

Континуально-корпускулярные схемы вычислительного эксперимента {трехмерная тензорная математика}

*Прямые численные и алгоритмические модели
гидромеханики, аналитической механики, физики.*

A. Degtyarev^a, V. Khramushin^a

А.Б. Дегтярев^a, В.Н.Храмушин^a

^a St. Petersburg State University, St.Petersburg, Russia

^a Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

Рассматривается систематизация множества компьютерных алгоритмов и процедур аналитической геометрии, определяющих аппроксимацию процессов в гидромеханике для построения прямых вычислительных экспериментов. В настоящей работе оцениваются результаты корпускулярных этапов моделирования в гидромеханике с ориентацией на алгоритмы тензорной математики с определением моделей гидромеханики и реологии жидкости в канонической форме в декартовых отсчетах внутри конечномерных частиц жидкости.

Краткий свод исходных определений и обозначений в гидромеханике

Тензорная математика являет исчисление геометрических объектов с вычислительными операциями гидромеханики в канонической форме внутри локальных Декартовых отсчетов для глобального Евклида пространства. Корпускулярно-континуальная гидромеханика Исаака Ньютона в тензорных построениях сводится к естественному разделению этапов вычислительного эксперимента по физическим процессам, а разностные схемы исчисления флюксий первого порядка приводят к сквозному распараллеливанию алгоритмов над аппроксимирующими пространственными ячейками [7] в дуальных отсчетах.

Тензорная арифметика оперирует вычислительными объектами в физических размерностях в ближних пределах элементарных частиц сплошной среды и смежных с ними сеточных узлах и ячейках [6], что создает неразрывные физические поля с помощью линейных аппроксимаций разностных уравнений аэрогидромеханики и образует основу среды программирования со сквозной физической интерпретацией всех вычислительных объектов и операций, в том числе с целью повсеместного контроля и адаптации гибридных схем, эмпирических и асимптотических согласований в подобластях с вырождающимися критериями численного моделирования.

Тензорные числовые объекты формируют Декартовы базисы элементарных подвижных и деформируемых частиц жидкости, что необходимо для интерполяционной записи законов гидромеханики [5] в канонической форме, в линейной взаимосвязи со узлами и центрами масс свободных крупных частиц жидкости.

Тогда на первом этапе вычислений расчетные величины отмеряются в пространственных узлах строго в физических размерностях: м, кг, Н, м/с и др.

Как следствие, второй этап вычислительного эксперимента строится на подвижных центрах масс и фокусировках энергии, создающих нестационарные распределения скоростей, локальных деформаций или градиентов диффузии.

Тензорные операции в глобальном евклидовом пространстве с множеством декартовых базисов расчетных ячеек-частиц жидкости, не ограничиваются мало-

стью внешних воздействий с произвольными, в том числе циклическими, смещениями, вращениями и деформациями [1]. Моделирование строится на жестком ограничении многообразия векторно-тензорных операций [3] для повсеместной физической интерпретации законов гидромеханики [2], с применением гибридных эмпирических и асимптотических решений для достижения завершённых и значимых на практике решений. Унифицированные алгоритмические процедуры связываются функциональными зависимостями прямых и обратных операций моделирования и контроля состояния физических сред [4] и процессов аэрогидромеханики.

Используем прописные буквы в масштабах глобальной системы отсчётов (*флюенты и их флюксии*), и, строчных букв – для величин в локальных базисах частиц жидкости, являющихся разностными дифференциалами (*конечными разностями, приращениями функции или, по И. Ньютону – моментами*):

$\vec{A} = A_i[m]$ – определенный вектор в отсчетах и в проекциях глобальной системы координат;

$\vec{a} = a^j[m^{-2}]$ – малый свободный вектор в масштабе и в проекциях локального базиса расчётной ячейки;

$\hat{r} [m^3]$ – тензор геометрии частицы жидкости: r_{jk} – числовой объект;

$\overset{<}{v} = \hat{v} \cdot \hat{r} [c^{-1}]$ – конвективные скорости: v_i^j – инвариантные течения от $\hat{v} [m^3/c]$

– в локальном базисе: $\overset{<}{r} = \hat{r}^{-1} [m^3]$ деформирующегося потока жидкости;

$\overset{<}{\rho} [kg/m^3]$ – плотность: $\overset{<}{\rho}^{ij}$ – как тензор состояния с предысторией, живые силы или интенсивность внутренней кинетической энергии;

$\overset{>}{m} = \overset{\wedge}{\rho} \cdot \hat{r} [kg]$ – инвариантная масса: $\overset{>}{m}_k^i = \overset{\wedge}{\rho}^{ij} \cdot r_{jk}$ – с учётом формы частицы;

$\vec{F} [H]$ – вектор силы в глобальном и $\vec{f} [H]$ – и в локальном базисах.

$\hat{f} [H \cdot m^2]$ – тензор напряжений под действием давления и сдвига в контину-

ально-корпускулярном проявлении (*живых сил*) инерционного тензора: $\overset{>}{m} [kg]$;

$\overset{+}{\Omega} R [m]$ – снизу слева индексы сеточного пространства $\{\Omega\}$; слева сверху для следующего отсчета во времени (+).

$\vec{M} = 2\pi r_0^3 \cdot \overset{\wedge}{\rho} \cdot \vec{v}_\infty = \overset{\wedge}{\rho} \cdot 1,5 \cdot \Omega \cdot \vec{v}_\infty [kg \cdot m/c]$ – дипольный момент и собственная скорость свободного прямолинейного движения.

Фигурные скобки $\{\dots\}$ отмечают совокупность сеточных узлов $\{\circ R\}$ и сопряженного множества центров масс виртуальных корпускул $\{^+\omega\}$.

1. Проверка решений континуального этапа вычислительного эксперимента

Формализация численного решения в конечных разностях – ячейках и корпускулах с конкретной массой и внутренней энергией, сводится к унифицированной геометрической задачи с использованием скалярных, векторных и тензорных числовых объектов со строго определенным выбором арифметических операций, производимых в размерной физической форме с обязательным контролем принадлежности сопрягаемых объектов к собственным интерполяционным базисам в особом линейном – тензорном¹ геометрическом пространстве.

¹ Глобальное пространство из частиц видится Евклидовым или линейно деформированным.

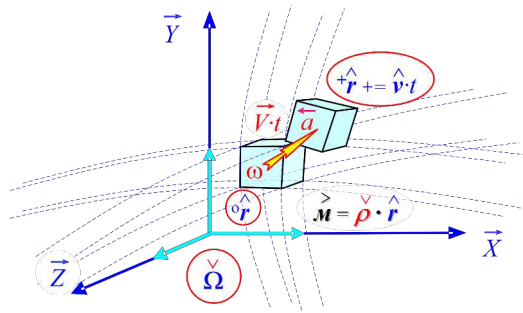


Рис. 1. Пространственное представление сеточной ячейки – виртуальной подвижной и деформируемой корпускулы сплошной среды

Компоненты векторных и тензорных объектов сопоставляются в дуальных системах отсчета, с контролем производных физических размерностей². Прямые и обратные пространственные преобразования (*произведения*) векторных и тензорных величин строятся по правилам суммирования немых индексов в одночленном

произведении: $a = v \cdot r \cdot t$ или $a^j = v_i \cdot r^{ij} \cdot t$ [м⁻²] – формируя некие внутренние замкнутые течения внутри локального базиса. Внешнее проявление локальных течений алгоритмически формализуется дипольными потоками, из которых можно собрать объёмное тело с корректной картиной гидродинамического обтекания (рис. 2):

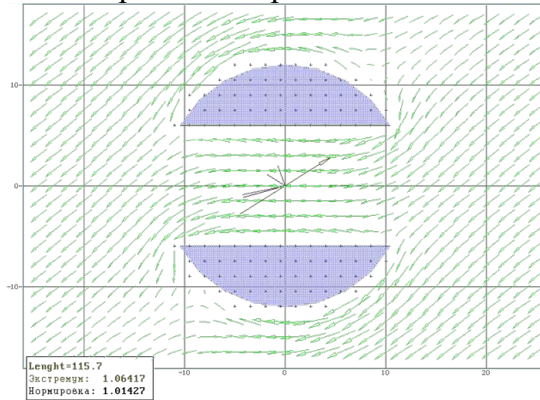


Рис. 2. Два мультидипольных тела – в поступательном потоке идеальной жидкости

$$\text{vector dipole}(\mathbf{m}, \mathbf{r}): \quad \vec{v}^* = [\mathbf{r} \times [\mathbf{m} \times \mathbf{r}] / 2 - \mathbf{r} \times (\mathbf{m} \cdot \mathbf{r})] \cdot f(\mathbf{m}/r) / |\mathbf{r}|^2;$$

где $\mathbf{m}$ – дипольный момент, $\mathbf{r}$ – радиус-вектор к центру диполя, f – величина скорости относительно отстояния от дипольной сферы.

На границах твердого тела происходит разрыв дипольных потоков, который заменяется [7] соответствующими вихреисточниками. В результате поверяется исходная гипотеза о том, что наполнение тела поляризованными диполями с вихреисточниками на внешней поверхности, вполне корректно восстанавливает течение идеальной жидкости с наведёнными потоками. Инструментарий тензорной математики на континуальном этапе оперирует физическими законами внутри ячеек жидкости в канонической форме; в декартовом базисе; со строгим сохранением физических размерностей, что важно для расширенной трактовки явлений механики

² Тензорное произведение служит смене базисов и пересчёту реологических характеристик.

сплошных сред с включением процессов термодинамики, излучения или диффузии примесей, с последующим уточнением потоковой конвекции (рис. 1).

На последующих корпускулярных этапах моделируются нестационарные волновые или вихревые процессы, где в рамках псевдогиперболической постановки решения обеспечивается контроль трансформации энергии в явных численных схемах, в свою очередь также допускающих повсеместное распараллеливание компьютерных вычислений.

II. Свободно-зависимая гидромеханика поляризованных корпускул

Функция величины наведённой диполями скорости $f(\text{м/с})$ имеет квадратичную зависимости для плоских течений и сил притяжения в пространстве, и кубические для вызванных скоростей в пространстве:

$$f_2(x) = \text{если } x > 1,0 \text{ то } f(x) = x^{-2}, \text{ иначе } f(x) = 2,0 - x^2;$$

$$f_3(x) = \text{если } x > 1,0 \text{ то } f(x) = x^{-3}, \text{ иначе } f(x) = 2,0 - x^3,$$

и в данном варианте с простым удвоением скорости в центре вихревого кольца. При взаимодействии диполей ожидается их установление на оболочках единичного радиуса, и законом расхождения от центров с ограниченной единичной скоростью.

Функция распределения скоростей течений во вне дипольной оболочки свободно движущейся частицы может быть поверена строгими условиями неразрывности для идеальной жидкости. Внутри же дипольного шарика исключение сингулярности потребует ясности с реологическими свойствами сплошной среды, что пока не ставилось в целях настоящего изначального исследования. По сути ничто не мешает включить в эксперимент сингулярность для близких дипольных взаимодействий, например по аналогии с потенциалом внутриядерных взаимодействий гладкими степенными зависимостями, типа:

$$\delta V = \vec{m} \cdot \overset{\times}{r} \cdot \vec{r} \cdot (|r|^{-5} - |r|^{-3}) \cdot \delta t,$$

где: $\vec{m}$ – условный тензор инерции со свойством переориентации действия сил.

Вычислительный эксперимент с гладким сингулярным взаимодействием сводится к быстрой взаимостабилизации, а конфигурация и наполнение внутренних оболочек, и их устойчивость как раз и определяются особенностями законов близкого взаимодействия свободных диполей. Возможно такие законы и практическая реология «идеальной» сплошной среды в будущем могут быть уточнены или синтезированы из сравнения моделируемых конгломератов с реальной структурой ядра.

Безусловно интересно рассмотреть результаты моделирования динамики взаимного влияния множества поляризованных корпускул со свойствами подвижных диполей.

Пусть в определении дипольного момента, по аналогии с гипотезами Кельвина-Гельмгольца, предполагается зависимость: $\vec{m} = \vec{v} \cdot \overset{\wedge}{\Omega}$, где: $\vec{v}$ – скорость свободного прямолинейного движения захваченного объема Ω , включающего присоединенные массы окружающей среды. Формализм тензорных операций переводит определение скорости диполя в локальный базис с физической размерностью $[\text{м}^2\text{с}^{-1}]$, отчего возврат в глобальную систему координат будет ассоциироваться с обратной кубической зависимостью вызванных скоростей: $\vec{v} = \overset{\leftarrow}{v} \cdot \hat{r} = \vec{m} \cdot \hat{r} / \Omega$ в функции: $\text{dipole}(\vec{m}, \vec{r})$.

В случае дипольного взаимодействия все поляризованные корпускулы находятся в непрерывном движении с фиксированными скоростями, и в изначальных экспериментах все дипольные моменты полагаются строго одинаковыми. При этом движение осуществляется в интенсивном поле наведённых потоков окружающих частиц, что предопределяет направление движения с ускорением относительно возможного рассогласования дипольного момента с вектором встречного потока.

Ввиду того, что реологические параметры окружающей среды, практическая энергетика и инерционность нестационарных движений диполя в изначальных экспериментах не устанавливались, и потому движение диполей задаётся лишь векторной разностью набегающего потока и дипольного момента, с переустановкой ориентации диполей строго навстречу набегающему потоку сразу после каждого расчетного шага во времени. В принципе, проведенные опыты с варьированием инерционными характеристиками подвижных диполей не приводили к заметным различиям в процессах установления гидродинамического процесса в целом, а в результате установления особых отличий также не наблюдалось.

Дополнительным фактором является взаимное притяжение подвижных корпускул, возникающее при пониженном давлении в потоке по закону Бернулли, видимого в телесном угле поверхностей частиц-диполей. Эффект такого притяжения или отталкивания частиц будет в относительно малой степени влиять лишь на ориентацию и направление движения свободных диполей.

Отметим, что в моделях упругого столкновения частиц, характерного для кинетической теории материи, взаимоустановление происходит на поверхности сферы, а в случае гладких функций силового взаимодействия, установление подвижных диполей происходит с послойным наполнением всего объёма результирующего шара.

III. Оценочные результаты прямых вычислительных экспериментов

Изначальный экспериментальный результат тензорной математики в гидромеханике идеальной жидкости показывает корректность модели Мира от Кельвина-Гельгольца из середины XIX века, что соотнобразуется с электромагнитными проявлениями присоединенных потоков элементарных диполей – нейтронов, с сопутствующим гидродинамическим (гравитационным) притяжением к быстрым течениям на их сферической обложке.

В идеальной жидкости свободно-зависимые поляризованные корпускулы самостабилизируются в присоединенных потоках вблизи смежных диполей, где по Кельвину: $M = C \cdot \Omega$ – дипольный момент или произведение скорости его свободного движения с объемом жидкости, включающем внешние присоединённые массы.

Если C – скорость света, то наведённые диполем линии тока аналогичны электромагнитным. Наличие близ-дипольных потоков вызывает падение давления по Бернулли, спадающее с величиной телесного угла по виду корпускулы с рассотия – что становится подобным всеобщему гравитационному притяжению.

Положительный заряд нуклонов с присоединёнными электронами получается следствием внешне активных присоединенных масс, или протонов вблизи первообразных диполей – нейтронов, которые определяют ориентацию и, как следствие, направление движения всех смежных и относительно удалённых частиц. Инерционные отклики возникают по необходимости переориентации суммарного направления движения всей массы движущихся внутри земного тела диполей.

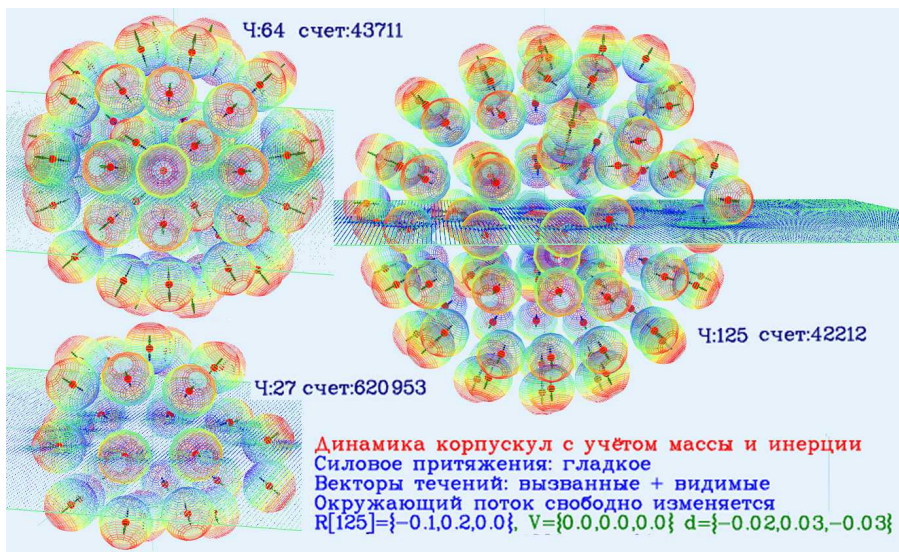


Рис. 3. Варианты численных экспериментов: $27(3^3)$; $64(4^3)$ и $125(5^3)$ – подвижных диполей самоустанавливаются в вызванном смежными частицами потолке. Большие конгломераты диполей могут создавать неустойчивые формы (3^3) и (5^3), где центральные частицы, несмотря на общую симметрию, сначала раскачивают все группу частиц, затем вырываются наружу с образованием иных независимых кластеров частиц.

Внутри ядра атома силы притяжения по закону Бернулли огромны, в молекулах более чем на пять порядков меньше, и в земных телах гравитационная постоянная способствует заметному притяжению только для гигантских масс. Уровень энергии для гашения (перераспределения) внутридипольных потоков за пределами высок, но ограничен вполне адекватными условиями существования...

В работе проведены первые опыты моделирования подвижных поляризованных корпускул с ориентацией на построение гидромеханических моделей. В развитии видится отработка реологии сплошной среды с уточнением законов дипольных взаимодействий, что требуется для практического сопоставления численных и естественных моделей существования и трансформации нуклонов атомного ядра.

Литература

1. Астарита Дж., Маруччи Дж. Основы гидромеханики неньютоновских жидкостей. – М.: Мир, 1978. – 309 с.
2. Белоцерковский О. М., Давыдов Ю. М. Метод крупных частиц в газовой динамике. Вычислительный эксперимент. – М.: Наука, 1982. 370 с.
3. Богданов А. В., Дегтярев А. Б., Храмушин В. Н. Трехмерная тензорная математика вычислительных экспериментов в гидромеханике // «Механика, управление, информатика». Часть 3. ИКИ РАН, 2015 г. стр. 34-48.
4. Войткунский Я. И., Фадеев Ю. И., Федяевский К. К. Гидромеханика. Л. Судостроение, 1968. – 568 с.
5. Кильчевский Н. А. Элементы тензорного исчисления и его приложения к механике. – М.: Гостехиздат. 1954. 1 – 67 с.
6. Харлоу Ф. Численный метод частиц в ячейках для гидродинамики // Вычислительные методы в гидродинамике. – М.: Мир, 1967, стр. 316-342.
7. Храмушин В. Н. Трехмерная тензорная математика вычислительных экспериментов в гидромеханике. – Владивосток: ДВО РАН 2005. – 212с.
shipdesign.ru/Khram/Tensor_Mathematics-2005.pdf

1. Трёхмерная тензорная математика в механике сплошных сред
 - 1.1. Основные определения: *скаляры-векторы-тензоры*;
 2. Континуальные этапы анизотропных пространственных явлений и процессов
 - 2.1. Вычисления в последовательностях прогноза и коррекции;
 3. Корпускулярное взаимодействие по геодезическим прямым
 - 3.1. Пространственные диполи и поверхностные вихреисточники;
 - 3.2. Кинематика взаимодействия поляризованных корпускул;
 - ??
- Внесение тепловых потенциалов и иных ионизирующих влияний*
Многообразие форм кинематической кристаллизации дипольных сообществ
Поисковые изыскания по реологии сплошной среды в кинетической теории.

Содержание

Краткий свод исходных определений и обозначений в гидромеханике.....	1
I. Проверка решений континуального этапа вычислительного эксперимента.....	2
II. Свободно-зависимая гидромеханика поляризованных корпускул.....	4
III. Оценочные результаты прямых вычислительных экспериментов.....	5
Литература.....	6
<i>Геометрическое обобщение вычислительных объектов и операций в едином глобальном пространстве и локальных базисах сопряженных корпускул...</i>	7
<i>Программные комплексы «Тензор» и «Ядро».....</i>	10
<i>Программы.....</i>	12

האנונימיות העברית בירושלים =

Геометрическое обобщение вычислительных объектов и операций в едином глобальном пространстве и локальных базисах сопряженных корпускул

Тензорная математика включает в себя линейные пространственные преобразования в Евклидовом пространстве, при которых внутри каждой крупной деформируемой частицы жидкости виртуально удерживаются локальные Декартовы (ортогональные и ортонормированные) базисы, – как связанные локальные системы отсчета, в которых реологические свойства; законы движения и механика трансформации жидкости представляется с помощью линейных пространственно-временных зависимостей в простейшей канонической форме, или – в тензорно-векторной арифметической записи с повсеместным сохранением прямых и обратных алгебраических или алгоритмических преобразований.

Исчисление флюксий³ лежит в основах механики Ньютона при формализации свободного движения относительно малых корпускул сплошной среды в векторном пространстве и скалярном времени. В кинематике элементарной частицы первой флюксией становится скорость движения: $\vec{V}$ [м/с] – сводящаяся в тензору разделенных разностей (по Ньютону – моменту) в произведении с шагом во времени: Δt [с], или просто – t . Для точки внутри локального базиса: $\vec{a}$ [м²], в замороженной в жидкость (Рис. 1), кинематическое уравнение также образует дифференциал (мо-

³ Флюенты (*fluens, fluentis – текущий*) – функции x, y, z по аргументу времени t ;
 Флюксии (*fluxio – истечение*) – $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ производные x, y, z по времени t .

мент) скоростей движения и времени в единой абсолютной системе координат:

– и в подвижных локальных базисах: $\hat{r}(\omega)$ – внутри крупных частиц жидкости⁴:

$${}^+ \vec{A} = \vec{R} + \vec{V} \cdot t + \hat{a} \cdot (\hat{r} + \hat{v} \cdot t) = {}^o \vec{A} + (\vec{V} + \hat{a} \cdot \hat{v}) \cdot t,$$

где: t – расчетный интервал времени; $\hat{a}$ – координаты точки в сплошной среде внутри локального базиса – в крупной частице жидкости; ${}^+ \vec{A}$ и ${}^o \vec{A}$ – новое и исходное положение контрольной точки в абсолютной системе координат; $\vec{R}$ – местоположение локального базиса в абсолютной системе координат; $\vec{V}$ – скорость поступательного смещения локального базиса; $\hat{v}$ – тензор вращения и деформации базисных осей тензора формы $\hat{r}$.

Согласно исчислению флюксий, опускается неизменяющаяся часть кинематического уравнения, оставшийся результат делится на малый параметр, время: t – что переводит местоположение подвижных пространственных точек к скоростям их перемещения:

$${}^+ \vec{V} = {}^o \vec{V} + \hat{a} \cdot \hat{v} + \overset{\wedge}{\omega} \cdot \hat{r} + \overset{\wedge}{\omega} \cdot \hat{v} \cdot t. \quad [\text{м/с}].$$

Алгебраические операции с матрицами позволяют провести условное исключение единичных тензоров: $\hat{r} \cdot \hat{r} = 1$, возникающих в результате перекрестного приведения локальных векторов к исходной абсолютной системе отсчета:

$${}^+ \vec{V} = {}^o \vec{V} + \overset{\wedge}{\omega} + \hat{a} \cdot \hat{v} + \overset{\wedge}{\omega} \cdot \hat{v} \cdot t \quad [\text{м/с}].$$

Получается разложение вектора движения в абсолютной системе координат на составляющие: скорости полного потока: $\vec{V}$; скорость смещения точки внутри частицы жидкости: $\overset{\wedge}{\omega}$; $\rightarrow$ конвективной скорости: $\hat{a} \cdot \hat{v}$; и некоторого приращения локальной скорости: $\overset{\wedge}{\omega} \cdot \hat{v} \cdot t$, зависящего от скорости течений внутри крупной частицы жидкости.

С допущениями о порядке малости разностных величин, в исчислении флюксий Ньютона последнее слагаемое, содержащее малый множитель t , может быть опущено, однако не стоит спешить с потерей содержащихся там локальных течений в замкнутом пространстве внутри крупной частицы жидкости.

В традициях аддитивного анализа новое приращение координат разделяет чисто деформационное и внутреннее движение точки в локальных координатах, условно свойственное внутреннему вектору: $\hat{a} [\text{м}^{-2}]$ – как дифференциалу от скорости перемещения среды внутри крупной частицы жидкости: $\overset{\wedge}{\omega} \cdot t [\text{м}^{-2}]$ – в точке: $\hat{a}$, отчего кинематическое выражение, по аналогии с исчислением флюксий Исаака Ньютона, в явной форме обретает второй порядок во времени, свойственный tradi-

⁴ В поэлементной или скалярной записи:

$$\begin{aligned} {}^+ A_x &= {}^o A_x + (V_x + v_{xx} a^x + v_{xy} a^y + v_{xz} a^z) \cdot t; \\ {}^+ A_y &= {}^o A_y + (V_y + v_{yx} a^x + v_{yy} a^y + v_{yz} a^z) \cdot t; \\ {}^+ A_z &= {}^o A_z + (V_z + v_{zx} a^x + v_{zy} a^y + v_{zz} a^z) \cdot t; \end{aligned}$$

ционными уравнениям аналитической механики с дополнительными кинематическими слагаемыми для приращения скоростей, объединяющим внутренние течения с деформациями базиса формы расчетной ячейки-частицы жидкости:

$${}^+ \vec{A} = \vec{R} + \vec{V} \cdot t + \hat{a} \cdot (\hat{r} + \hat{v} \cdot t) + \overset{\wedge}{\omega} \cdot (\hat{r} + \hat{v} \cdot t) \cdot t \quad [M]. \quad (1)$$

Геометрическое моделирование кинематических свойств поля течения внутри элементарного вычислительного объекта, в тензорной форме может дополняться изменениями скорости $\overset{\wedge}{\omega}$, замеряемой на базисных векторах $\hat{r}_i$ в проекциях абсолютной системы координат при условии, что все внешние силы полностью скомпенсированы кинематическими реакциями в окрестности этой элементарной частицы жидкости, что в вычислительном эксперименте с разделением на континуально-корпускулярные этапы моделирования практически неосуществимо, или – излишне.

Несколько иначе привносится интерпретация динамики внутреннего смещения точки в приведенной системе координат: $\hat{a} = \overset{o}{a} + \hat{w} \cdot t$ [М⁻²] – относительно локального базиса:

$${}^+ \vec{A} = \overset{o}{A} + [\vec{V} + (\hat{a} + \hat{w} \cdot t) \cdot \hat{v}] \cdot t,$$

что привносит кинематическое ускорение в тензорное поле локальных деформаций: $\hat{v}$ [М³/с], и, соответствующее усложнение описания движения сплошной среды до второго дифференциального порядка по аргументу времени t [с].

Необходимо воспользоваться обобщениями без повышения порядка разностного дифференцирования: для чего в прямом вычислительном эксперименте столь сложные законы механики разносятся и интерпретируются на сопряженных этапах континуально-корпускулярного моделирования с линейной интерполяцией физических явлений в пространстве, и такой же линейной аппроксимацией гидродинамических процессов – во времени.

Чистый тензор конвективных скоростей: $\overset{<}{v}$ [с⁻¹] – содержит кинематические элементы системы дифференциальных уравнений движения в форме Эйлера со всеми перекрестными производными компонентами движения деформируемой частицы жидкости:

$$\overset{<}{v} = \begin{pmatrix} v_{xx} r^{xx} + v_{xy} r^{yx} + v_{xz} r^{zx} & v_{xx} r^{xy} + v_{xy} r^{yy} + v_{xz} r^{zy} & v_{xx} r^{xz} + v_{xy} r^{yz} + v_{xz} r^{zz} \\ v_{yx} r^{xx} + v_{yy} r^{yx} + v_{yz} r^{zx} & v_{yx} r^{xy} + v_{yy} r^{yy} + v_{yz} r^{zy} & v_{yx} r^{xz} + v_{yy} r^{yz} + v_{yz} r^{zz} \\ v_{ij} r^{jk} = v_{zx} r^{xx} + v_{zy} r^{yx} + v_{zz} r^{zx} & v_{zx} r^{xy} + v_{zy} r^{yy} + v_{zz} r^{zy} & v_{zx} r^{xz} + v_{zy} r^{yz} + v_{zz} r^{zz} \end{pmatrix}.$$

Иначе, это произведение формально представляется в виде второго пространственного дифференцирования: $\overset{<}{v} = \hat{v} / r = \overset{\Delta}{\omega} \hat{v}_i / \overset{\Delta}{\omega} \hat{r}_i$, исполняемого без искусственных исключений каких-либо «малых» или конвективных элементов в аппроксимационных приближениях субстанциональных производных, что крайне важно для корректной физической интерпретации реологических характеристик моделируемой жидкости и условий существования неразрывных течений, в том числе при необходимости задействования уточняющих или ускоряющих моделирование асим-

птотических и эмпирических аппроксимаций физических моделей непосредственно в процессе проведения прямых вычислительных экспериментов.

Программные комплексы «Тензор» и «Ядро»

Программные комплексы кафедры Компьютерного моделирования и многопроцессорных систем факультета Прикладной математики – процессов управления Санкт-Петербургского государственного университета.

«Программа для построения числовых объектов и функций трехмерной тензорной математики при реализации вычислительных экспериментов в гидромеханике» (Tensor), №Г.р. 2013619727 от 2013.10.14, СПбГУ^(RU: В.Н.Храмушин)

Программа предназначена для построения эффективных алгоритмов прямых и обратных пространственных геометрических преобразований внутри локальных подвижных, вращающихся и деформируемых координатных базисов, определенных в единой глобальной системе пространственно-временных отсчетов. Взаимно обратимые тензорные произведения позволяют в наглядной форме проецировать собственные ортогональные системы отсчета на любые косоугольные ненормированные пространства, что создает возможность непрерывного контроля состояния вычислительной модели с учетом динамики физических полей в фиксированных сеточных пространствах с независимыми подвижными, деформируемыми и вращающимися ячейками — частицами. Сопутствующие операции сложения позволяют отслеживать динамику перемещения свободных элементарных частиц и участвуют в покомпонентной реконструкции тензоров их внутреннего состояния...

«Интерактивный графический программный комплекс для моделирования взаимодействия поляризованных корпускул в трехмерном пространстве» (Ядро), № Г.р.2013619726 от 2013.10.14. СгбГУ^(RU: А.В.Богданов, В.Н.Храмушин)

Программа предназначена для построения трехмерных полигонов с пространственной визуализацией взаимодействия множества подвижных поляризованных корпускул, с различными законами притяжения на дальних дистанциях и с учетом ближнего взаимодействия с деформацией и раскручиванием смежных частиц-ячеек. Свободные корпускулы могут быть независимыми или находиться под воздействием внешних силовых полей, обладать динамической инерционностью, вращательными моментами и реакциями на дипольные или градиентные неоднородности окружающей среды, включая инерционные отклики взаимной ориентации и реакции на силовое воздействие близлежащих и удаленных активных частиц с различными гидродинамическими особенностями или индивидуальными особенностями силовых, вращательных и деформационных проявлений по отношению к смежным корпускулам. Реализована возможность искусственного вязкостного затормаживания частиц относительно неподвижного абсолютного пространства, что необходимо для ускорения процессов установления в механике сплошных сред. Достоинством является использование только явных численных схем, что необходимо для сквозного распараллеливания вычислительных процессов, и достаточно для повсеместного контроля внутреннего состояния и адекватности взаимодействия корпускул. (...). Определение законов взаимодействия вынесено в отдельный программный блок с объектно-ориентированным окружением для визуализации динамики корпускул, что позволяет использовать этот программный комплекс для построения новых научно-исследовательских вычислительных экспериментов.

8. *Войткунский Ярослав Иосифович, Фадеев Юрий Иванович, Федяевский Константин Константинович*. Гидромеханика. Л. Судостроение, 1968. – 568 с.
9. *Богданов А. В., Дегтярев А. Б., Храмушин В. Н.* Трехмерная тензорная математика вычислительных экспериментов в гидромеханике // Вычислительные технологии в естественных науках. Методы суперкомпьютерного моделирования. Серия «Механика, управление, информатика». Часть 3. Сборник трудов ИКИ РАН 17–19 ноября 2015 г. Россия, Таруса, Под ред. Р. Р. Назирова, Л. Н. Щура, стр. 34–48.
10. *Андерсен Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р.* Вычислительная гидромеханика и теплообмен. – М.: Мир, 1990. Том 1,2. 726 с.
11. *Готман А. Ш.* Тензорное исчисление. – Новосибирск: Новосибирская государственная академия водного транспорта, 2007. – 129 с.
12. *Зоммерфельд А.* Механика деформируемых сред. – М.: Издательство иностранной литературы. 1954. – 491 с.
13. *Льоцци Марио*. История Физики, – М.: Мир, 1970, – 464 с.
14. *Мак-Коннел А. Дж.* Введение в тензорный анализ, 1963. – М.: Наука. – 411 с.
15. *Ньютон Исаак*. Математические начала натуральной философии / Собрание трудов академика А. Н. Крылова. Том VII. Перевод с латинского. – М.-Л.: изд-во АН СССР, 1936. Репринтное воспроизведение: М.: Наука, 1989, – 712 с.
16. *Прандтль Л., Титъенс О.* Гидро- и аэромеханика. Т. 1. Равновесие. Движение жидкостей без трения. 1932. – 222 с., Т. 2. Движение жидкостей с трением и технические приложения. М. Л.: Гостехиздат, 1935. – 312 с.
17. *Сокольников И. С.* Тензорный анализ. Теория и применения в геометрии и в механике сплошных сред. – М.: Наука. 1971, – 376 с.
18. *Филин А.Н.* Прикладная механика твердого деформируемого тела. Т.1. - М.: Наука, 1975, 832 с.
19. *Храмушин В. Н.* Гидромеханика крыла и плавника. Lambert Academic Publishing. 2023. – 80 с. shipdesign.ru/Khram/Wings.html
20. *Храмушин В. Н.* Штормовая мореходность корабля. *Вычислительный эксперимент в проектных корабельных изысканиях и проверке навигационных постановлений в штормовом плавании*. Берлин. Lambert Academic Publishing. 2025. 384 стр. shipdesign.ru/Khram/Aurora.pdf
21. *Элит М. Э.* Лекции по основам механики сплошных сред. – М.: Издательство Московского университета, 2008. – 318 с.
22. *Bogdanov A. V. and Khramushin V. N.* Tensor Arithmetic, Geometry and Mathematical Principles of Fluid Mechanics in the Implementation of Direct Computational Experiments // The European Physical Journal Conferences 02/2016; 108(02013): 6 p. DOI: 10.1051/epjconf/201610802013.

23. *Degtyarev A.B. and Khramushin V.N.* Coordinate Systems, Numerical Objects and Algorithmic Operations of Computational Experiments in Fluid Mechanics // The European Physical Journal Conferences 02/2016 108(02018): 6 p. DOI: 10.1051/epjconf/201610802018.
24. *Gerstner Franz Joseph*: 1802 “Theorie der Wellen,” Böhmsche Gesellschaft der Wissenschaften, *Abhandlungen*; 1804 “Theorie der wellen samt einer daraus abgeleiteten Theorie der Deichprofile”. *Теория волн вместе с основанной на ней теорией волновых профилей* (Prague: Gottlieb Haase); sowie 1809 in *Annalen der Physik*, 32, 412–445.
25. *Mr. Jonh Henry Michell* on the Wave–Resistance of a Ship. Philosophical Magazine, 1898, vol.45, Ser.5, pp.106–123. shipdesign.ru/JHM-rus.html

Программы

[«Контекстная графика»](#) – (Window-Place) Контекстно-зависимая среда построения трехмерной графики OpenGL. СахГУ № 2010615850 от 8 сентября 2010 г.

[«Тензор»](#) - Программа для построения числовых объектов и функций трехмерной тензорной математики. СПбГУ № 2013619727 от 14 октября 2013 г.

[«Ядро»](#) - Интерактивный графический программный комплекс для моделирования взаимодействия поляризованных корпускул в трехмерном пространстве». Богданов А. В., Храмушин В. Н. № 2013619726 от 14 октября 2013 г.

∞