(1 - \zeta^{12})[1 - 0,5(\zeta + \zeta^3) \xi^2]$	0,6190
110 0	$\eta = (1 - \xi^4)(1 - 0,4 \xi^2)(1 - 0,5 \xi^2 \zeta) \times (1 - 0,564 \zeta^4 - 0,436 \zeta^8)$	0,5790
111 0	$\eta = (1 - \xi^4)(1 - 0,4 \xi^2)(1 - \xi^2 \zeta) \times (1 - 0,564 \zeta^4 - 0,436 \zeta^8)$	0,5506
111 1	$\eta = (1 - 2,46 \xi^4 + 1,46 \xi^6)(1 - \xi^2 \zeta) \times (1 - 0,564 \zeta^4 - 0,436 \zeta^8)$	0,5425
111 2	$\eta = (1 - \xi^2)[1 - (\xi^2 - 3 \xi^6) \zeta] \times (1 - 0,564 \zeta^4 - 0,436 \zeta^8)$	0,5425
111 3	$\eta = (1 + 0,1 \xi^2 - 1,995 \xi^4 + 0,895 \xi^6)(1 - \xi^2 \zeta) \times (1 - 0,564 \zeta^4 - 0,436 \zeta^8)$	0,5787
111 4	$\eta = [1 - 0,8285(\xi^2 + \xi^4 - \xi^6) - 0,1715 \xi^8] \times (1 - 0,564 \zeta^4 - 0,436 \zeta^8)$	0,5506
113 6	$\eta = (1 - \xi^4)(1 - 0,4 \xi^2)(1 - \zeta^{12})[1 - 0,5(\zeta + \zeta^3) \xi^2]$	0,6190

ТАБЛИЦА 3.3

Значения производных для моделей Виглея на
носовом и кормовом перпендикулярах

Номер модели	$\eta'(l)$	$\eta''(l)$	$\eta'''(l)$	$\eta^{IV}(l)$	$\eta^V(l)$	$\eta^{VI}(l)$	Угол входа
829	-0,16	0,00	0,48	0,48	0,00	0,00	$8^{\circ}0'$
1805 А	-0,08	0,40	14,40	1,44	0,00	0,00	$4^{\circ}17'$
1805 В	0,00	0,08	2,40	2,40	0,00	0,00	$0^{\circ}00'$
1846 А	-0,32	-0,80	-1,44	-1,44	0,00	0,00	$16^{\circ}41'$
1846 В	-0,24	-0,40	-0,48	-0,48	0,00	0,00	$12^{\circ}41'$
1970 В	-0,20	0,15	3,15	13,65	0,00	0,00	$10^{\circ}38'$
1970 С	-0,10	1,35	10,65	42,13	31,65	31,65	$5^{\circ}20'$
2038 С	-0,10	0,30	1,20	1,20	94,50	94,50	$5^{\circ}20'$
Пара- болич	-0,20	-0,20	0,00	0,00	0,00	0,00	$10^{\circ}38'$
№43	-0,24	-0,40	-0,48	-0,48	0,00	0,00	$12^{\circ}41'$

Для моделей Вейнблума значения производных даны в таблице 3.4.

3.2.1. Расчёты интеграла Мичелла и его главной части

Всего проверено 10 моделей Виглея и 9 моделей Вейнблума. Параболическая модель Виглея во всём мире является эталонной. Обычно все новые методы расчёта волнового сопротивления проверяются на параболической модели Виглея и на модели Тэйлора 60-ой серии. В связи с тем, что посчитать главную часть интеграла Мичелла можно только для аналитически заданных обводов, модель

Тэйлора не использовалась в данном исследовании. Для вычисления главной части необходима такая аппроксимация обводов, у которой можно получить гладкие производные высших порядков.

ТАБЛИЦА 3.4

Значения производных для моделей Вейнблума на носовом и кормовом перпендикулярах

Номер модели	$\eta'(l)$	$\eta''(l)$	$\eta'''(l)$	$\eta^{IV}(l)$	$\eta^V(l)$	$\eta^{VI}(l)$	$\eta^{VII}(l)$	$\eta^{VIII}(l)$
1098	-0,140	0,620	5,100	18,000	34,800	28,800	0,000	0,000
1100	-0,240	-0,080	2,400	12,000	28,800	28,800	0,000	0,000
1102	-0,400	-0,133	4,000	20,000	48,000	48,000	0,000	0,000
1110	-0,240	-0,080	2,400	12,000	28,800	28,800	0,000	0,000
1111	-0,108	1,428	11,616	46,640	105,12	105,12	0,000	0,000
1112	-0,200	-0,200	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
1113	-0,241	0,311	5,952	27,440	64,440	64,44	0,000	0,000
1114	-0,137	0,365	2,191	-0,974	-55,60	-286,1	-691,5	-691,5
1136	-0,240	-0,080	2,400	12,000	28,800	28,800	0,000	0,000

Результаты расчётов приведены на рисунках в приложении 4. Там же приведены шпангоуты и ватерлинии обводов, построенные в системе MATCAD.

3.2.2. Анализ результатов расчётов

Из девятнадцати обчисленных моделей у трёх теория Мичелла дала очень плохой результат. Это легко объяснить для модели Виглея 2038С, у которой отношение осадки к ширине очень мало, что противоречит допущениям Мичелла. Вторая модель - это модель Вейнблума 1112, которая имеет бульб и, таким образом, считать малыми углы наклона касательных к диаметральной плоскости никак

нельзя. Расхождение расчёта с экспериментом модели N43 объяснить трудно. По всей видимости, требуется проверка результатов эксперимента.

Главная часть интеграла Мичелла практически совпала с экспериментальной кривой полностью у модели 1110, а на числах Фруда до 0,26 - у моделей 1111, 1113, 829, 1970В, 1970С и 1805А.

Кроме традиционной кривой Мичелла с экспериментальными данными сравнивались скорректированные кривые. Суть корректировки заключалась в том, что производился приближённый учёт уменьшения скорости потока в кормовой волнообразующей точке за счёт попутного потока, а также вводился поправочный множитель в интерференционные члены для учёта уменьшения амплитуд носовых волн при продвижении их к корме.

Главная часть скорректированной таким образом кривой Мичелла хорошо согласуется с экспериментальной кривой у моделей Виглея 1846В, 1805В, 1970В, 1970С и у моделей Вейнблюма 1100, 1112 и 1136.

Скорректированная кривая Мичелла во всём диапазоне чисел Фруда от 0,16 до 0,33 совпала с экспериментальной у моделей 1970В и 1846В, а от 0,24 до 0,33 у моделей 1805В, 1114 и 1136, а на малых числах Фруда от 0,16 до 0,265 - 0,28 у моделей 1100, 1113 и 1970С.

Если учесть, что экспериментальные кривые получены с точностью до 10% в ту и в другую сторону, то, по-видимому, улучшать теорию Мичелла можно, если взять за основу главную часть интеграла.

В результате выполнения всех расчётов и построения расчётных значений главной части и самой кривой Мичелла совместно с экспериментальными кривыми Виглея и Вейнблюма выяснилось, что сравнивать результаты расчётов с экспериментом на примере одной

или двух моделей недостаточно, чтобы получить подтверждение какой-либо гипотезы или оценить теорию и метод расчёта.

Выяснилось также, что главная часть интеграла Мичелла проходит близко к экспериментальным кривым только на малых числах Фруда. Этот диапазон скоростей зависит от формы обводов. Начиная с $Fn \approx 0,30 \div 0,33$, значение главной части начинает резко увеличиваться и интеграл Мичелла получается как малая разность больших величин.

Сравнение результатов расчётов с экспериментальными кривыми Виглея и Вейнблюма позволило получить новые сведения о возможностях и особенностях линейной теории.

На основании анализа всех выполненных расчётов сделаны следующие выводы:

1) новая форма интеграла Мичелла выражается через ряд производных уравнения поверхности корпуса, взятых на носовом и кормовом перпендикулярах, которые действительно являются местами образования двух систем корабельных волн. Следовательно, интеграл Мичелла абсолютно точно отражает природу возникновения волн при движении тел судовой формы. Это качество интеграла Мичелла невозможно было увидеть по его традиционному представлению.

2) Производные высших порядков уравнения поверхности корпуса существенно влияют на значение волнового сопротивления. Чем выше порядок производной, тем с большего значения числа Фруда начинает сказываться это влияние.

3) Расчётные значения главной и интерференционной части интеграла Мичелла, начиная с некоторого числа Фруда, увеличиваются на несколько порядков, и результат получается как малая разность больших величин. Это начинается тогда, когда кормовая волнообразующая точка входит в первую волну носовой системы, и от судна в этом случае отходят не две, а одна система корабельных волн (как от диполя).

4) Если обводы имеют слабо выпуклые, слабо вогнутые или прямые ватерлинии, то главная часть интеграла Мичелла почти совпадает с экспериментальной кривой до $Fn \approx 0,29 \div 0,30$. При сильно вогнутых обводах она проходит ниже, а при сильно выпуклых выше экспериментальной. На числах $Fn > 0,30$ главная часть проходит выше экспериментальной кривой при вогнутых и прямых обводах и ниже у сильно выпуклых и бульбовых.

5) Сравнение главных значений коэффициентов волнового сопротивления с экспериментальными данными для моделей Виглея и Вейнблюма показало, что несмотря на большую разницу в форме обводов, соотношение между кривыми главной части интеграла Мичелла и экспериментальными на малых числах Фруда сохраняется.

6) Зависимость главной части интеграла Мичелла от скорости на малых числах Фруда оказалась разной для разных обводов, причём, она меняется от кубической до восьмой степени.

7) Если в процессе интегрирования по поверхности корпуса судна нарушается гладкость этой поверхности (интеграл Мичелла, как и любой поверхностный интеграл, является интегралом Стилтjеса), то в расчёте происходит образование фиктивных систем волн в каждой точке слома, дающих вклад в величину волнового сопротивления,

поэтому любой численный метод необходимо проверять на точных аналитических решениях.

8) Корректировка в интеграле Мичелла амплитуд носовых волн, учитывающая их рассеяние по кельвиновскому клину, а также учёт попутного потока в корме позволяет приблизить расчётную кривую к экспериментальной.

9) Заниженные значения расчётной кривой Мичелла по сравнению с экспериментальной для вогнутых обводов и завышенные для выпуклых указывают на то, что воздействие формы оконечностей на волнообразование не совсем прямо пропорционально первой производной в точках носового и кормового перпендикуляров, а зависят от какого-то её среднего значения на всей оконечности.

10) То обстоятельство, что влияние производных высших порядков возрастает с увеличением скорости, позволяет сделать вывод о необходимости тем больше спрямлять ватерлинии и тщательнее сглаживать судовую поверхность, чем больше расчётная скорость.

11) На больших числах Фруда ($F_n > 0,36 \div 0,40$) интеграл Мичелла хорошо согласуется с экспериментальными данными и не требует специальных исследований.

В заключение следует отметить, что интеграл Мичелла, а, следовательно, и линейная теория дают главную часть волнового сопротивления судна при условии выполнения всех допущений теории.

ГЛАВА IV

ИССЛЕДОВАНИЕ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННОЙ ЧАСТИ ИНТЕГРАЛА МИЧЕЛЛА

Эксперимент со стойками показал необходимость введения новой гипотезы для объяснения появления горбов и впадин не расчётной кривой Мичелла. При изучении возможности использования линейной теории Мичелла для расчёта волнового сопротивления получена новая форма интеграла, которая состоит из гладкой главной части и интерференционного слагаемого [13]. Главная часть интеграла Мичелла при выполнении всех допущений Мичелла на малых числах Фруда и при мало искривлённых ватерлиниях почти совпадает с экспериментальной кривой, но не даёт имеющихся на ней горбов и впадин. Интерференционный же член даёт горбы и впадины, намного превосходящие те, что получаются в эксперименте в диапазоне чисел Фруда от 0,12 до 0,33. Это обстоятельство привело к необходимости выявления тех особенностей корабельных волн, которые не учтены в интеграле Мичелла.

4.1. Гипотеза образования волн при движении судна

Обычно при решении задачи о волновом сопротивлении судно заменяется системой источников или других гидродинамических особенностей. В связи с этим считают, что все источники, заменяющие

корпус, создают системы волн, которые затем складываются в плотную картину [76]. При таком предположении невозможно объяснить реальную волновую картину, состоящую из двух систем корабельных волн.

Новая гипотеза заключается в том, что корабельные волны создаются только в точках разрыва потока натекания. При хорошо обтекаемых обводах волны образуются только в носу и в корме, где находятся линии слома поверхности корпуса и где первая производная уравнения поверхности терпит разрыв.

Эта гипотеза подтверждается тремя фактами.

Во-первых, при движении судна всегда наблюдаются две системы корабельных волн, отходящих от носа и от кормы судна.

Во вторых, подтверждение получается из новой формы интеграла Мичелла, представленной в виде экспоненциального ряда, коэффициенты которого равны производным, взятым на носовом и кормовом перпендикулярах, совпадающих с точками образования систем корабельных волн.

В-третьих, это подтверждается теми особенностями расчёта волнового сопротивления, которые проявляются при численном интегрировании. В тех случаях, когда при разбиении поверхности корпуса на части между панелями появляются сломы или скачки, увеличение числа делений приводит к увеличению расчётного значения волнового сопротивления, не имеющего предела. Кроме того, всеми расчётчиками отмечено, что результат зависит от способа деления поверхности корпуса при интегрировании, что противоречит теории определённых интегралов. Если исходить из предложенной гипотезы, то все эти факты находят правдоподобное объяснение.

Появление горбов и впадин на кривой Мичелла на малых числах Фруда, по всей видимости, объясняется особенностями расчётных волн в ближнем поле источника или другой гидродинамической особенности. Кроме того, в потенциале Мичелла, как было показано при анализе допущений его теории, не учитывается уменьшение амплитуд вызванных волн при удалении от носовой и кормовой волнообразующих точек. Для того, чтобы найти в выводе интеграла Мичелла место этой потери, требуется специальное исследование. Для того, чтобы проверить, не является ли эта потеря следствием линеаризации граничных условий на свободной поверхности, нами выполнен ряд расчётов волн и волновых поверхностей по формулам, выведенных с такой же линеаризацией. Проверены также параметры волн внутри кельвиновского клина, чтобы уточнить поправки для расчёта интерференционных слагаемых интеграла Мичелла.

Корабельные волны впервые были описаны Кельвином-Томсоном [111]. В процессе решения он разработал метод стационарной фазы и выявил наличие поперечных и расходящихся волн внутри клина с углом $38^{\circ}56'$. Дальнейшие исследования выполнялись в 20 годы Е.Хогнером [70, 71]. Е.Хогнер описал волны внутри кельвиновского клина более подробно. Большие исследования были выполнены А.Питерсом [107] и Ф.Арселлом [115]. Продолжая их работы Л.Н.Сретенский [35] описал корабельные волны, найдя асимптотические выражения для амплитуд и уравнений гребней на всех участках клина корабельных волн.

Цель настоящего исследования состоит в том, чтобы выделить ту часть поперечных волн носовой системы, которая интерферирует с поперечными волнами кормовой или любой другой следующей за ней по прямолинейной траектории системы корабельных волн. Особое

внимание обращено на волны, которые находятся на границе клина и гребни которых расположены под углом $54^{\circ}44'$ к направлению движения, поэтому они не участвуют в интерференции. Их амплитуды больше амплитуд поперечных волн, но сами эти волны короче. Их происхождение объясняется тем, что при движении волнообразующей точки расходящиеся круги в дисперсионной среде, где групповая скорость в два раза меньше фазовой, преобразуются в клин расходящихся и поперечных волн. В процессе преобразования на границе клина должна была бы образоваться петля, но в реальной жидкости при пересечении расходящихся и поперечных волн образуются волны, которые О.М.Филлипсом и М.С.Лонге-Хиггинсом [82, 83] названы *третичными*. Исследования этих авторов связаны с взаимодействием цугов параллельных волн. Ими описаны и получены экспериментально третичные волны, которые образуются в процессе пересечения двух параллельных волновых систем.

При изучении интерференции волновых систем в последних работах основное внимание обращено на появление резонанса. Дж. Ньюмен [100] исследовал возможность появления резонанса в системе корабельных волн и показал, что резонансное взаимодействие возможно только в том случае, когда угол между пересекающимися волнами равен π . Кроме того, им была обнаружена неустойчивость волн на границе кельвиновского клина. Оказалось, что не существует устойчивого решения в задаче взаимодействия расходящихся и поперечных волн.

Возле гребней нелинейная энергия распределяется между смежными волновыми числами. Это взаимодействие ограничивается законом сохранения энергии, поэтому обычно принимают допущение о логарифмически больших волнах в качестве начального возрастания,

как в океанских третичных волнах. “Резонансное“ взаимодействие, как процесс, происходит в гравитационных волнах, когда в анализ вводятся члены третьего порядка [108]. Кроме того, если дисперсионная кривая $\omega(k)$ выпукла вверх, т.е. $\omega'' < 0$, то условие синхронизма не выполняется ни для какой пары волновых чисел, поэтому резонансные процессы невозможны при нелинейности 2-го порядка [4].

Все эти сведения позволяют предположить, что на границе кельвиновского клина происходит особый процесс, который поглощает часть энергии поперечных и расходящихся волн при образовании третичных волн. Если рассматривать как носовую и кормовую две системы корабельных волн судна Мичелла, то ставить задачу с учётом нелинейности третьего порядка невозможно из-за неустойчивости.

В нашей задаче интересно определить величину той части энергии, которая отнята у поперечных волн и не участвует в интерференции двух систем. Поэтому нами предпринята попытка найти поправку к интерференционному члену путём исключения этой части энергии поперечных волн.

4.2. Влияние взаимодействия расходящихся и поперечных волн внутри кельвиновского клина на интерференцию двух волновых систем

Для определения поправки к амплитудам в расчёте волнового сопротивления нами определяется математическое ожидание значений амплитуд вдоль гребня поперечных волн. Для вычисления самих амплитуд использованы асимптотические формулы Л.Н.Сретенского

[35]. Эти формулы получены Л.Н.Сретенским на основании линейной теории, т.е. граничное условие на свободной поверхности линеаризовано, поэтому такое исследование помогает ответить на вопрос о допустимости линеаризации граничных условий при решении задачи о волновом сопротивлении судов. Волны описаны в полярной и декартовой системах координат.

4.2.1. Расчёт амплитуд и линий гребней волн по формулам Л.Н. Сретенского

Уравнения линий гребней и амплитуд поперечных волн

Уравнение линии гребней поперечных волн имеет вид

$$R(\theta) = \frac{4\pi c^2}{g} (8n - 3) \frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta (3 + \sqrt{1 - 8 \operatorname{tg}^2 \theta})^{3/2} (1 - \sqrt{1 - 8 \operatorname{tg}^2 \theta})^{1/2}}, \quad (4.1)$$

где $R(\theta)$ - полярный радиус, а θ - полярный угол.

Высоты волн при движении по гребню равны

$$A_2 = \frac{\sqrt{2\pi S}}{\pi \rho c^2} \frac{1 + U_2^2}{\sqrt{\omega V''(U_2)}}, \quad (4.2)$$

где

$$1 + U_2^2 = \frac{\operatorname{ctg}^2 \theta}{8} \left(1 + 4 \operatorname{tg}^2 \theta - \sqrt{1 - 8 \operatorname{tg}^2 \theta} \right), \quad (4.3)$$

$$V(U_2) = \frac{\cos \theta}{4} \left(3 + \sqrt{1 - 8 \operatorname{tg}^2 \theta} \right) \sqrt{1 + U_2^2}, \quad (4.4)$$

$$V''(U_2) = \frac{\cos \theta \sqrt{1 - 8 \operatorname{tg}^2 \theta}}{\sqrt{1 + U_2^2}}, \quad \omega = \frac{gR}{c^2}. \quad (4.5)$$

Вертикальные координаты точек волновой поверхности далеко за источником определяются по формуле

$$\zeta_1 = \frac{\sqrt{2\pi} Sg}{\pi r c^4} \frac{1 + U_2^2}{\sqrt{\omega V''(U_2)}} \cos \left[\omega V(U_2) + \frac{3\pi}{4} \right]. \quad (4.6)$$

Уравнения линии гребней и амплитуд расходящихся волн

Уравнения линий гребней расходящихся волн записывается в виде

$$R(\theta) = \frac{4\pi c^2}{g} (8n - 1) \frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta (3 - \sqrt{1 - 8 \operatorname{tg}^2 \theta})^{3/2} (1 + \sqrt{1 - 8 \operatorname{tg}^2 \theta})^{1/2}}, \quad (4.7)$$

Изменение высот волн при движении по линии гребня имеет вид

$$A_2 = \frac{\sqrt{2\pi} S}{\pi r c^2} \frac{1 + U_1^2}{\sqrt{\omega |V''(U_2)|}}, \quad (4.8)$$

где

$$1 + U_1^2 = \frac{\operatorname{ctg}^2 \theta}{8} (1 + 4 \operatorname{tg}^2 \theta + \sqrt{1 - 8 \operatorname{tg}^2 \theta}), \quad (4.9)$$

$$V(U_1) = \frac{\cos \theta}{4} (3 - \sqrt{1 - 8 \operatorname{tg}^2 \theta}) \sqrt{1 + U_1^2}, \quad (4.10)$$

$$V''(U_1) = - \frac{\cos \theta \sqrt{1 - 8 \operatorname{tg}^2 \theta}}{\sqrt{1 + U_1^2}}, \quad (4.11)$$

Уравнение волновой поверхности записывается так

$$\zeta_2 = \frac{\sqrt{2\pi}Sg}{\pi\rho c^4} \frac{1 + U_1^2}{\sqrt{\omega|V''(U_1)|}} \cos\left[\omega V(U_1) + \frac{\pi}{4}\right]. \quad (4.12)$$

Л.Н.Сретенский приводит такое уравнение линии гребней волн на границе клина

$$y' = \frac{x'}{\sqrt{2}} - \frac{\pi}{\sqrt{6}} (4n - 1) \frac{c^2}{g}, \quad (4.13) \quad \text{где}$$

x' измеряется по лучу, на котором расположены третичные волны.

Изменение высоты волн вдоль гребней этих волн определяется по формуле

$$A_3 = \frac{\Gamma(1/3)}{2^3\sqrt{\omega'}} \sqrt[3]{\frac{9}{2} \sqrt{\frac{3}{2}}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}, \quad (4.14)$$

а уравнение взволнованной поверхности в окрестности границы клина

$$\zeta_3 = -\frac{Sg}{\pi\rho c^4} A_3 \sin\left[\sqrt{\frac{3}{2}}\left(\omega' - \frac{gy'}{c^2}\right)\right]. \quad (4.15)$$

где $\omega' = \frac{gR'}{c^2}$.

Последний множитель $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$ введён для облегчения сравнения амплитуд третичных волн с амплитудами поперечных, так как нами введена замена

$$\frac{\sqrt{2\pi}Sg}{\pi\rho c^4} = 1. \quad (4.16)$$

Известно из исследований Е.Хогнера и видно из приведенных выше выражений, что поперечные и расходящиеся волны встречаются граничную линию клина со сдвигом по фазе, равным $\pi/4$.

Определение линии пересечения поперечных и расходящихся волн

Определение координат точек пересечения гребней выполняется по их уравнениям из условия

$$\frac{(8n-1)^2}{(3-x)^3(1+x)} = \frac{(8n-3)^2}{(3+x)^3(1-x)}, \quad (4.17)$$

где $x = \sqrt{1 - 8 \operatorname{tg}^2 \theta}$.

ТАБЛИЦА 4.1

Расчёт линий гребней в декартовых и полярных координатах

Номер волны	R	θ	θ в градусах	x	y
1	4,086226	0,194572	$11^\circ 8' 53,4''$	4,0091208	0,7900588
2	10,939833	0,251379	$14^\circ 24' 10''$	10,595995	2,7211820
3	17,939833	0,272845	$15^\circ 37' 58''$	17,257613	4,8290907
4	24,959718	0,284683	$16^\circ 18' 40''$	23,955106	7,0100245
5	32,033719	0,292356	$16^\circ 45' 29''$	30,674443	9,2324262
6	39,131220	0,297807	$17^\circ 3' 47,1''$	37,408750	11,482064
7	46,245839	0,301915	$17^\circ 17' 54''$	44,154082	13,751169
8	53,373580	0,305142	$17^\circ 29' 0,2''$	50,907937	16,034992
9	60,511756	0,307758	$17^\circ 37' 59''$	57,668613	18,330404
10	67,658465	0,309928	$17^\circ 45' 27''$	64,434899	20,635205
11	74,812306	0,311764	$17^\circ 51' 46''$	71,205894	22,947804
12	81,972211	0,313341	$17^\circ 57' 11''$	77,980912	25,266990
13	89,137350	0,314712	$18^\circ 1' 54''$	84,759409	27,591844
14	96,307057	0,315919	$18^\circ 6' 2,9''$	91,540954	29,921615

15	103,48079	0,316989	$18^{\circ}9'43,7''$	98,325192	32,255705
16	110,65812	0,317947	$18^{\circ}13'1,3''$	105,11184	34,593644

Линии гребней показаны на рис. 4.1, а полярные и декартовы координаты этой линии приведены в таблице 4.1.

На этом рисунке видна линия пересечения гребней поперечных и расходящихся волн.

С точностью до 5% уравнение этой линии аппроксимировано в виде

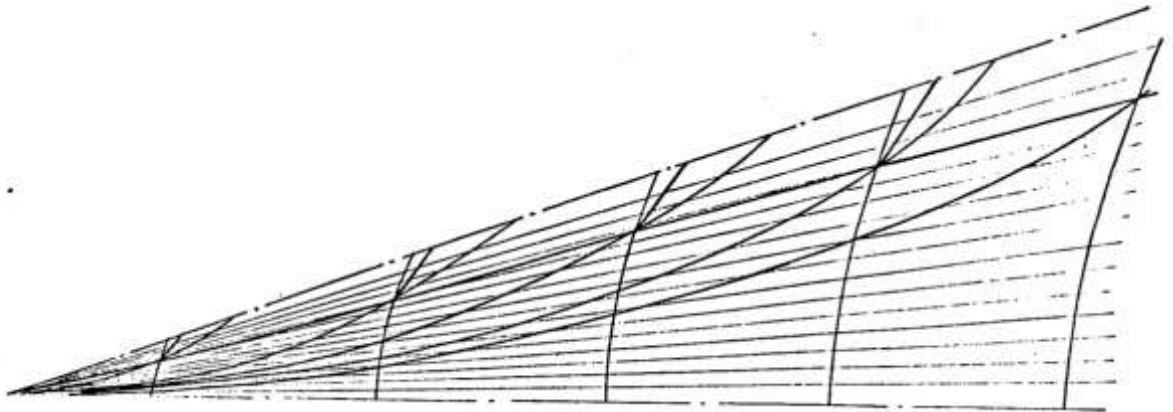
$$y \approx 0,33x - 0,23\sqrt{x}.$$


Рис. 4.1. Линии гребней поперечных и расходящихся волн внутри кельвиновского клина

Для перехода к безразмерным величинам все расстояния разделены на длину волны $\lambda = \frac{2\pi c^2}{g}$.

Зависимость угла θ от числа Фруда получается по формуле

$$\theta \approx 0,3490666 - 0,3114113 \cdot Fn - 1,1943964 \cdot Fn^4. \quad (4.18)$$

Определение средних амплитуд поперечных волн

В интеграле Мичелла волновое сопротивление определяется по квадратам амплитуд вызванных волн, которые вычисляются по приведенной выше формуле

Некорректность при учёте интерференции носовой и кормовой систем корабельных волн можно было бы объяснить тем, что в линейной теории не учитывается перераспределение энергии по длине поперечных волн при перемещении их от волнообразующей точки до бесконеч

ности. Но уменьшение амплитуд, которое отсутствует в интеграле Мичелла, в этих асимптотических формулах учитывается, несмотря на линеаризацию граничных условий на свободной поверхности. Расходящиеся и третичные волны двух движущихся друг за другом волнообразующих точек не интерферируют из-за особенностей их расположения.

Для введения поправки к амплитудам в расчёт волнового сопротивления далее нами определяется среднее значение амплитуд поперечных волн, т.е. их математическое ожидание, от линии движения до пересечения с расходящимися волнами системы. Известно, что уменьшение амплитуд поперечных волн на линии движения пропорционально корню квадратному из расстояния, а на границе кельвиновского клина - корню кубическому. Расчёт показал, что математическое ожидание амплитуд поперечных волн изменяется по такой формуле

$$Z = x^{-0,45}, \quad (4.19)$$

где x - расстояние от источника. Однако, использовать такой закон непосредственно нельзя, потому что при $x < 1$ амплитуды будут увеличиваться, а не убывать, как это происходит на самом деле.

Следовательно, здесь также необходимо в расчёте принимать безразмерные расстояния, т.е. делить x на длину волны и тогда брать номер волны, считая от источника возмущения. Тогда поправочный коэффициент принимается в виде

$$k = n^{-0,45} \quad (4.20)$$

для каждой системы корабельных волн.

Уравнение взволнованной поверхности за движущимся телом по линейной теории записывается в виде (по Хавелоку)

$$\zeta_w(x, y) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \{ a(\theta) \cos \left[\frac{v}{\cos^2 \theta} (x \cos \theta + y \sin \theta) + b(\theta) \sin \left[\frac{v}{\cos^2 \theta} (x \cos \theta + y \sin \theta) \right] \} d\theta \quad (4.21)$$

где модули амплитуд на удалении за судном определяются по формуле

$$|f(\theta)| = \sqrt{a^2(\theta) + b^2(\theta)}. \quad (4.22)$$

В интеграле Мичелла $a(\theta)$ и $b(\theta)$ определяются в оконечностях судна и зависят от формы обводов, но складываются затем на бесконечности. Причём, в расчёте они оказываются на удалении с такими же амплитудами как и на корпусе судна.

Интерференция поперечных волн носовой и кормовой систем с увеличением относительной скорости движения начинается всё с меньших номеров волн носовой системы. Например, при $Fn = 0,23$ на длине корпуса укладывается ровно три волны, т.е. первая волна кормовой системы совпадает с четвёртой волной носовой, вторая с пятой и т.д. При этом средняя амплитуда четвёртой волны в 2,2 раза меньше, чем первой. Именно это обстоятельство не учитывается в

интеграле Мичелла. Практически интерференция начинается с $Fn > 0,23$ [13].

Нами делается попытка учесть это уменьшение амплитуд с помощью поправочного коэффициента, полученного выше, т.е. высоту поперечных волн каждой системы представить в виде

$$z = \frac{\zeta_w}{n^{0,45}} \cdot \quad (4.23)$$

Такая поправка несколько приближает расчётную кривую Мичелла к экспериментальному виду, но только в том случае, если одновременно учитывается уменьшение высоты кормовых волн за счёт спутной струи.

Наблюдения и многочисленные расчёты показывают, что энергия корабельных волн с увеличением расстояния от волнообразующей точки смещается к границе клина и, следовательно, не участвует во взаимодействии. Для проверки определяемых по асимптотической формуле Л.Н.Сретенского высот третичных волн их амплитуды определены по теории Лонге-Хиггинса и Филлипса.

4.2.2. Расчёт третичных волн по теории

Лонге-Хиггинса и Филлипса

Не повторяя всех выводов Филлипса [108] и Лонге-Хиггинса [82, 83], окончательные выражения для третичных волн можно записать в виде

$$\zeta_{21} \cong \frac{Kt}{2g} \sin(2\psi_1 - \psi_2), \quad (4.24)$$

где

$$K = a_1^2 a_2 \sigma_1 \sigma_2 \cos^2 \frac{\theta}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)\{(k_1 + k_2) - |\vec{k}_1 - \vec{k}_2|\} + \sigma_1 k_2 \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{4 \sigma_1 (\sigma_1 - \sigma_2)(2 \sigma_1 - \sigma_2) |\vec{k}_1 - \vec{k}_2| \cos \frac{\alpha}{2}}{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 - g |\vec{k}_1 - \vec{k}_2|}] , \quad (4.25)$$

если $(2\sigma_1 - \sigma_2)^2 = |2\vec{k}_1 - \vec{k}_2|$, то решение уравнения Лапласа имеет вид

$$-\varphi_{21} = \frac{Kt}{2(2\sigma_1 - \sigma_2)} e^{-|2\vec{k}_1 - \vec{k}_2|z} \cos(2\psi_1 - \psi_2) \quad (4.26)$$

при условии, что $e^{-|2\vec{k}_1 - \vec{k}_2|h} \ll 1$, т.е. волны, описанные потенциалом (4.26), существуют на глубокой воде (рис. 4.2).

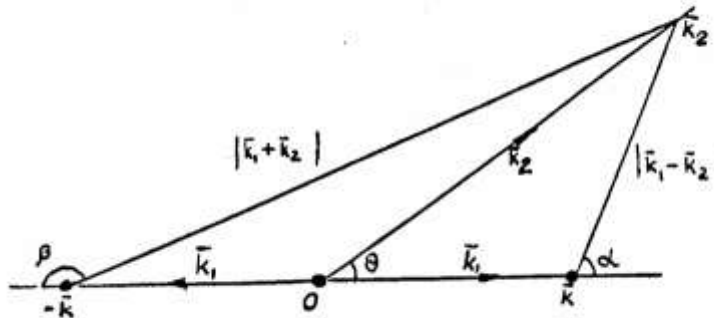


Рис. 4.2. Диаграмма углов между векторами волновых чисел

В системе корабельных волн поперечные волны идут за расходящимися и пересекают их возле границы клина. На линии пересечения за \vec{k}_1 принимается волновое число расходящихся волн, а после пересечения - волновое число поперечных. Просчитаны оба

варианта, а волновые числа и частоты определялись в точке пересечения.

Определение векторов волновых чисел

Из уравнений линий гребней (4.1) и (4.7) определяются векторы нормалей к ним в виде

$$\mathbf{n} = -\bar{i} \frac{dy}{d\theta} + \bar{j} \frac{dx}{d\theta}, \quad (4.27)$$

где из перехода в декартову систему координат

$$\left. \begin{aligned} x &= R(\theta) \cos \theta \\ y &= R(\theta) \sin \theta \end{aligned} \right\} \quad (4.28)$$

получены производные

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{d\theta} &= \frac{dR(\theta)}{d\theta} \cos \theta - R(\theta) \sin \theta \\ \frac{dy}{d\theta} &= \frac{dR(\theta)}{d\theta} \sin \theta + R(\theta) \cos \theta \end{aligned} \right\}. \quad (4.29)$$

Производные $\frac{dR(\theta)}{d\theta}$ можно записать в виде

$$\frac{dR(\theta)}{d\theta} = \text{Const} \frac{\cos \theta \cdot S(\theta) - S'(\theta) \sin \theta}{S^2(\theta)}, \quad (4.30)$$

где

$$S_n = \cos^2 \theta \left(3 + \sqrt{1 - 8 \operatorname{tg}^2 \theta}\right)^{3/2} \left(1 - \sqrt{1 - 8 \operatorname{tg}^2 \theta}\right)^{1/2} \quad (4.31)$$

для поперечных волн,

$$S_p = \cos^2 \theta \left(3 - \sqrt{1 - 8 \operatorname{tg}^2 \theta}\right)^{3/2} \left(1 + \sqrt{1 - 8 \operatorname{tg}^2 \theta}\right)^{1/2} \quad (4.32)$$

для расходящихся волн.

Константы соответственно равны для поперечных волн

$$C_n = \frac{4\pi c^2}{g} (8n - 3), \quad (4.33)$$

для расходящихся волн

$$C_p = \frac{4\pi c^2}{g} (8n - 1). \quad (4.34)$$

Соответствующие производные равны

$$\begin{aligned} S'_n(\theta) = & -2 \cos \theta \sin \theta \left(3 + \sqrt{1 - 8 \operatorname{tg}^2 \theta}\right)^{3/2} \times \\ & \left(1 - \sqrt{1 - 8 \operatorname{tg}^2 \theta}\right)^{1/2} + \\ & \frac{3}{2} \left(3 + \sqrt{1 - 8 \operatorname{tg}^2 \theta}\right)^{1/2} \left(1 - \sqrt{1 - 8 \operatorname{tg}^2 \theta}\right)^{1/2} \frac{-8 \operatorname{tg} \theta}{\sqrt{1 - 8 \operatorname{tg}^2 \theta}} + \\ & \left(3 + \sqrt{1 - 8 \operatorname{tg}^2 \theta}\right)^{1/2} \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{1 - 8 \operatorname{tg}^2 \theta}\right)^{-1/2} \frac{8 \operatorname{tg} \theta}{\sqrt{1 - 8 \operatorname{tg}^2 \theta}}, \end{aligned} \quad (4.35)$$

$$\begin{aligned}
S_n(\theta) = & -2 \cos \theta \sin \theta \left(3 - \sqrt{1 - 8 \operatorname{tg}^2 \theta}\right)^{3/2} \times \\
& \left(1 + \sqrt{1 - 8 \operatorname{tg}^2 \theta}\right)^{1/2} + \\
& \frac{3}{2} \left(3 - \sqrt{1 - 8 \operatorname{tg}^2 \theta}\right)^{1/2} \left(1 + \sqrt{1 - 8 \operatorname{tg}^2 \theta}\right)^{1/2} \frac{8 \operatorname{tg} \theta}{\sqrt{1 - 8 \operatorname{tg}^2 \theta}} + \\
& \left(3 - \sqrt{1 - 8 \operatorname{tg}^2 \theta}\right)^{1/2} \frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{1 - 8 \operatorname{tg}^2 \theta}\right)^{-1/2} \frac{-8 \operatorname{tg} \theta}{\sqrt{1 - 8 \operatorname{tg}^2 \theta}} .
\end{aligned} \tag{4.36}$$

Модули этих векторов соответственно определяются с помощью определения волновых чисел

$$k = 2\pi/\lambda . \tag{4.37}$$

С учётом направления движения источника возмущения

$$k = \frac{2\pi \cos \theta}{\lambda} = \frac{2\pi \cos \theta \cdot g}{2\pi c^2} = \frac{g \cos \theta}{c^2} . \tag{4.38}$$

Эта формула справедлива, когда направление перемещения волны и волновой номер не совпадают. В данном случае волны перемещаются со скоростью судна в направлении его движения. Их длина получается перпендикулярной гребням.

Расчёты амплитуд третичных волн по формуле (4.23) показал, что их порядки совпадают с порядками, полученными по формулам Л.Н.Сретенского.

Результаты расчётов

Введение описанных выше коэффициентов, учитывающих уменьшение амплитуд поперечных волн по формуле (4.23), приближает расчётную кривую Мичелла к экспериментальной, если одновременно учитывается уменьшение скорости обтекания в кормовой волнообразующей точке за счёт спутной струи. Энергия третичных волн, несмотря на их большие амплитуды, оказалась не так велика, чтобы существенно уменьшить энергию поперечных волн.

4.2.3. Исключение капиллярных волн из потенциала источника

В процессе анализа допущений теории Мичелла во второй главе были посчитаны волны от движущегося импульса давлений (п.2.6). Расчёты показали, что на малых числах Фруда получаются волны с очень большой амплитудой и малой длиной. На рис. 2.12, где $Fn = 0,14$, хорошо видны биения. Такие волны не наблюдаются при движении судна.

Для таких гидродинамических особенностей, как источник, посчитать волны в непосредственной близости невозможно. Обычно расчёт волнового поля источников и диполей выполняют, начиная с третьей волны, потому что первые расчётные волны получаются с бесконечно большой амплитудой. Интегральное представление источника получается из выражения $1/r$, которое при $r=0$ естественно имеет бесконечно большое значение. Исправить это выражение можно с помощью экспоненциального множителя вида $e^{-(x^2+y^2)}$, но для его введения требуется специальное исследование, которое здесь не

рассматривается. Здесь сделана попытка исправить потенциал источника, используя его интегральное представление.

В потенциале источника интегрирование выполняется по всем волновым числам k , включая и малые волны, поэтому возникло предположение, что искажение результата расчётов взаимодействия и осцилляции в ближнем поле источника происходят из-за присутствия в расчёте капиллярных волн, которые быстро гасятся в реальной жидкости. Для проверки этого обстоятельства был получен потенциал источника с исключением капиллярных волн (вывод см. в приложении 3). Расчётная формула Мичелла записывается в этом случае в виде разности двух интегралов, один из которых представляет собой обычный интеграл, а второй содержит только волновые числа, больше 60. Цифра 60 получается из условия, что длина капиллярных волн меньше $\lambda=0,11$ м, а волновое число связано с этой длиной зависимостью $k = 2\pi/\lambda$.

Если из потенциала источника исключить капиллярные волны, то интеграл Мичелла записывается в виде

$$R_w = \frac{4\rho g^2}{\pi c^2} \int_0^{\pi/2} \left[(I^2 + J^2) - (I_g^2 + J_g^2) \right] \frac{d\theta}{\cos^3 \theta}, \quad (4.39)$$

где

$$I = \iint_D f'_x(x, z) e^{k_0 z \sec^2 \theta} \cos(k_0 x \sec \theta) dz dx, \quad (4.40)$$

$$J = \iint_D f'_x(x, z) e^{k_0 z \sec^2 \theta} \sin(k_0 x \sec \theta) dz dx, \quad (4.41)$$

где

$$I_g = \iint_D f'_x(x, z) e^{-(k_g + k_0 \sec^2 \theta)z} \cos[(k_g + k_0 \sec \theta)x] dz dx, \quad (4.42)$$

$$J_g = \iint_D f'_x(x, z) e^{-(k_g + k_0 \sec^2 \theta)z} \sin[(k_g + k_0 \sec \theta)x] dz dx. \quad (4.43)$$

Расчёты показали, что второй интеграл ничтожно мал по сравнению с первым из-за экспоненциального множителя, который появляется в подынтегральном выражении, и имеет малое значение за счёт нижнего предела интегрирования.

Таким образом, предположение о том, что осцилляции в ближнем поле связаны с наличием в расчёте капиллярных волн, не получает подтверждения. Тем не менее, проверка была необходима, чтобы не искать причину расхождений расчётных волн с замеренными в этом направлении.

4.3. Анализ влияния на волновой потенциал введения в граничные условия сил потенциальной природы

Так как все предыдущие предположения и поправки не привели к совпадению расчётной кривой волнового сопротивления с экспериментальной, то было рассмотрена ещё одна гипотеза. Предполагалось, что силы, вызывающие растекание гребней носовых волн и, следовательно, уменьшение их амплитуд, имеют потенциальную природу. Из многочисленных экспериментов известно, что поверхностные волны, независимо от происхождения, не достигают высот, которые были бы, если бы расчёты гравитационных волн соответствовали действительности. Существует несколько критериев разрушения гребней поверхностных гравитационных волн, но все они построены на том, что разрушение начинается значительно раньше, чем ускорение частиц на гребнях волн достигнет ускорения силы тяжести.

Судя по сдвигу фазы и по уменьшению действительных амплитуд волн по сравнению с расчётными, на волны действуют некие силы. Эти силы могут иметь как потенциальную, так и вязкую природу. Так как многочисленные расчёты волнового сопротивления по линейной теории с учётом коэффициентов вязкости не дали никаких результатов, нами проверена гипотеза о том, что существуют какие-то силы потенциальной природы.

Пусть при образовании поверхностных гравитационных волн действуют потенциальные силы вида

$$\bar{\mathbf{F}} = C_0 \cdot \nabla \varphi_z = \bar{\Gamma} \varphi_{xz} + \bar{J} \varphi_{yz} + \bar{K} \varphi_{zz}. \quad (4.44)$$

где C_0 - некий коэффициент. Тогда из динамического условия

$$p - p_\infty = -\frac{\rho}{2} \left[-(\mathbf{c} + \varphi_x)^2 + \varphi_y^2 + \varphi_z^2 - c^2 \right] - \rho g \zeta \quad (4.45)$$

и кинематического условия

$$(\mathbf{c} - \varphi_x) \cdot \zeta_x - \varphi_y \cdot \zeta_y + \varphi_z \cdot \zeta_z = 0 \quad (4.46)$$

получается

$$-\mathbf{c} \varphi_x + \frac{1}{2} (\bar{\nabla} \varphi)^2 - g \zeta + \frac{p}{\rho} = 0, \quad (4.47)$$

откуда

$$\varphi_z = -(\mathbf{c} - \varphi_x) \cdot \zeta_x + \varphi_y \cdot \zeta_y. \quad (4.48)$$

Линеаризация двух последних условий приводит к выражению

$$\bar{\nabla} \left(\mathbf{c} \varphi_x - \frac{p}{\rho} + \mathbf{g} \cdot \zeta \right) = \bar{\mathbf{F}}, \quad (4.49)$$

где предполагается, что потенциальные силы, вызывающие растекание гребней корабельных волн, определяются по формуле (4.44).

Тогда

$$c \varphi_x - \frac{p}{\rho} + g \cdot \zeta = C_0 \varphi_z, \quad (4.50)$$

где C_0 - некоторый коэффициент.

Отсюда

$$\zeta = \frac{p}{\rho g} + \frac{C_0}{g} \varphi_z - \frac{c}{g} \varphi_x, \quad (4.51)$$

и учитывая (4.48) и (4.51), получаем

$$\zeta_x = -\frac{c}{g} \varphi_{xx} + \frac{C_0}{g} \varphi_{xz}, \quad (4.52)$$

$$\zeta_y = -\frac{c}{g} \varphi_{yx} + \frac{C_0}{g} \varphi_{yz}. \quad (4.53)$$

Подставляя эти выражения в (4.48), получаем

$$\begin{aligned} & \frac{1}{g} (C_0 \cdot \varphi_{xz} - c \varphi_{xx})(c - \varphi_x) + \\ & \frac{1}{g} (C_0 \cdot \varphi_{yz} - c \varphi_{yx}) \varphi_y - \varphi_z = 0. \end{aligned} \quad (4.54)$$

Отсюда

$$\begin{aligned} & \frac{1}{g} (C_0 c \varphi_{xz} - c^2 \varphi_{xx}) - \frac{1}{g} (C_0 \varphi_x \varphi_{xz} - c \varphi_x \varphi_{xx}) + \\ & \frac{1}{g} (C_0 \varphi_y \varphi_{yz} - c \varphi_y \varphi_{xy}) - \varphi_z = 0. \end{aligned} \quad (4.55)$$

Оставляя члены низших порядков, получим

$$\varphi_{xx} - \frac{C_0}{c} \varphi_{xz} + \frac{g}{c^2} \varphi_z = 0 \text{ на } z=0. \quad (4.56)$$

Пусть под поверхностью жидкости перемещается источник, потенциал которого вместе с симметричным относительно свободной поверхности стоком имеет вид

$$\begin{aligned} \Phi(x, y, z) = & -\alpha + \frac{q}{4\pi} \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z+h)^2}} - \\ & \frac{q}{4\pi} \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z-h)^2}} + \varphi(x, y, z), \end{aligned} \quad (4.57)$$

где $\varphi(x, y, z)$ - потенциал вызванных скоростей. Подставляя (4.57) в (4.56), получаем

$$\begin{aligned} \varphi_{xx} - \frac{C_0}{c} \varphi_{xz} + \frac{g}{c^2} \varphi_z = & \\ & \text{на } z=0. \quad (4.58) \\ \frac{qg}{2\pi c^2} \frac{h}{(x^2+y^2+h^2)^{3/2}} - \frac{C_0}{c} \frac{3qx}{2\pi} \frac{h}{(x^2+y^2+h^2)^{5/2}} \end{aligned}$$

Пусть в нижнем полупространстве гармоническая функция имеет вид

$$\begin{aligned} H(x, y, z) = & \varphi_{xx} - \frac{C_0}{c} \varphi_{xz} + \frac{g}{c^2} \varphi_z + \frac{qg}{2\pi c^2} \frac{z-h}{(x^2+y^2+(z-h)^2)^{3/2}} - \\ & \frac{C_0}{c} \frac{3qx}{2\pi} \frac{z-h}{(x^2+y^2+(z-h)^2)^{5/2}}. \end{aligned} \quad (4.59)$$

Из теории функций Бесселя известно, что

$$\frac{z-h}{(x^2+y^2+(z-h)^2)^{3/2}} = -\int_0^\infty k e^{k(z-h)} J_0(k, r) dk \quad (4.60)$$

и

$$\frac{z - h}{(x^2 + y^2 + (z - h)^2)^{5/2}} = -\frac{x}{r} \int_0^{\infty} k^2 e^{k(z-h)} J_1(k, r) dk. \quad (4.61)$$

Тогда, если искать потенциал, учитывая симметрию потока, в виде

$$\varphi(x, y, z) = \int_0^{\infty} A(x, z; \lambda) \cos \lambda y d\lambda, \quad (4.62)$$

то из уравнения Лапласа

$$\varphi_{xx} + \varphi_{yy} + \varphi_{zz} = 0 \quad (4.63)$$

получаем для $A(x, z; \lambda)$ уравнение

$$A_{xx} - \lambda^2 A + A_{zz} = 0. \quad (4.64)$$

Подставляя в (4.58), получим

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} \left(A_{xx} - \frac{C_0}{c} A_{xz} + \frac{g}{c^2} A_z \right) \cos \lambda y dy = \\ - \frac{qg}{2\pi c^2} \frac{z - h}{(x^2 + y^2 + (z - h)^2)^{3/2}} + \\ \frac{C_0}{c} \frac{3qx}{2\pi} \frac{z - h}{(x^2 + y^2 + (z - h)^2)^{5/2}}. \end{aligned} \quad (4.65)$$

Применяя обратное преобразование Фурье, получим

$$A_{xx} - \frac{C_0}{c} A_{xz} + \frac{g}{c^2} A_z = -\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \cos \lambda y dy \times$$

$$\left[\frac{qg}{2\pi c^2} \int_0^\infty k e^{k(z-h)} J_0(kr) dk - \frac{q}{2\pi} \frac{C_0}{c} \frac{x}{r} \int_0^\infty k^2 e^{k(z-h)} J_1(kr) dk \right]. \quad (4.66)$$

Учитывая известные соотношения

$$\int_0^\infty \cos \lambda y dy \int_0^\infty k e^{k(z-h)} J_0(kr) dk = \int_\lambda^\infty k e^{k(z-h)} \frac{\cos(x\sqrt{k^2 - \lambda^2})}{\sqrt{k^2 - \lambda^2}} dk, \quad (4.67)$$

$$\int_0^\infty \frac{x}{r} \cos \lambda y dy \int_0^\infty k^2 e^{k(z-h)} J_1(kr) dk = \int_\lambda^\infty k e^{k(z-h)} \sin(x\sqrt{k^2 - \lambda^2}) dk \quad (4.68)$$

и выражение (4.54), получим

$$\begin{aligned} A_{zz} - \frac{g}{c^2} A_z + \frac{C_0}{c} A_{xz} - \lambda^2 A &= \frac{2}{\pi} \times \\ &\left\{ \frac{qg}{2\pi c^2} \int_\lambda^\infty k e^{k(z-h)} \frac{\cos(x\sqrt{k^2 - \lambda^2})}{\sqrt{k^2 - \lambda^2}} dk - \right. \\ &\left. \frac{q}{2\pi} \frac{C_0}{c} \int_\lambda^\infty k e^{k(z-h)} \sin(x\sqrt{k^2 - \lambda^2}) dk \right\}. \end{aligned} \quad (4.69)$$

Учитывая, что выражению A_{xz} соответствует второе слагаемое в правой части формулы (4.59), можно, проинтегрировав их, получить

$$\begin{aligned} A_{zz} + \left(\frac{g}{c^2} - \frac{C_0}{c} \right) A_z - \lambda^2 A &= \\ \frac{q}{\pi^2} \left(\frac{C_0}{c} - \frac{g}{c^2} \right) \int_\lambda^\infty k e^{k(z-h)} \frac{\cos(x\sqrt{k^2 - \lambda^2})}{\sqrt{k^2 - \lambda^2}} dk. \end{aligned} \quad (4.70)$$

Эти выкладки позволяют сделать некоторые заключения. Когда множитель $\frac{C_0}{c}$ достигает определённой величины, вертикальные вызванные скорости становятся равными нулю. Это происходит, когда

$C_0 = \frac{g}{c}$. Следовательно, введённая константа имеет размерность,

обратную размерности времени, а искомая потенциальная сила равна

$\vec{F} = \frac{g}{c} \vec{\nabla} \varphi_z$. Кроме того, очевидно, что действие этих сил вызывает

сдвиг по фазе и, тем самым, влияет на интерференцию волн

Известно, что общее решение уравнения (4.70) равно нулю [35], поэтому здесь остаётся только частное решение, которое имеет следующий вид

$$A(x, z; \lambda) = \frac{q}{\pi^2} \left(\frac{C_0}{c} - \frac{g}{c^2} \right) \operatorname{Re} \int_{\lambda}^{\infty} \frac{k^{k(z-h) - ix\sqrt{k^2 - \lambda^2}}}{k^2 - \left(\frac{g}{c^2} - \frac{C_0}{c} \right) k - \lambda^2} \frac{dk}{\sqrt{k^2 - \lambda^2}}. \quad (4.71)$$

Не повторяя все выкладки, связанные с выделением полюсов и выбором пути интегрирования [35, стр. 458,459], введя для удобства обозначение

$$G = \frac{g}{c^2} - \frac{C_0}{c}, \quad (4.72)$$

запишем окончательное выражение для потенциала волновых скоростей в виде

$$\varphi(x, y, z) = -\frac{q}{\pi^2} G \operatorname{Im} \int_0^{\infty} \cos \lambda y d\lambda \int_0^{\infty} \frac{e^{i\vartheta(z-h) + x\sqrt{\lambda^2 + \vartheta^2}}}{\vartheta^2 + Gi\vartheta + \lambda^2} \frac{\vartheta d\vartheta}{\sqrt{\lambda^2 + \vartheta^2}} \quad (4.73)$$

перед источником и

$$\begin{aligned} \varphi(x, y, z) = & \frac{q}{\pi^2} G \operatorname{Im} \int_0^\infty \cos \lambda y d\lambda \int_0^\infty \frac{e^{-i\vartheta(z-h) - x\sqrt{\lambda^2 + \vartheta^2}}}{\vartheta^2 - Gi\vartheta + \lambda^2} \frac{\vartheta d\vartheta}{\sqrt{\lambda^2 + \vartheta^2}} + \\ & + \frac{q}{\pi} \int_G^\infty \frac{e^{y(z-h)}}{\sqrt{\frac{\gamma}{G} - 1}} \sin(x\sqrt{G\gamma}) \cos(y\sqrt{\gamma^2 - G\gamma}) d\gamma \end{aligned} \quad (4.74)$$

за источником.

Сравнивая эти выражения с аналогичными выражениями для источника, легко заметить, что в результате наложения потенциальных сил появляется поправка к функции g/c^2 . Однако, введение этой поправки в расчёт не дало заметного улучшения расчётной кривой. По всей видимости, наиболее близкими к действительности являются критерии, основанные на кривизне поверхности в окрестности вершин волн.

4.4. Введение в интеграл Мичелла поправок, учитывающих уменьшение амплитуд корабельных волн

Все приведенные выше исследования делались для того, чтобы получить обоснованную поправку к амплитудам волн и ввести её в интеграл Мичелла. Обобщая результаты проделанных исследований, можно сказать, что уменьшение амплитуд носовых волн при достижении ими кормовой волнообразующей точки определяется по формуле (4.20). Эта поправка хорошо подтверждается путём введения в расчёт интеграла Мичелла для всех 19 моделей. Исключение капиллярных волн ничего не даёт и поэтому не вводится в расчёты. Если наблюдаемое растекание гребней носовых волн вызвано потенциальными силами, то их определение требует специального исследования, потому что волевым способом найти рациональную поправку не удалось.

Не вызывает сомнения, что скорость потока в кормовой волнообразующей точке меньше скорости движения судна из-за наличия попутного потока. Эта поправка с помощью проведения многочисленных расчётов была выбрана. Исходным было уменьшение скорости на 23%. Однако, оказалось, что эта величина зависит от скорости. Чем скорость больше, тем эта величина больше. Это связано не с поведением жидкости за кормой, а скорее с особенностями интеграла Мичелла. Для того, чтобы привести горбы и впадины расчётных кривых в соответствие с экспериментальными кривыми, приходится поправку увеличивать пропорционально скорости движения. Окончательное её значение выбрано в виде множителя α_p , который определяется по формуле

$$\alpha_p = 0,77 \cdot (1 + 0,97 \cdot Fn) . \quad (4.75)$$

Результаты расчётов приведены в приложении 4. Множитель (4.75) вводился во все расчёты, а результирующая кривая на всех графиках называется “исправленный Мичелл”.

Все расчёты были выполнены для моделей с удлинением $L/B = 10$. Реальные суда имеют меньшее удлинение, а поэтому интеграл Мичелла для широких судов даёт увеличенное значение волнового сопротивления, как это получается при выпуклых ватерлиниях. Для таких широких моделей приходится учитывать растекание гребней носовых волн, которое за счёт ширины носовой оконечности намного больше, чем у узких судов. Результаты расчёта волнового сопротивления с описанными выше поправками для широкой модели Вейнблюма и параболической модели Виглея приведены на рис. 4.3. и 4.4. Кроме того, их можно видеть на графиках приложения 4.

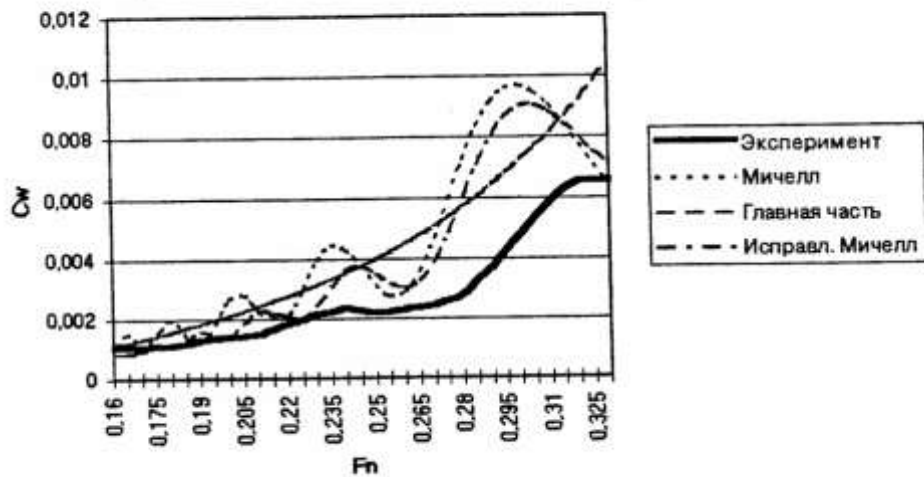


Рис. 4.3. Результат введения поправок в расчёт интеграла Мичелла для широкой модели Вейнблума 1102.

139

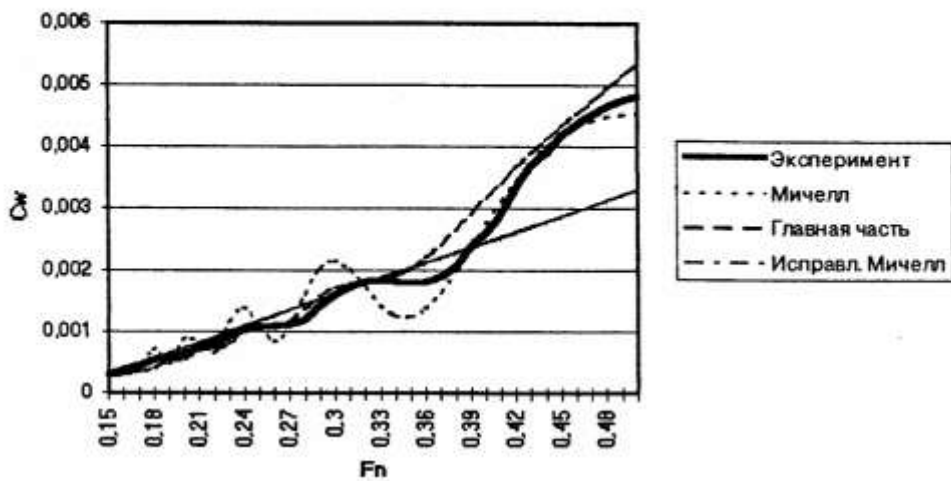


Рис. 4.4. Результат введения поправок в расчёт интеграла Мичелла для параболической модели Виглея.

При проведении анализа поля вызванных скоростей по потенциалу Мичелла осталось неясно, почему они имеют такое большое значение (таблица 2.6 главы II). Практически все дальнейшие исследования показали, что отбрасывание квадратов вызванных скоростей из

граничных условий на корпусе и на свободной поверхности не вносит больших ошибок в расчёт. Однако, то обстоятельство, что вызванные скорости, а вместе с ними и волны, не уменьшаются при удалении от корпуса, повидимому, сказывается на величине взаимодействия носовой и кормовой систем волн. Несмотря на то, что поправки на уменьшение амплитуд волн были введены в интеграл и подтверждены многочисленными расчётами, мичеллевы кривые не приняли характер экспериментальных. Для того, чтобы проверить не является ли это результатом линеаризации граничных условий на свободной поверхности, нами выполнены расчёты волновых полей по формулам, полученным по линейной теории.

4.5. Расчёт волнового поля, образованного параболическими стойками

Для расчёта полей суммарных волн от двух, движущихся друг за другом стоек (как в описанном в п.2.2.3 эксперименте), были использованы расчётные формулы, приведенные в книге А.А.Костюкова [16]:

для больших положительных значений x (впереди стоек)

$$\zeta_w(x, y) \approx \frac{Q}{2\pi g} \iint_S \frac{x - \zeta}{[(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + \zeta^2]} q(\xi, \eta, \zeta) dS; \quad (4.76)$$

для больших по абсолютной величине отрицательных значениях x (впереди судна)

$$\zeta_w(x, y) \approx \frac{Q}{\pi c_0 S} \iint_S q(\xi, \eta, \zeta) dS \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \exp\left(\frac{v\zeta}{2 \cos \theta}\right) \times \left\{ \frac{v}{2 \cos \theta} [(x - \xi) \cos \theta + (y - \eta) \sin \theta] \right\} \frac{d\theta}{\cos^3 \theta}. \quad (4.77)$$

Для упрощения расчётов стойки выбраны параболическими. Интегрирование выполнялось численными методами, но шаг был выбран так, чтобы точность была высокой. Это привело к большим затратам машинного времени.

Результаты расчётов приведены на рис. 4.5 - 4.10.

На малых относительных скоростях расчётное поле похоже на экспериментальное. Практически простое суммирование амплитуд даёт представление о наличии поперечных и расходящихся волн в соответствии с теорией. Полученные изображения волновых полей для больших чисел Фруда показали, что при наложении двух кельвиновских систем получается волновое поле не совсем такое, какое получается от диполя.

Расчёт показал, что при удалении волн от тандема стоек уменьшение амплитуд происходит в соответствии с линейной теорией, то есть,

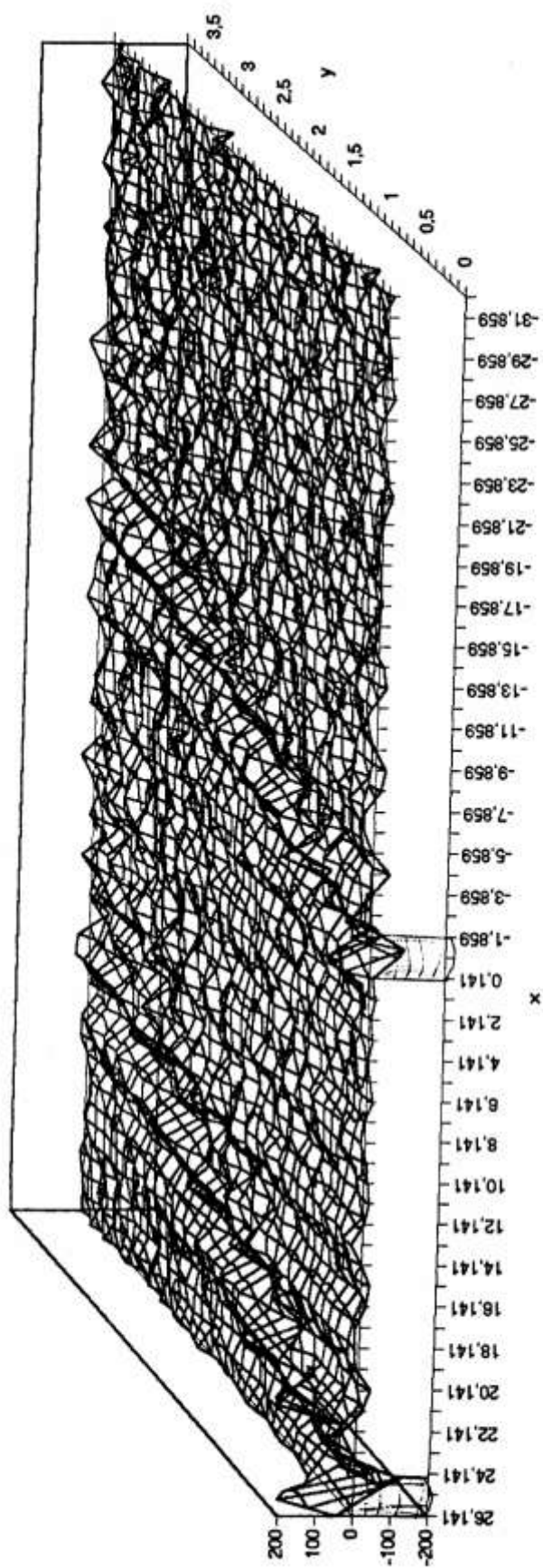


Рис. 4.5. Волновое поле двух стоек на $Fr = 0,17$

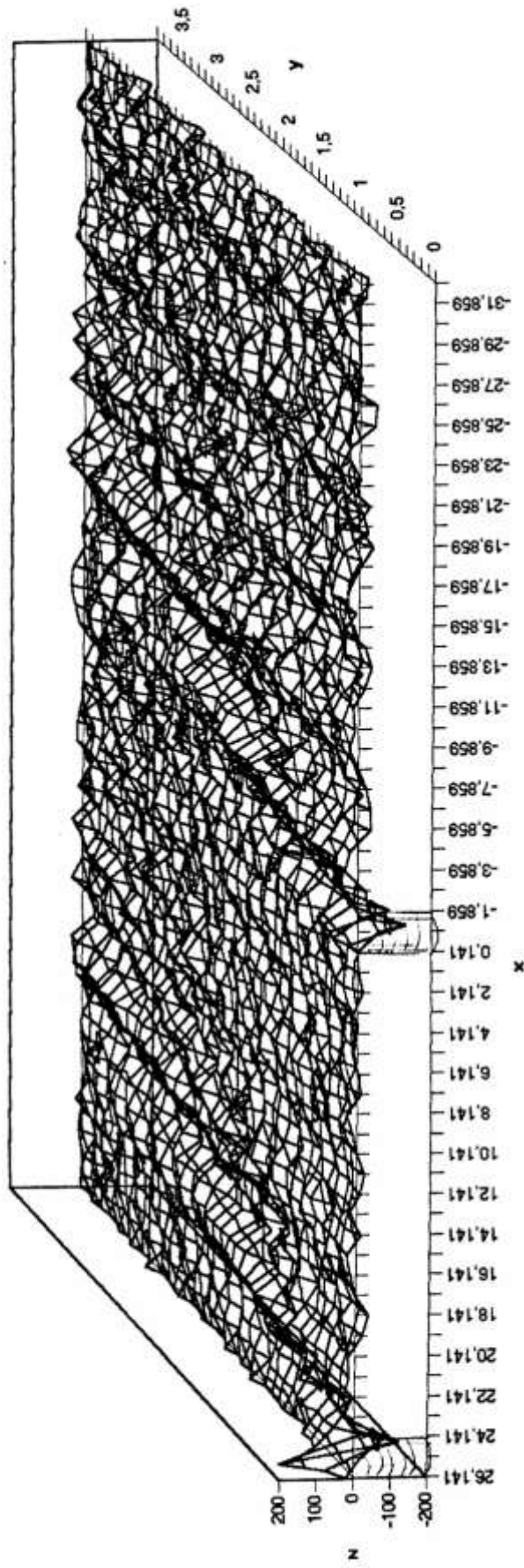


Рис. 4.6. Волновое поле двух стоек на $F_n = 0.20$

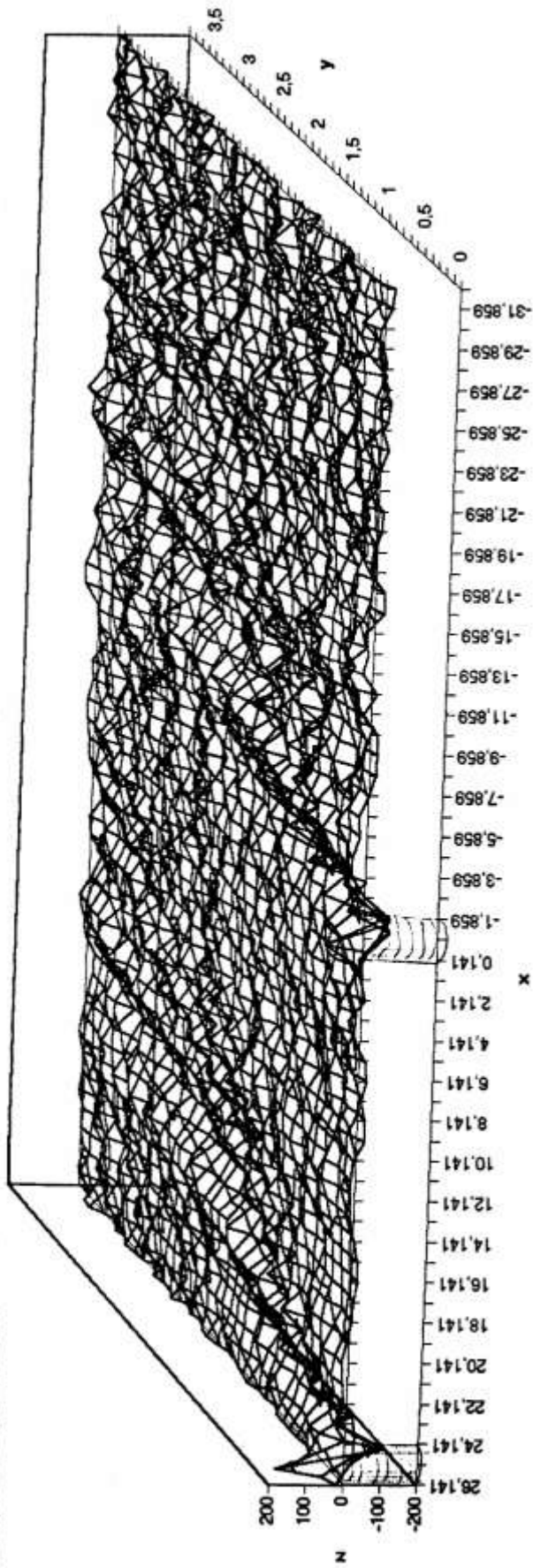


Рис. 4.7. Волновое поле двух стоек на $F_n = 0,23$

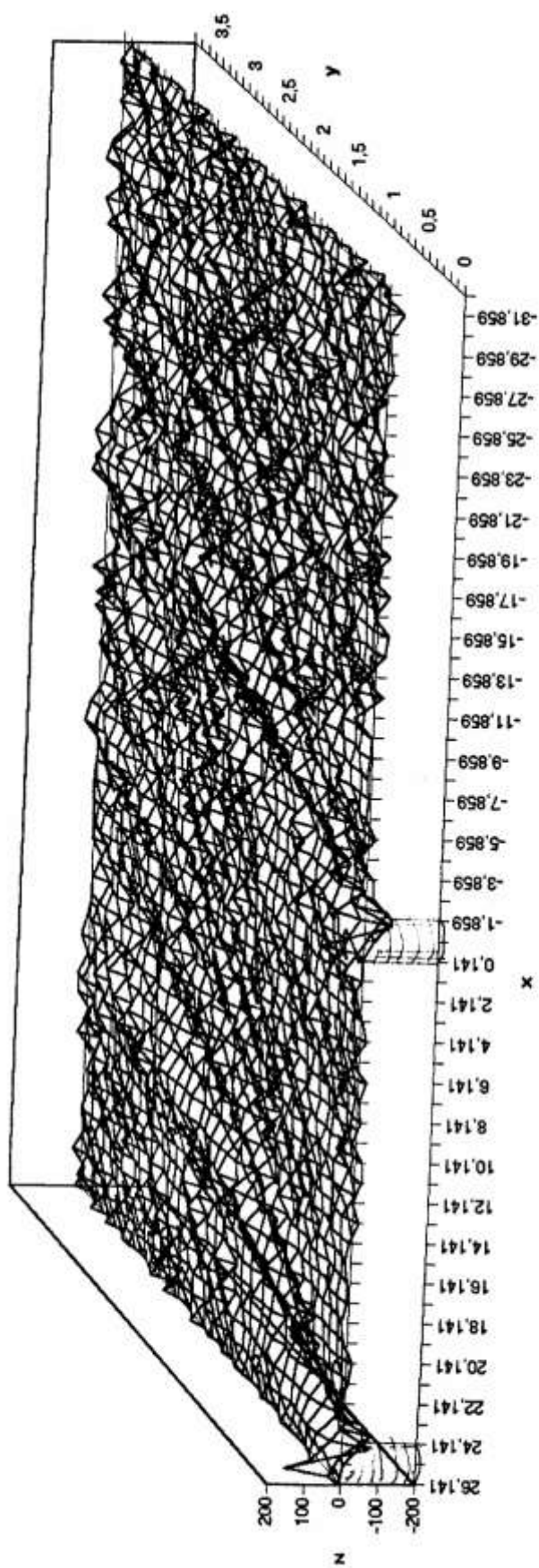


Рис. 4.8. Волновое поле двух стоек на $F_n = 0,25$

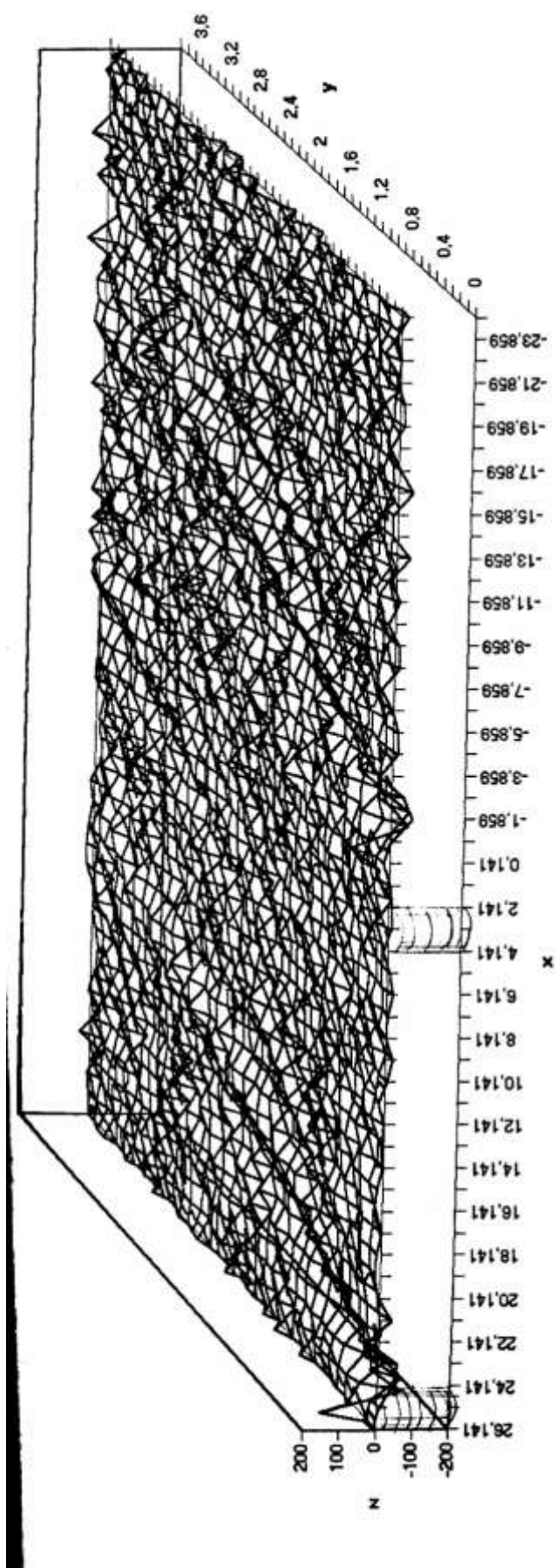


Рис. 4.9. Волновое поле двух стоек на $F\eta = 0,325$

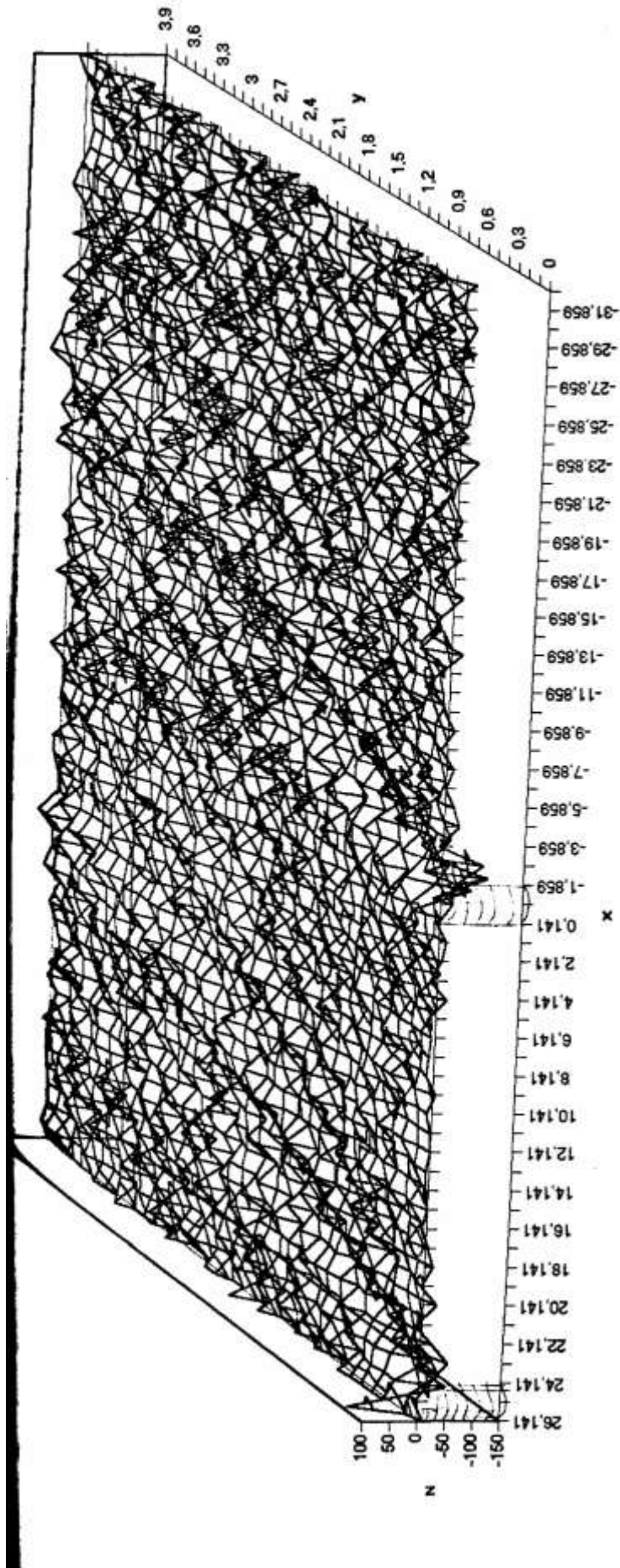


Рис. 4.10. Волновое поле двух стоек на $F_n = 0,40$

пропорционально корню квадратному из расстояния. Следовательно, отсутствие убывания амплитуд в интеграле Мичелла не связано с линеаризацией граничных условий на свободной поверхности. Скорее всего, ошибка связана с тем, что на малых числах Фруда дисперсионное соотношение зависит от координат точки волнового поля x и y , как это получено в теории малой скорости Е.Баба и К.Такекума [42]. Если учесть зависимость волнового потенциала Мичелла от координаты y , то решение получается очень громоздким и не приводится к простым интегралам.

Основные выводы

На основании исследований, выполненных в этой главе, можно сделать следующие выводы: 1) горбы и впадины на кривой Мичелла на малых числах Фруда появляются из-за математических свойств гидродинамических особенностей. Как видно на графиках рис. 2.12 ÷ 2.14 главы II, расчётные волны до $Fr \approx 0,23$ имеют очень маленькую длину при больших амплитудах, которые не наблюдаются на поверхности жидкости. 2) В интеграле Мичелла не учитывается убывание амплитуд носовых и кормовых волн не из-за линеаризации граничных условий на свободной поверхности. На малых числах Фруда (0,14 ÷ 0,32) дисперсионное соотношение зависит от координат волнового поля, что не отражено при выводе интеграла Мичелла. Введение поправки, учитывающей рассеяние энергии волн по кельвиновскому клину исправляет этот недостаток.