

Новосибирская Государственная Академия Водного Транспорта

На правах рукописи

Готман Ада Шоломовна

ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ
И ОПТИМИЗАЦИЯ ОБВОДОВ СУДОВ

05.08.01 Теория корабля

Диссертация на соискание учёной степени
доктора технических наук

Новосибирск
1996

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	5
ГЛАВА I	
ОБОСНОВАНИЕ ВЫБОРА НАПРАВЛЕНИЙ	
ИССЛЕДОВАНИЙ	
	10
1.1. Современное состояние проблемы определения волнового сопротивления водоизмещающих судов	10
1.2. Значение линейной теории волнового сопротивления и её краткая история	24
1.3. Точная постановка задачи и особенности её линеаризации	27
1.4. Основные выводы	39
ГЛАВА II	
ИССЛЕДОВАНИЕ ДОПУЩЕНИЙ ТЕОРИИ	
МИЧЕЛЛА	
	41
2.1. Формулировка основных допущений теории Мичелла . . .	41
2.2. Анализ влияния вязкости на волны и их образование . . .	43
2.2.1. Исследование влияния кинематического коэффициента вязкости на корабельные волны и волновое сопротивление	49
2.2.2. Расчёт волнового сопротивления с учётом турбулентной вязкости	50
2.2.3. Экспериментальная проверка влияния вязкости жидкости на волновое сопротивление	53
2.3. Исследование влияния линеаризации граничного условия на поверхности корпуса судна на расчётное значение волнового сопротивления	60
2.4. Исследование влияния линеаризации граничных условий	

на свободной поверхности жидкости на расчётное значение волнового сопротивления	68
2.5. О понятиях дальнего и ближнего поля	75
2.6. Расчёт волн вблизи движущегося импульса давления	78
2.7. О роли линейного интеграла в расчёте волнового сопротивления судна	84
2.8. Особенности применения численных методов интегрирования в волновых задачах	89

ГЛАВА III

НОВАЯ ФОРМА ИНТЕГРАЛА МИЧЕЛЛА	95
3.1. Преобразование интеграла Мичелла	95
3.2. Исследование интеграла Мичелла	101
3.2.1. Расчёты интеграла Мичелла и его главной части	105
3.2.2. Анализ результатов расчётов	106

ГЛАВА IV

ИССЛЕДОВАНИЕ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННОЙ ЧАСТИ ИНТЕГРАЛА МИЧЕЛЛА	111
4.1. Гипотеза образования волн при движении судна	111
4.2. Влияние взаимодействия расходящихся и поперечных волн внутри кельвиновского клина на интерференцию двух волновых систем	115
4.2. 1. Расчёт амплитуд и линий гребней волн по формулам Л.Н. Сретенского	116
4.2.2. Расчёт третичных волн по теории Лонге-Хиггинса и Филлипса	123
4.2.3. Исключение капиллярных волн из потенциала источника	128
4.3. Анализ влияния на волновой потенциал введения в	

граничные условия сил потенциальной природы	130
4.4 Определение поправок на уменьшение амплитуд корабельных волн для введения в интеграл Мичелла	137
4.5. Расчёт волнового поля, образованного параболическими стойками	140
ГЛАВА V	
ОПТИМИЗАЦИЯ ОБВОДОВ ВОДОИЗМЕЩАЮЩИХ СУДОВ	
5.1. Оптимизация обводов водоизмещающих судов по главной части интеграла Мичелла	148
5.1.1. Основные формулы	148
5.1.2. Составление уравнений обводов для оптимизации шпангоутов и ватерлиний	152
5.1.3. Примеры оптимизации обводов	159
5.2 Оптимизация обводов из развёртывающихся поверхностей	173
5.2.1. Основные формулы	173
5.2.2. Исследование влияния коэффициентов опорных ватерлиний на величину интеграла Мичелла	175
5.2.3. Зависимость F_3 от параметра формы α	176
5.2.4. Зависимость F_3 от скорости судна	179
5.2.5. Выбор сравнительных оценок качества обводов	180
5.3. Основной график связи волновой функции с параметром уравнения обводов корпуса судна	184
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	190
Литература	195

ВВЕДЕНИЕ

Теоретические и экспериментальные исследования волнового сопротивления судов выполняются для получения метода его расчета и для оптимизации обводов корпуса судна. В настоящее время при выборе обводов проектировщик опирается на прототип, а если его нет, то на собственную интуицию. Такой подход приводит к необходимости проведения многочисленных дорогостоящих и занимающих много времени испытаний, и не всегда есть уверенность в том, что выбраны оптимальные обводы. Для расчётов волнового сопротивления судов пока не существует надёжной методики. Попытки разработать такую методику имеют длинную историю и послужили стимулом для многочисленных исследований, которые интенсивно проводятся и дают новые результаты по мере развития экспериментальной и вычислительной техники.

Данная работа *актуальна*, потому что посвящена нерешённой до сих пор проблеме определения волнового сопротивления водоизмещающих судов при движении на поверхности тихой бесконечно глубокой жидкости на числах Фруда в диапазоне $0,15 < Fr < 0,29 - 0,3$.

Цель работы состоит в исследовании допущений линейной теории волнового сопротивления и возможности её использования для проектирования обводов судов с наименьшим волновым сопротивлением.

Работа состоит из пяти глав и пяти приложений.

В первой главе даётся обоснование выбранного направления исследований. Несмотря на то, что к настоящему времени разработано много численных методов решения задачи о волновом сопротивлении

в нелинейной постановке и с учётом вязкости жидкости, а также разрабатываются методы интегрирования уравнений Навье-Стокса с точными граничными условиями на свободной поверхности и на корпусе (такая постановка задачи имеет минимум допущений), получить решение очень сложно, а результаты не очень надёжны.

В настоящее время нет таких методик, которые давали бы проектировщику возможность получить волновое сопротивление проектируемого судна без проведения модельных испытаний. Не имея прототипа или статистического материала, трудно даже сравнить между собой разные формы корпуса. Но обращение к теории Мичелла часто воспринимается как излишнее. Однако теория Мичелла является классическим решением задачи в линейной постановке и часто используется в качестве первого приближения при разработке теорий высшего порядка и даже для оптимизации обводов. Тем не менее, осталось ещё много вопросов относительно особенностей интеграла Мичелла, на которые до сих пор нет ответа.

Любая линейная теория обычно даёт главную часть решения задачи, поэтому очень важно выяснить причины расхождения интеграла Мичелла с результатами экспериментов. Новейшая вычислительная техника предоставляет для этого больше возможностей, чем было у тех исследователей, которые занимались теорией Мичелла раньше.

В первой главе приводится анализ результатов современных исследований и методов решения задачи о волновом сопротивлении и показана необходимость дальнейшего изучения теории Мичелла. Во второй части этой главы изложена история линейной теории и на базе точной постановки задачи выделены все её основные допущения.

Во второй главе приводится анализ допущений линейной теории и проверка этих допущений экспериментальными и численными

методами. Описан эксперимент, который показал, что горбы и впадины на кривой Мичелла не связаны с пренебрежением вязкостью, как считали все исследователи, а вызваны особенностями расчёта волн в идеальной жидкости. Этот результат привёл к выбору нового направления дальнейших исследований.

В этой же главе проверены допущения о возможности линеаризации граничных условий на корпусе судна и на свободной поверхности, а также оценён вклад в расчётное значение волнового сопротивления линейного интеграла. Дано объяснение зависимости интеграла Мичелла от способа применения методов численного интегрирования.

В третьей главе приводится новая форма интеграла Мичелла, в которой главная часть расчётного значения волнового сопротивления отделена от интерференционной. Интеграл Мичелла представлен в виде экспоненциального ряда, коэффициентами которого служат производные уравнения поверхности корпуса, взятые на носовом и кормовом перпендикулярах. Такая форма представления дала новые возможности исследования интеграла Мичелла, а также его использования. Приведены результаты расчётов интеграла Мичелла и его главной части для серии из 19 моделей Виглея и Вейнблюма, для которых имеются результаты буксировочных испытаний. Расчёты позволили выявить неизвестные ранее свойства интеграла Мичелла. Показано, что соотношение между кривыми главной части интеграла Мичелла для разных моделей такое же, как между экспериментальными кривыми. Это позволило выбрать на малых числах Фруда ($0,15 < F_n < 0,32$) главную часть интеграла Мичелла в качестве основного критерия для сравнения гидродинамического качества разных обводов.

Новая форма интеграла Мичелла помогла сформулировать гипотезу о волнообразовании движущегося судна, которая хорошо объясняет многие особенности расчётов волнового сопротивления

В четвёртой главе описаны результаты исследования интерференционной части интеграла Мичелла. Показано, что введение поправки на убывание волн носовой системы в процессе их перемещения к кормовой волнообразующей точке значительно уменьшает горбы и впадины на кривой Мичелла. Проверено взаимодействие расходящихся и поперечных волн в кельвиновском клине и получена величина этой поправки. Выбрана поправка, учитывающая наличие попутного потока и его влияние на волнообразование в корме.

Пятая глава посвящена оптимизации обводов. Попытки оптимизировать обводы с помощью интеграла Мичелла затруднены из-за горбов и впадин мичеллевой кривой. Монотонно меняющаяся главная часть интеграла позволяет выбрать в качестве оценки качества обводов отношение значения главной части интеграла Мичелла к водоизмещению. Для оптимизации на базе аналитических моделей Виглея и Вейнблума разработаны уравнения обводов с переменными коэффициентами позволяющими менять в широком диапазоне форму шпангоутов и ватерлиний. Разработаны программы на языке ФОРТРАН для выбора оптимальных обводов при заданном соотношении главных размерений и коэффициенте общей полноты. Приведены примеры.

В этой же главе сделан выбор сравнительной оценки качества обводов, спроектированных из развёртывающихся поверхностей, а также получен график зависимости основной характеристики значения волнового сопротивления от формы корпуса. Этот график охватывает все возможные типы обводов и даёт возможность их сравнения.

Результаты теоретических, численных и экспериментальных исследований докладывались на конференциях научно - преподавательского состава НИИВТа, на Крыловских чтениях, на международных конференциях и симпозиумах. Результаты опубликованы в периодических изданиях, депонированы в ВИНТИ и приведены в монографиях, посвящённых этой проблеме. Перечень докладов и публикаций приводится в автореферате.

Автор выражает благодарность всем специалистам, с которыми была возможность обсуждать вопросы волнового сопротивления судна. Особую благодарность выражаю проф., д.т.н. Я.И.Войткунскому, моему первому учителю по гидромеханике корабля, от которого я впервые узнала о теории Мичелла, за внимание к результатам работы, а также за предоставление программы по расчёту поля скоростей по методике Хесса-Смита. Искренне признательна проф., д.т.н. В.Г.Сизову за интерес к работе и неоднократные её обсуждения. Большую благодарность выражаю проф., д.т.н. А.Г. Ляховицкому, проф., д.т.н. В.Ф.Бавину за ценные советы и неоднократные обсуждения результатов исследований, а также доц., к.т.н. В.В.Васильевой, проф., д.т.н. В.Б. Амфилохиеву, проф., д.т.н. А.Н. Шебалову, проф., д.т.н. М.А.Басину и д.т.н. И.В.Стуровой за ценные консультации.

ГЛАВА I

ОБОСНОВАНИЕ ВЫБОРА НАПРАВЛЕНИЙ ИССЛЕДОВАНИЙ

1.1. Современное состояние проблемы определения волнового сопротивления водоизмещающих судов

Сильным толчком к развитию научных исследований в области теоретического и экспериментального определения общего сопротивления судов, и в частности, волнового сопротивления, послужило резкое повышение цен на топливо в начале 60-х годов. Инициатором интенсивных научных исследований в области волнового сопротивления водоизмещающих судов в 60-е годы был адмирал академик Роже Брар. Он организовал в 1963 году Международный семинар по теоретическому определению волнового сопротивления судов [International Seminar on Theoretical Wave-Resistance], который проходил в Анн-Арборе на базе Мичиганского Университета. На семинаре было рассмотрено 39 экспериментальных и теоретических работ, представленных разными исследовательскими судостроительными центрами и опытными бассейнами почти из всех стран с хорошо развитым судостроением. На этом семинаре был создан Международный Комитет опытных бассейнов по проблеме определения сопротивления судов во главе с Р.Браром и были намечены направления дальнейших исследований с целью получить приемлемые экспериментальные и расчётные методы определения волнового сопротивления. Первым был поставлен вопрос о выделении волнового сопротивления из остаточного и рассмотрены методы замеров волн в опытных бассейнах с целью точного определения

волнового сопротивления (методы волнового анализа). Затем было обращено внимание на теорию Мичелла с точки зрения проверки правомочности его допущений и выявления причин появления горбов и впадин на расчётной кривой. Кроме того, был поставлен вопрос о решении задачи в нелинейной постановке с точными граничными условиями на корпусе и на свободной поверхности, но в идеальной жидкости. И, наконец, речь шла о возможности определения волнового сопротивления с учётом вязкостных свойств жидкости.

Каждый из этих вопросов состоит из ряда сложнейших проблем, часть которых была решена за прошедшие годы, но пригодной для практического использования методики так и не получено.

Следующий Международный Семинар был посвящён подведению итогов тринадцатилетних исследований и состоялся в Токио в 1976 году [Seminar on Wave Resistance, 1976]. На этом семинаре выяснилось, что, несмотря на огромные усилия, проблема теоретического определения волнового сопротивления всё ещё далека от решения. Однако, следует отметить несколько важных результатов, обсуждавшихся на этом семинаре.

К этому времени выяснилось, что природа первых двух носовых волн отличается от остальных волн кельвиновского клина и носит ударный характер. Это было обнаружено в процессе определения волнового сопротивления путём замеров волн за корпусом движущейся модели. Замеренное сопротивление оказалось много меньше остаточного. В поисках причин этого расхождения японские исследователи замерили потери количества движения на линии, перпендикулярной к движению судна и проходящей за его кормой. Они выяснили, что две первые носовые волны дают потерю количества движения, но не переносятся на бесконечность, где замеряются амплитуды волн при волновом

анализе. Позже [43] были изучены эти две волны и по особенностям их природы они были названы **ударными**. Была сделана попытка разработать теорию ударных волн. Обнаружилось, что все основные изменения природы этих волн происходят в тонком подповерхностном слое жидкости. Это дало основания для развития теории малой скорости, что привело к определённом прогрессу в разработке методов расчёта волнового сопротивления коммерческих судов [42]. Для проверки теории малой скорости Е. Баба и К. Такекума получили потенциал скорости для вертикального бесконечного круглого цилиндра и для полупогруженной сферы. Они посчитали волновое сопротивление и провели сравнительные эксперименты. На основании их работы Х.Маруо и К.Сузуки в дальнейшем разработали теорию малой скорости для широких судов [90].

Многочисленные расчёты волнового сопротивления, выполненные по линейным теориям, показали, что расчётные кривые в диапазоне скоростей, характерных для коммерческих судов, сильно отличаются от экспериментальных кривых. Были предприняты попытки откорректировать интеграл Мичелла путём введения поправок, учитывающих вязкость жидкости, но они не привели к успеху. В результате многие исследователи пришли к выводу, что невозможно получить приемлемые результаты путём корректировки линейной теории, поэтому в последние годы усилия направлены на разработку таких численных методов, которые позволили бы решить задачу о волновом сопротивлении судна в её точной постановке.

При решении задачи большое внимание уделяется методам возмущений, позволяющим свести сложную нелинейную задачу к последовательности более простых задач. Существуют два направления, отличающиеся друг от друга выбором малого параметра:

1) либо в качестве малого параметра выбирают отношение ширины корпуса судна к его длине, 2) либо берут относительную скорость судна. В первом случае в качестве первого приближения служит теория узкого судна Мичелла, а во втором построение решения основывается на использовании дублированной модели, что также легло в основу разработки теории малой скорости [42].

Теории высших порядков, основанные на методе возмущений, разработаны В.Г.Сизовым [23, 24], А.И. Смородиным [25-30] Дж.Вехаузенем [117], Х.Маруо [86], К.Эггерсом [57] и многими другими. Однако, результаты пока оказались мало обещающими. Связано это обстоятельство в большой степени с сингулярностью гидродинамических особенностей, плохо поддающихся аппроксимации.

Первая значительная разработка численного метода для расчёта характеристик потока вокруг дублированной модели была выполнена Дж.Хессом и А.Смитом [67]. Совершенствуя их метод, С.Даусон [56] применил для расчёта потенциального потока вокруг тела, движущегося по свободной поверхности, метод, основанный на том, что кроме тела распределением источников заменяется часть невозмущённой поверхности жидкости для удовлетворения нелинейных граничных условий на ней. Подобный же метод был использован Г.Геддом [59].

Для проверки многочисленных методов, разработанных с помощью распределения гидродинамических особенностей по свободной поверхности и по поверхности корпуса судна, Х.Маруо выполнил расчёты для параболической модели Виглея на основании нескольких различных теорий. Были использованы:

- 1) формула Мичелла для узкого судна;

- 2) распределение источников по дублированной модели;
- 3) распределение источников по дублированной модели с учётом линейного интеграла;
- 4) распределение источников по поверхности дублированной модели, по действующей ватерлинии и по свободной поверхности;
- 5) распределение источников, интенсивность которых определялась путём решения задачи Неймана-Кельвина, то есть. при линеаризации граничных условий на свободной поверхности и без вклада линейного интеграла;
- 6) то же, но вместе с линейным интегралом;
- 7) то же с линейным интегралом и с распределением источников по свободной поверхности;
- 8) то же, но с линейным интегралом, определённым по формуле Мичелла;
- 9) асимптотическое выражение для малых чисел Фруда;
- 10) асимптотическое выражение, но с учётом линейного интеграла.

Для проверки полученной теории был выполнен расчёт для параболической модели Виглея, а результаты сравнивались с экспериментом. (рис.1.1). Выяснилось, что распределение эквивалентных источников по свободной поверхности на малых числах Фруда улучшает результат, но для больших чисел Фруда использовать, так называемую, теорию дублированной модели нельзя, а приходится решать задачу Неймана-Кельвина с точными условиями на поверхности корпуса судна и с линеаризованными условиями на свободной поверхности жидкости.

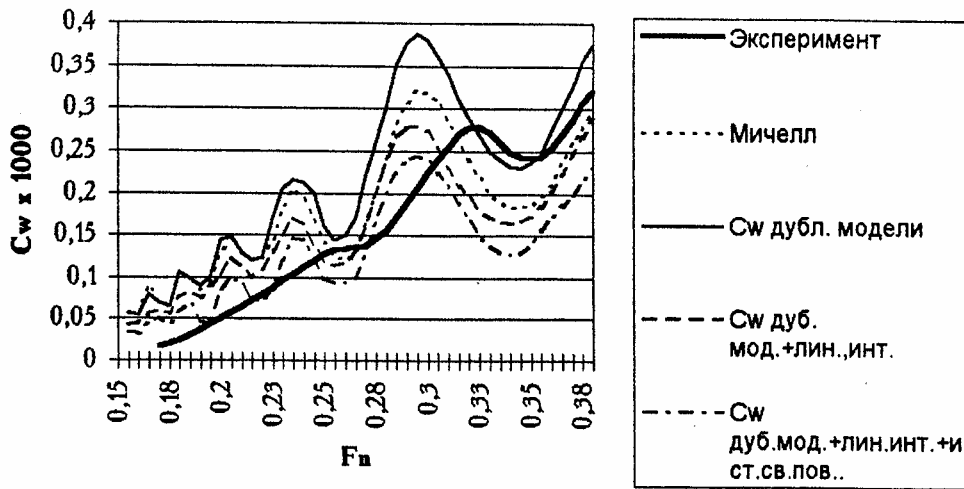


Рис. 1.1. C_w параболической модели Виглея
(данные Маруо)

На основании всех этих расчётов был сделан вывод, что теорию Мичелла нельзя использовать на очень малых числах Фруда ($F_n < 0,18$), так как волновое сопротивление пропорционально не четвёртой степени числа Фруда, а шестой. В дальнейшем нами будет показано, что эта зависимость много сложнее и определяется формой обводов.

В эти же годы усиленно изучались потери энергии, связанные с разрушением носовых волн. Было выполнено много экспериментальных работ, а также сделаны попытки разработать теорию, позволяющую учитывать разрушение при расчётах волнового сопротивления.

Компьютерная программа для произвольной формы корпуса судна была разработана С.Огиварой [106], который посчитал распределение давлений на корпусе и волновое сопротивление судна, а также проверил возможности применения этого метода для расчётов реальных волновых полей.

Кроме метода линеаризации граничных условий на свободной поверхности существуют прямые методы решения краевой задачи в его начальной постановке с нелинейными граничными условиями. Типичным для таких задач является метод конечных разностей, при котором выполняется интегрирование шаг за шагом уравнений Эйлера или Навье-Стокса при неустановившемся по времени процессе. Некоторые результаты расчётов с помощью этой техники применительно к судовым корпусам опубликованы в работе Чена и др. [52].

Аналитические и численные методы в гидродинамике применяются параллельно в тех случаях, когда комбинируются аналитические условия на свободной поверхности с численным способом представления корпуса. Такие квазианалитические методы характеризуются двумя чертами: 1) линеаризованные условия на свободной поверхности берутся аналитически для потока в большом объёме вокруг тела; 2) граничные условия для тела удовлетворяются точно для произвольного корпуса. Развиваются и другие методы. Например, К.Бэй [44, 46] скомбинировал метод конечных элементов для представления потока возле тела и аналитический метод вне этого ограниченного района. К квазианалитическим относится метод, использованный М.Чангом и П.Пином [53, 54]. Авторы предпочли размещению на панелях диполей вместо источников, так как при этом точность расчётов выше.

Часто применяется гибридный метод, когда тело заменяется источниками или диполями, а часть свободной поверхности выражается функцией Грина, которая интегрируется по поверхности тела.

Попытки улучшить линейную теорию путём размещения гидродинамических особенностей не на диаметральной плоскости, а на

поверхности корпуса не дали никакого улучшения [75, 76]. Когда результаты расчётов Дж.Бреслина и К.Энга [51] сравнили с экспериментом, то выяснилось, что расположение источников по поверхности тела не дало никакого улучшения по сравнению с теорией Мичелла.

Столкнувшись с перечисленными особенностями расчётов амплитуд корабельных волн и волнового сопротивления, исследователи пришли к выводу, что нельзя заменять поверхности интегрирования многоугольными поверхностями. В Чалмерском университете в Гётеборге Ф.Гзай [128] выполнил работу, посвящённую этой проблеме. Потенциал потока при всех нелинейных граничных условиях решался методом итераций. В процессе каждой итерации панели с источниками располагаются на известной возмущённой поверхности, но остаются параллельными невозмущённой поверхности. Для решения задачи обтекания корпуса судна итерационная процедура начинается с получения решения для дублированной модели и волновой поверхности из уравнения Бернулли. Удовлетворительные результаты были получены для модели Виглея на малых числах Фруда, и расчёты всегда давали первое приближение лучше, чем линейная теория. Но дальнейшие итерации приводили к расхождению. Это потребовало исследования стабильности решения и привело к разработке альтернативной схемы. Наиболее важной оказалась проблема сходимости итерационного процесса, которая определяет возможности использования любого метода. Неважная сходимость итерационного описанного процесса связана с тем, что источники располагались на плоских панелях и имели в их пределах постоянную мощность.

Ещё раньше Дж.Хесс [68] предложил использовать метод панелей высшего порядка, но сделал это для двумерного потока. Тем не менее,

он показал, что при этом сходимость итерационного процесса существенно улучшается. Затем Дж.Хесс [69] разработал метод панелей высшего порядка для трёхмерного потока.

Ш.Ни [102], продолжая работу Ф.Гзая и других исследователей, разработал компьютерную программу, в которой использовал метод панелей высшего порядка для расчёта потенциальных потоков с учётом как линеаризованных, так и нелинеаризованных граничных условий на свободной поверхности. При этом линеаризация граничных условий на свободной поверхности выполнялась либо вдоль линий тока, либо вдоль произвольных гладких кривых на поверхности обтекаемого тела. Результаты расчётов сходились при условии использования релаксационного множителя на модифицированной волновой поверхности. Программа была составлена таким образом, чтобы расположение панелей на корпусе получалось автоматически.

Наибольший интерес представляет работа К.Кима, выполненная под руководством проф. Ларсена в Чалмерском университете [77]. В ней использован метод криволинейных панелей для удовлетворения граничных условий не только на поверхности корпуса, но и на свободной поверхности. Это в настоящее время самое точное решение задачи по определению волнового сопротивления судна в идеальной жидкости. Полученное решение использовалось для оптимизации обводов параболической модели Виглея.

Сравнивая результаты расчётов, выполненных на основании метода Даусона, с результатами, полученными Накатаке и др. [98], К.Мори пришёл к заключению, что точно такие же расчёты в случае прямостенных судов дают лучшие результаты. В связи с этим К.Мори и Х.Нишимото [95] разработали новый метод, который они назвали методом модифицированных источников Рэнкина. В этом методе

условия на корпусе удовлетворяются распределением источников только по корпусу и не всегда по свободной поверхности. Это даёт сокращение времени расчёта и объёма памяти. К.Мори и К.Мурата [96] применили метод модифицированных источников Рэнкина для определения волнового сопротивления водоизмещающих судов. Для удовлетворения условий на свободной поверхности по ней также распределялись модифицированные источники Рэнкина.

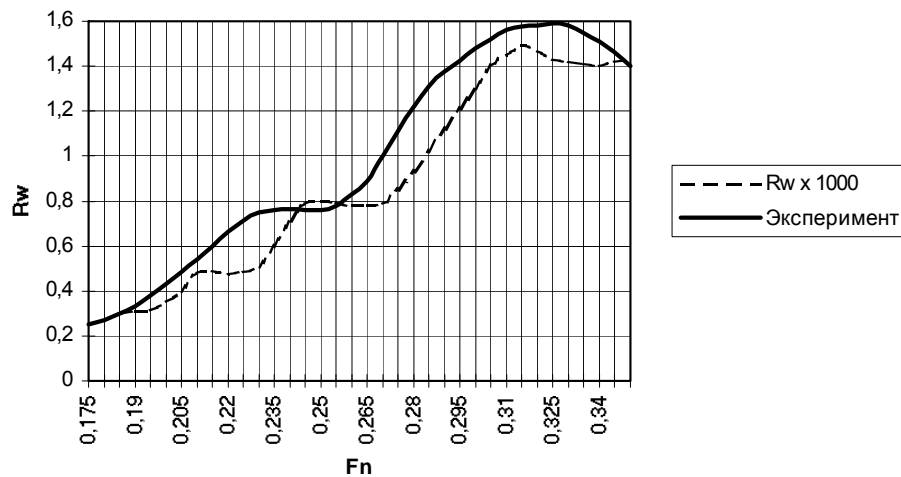


Рис. 1.2. Волновое сопротивление параболической модели Виглея, полученное с помощью модифицированных источников Рэнкина

Сравнение результатов расчётов для параболической модели Виглея приводится на рис. 1.2.

Несмотря на то, что метод был тщательно проверен на аналитических решениях, хорошего согласования с данными эксперимента даже для модели Виглея, имеющей большое удлинение, не было получено. Авторы сделали вывод, что причина расхождения в неучёте вязких свойств жидкости.

Многочисленные расчёты волнового сопротивления, выполненные на базе линейной теории, показали, что аппроксимация поверхности корпуса играет очень важную роль. Практически существуют два

способа описания обводов в задачах, связанных с определением волнового сопротивления и волнообразования. Один - с помощью распределения гидродинамических особенностей, интенсивность которых определяется на нулевом числе Фруда для дублированной модели, а второй - с помощью либо уравнения поверхности корпуса в интеграле Мичелла в форме Г.Е.Павленко, либо в виде производной этого уравнения в самом интеграле Мичелла.

Относительно задания формы в виде распределения гидродинамических особенностей следует заметить, что в процессе наложения потока обтекания форма, определённая на нулевом числе Фруда, может трансформироваться, и тогда возникает вопрос о неизвестных линиях тока. При задании производных уравнения обводов сложности появляются в том случае, когда уравнение поверхности неизвестно, и производные нужно поучать по теоретическому чертежу. В этом случае невозможно добиться абсолютной гладкости функции, выражающей производные.

С точки зрения применения численных методов для вычисления интеграла Мичелла или кривых волнового сопротивления по другим линейным теориям очень интересна работа А.Маскера [97]. В этой работе автор рассмотрел те расчёты, в которых использовался метод панелей с линейными и нелинейными источниками Рэнкина. Рассматривая расчёты по линейной теории волнового сопротивления одной и той же модели 60-ой серии, выполненные разными авторами, А.Маскер нанёс результаты на один и тот же график с экспериментальной кривой (рис. 1.3.). Экспериментальная кривая утонула в облаке точек, потому что результаты оказались настолько далеки друг от друга, что искать причину расхождений в алгебраических или программных ошибках было невозможно.

А. Маскер пришёл к заключению, что очевидным источником ошибок является способ разбиения поверхности корпуса на панели. Кроме того, он указал на то, что в случае использования источников Хавелока численная оценка определения функции Грина порождает свои проблемы.

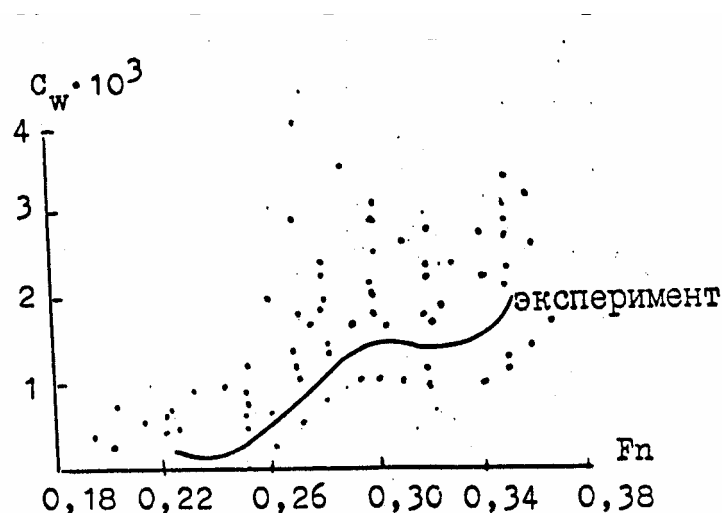


Рис. 1.3. Экспериментальная кривая и расчётные точки по данным Маскера

На основании рассмотрения всех основных направлений исследований [7] и анализа результатов [13] нами отмечены следующие важные особенности решений задачи о волновом сопротивлении водоизмещающих судов.

Во-первых, исследователи начали развивать нелинейные теории, не выяснив до конца причин неудач, связанных с теорией Мичелла. Остались неясными причины появления горбов и впадин на кривой Мичелла. Осталась неясной роль вязкости в образовании и распространении корабельных волн. Значительно разошлись мнения о влиянии линеаризации граничных условий на корпусе и на свободной поверхности.

Во-вторых, остаётся неизвестной точность расчётов волнового сопротивления. Результаты расчётов сравниваются с данными экспериментов, а, как выяснилось, экспериментальные кривые, полученные для одной и той же модели Виглея в разных бассейнах,

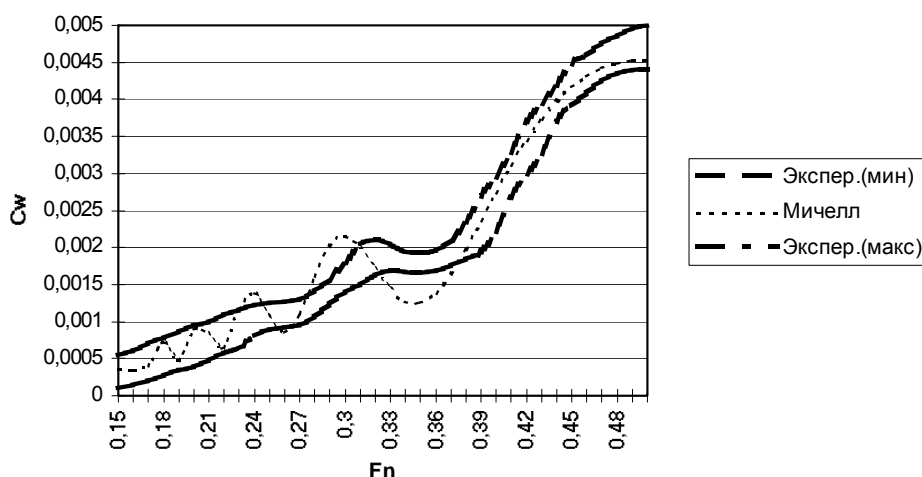


Рис. 1.4. Сравнение расчётного коэффициента волнового сопротивления и экспериментальных данных параболы Виглея расходятся так сильно, что в охваченную ими область вмещается кривая Мичелла со всеми горбами и впадинами. Такой результат был получен, когда Бэй [46], проверяя согласование результатов испытаний модели Виглея, нанёс результаты экспериментов на один график.

На рисунке 1.4. показана ширина полосы экспериментальных данных разных опытовых бассейнов и кривой Мичелла, рассчитанной по уравнению обводов модели Виглея.

В настоящее время уже известно, что применение численных методов для волновых задач связано с большими трудностями, так как очень сложно добиться высокой точности выполняемых расчётов. Выбор числа панелей на поверхности корпуса и на свободной поверхности, а также площади, необходимой для расчёта, всегда представляют собой самостоятельную задачу. Эта зависимость

результатов от способа разбиения области интегрирования противоречит свойствам определённых интегралов и связана с тем, что в волновых задачах все интегралы являются интегралами Стилтеса. Кроме того, нет точных аналитических решений, которые могли бы служить в качестве эталона. Многие исследователи проверяют свои численные методы путём сравнения с экспериментальными данными. Насколько корректно такое сравнение будет показано далее в нашей работе.

Для получения точного решения задачи о волновом сопротивлении необходимо интегрировать уравнения Навье-Стокса с точными граничными условиями на поверхности корпуса судна и на свободной поверхности жидкости. Однако, решение такой задачи представляет большие математические трудности и пока что не может быть использовано для практического применения. К настоящему времени имеются только решения для линеаризованных уравнений Навье-Стокса и для случая идеальной жидкости. Обзор основных работ о волновом сопротивлении судов был составлен и опубликован автором с целью систематизации и выбора направления исследований [7, 8]. Кроме обзора опубликована монография по волновому сопротивлению, отражающая состояние этой проблемы к настоящему времени [13].

Цель наших исследований заключается в том, чтобы получить инструмент, позволяющий проектанту сравнивать разные формы обводов и иметь возможность выбора оптимального варианта. Для этого, естественно, не подходят решения, основанные на теориях, связанных с дублированной моделью.

1.2. Значение линейной теории волнового сопротивления и её краткая история

В конце прошлого века лорд Кельвин-Томсон впервые использовал линейную теорию волн для изучения волновой системы судна [111]. В следующей своей [112] он привёл решение задачи о волнообразовании, вызванном концентрированным импульсом давления, движущимся по поверхности бесконечно глубокой жидкости. Исследования лорда Кельвина показали, что корабельные волны образуют клин (часто называемый кельвиновским), состоящий из двух систем, одна из которых представляет собой поперечные, а вторая расходящиеся волны. Особое место в решении задачи о волновом сопротивлении в линейной постановке занимает вопрос об учёте условия на свободной поверхности. Лорду Кельвину принадлежит метод, позволивший получить решение задачи о волнообразовании судна и нашедший в дальнейшем широкое применение среди асимптотических методов - это метод стационарной фазы.

Тогда же Мичелл впервые получил решение задачи о волновом сопротивлении узкого судна, движущегося по поверхности бесконечно глубокой невозмущённой жидкости с постоянной скоростью [91]. Задача решалась при ряде допущений, которые определили выбор направлений экспериментальных и теоретических исследований в шестидесятых - восьмидесятых годах этого столетия.

Допущения Мичелла следующие:

- 1) жидкость считается идеальной и несжимаемой;

2) граничные условия на свободной поверхности линеаризованы за счёт того, что амплитуды вызванных при движении судна волн считаются малыми по сравнению с их длиной;

3) судно считается узким, т.е. отношение его ширины к длине мало (меньше или равно 0,1), что позволяет считать угол, который касательные к поверхности корпуса судна составляют с диаметральной плоскостью, достаточно малым;

4) осадка считается бесконечно большой, т.е. судно представляет собой бесконечную стойку с формой поперечного сечения в виде действующей ватерлинии.

Решение такой задачи было получено Мичеллом путём интегрирования уравнения Лапласа с линейными граничными условиями на свободной поверхности и на корпусе судна. Потенциал скорости определялся методом Фурье.

Как свидетельствует история, Мичелл выполнил много расчётов волнового сопротивления судна, но не опубликовал их. Может быть, именно поэтому на его работу обратили внимание только через 25 лет. Первым исследователем, понявшим значение работы Мичелла и проверившим его теорию, был английский учёный Т. Хавелок. Он получил решение сформулированной Мичеллом задачи с помощью функции Грина и использовал это решение для оптимизации формы действующей ватерлинии судна [62]. Кроме того, он получил решение, в которое входило само уравнение обводов судна, а не его производная по x , как это делается в интеграле Мичелла.

Примерно в то же время Лемб [81] решил задачу о волновом сопротивлении произвольного распределения гидродинамических особенностей, эквивалентных форме корпуса судна. Его работа послужила началом для разработки метода эквивалентных

особенностей в задаче о волновом сопротивлении судов. Т.Хавелок в своих дальнейших работах применял для аппроксимации поверхности корпуса различные гидродинамические особенности.

Он исходил из того, что вызванные судном симметричные волны представляют собой местные возмущения в виде подъёма уровня жидкости в районе носа и кормы корпуса и понижения на миделе и что далеко за судном эти волны переходят в цуг регулярных свободных параллельных волн [64]. Е.Хавелок посчитал энергию этих волн и показал, что волновое сопротивление может быть получено по их амплитудам из закона сохранения энергии.

В эти же годы были опубликованы классическая работа Н.Е.Кочина [17] и работы Л.Н.Сретенского [31-35]. Тогда же проф. Г.Е.Павленко [21] применил теорию Мичелла для исследования влияния формы реальных судов на величину волнового сопротивления и сделал попытку решить задачу о выборе формы судов с наименьшим волновым сопротивлением. Он также использовал для интегрирования уравнения Лапласа метод Фурье, но уточнил решение путём учёта отсутствия волн перед корпусом движущегося судна. Это условие позволило ему выполнить интегрирование по одному из параметров. Кроме того, вместо производной уравнения поверхности корпуса была введена функция, позволяющая использовать ординаты судовой поверхности.

Перечисленные работы легли в основу многочисленных теоретических и экспериментальных исследований волнового сопротивления разных форм судов. Обнадёживало то обстоятельство, что расчёты волнового сопротивления по интегралам Мичелла-Хавелока и Мичелла-Павленко давали хорошее качественное совпадение с результатами экспериментальных исследований. Много

экспериментальных исследований было выполнено для различных аналитических обводов судов в 30-е и 40-е годы Виглеем [123, 124] и Вейнблумом [118-120]. Эти исследования выполнялись для обводов с удлинением, равным 10, т.е. удовлетворяющих допущениям Мичелла. Сравнение расчётов с экспериментом показало, что результаты определения волнового сопротивления по линейной теории Мичелла хорошо согласуются с экспериментальными данными на больших числах Фруда ($F_n > 0,38-0,50$). Однако, на малых числах Фруда от 0,14 до 0,33, характерных для всего коммерческого флота, кривые Мичелла отличаются от экспериментальных данных. Для кривой Мичелла характерны горбы и впадины, которые отсутствуют на кривых, полученных в результате буксировочных испытаний. Тем не менее, в начале 60-х годов интерес к линейной теории волнового сопротивления возродился. Тогда же большой вклад в решение задачи о волновом сопротивлении водоизмещающих судов внёс А.А.Костюков [15, 16].

По мере развития электронно-вычислительной техники началась интенсивная разработка численных методов определения волнового сопротивления водоизмещающих судов с учётом нелинейности граничных условий и вязкости жидкости. Использованию ЭВМ для решения этой задачи посвящены работы Тимошина [36], Э.Л.Амромина и др. [1, 2].

1.3. Точная постановка задачи и особенности её линеаризации

В общем виде определение волнового сопротивления судов представляет собой краевую задачу со свободной границей. Сложность заключается в том, что на свободной поверхности жидкости появляются корабельные волны, и её уравнение не может быть

записано в качестве граничного условия. В связи с этим на свободной поверхности записываются условие непротекания и постоянства давления, т.е. кинематическое и динамическое.

Пусть жидкость считается идеальной, несжимаемой, безграничной, поверхностное натяжение пренебрежимо малым, а просадка и дифферент незначительными. В этом случае при точных нелинеаризованных граничных условиях на поверхности корпуса на свободной поверхности жидкости задача о волновом сопротивлении судна считается поставленной точно. Далее эта задача записана в виде, представленном Дж.Ньюменом [101].

Связанная с судном система координат $OXYZ$ выбирается так, что ось OZ направлена вверх, ось OX в нос от миделя, ось OY на правый борт. Начало координат совпадает с точкой пересечения плоскости невозмущённой жидкости с диаметральной плоскостью судна и с плоскостью миделя.

При отсутствии напряжений вязкости движение жидкости является безвихревым, т.е. потенциальным. Следовательно, вектор вызванных скоростей \vec{V} в любой точке жидкости представляет собой градиент некоторой потенциальной функции

$$\vec{V} = \nabla\Phi(x, y, z). \quad (1.1)$$

Из закона сохранения масс следует уравнение Лапласа

$$\nabla^2 \Phi = \Delta\Phi = 0. \quad (1.2)$$

Из закона сохранения количества движения получается интеграл Бернулли

$$p - p_{\infty} = -\frac{1}{2} \rho (V^2 - C^2) - \rho g z, \quad (1.3)$$

где $V = |\vec{V}|$, C - скорость движения судна, p - давление в жидкости, p_{∞} - постоянное давление на свободной поверхности жидкости на бесконечности, а $z = \zeta(x, y, z)$ - отклонение свободной поверхности от её уровня в невозмущённом состоянии, когда $z=0$. Не теряя общности, можно принять давление p_{∞} равным нулю везде на свободной поверхности.

Граничное условие на поверхности корпуса судна S записывается в виде равенства нулю нормальной составляющей скорости жидкости, т.е.

$$\Phi_n = 0 \quad \text{на } S, \quad (1.4)$$

где n - единичный вектор нормали к поверхности корпуса S , направленной вне корпуса. Если уравнение корпуса судна записать в виде

$$y = \pm \eta(x, z), \quad (1.5)$$

то условие (1.4) запишется в виде

$$\Phi_y - \Phi_x \eta_x - \Phi_z \eta_z = 0 \quad \text{на } y = \pm \eta(x, z). \quad (1.6)$$

Подобное же граничное условие составляется для свободной поверхности Σ , определяемой уравнением $z = \zeta(x, y)$.

Тогда условие

$$\Phi_n = 0 \quad \text{на } \Sigma \quad (1.7)$$

можно записать в виде

$$\Phi_z - \Phi_x \zeta_x - \Phi_y \zeta_y = 0 \text{ на } z=\zeta. \quad (1.8)$$

Динамическое условие на свободной поверхности заключается в постоянстве давления и записывается в виде

$$\frac{1}{2}(V^2 - C^2) + gz = 0, \text{ когда } z=\zeta. \quad (1.9)$$

Отсюда следует, что производная давления равна нулю. Тогда $\nabla\Phi \cdot \nabla p = 0$ или

$$\nabla\Phi \cdot \nabla\left(\frac{1}{2}V^2 + gz\right) = \nabla\Phi \cdot \nabla\left(\frac{1}{2}V^2\right) + g\Phi_z = 0. \quad (1.10)$$

Этот вид граничного условия удобен тем, что не содержит в явном виде неизвестную функцию $z=\zeta$. С другой стороны, выражение (1.9) можно использовать для определения уравнения свободной поверхности ζ в виде

$$\zeta = -\frac{1}{2g}(V^2 - C^2). \quad (1.11)$$

К граничным условиям ещё добавляется требование, чтобы градиент Φ стремился к нулю на бесконечности за судном, т.е. $\nabla\Phi \rightarrow 0$ при $x \rightarrow \infty$, а также условие, что перед движущимся судном этот градиент изменяется по закону $\nabla\Phi = o(x^{-1/2})$.

Волновое сопротивление судна получается прямым интегрированием проекции всех сил давления по смоченной поверхности S на ось OX

$$R = -\iint_S p n_x dS. \quad (1.12)$$

При условии, что давление равно нулю на свободной поверхности жидкости $p=0$ по теореме Гаусса получается

$$R = -\iint_S p n_x dS = -\iiint_V p_x dV + \iint_{S_c} p n_x dS. \quad (1.13)$$

Здесь S_c - контрольная поверхность, охватывающая всю область потока жидкости вместе с обтекаемым корпусом судна. Из уравнения Бернулли и уравнения Лапласа следует, что

$$p_x = -\rho \nabla \Phi \cdot \nabla \Phi_x = -\rho \cdot \nabla(\Phi_x \cdot \nabla \Phi). \quad (1.14)$$

Далее используется теорема о дивергенции $\iiint_V \nabla \cdot \bar{F} dV = \iint_{\Sigma} \bar{F} \cdot \bar{n} dS$.

Тогда

$$R = \rho \iint_{S+\Sigma+S_c} \Phi_x \Phi_n dS + \iint_{S_c} p n_x dS. \quad (1.15)$$

Из граничного условия на поверхности корпуса и на свободной поверхности $\Phi_n = 0$ получается, что вклад в выражение (1.15) даёт интеграл по контрольной поверхности. Дальнейшее применение интеграла Бернулли приводит к выражению

$$R = -\rho \iint_{S_c} \left[\frac{1}{2} (V^2 - C^2) n_x - \Phi_x \Phi_n + gz n_x \right] dS. \quad (1.16)$$

Последнее слагаемое в подынтегральном выражении соответствует гидростатическому давлению. Теорема Стокса даёт

$$\iint_{S_c} z n_x dS = \frac{1}{2} \oint_{\Sigma_c} \zeta^2 dy. \quad (1.17)$$

Σ_c - линия пересечения контрольной со свободной поверхностью.

Отсюда

$$R = -\rho \iint_{S_c} \left[\frac{1}{2} (V^2 - C^2) n_x - \Phi_x \Phi_n \right] dS - \frac{1}{2} \rho g \oint_{\Sigma_c} \zeta^2 dy.$$

(1.18)

Это выражение имеет два преимущества по сравнению с (1.15). Во-первых, поверхность интегрирования смещена и находится вне корпуса судна, а, во-вторых, (1.18) можно использовать для волнового анализа.

Если представить Φ в виде

$$\Phi = -Cx + \varphi \quad (1.19)$$

и учесть,

$$\iint_{\Sigma_c} \Phi_n dS = 0, \quad (1.20)$$

$$R = -\rho \iint_{\Sigma_c} \left[\frac{1}{2} (\Phi_x^2 + \Phi_y^2 + \Phi_z^2) n_x - \Phi_x \Phi_n \right] - \frac{\rho g}{2} \int_{\Sigma_c} \zeta^2 dy. \quad (1.21)$$

В этом виде волновое сопротивление представляет собой квадратичный функционал возмущений, связанных с движением судна.

Первая систематическая линеаризация задачи о волновом сопротивлении и выполнена Мичеллем. Она называется теорией узкого (иногда, тонкого) судна (thin ship theory). Кроме этой теории часто используют теорию удлинённого судна (slender ship), т.е. когда не только ширина, но и осадка считается малой по сравнению с длиной. Для исследования широких судов разработана теория плоского судна.

Для линеаризации задачи необходимо рассмотреть нелинейные условия (1.8), (1.9) и (1.10) и систематически применить к ним метод возмущений, считая малыми вызванные скорости движения жидкости.

Учитывая, что подъём свободной поверхности ζ даётся формулой (1.11), и используя формулу (1.19), легко получить

$$\zeta = \frac{C}{g} \Phi_x - \frac{1}{2g} (\nabla\Phi \cdot \nabla\Phi) \text{ на } z=\zeta. \quad (1.22)$$

Отсюда следует, что величина ζ имеет порядок $\nabla\Phi$. Подстановка (1.19) в условие на свободной поверхности (1.10) и умножение на $\nabla\Phi$ дают

$$\nabla\Phi \cdot \nabla\left(\frac{V^2}{2} + gz\right) = \nabla\Phi \cdot \nabla\left(\frac{V^2}{2}\right) + g\Phi_z = 0 \text{ на } z=\zeta. \quad (1.23)$$

Если учесть, что

$$V = \nabla\Phi = \nabla(-Cx + \phi), \quad (1.24)$$

то

$$\nabla\Phi = -Ci + \nabla\phi. \quad (1.25)$$

Тогда

$$V^2 = C^2 - 2C\phi_x + \nabla\phi \cdot \nabla\phi \quad (1.26)$$

и

$$\begin{aligned} (-Ci + \nabla\phi) \cdot \nabla\left(\frac{C^2}{2} - C\phi_x + \frac{1}{2}\nabla\phi \cdot \nabla\phi\right) = \\ -2C \cdot \nabla\phi \cdot \nabla\phi_x + \frac{1}{2}(\nabla\phi \cdot \nabla)(\nabla\phi \cdot \nabla\phi). \end{aligned} \quad (1.27)$$

Отсюда

$$\begin{aligned} g\phi_z + C^2\phi_{xx} - 2C \cdot \nabla\phi \cdot \nabla\phi_x + \\ \frac{1}{2}(\nabla\phi \cdot \nabla)(\nabla\phi \cdot \nabla\phi) = 0 \text{ при } z=\zeta. \end{aligned} \quad (1.28)$$

Для переноса условий с взволнованной поверхности на плоскость $z=0$ применяется формула Тейлора в виде

$$f(x, y, z) = f(x, y, 0) + f_z(x, y, 0)z + \dots \quad (1.29)$$

Отбрасывая члены третьего порядка, получают из (1.22) и (1.28) следующие

$$g \phi_z + C^2 \phi_{xx} = 2C \cdot \nabla \phi \cdot \nabla \phi_x, \quad (1.30)$$

$$\zeta = \frac{C}{g} \phi_x - \frac{1}{2g} \nabla \phi \cdot \nabla \phi + \frac{C}{g^2} \phi_x \phi_{xz} + \dots \text{ при } z=\zeta. \quad (1.31)$$

После применения формулы (1.29) к (1.30) и (1.31) на $z=0$ получается

$$g \phi_z + C^2 \phi_{xx} = 2C \cdot \nabla \phi \cdot \nabla \phi_x + \frac{C}{g} \phi_x (g \phi_{zz} + C \phi_{xxz}) + \dots \quad (1.32)$$

Если пренебречь членами второго и третьего порядка, то

$$g \phi_z + C^2 \phi_{xx} = 0 \text{ при } z=0, \quad (1.33)$$

$$\zeta = \frac{C}{g} \phi_x \text{ на } z=0. \quad (1.34)$$

Граничные условия (1.33) и (1.34) являются базой для линеаризации задачи волнового сопротивления

Для перехода к теории Мичелла необходимо ввести допущение о том, что судно является узким, т.е. его ширина мала по сравнению с длиной L , осадкой T и волновой длиной $\lambda = 2\pi C^2 / g$. Линеаризация условия на поверхности корпуса судна выполняется таким же образом, как и на свободной поверхности. Выражение

$$\Phi_y = \pm(-C \eta_x + \Phi_x \eta_x + \Phi_z \eta_z) \text{ на } y = \pm \eta \quad (1.35)$$

при условии (1.19) даёт условие на поверхности тела. При переносе на диаметральною плоскость это условие имеет вид

$$\Phi_y = \pm(-C \eta_x + \Phi_x \eta_x + \Phi_z \eta_z - \eta \cdot \Phi_{yy}) \text{ на } y = 0. \quad (1.36)$$

При пренебрежении членами второго порядка получается

$$\Phi_y = \pm C \eta_x \text{ на } y=0. \quad (1.37)$$

Отсюда видно, что (1.37) будет удовлетворено распределением на ДП источников с локальными напряжениями $C\eta_x/2$, в то время как их сингулярное поведение не связано с интегральным представлением. А.Питерс и Дж.Стокер [22] показали, что обычный потенциал узкого судна равен

$$\Phi = \frac{C}{2} \iint_{S_0} d\xi \cdot d\zeta \cdot \eta_\xi(\xi, \zeta) G(x, y, z; \xi, 0, \zeta), \quad (1.38)$$

где S_0 - проекция смоченной поверхности корпуса судна на диаметральною плоскость. Этот потенциал является первым членом разложения решения по малому параметру, взятому по ширине корпуса.

Волновое сопротивление можно получить путём интегрирования давлений по поверхности корпуса. В линейной теории давление равно

$$p = \rho \cdot C \cdot \phi_x \quad (1.39)$$

$$\text{и} \quad n_x = \eta_x. \quad (1.40)$$

Тогда

$$R = -\rho \cdot C \iint_S \Phi_x \eta_x dS + \rho g \int_{\Sigma_b} \zeta^2 dy, \quad (1.41)$$

где Σ_b - линия пересечения поверхности корпуса судна с невозмущённой свободной поверхностью. Ко второму слагаемому можно применить теорему Стокса, и тогда видно, что оно является величиной третьего порядка малости и может быть отброшено. При подстановке (1.38) в выражение (1.41) получается

$$R = -\frac{\rho C}{\pi} \iint_S dx dz \eta(x, z) \iint_S d\xi d\zeta \cdot \eta(\xi, \zeta) G(x, 0, z; \xi, 0, \zeta). \quad (1.42)$$

Если учесть, что функция источника для глубокой воды имеет вид

$$\begin{aligned}
G &= \frac{1}{r} + \frac{1}{r_1} - \\
&\frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} d\theta \frac{k_0 dk}{k - k_0 \sec^2 \theta} \exp[k_0(z + \zeta) \sec^2 \theta] \cdot \\
&\cos[k_0(x - \xi) \cos \theta] \cdot \cos[k_0(y - \eta) \sin \theta] - \\
&-4 k_0 \int_0^{\pi/2} d\theta \cdot \sec^2 \theta \cdot \exp[k_0(z + \zeta) \sec^2 \theta] \cdot \\
&\sin[k_0(x - \xi) \sec \theta] \cdot \cos[k_0(y - \eta) \sin \theta \cdot \sec^2 \theta], \\
\end{aligned} \tag{1.43}$$

$$\text{где } r = \sqrt{(x-\zeta)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2}, \quad r_1 = \sqrt{(x-\zeta)^2 + (y-\eta)^2 + (z+\zeta)^2},$$

то неисчезающий вклад в (1.42) даёт член в (1.43), который является нечётным по отношению $(x-\zeta)$. С таким упрощением выражение для расчёта волнового сопротивления имеет вид

$$\begin{aligned}
R_w &= \frac{4\rho g k}{\pi} \iint_{S_0} \eta_x(x, z) dx dz \iint_{S_0} \eta_\xi(\xi, \zeta) d\xi d\zeta \cdot \\
&\int_0^{\pi/2} \exp[k(z + \zeta) \sec^2 \theta] \cos[k(x - \xi) \sec \theta] \frac{d\theta}{\cos^3 \theta}. \\
\end{aligned} \tag{1.44}$$

Этот пятикратный интеграл может быть выражен в форме, полученной Мичелл

$$R_w = \frac{4\rho g k}{\pi} \int_0^{\pi/2} [P^2(\theta) + Q^2(\theta)] \sec^3 \theta d\theta, \tag{1.45}$$

$$P(\theta) + iQ(\theta) = \iint_{S_0} \exp[k_0 \sec^2 \theta (z + ix \cos \theta)] \eta_x dx dz \tag{1.46}$$

Сущность решения задачи о волновом сопротивлении для удлинённых судов (slender ship) состоит в том, что при линеаризации условие на свободной поверхности (1.33) упрощается до граничного

условия на “твёрдой стенке”: $\Phi_z = 0$ на $z=0$. Действие свободной поверхности проявляется так, как бы это было у простого осевого распределения особенностей. Получается, что потенциал для удлинённого судна можно получить из потенциала для узкого судна, если положить его осадку малой по сравнению с длиной.

Первым разработал теорию удлинённых судов Г.Воссерс [116]. Его решение было повторено Х.Маруо [85], а затем Е.Так [113] развил с помощью сферической системы координат эту теорию для движения в вязкой жидкости. Дж.Ньюмен рассмотрел теорию удлинённого судна, применив для этого метод сращивания асимптотических разложений [99]. Новая теория удлинённого судна разработана Ф.Ноблессом [104]. Возможность удовлетворить граничные условия на свободной поверхности и, главное, условие рассеяния позволила получить интегро-дифференциальное уравнение для определения функции Грина для источника. Главный результат заключался в том, что оказалось возможным получить потенциал не только для дальнего, но и для ближнего поля источника. Применение же теории удлинённого судна для расчётов волнового сопротивления реальных судов пока ничего нового не дало.

При систематическом изучении волнообразования судов А.Питерс и Дж.Стокер [22] заметили, что точная краевая задача может быть упрощена с помощью линеаризации не только для узкого или удлинённого судна, но и для плоского. Они же предложили Т-образную комбинацию плоского и узкого корпусов, как потенциально полезную для линеаризации, назвав её формой “яхты”. Значение этого вывода было уже известно, так как двумерная линеаризация плоскостных судов уже была развита Л.Седовым и его коллегами. Суда Хогнера тоже

плоские, но плоские суда, в противоположность узким, приводят к интегральным уравнениям большой сложности.

Трёхмерная задача для плоских судов решена Х.Маруо [87]. Следующее исследование выполнил Е.Так [114], который рассмотрел специальный случай скоростных судов. Общий случай плоских судов изучен Т.Огилви [105], который использовал нелинейное условие на свободной поверхности.

Судно можно сделать удлинённым, если увеличить его длину при фиксированных значениях ширины и осадки. Если скорость тоже фиксировать, а соответствующую волновую длину соотнести с шириной и осадкой, то в результате получается задача для удлинённого тела с малой волновой длиной. В этом случае числа Фруда по ширине и осадке будут одного порядка, в то время как число Фруда по длине будет малым. Этот случай и называют **теорией длинного судна**.

Число Фруда можно привести к статусу малого параметра путём уменьшения скорости при фиксированных геометрических размерах. Это приводит к задаче **медленного судна**, для которого интуитивно принимается, что возмущения на свободной поверхности малы, а, следовательно, применимы линейные условия. Эта задача менее ограничена, чем теория длинного судна, потому что нет необходимости считать судно удлинённым. Это даёт возможность предполагать, что предельным случаем аппроксимации медленного судна является случай движения “дублированного тела” и “твёрдой стенки” для прямолинейного течения с однородным граничным условием $\Phi_z = 0$ на $z=0$. Волны будут в тонком слое, близком к этой плоскости, и в этом смысле будут сингулярными возмущениями вокруг дублированной модели.

1.4. Основные выводы

Все линейные теории важны для изучения волнового сопротивления судов. Как и в любой задаче со свободной границей, в волновых задачах трудности возникают при изучении обтекания конечностей тел, пересекающих свободную поверхность. Теории удлиненного судна не все дают конечные значения волнового сопротивления при заостренных конечностях судов. Неприятности возникают и при применении асимптотических выражений.

Удовлетворение граничных условий в конечностях удлиненного тела оказалось ещё сложнее, чем в теории узкого судна, так как при очень больших и при очень малых числах Фруда волновое сопротивление может получиться отрицательным. Тем не менее, теория удлиненного тела позволила понять значение учёта распределения объёма по осадке судна.

Рассмотренные теории получаются как частные случаи теории Мичелла, поэтому им присущи все недостатки этой теории. Выполненное нами исследование имеет важное значение не только для теории Мичелла, но и для остальных линейных теорий.

Существующие нелинейные теории волнового сопротивления и численные методы решения задачи пока не могут найти широкого применения в практике проектирования обводов водоизмещающих судов из-за больших математических и вычислительных трудностей. Кроме того, ни одна из существующих теорий не даёт стабильно хороших результатов расчёта волнового сопротивления для разных обводов. Теория Мичелла имеет преимущества, так как позволяет использовать уравнения обводов вместо численного решения интегрального уравнения для определения мощностей

гидродинамических особенностей. А значение этой теории состоит в том, что она входит в качестве первого приближения во многие задачи с нелинейными граничными условиями. Но для использования теории Мичелла необходимо ответить на вопросы, которые пока остались неясными. Во-первых, неизвестна причина появления горбов и впадин на кривой Мичелла на малых числах Фруда. Во-вторых, непонятна причина зависимости интеграла Мичелла от способа разбиения области интегрирования при применении численных методов. В-третьих, необходимо выяснить может ли интеграл Мичелла давать главную часть волнового сопротивления, как это обычно бывает при использовании первого приближения в других задачах.

Современные ЭВМ позволяют выполнить более тщательный анализ теории Мичелла и получить новые сведения об интеграле Мичелла и о возможности его использования для оптимизации обводов водоизмещающих судов.

ГЛАВА II

ИССЛЕДОВАНИЕ ДОПУЩЕНИЙ ТЕОРИИ МИЧЕЛЛА

2.1. Формулировка основных допущений теории Мичелла

Для упрощения решения задачи о волновом сопротивлении судна Мичелл ввёл ряд допущений. Самым существенным является допущение о том, что при расчёте волнового сопротивления жидкость можно считать идеальной потому что вязкость мало влияет на волны и волновое сопротивление.

Второе допущение теории состоит в линеаризации граничных условий на свободной поверхности жидкости. Для этого предполагается, что волны малые, то есть отношение их высоты к длине мало. Это допущение справедливо далеко за судном, но волновая картина, наблюдаемая в непосредственной близости возле корпуса, не подтверждает такого допущения.

Если волны считать малыми, то в кинематическом граничном условии

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{\partial \phi}{\partial z} - \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial \zeta}{\partial y} \quad (2.1)$$

можно считать малыми $\partial \zeta / \partial x$ и $\partial \zeta / \partial y$. Заодно вводится допущение о том, что вызванные скорости $\partial \phi / \partial x$ и $\partial \phi / \partial y$ малы по сравнению со скоростью натекающего потока, то есть со скоростью движения судна.

Тогда

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{\partial \phi}{\partial z}. \quad (2.2)$$

Третье допущение вводится для линеаризации граничных условий на поверхности корпуса судна. Оно заключается в том, что углы наклона касательных к поверхности корпуса по направлениям Ox и Oy малы, то есть, считается малым тангенс

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{\partial f}{\partial x}. \quad (2.3)$$

В этом случае составляющая скорости по оси Oy определяется не в виде

$$v_y = \frac{\partial \phi}{\partial y} = \left(-C + \frac{\partial \phi}{\partial x}\right) \cdot \frac{\partial f}{\partial x}, \quad (2.4)$$

а просто

$$v_y = -C \cdot \frac{\partial f}{\partial x}. \quad (2.5)$$

Ф.Ноблесс [103] проанализировал допустимость линеаризации граничных условий при решении задачи о волновом сопротивлении судна и пришёл к заключению, что линеаризация граничных условий на свободной поверхности не вносит существенных ошибок, в отличие от линеаризации условий на поверхности корпуса. Этот вывод он обосновал результатами работ Р.Стандинга [109] с клиньями. Вообще проверке этого допущения посвящены многочисленные исследования и выполнено много расчётов волнового сопротивления с учётом объёмности корпуса.

Четвёртое допущение о переносе граничных условий свободной поверхности на невозмущённую плоскость $z=0$ позволяет исключить неизвестную взволнованную поверхность, что упрощает решение. Оценить влияние этого допущения можно только умозрительно. Оно заключается в том, что при разложении в ряд Тейлора появляется возможность пренебречь членами второго и третьего порядка малости.

Пятое допущение о переносе граничного условия на теле с его поверхности на диаметрально плоскость тоже связано с разложением в ряд Тейлора и вносит ошибку такого же порядка, как и четвертое.

Шестое допущение связано с отбрасыванием в потенциале скорости движущегося с пересечением свободной поверхности судна линейного интеграла, берущегося по действующей ватерлинии.

Основными допущениями, упрощающими решение задачи о волновом сопротивлении судна, движущегося в идеальной жидкости, являются допущение о малости вызванных скоростей частиц жидкости и о малости высоты корабельных волн по сравнению с их длиной. Для выяснения роли отброшенных квадратов вызванных скоростей, а также изменения смоченной поверхности и возможного изменения посадки корпуса судна на ходу выполнено много исследований и разработано много теорий. Несмотря на аналитические и вычислительные трудности, решения получены в достаточном количестве, но все они в той или иной мере отличаются от экспериментальных данных.

2.2. Анализ влияния вязкости на волны и их образование

Первое допущение Мичелла заключается в том, что жидкость считается идеальной. Влияние вязкости на волнообразование при движении корпуса судна считается пренебрежимо малым. Для проверки этого допущения выполнено много работ, но поскольку осталось достаточно неясных мест нами заново проверено это влияние разными способами. В результате выполненных экспериментальных и численных исследований разработана новая концепция влияния вязкости жидкости на волновое сопротивление судна, которая определяет новое направление исследований в этой области.

Известно, что гравитационные волны могут распространяться очень далеко, и вязкость жидкости их совсем не гасит. Следовательно, вязкость скорее всего проявляется в момент образования волн, чем при их распространении. Каким образом вязкость жидкости влияет на образование, перемещение и взаимодействие волн определить очень трудно, поэтому история изучения этих вопросов оказалась важной для обоснования проводимых нами исследований.

Т.Хавелок первым начал изучать влияние вязкости на волновое сопротивление судов [63, 65]. Он считал, что именно вязкость жидкости уменьшает волнообразование в корме за счёт вязкостного трения в пограничном слое и попутном потоке. Для учёта этого влияния он ввёл в расчёт множитель $\beta(x)$, который уменьшает эффективный наклон $\frac{d}{dx}$, который по Мичеллу определяет величину амплитуды вызванных корпусом волн. Этот множитель меняет величину волнового сопротивления в зависимости от движения носом или кормой.

Большое внимание уделял влиянию вязкости на волновое сопротивление В.Виглей [122, 125, 126]. Он рассматривал волновое сопротивление в виде суммы, вклад в которую делается носовой и кормовой системами корабельных волн, а также их интерференцией. При этом дополнительно к редуциционному коэффициенту Т.Хавелока В.Виглей ввёл ещё один множитель α , который сокращает за счёт вязкости амплитуду носовой системы волн. Коэффициенты α и β он принял стремящимися к нулю на малых скоростях и к единице - на больших. Он считал, что расхождения между расчётными и экспериментальными значениями волнового сопротивления происходят от пренебрежения вязкостью жидкости в расчёте особенно на малых числах Фруда.

В.Виглей выделил три допущения, которые облегчали теоретическое и экспериментальное исследование влияния вязкости на волновое сопротивление. Первое допущение связано с изменением площади смоченной поверхности корпуса за счёт деформации свободной поверхности. Второе допущение связано с пренебрежением изменением скорости частиц за счёт объёмности корпуса судна. Третье допущение состоит в том, что отрыв потока уменьшает площадь, на которой действуют силы трения. Но, с одной стороны, отрыв уменьшает площадь смоченной поверхности, а с другой стороны, увеличивает волнообразование, поэтому его действие трудно оценить. В.Виглей писал, что неизвестно как вязкость влияет на волновое сопротивление в зависимости от числа Рейнольдса, но можно предположить, что зависимость такая же, как у сопротивления трения.

А.Эмерсон [58], в отличие от В.Виглея, предположил, что коэффициент α не зависит от β и только отражает волнообразование вокруг кормы. Т.Инуи [76] считал, что корректирующий множитель α должен отражать нелинейность граничных условий на корпусе, чтобы учесть его ширину, которая в интеграл Мичелла вводится достаточно грубо.

С помощью введения коэффициентов пытались учесть влияние вязкости не только на амплитуду, но и на фазу образующихся при движении судна волн. Но позже отказались от введения эмпирических поправок и начали более точное и строгое теоретическое изучение влияния вязкости на волновое сопротивление.

Одним из направлений исследований является учёт потока вытеснения пограничным слоем. Первым такую идею высказал

В.М.Лаврентьев [18] и привёл формулу расчёта волнового сопротивления с добавленным пограничным слоем. В.Виглей проверил эту гипотезу на нескольких моделях [126] и показал, что поправка очень мала. Т.Хавелок вы сказал предположение [66], что влияние пограничного слоя на образование волн происходит вблизи кормы на участке малой длины и подобно влиянию вязкости на величину нормальных давлений. Х.Маруо [89] считал, что вязкость жидкости пренебрежимо мало влияет на распределение нормальных давлений, за исключением небольшой области вокруг кормы. Для учёта влияния этой области рассматриваются две модели: первая модель циркуляционного попутного потока, а вторая - потенциального. Первая модель, представляющая собой распределение вихрей, была рассмотрена Р.Браром [49] и Т.Татинкlausом [110]. Последний разработал схему расчёта волнового сопротивления овальной стойки с циркуляционным попутным потоком, предполагая его в виде распределения вихрей. Р.Бэк [47] предложил другой тип циркуляционного попутного потока, составленного из плоской полосы вихрей.

При учёте дополнительного водоизмещения попутный поток может рассматриваться как замкнутый, так и простирающийся до бесконечности. Замкнутый поток изучал Д.Милграм [92]. Он принимал длину попутного потока $0,9L$ и $0,95L$. Расчёт выполнялся по формуле Мичелла. Влияние вязкости, учтённое по его схеме, оказалось незначительным.

Р.Брар [49] рассмотрел все существующие методы оценок волнового сопротивления. Он считал, что для случая, когда вязкость равна нулю, скорость может считаться идентичной той, которая имеется в реальной жидкости. Если же вязкость принимается

положительной, то получается так, будто судно движется в жидкости, скорость которой не постоянна и направлена против движения модели. Происходит уменьшение напряжения стоков в корме, но общее напряжение распределённых источников и стоков равно нулю. Этот факт, по его мнению, объясняет, почему корма меньше влияет на волнообразование, чем нос судна. Р.Брар считал, что этим объясняется, по крайней мере, частично, противоречие между измеренным и рассчитанным значением волнового сопротивления.

В результате тщательного исследования влияния вязкости на волновое сопротивление Х.Маруо [89] сделал несколько важных выводов. Он исходил из того, что вязкость влияет на волны в попутном потоке за счёт изменения давления. Однако, для расчётов удобнее рассматривать потенциальный попутный поток, хотя он представляет собой вихревую область, потому что при вихревом описании невозможно удовлетворить граничные условия. Линеаризация уравнения движения вязкой жидкости приводит к уравнению Озеена, которое имеет точное решение даже со свободной границей. Линеаризация же возле тела невозможна, потому что скорости потока в этой области значительны. Модель вязкого попутного потока может быть принята только для больших чисел Рейнольдса.

Относительно возможности линеаризации уравнений Навье-Стокса Х.Маруо считал, что она может быть узаконена только тогда, когда вызванные движением тела возмущения в жидкости малы. Однако линеаризация уравнений не может быть законной, когда жидкость возмущена движущимся телом, даже когда это тело тонкое, как шероховатая пластина, потому что жидкость прилипает к пластине и её скорость соизмерима со скоростью натекающего потока.

Действие турбулентного попутного потока на волны мало, оно проявляется только в деформации расходящихся волн.

Одновременно с этой работой Х.Маруо была выполнена работа Т.Киношита [78]. С помощью анализа количества движения он получил расчётные формулы для распределения источников под свободной поверхностью, для распределения давления и для распределения озеенлетов. Результаты расчётов показали, что влияние вязкости на волны незначительно.

Несколько работ посвятил учёту вязкости на волновое сопротивление судна К.Мори [94, 95]. Он рассчитал с помощью метода источников Рэнкина поток вокруг дублированной модели с учётом вязкостных членов. Он пытался оценить величину влияния вязкости, чтобы ответить на вопрос о целесообразности её учёта, так как это связано с огромными математическими трудностями. Для этого К.Мори ввёл в схему расчёта волнового сопротивления полученные аналитически (или экспериментально) значения скоростей с учётом толщины пограничного слоя и попутного потока. В результате он получил значительное уменьшение расчётных значений волнового сопротивления и их большее приближение к экспериментальным кривым, но убрать горбы и впадины на расчётной кривой ему не удалось. Дж.Лурье [84] применил для моделирования попутного потока комбинацию из озеенлетов и источников, а детальный анализ был сделан М.Вильсоном [127]. Х.Маруо и др. рассчитали волнообразование и волновое сопротивление узкого судна на высоких числах Рейнольдса. Результат оказался таким же, как и при учёте потенциального попутного потока.

Очень многие неудачи при выполнении расчётов волнового сопротивления водоизмещающих судов относят за счёт пренебрежения

вязкостью жидкости. Для изучения влияния вязкости на волновое сопротивление судна нами рассмотрено влияние кинематического коэффициента вязкости на результаты расчётов волнового сопротивления и влияние учёта турбулентной вязкости. Результаты этих исследований привели к необходимости экспериментальной проверки причин появления горбов и впадин на кривой Мичелла. Эксперимент показал, что причину этого феномена следует искать в рамках теории идеальной жидкости. Такой результат позволил выбрать новое направление исследований, которое и приводится в этой части главы.

2.2.1. Исследование влияния кинематического коэффициента вязкости на корабельные волны и волновое сопротивление

Данное исследование было выполнено для проверки влияния введения кинематического коэффициента вязкости и учёта на расчётную величину волнового сопротивления [11].

Учёт касательных напряжений, возникающих в вязкой жидкости, принимается в виде экспоненциального множителя. Высота волны в этом случае записывается в виде

$$\eta = a_0 \exp(-2\nu k_0^2 t) \sin(k_0 x - \sigma t), \quad (2.6)$$

где t - время распространения волны, $k_0 = \frac{g}{C^2}$, круговая частота $\omega = g/c$.

Для определения высоты второй, третьей и т.д. волн при удалении от места возникновения первой, введём время, равное одному, двум и т.д. периодам по формуле

$$\tau = \frac{\lambda}{V} = \frac{2\pi V}{g}. \quad (2.7)$$

Если принять произведение gL равным 3, и ввести обозначение

$$\delta = 2\nu k^2 t, \quad (2.8)$$

то

$$\delta = \frac{4\pi\nu g}{Fn^3 (gL)^{3/2}} = \frac{4\pi\nu g}{27 Fn^3} = \frac{5,57 \cdot 10^{-6}}{Fn^3}, \quad (2.9)$$

если принять кинематический коэффициент вязкости равным $\nu = 1,22 \cdot 10^{-6}$.

Пусть $Fn \approx 0,2$. Тогда $\delta = 0,7 \cdot 10^{-3} \cdot e^{-0,0007} \approx 1$. Следовательно, высота второй и третьей волн практически не изменится по сравнению с первой. Отсюда видно, что на распространяющиеся волны вязкость жидкости оказывает ничтожное влияние. Из той же формулы следует, что на малые волны с длиной ≈ 1 см воздействие вязкости сказывается менее, чем за одну секунду в виде множителя $1/e$, а для волн длиной в 1 метр для воздействия вязкости требуется не менее 2 часов. Следовательно, вязкость сказывается только на капиллярных волнах, а на гравитационные почти не влияет.

В.С.Федосенко [37] рассмотрел развитие поверхностных волн в вязкой жидкости. Численные результаты показали, что даже при кинематическом коэффициенте вязкости порядка 0,1 на расстоянии 200 км максимальные амплитуды уменьшаются всего на 0,25% по сравнению с идеальной жидкостью.

2.2.2. Расчёт волнового сопротивления с учётом турбулентной вязкости

В связи с тем, что введение кинематического коэффициента вязкости в расчёт волнового сопротивления не изменяет расчётного значения, возникло предположение, что учитывать вязкость жидкости следует с учётом её перемешивания. Для этого вместо коэффициента ν , имеющего порядок 10^{-6} при реальных температурах воды, вводится коэффициент турбулентной вязкости $\varepsilon(k,t)$, который был предложен Гейзенбергом для учёта передачи энергии от вихрей с малым волновым числом к вихрям с большим волновым числом И.О.Хинце, в виде

$$\varepsilon(k, t) = \int_k^{\infty} \sqrt{\frac{E(k, t)}{k^3}} dt, \quad (2.10)$$

где k - волновое число, а $E(k,t)$ - спектральная функция пульсаций скорости в турбулентном потоке.

Определение коэффициента турбулентной вязкости - это сложная задача, которая не входит в план нашего исследования. В литературе [40] приводятся значения этого коэффициента для шероховатых пластин и труб внутри пограничного слоя $\varepsilon < 0,07$.

Для проверки влияния вязкости в нашем расчёте использован множитель, полученный в работах Л.Н.Сретенского [33], А.Н. Никитина и С.А.Подрезова [19], Е.Кумбербатча [55] и др. в виде

$$\delta = \exp(-8 \sigma^5 \nu \frac{r}{g^3}), \quad (2.11)$$

где r выбирается так, чтобы учесть положение участка интегрирования по длине судна, а $\sigma = g/c$.

Для расчётов волнового сопротивления использован интеграл Мичелла. В качестве объекта исследования выбрана модель речного судна "Севан" с развёртывающейся наружной обшивкой (см. рис. П1.1

в приложении 1). Результаты расчёта приведены в таблице 2.1 и на рис. 2.1.

Из кривых рис. 2.1 видно, что даже если ввести очень большой коэффициент вязкости, характер расчётной кривой волнового сопротивления не меняется. Следовательно, вязкость не изменяет картины взаимодействия двух систем корабельных волн.

ТАБЛИЦА 2.1

Расчёт волнового сопротивления R_w кгс разными коэффициентами турбулентной вязкости ε

№	F_n	Эксперимент	$\varepsilon=0$	$\varepsilon=0,01$	$\varepsilon=0,07$
1	0,14	-	26,28	31,44	41,28
2	0,16	-	187,74	117,35	97,17
3	0,18	240	203,28	175,44	187,33
4	0,20	318	240,62	218,39	240,17
5	0,22	425	1357,11	1124,42	540,95
6	0,24	700	1250,77	1077,07	582,66
7	0,26	850	2700,66	2413,87	1331,85
8	0,28	1400	5184,58	4816,71	3176,59
9	0,30	2475	5470,72	5195,04	3866,83
10	0,32	3200	4672,93	4499,90	3627,70

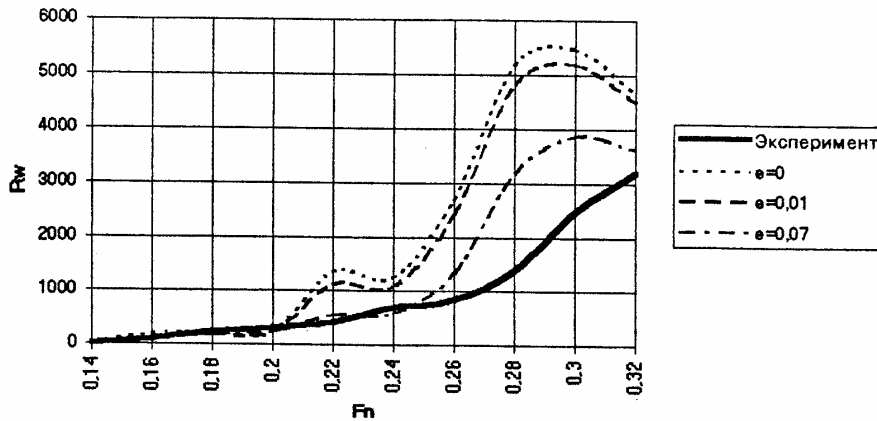


Рис.2.1. Расчёт волнового сопротивления модели судна “Севан” с учётом коэффициента турбулентной вязкости

Тогда был задуман и выполнен эксперимент с двумя стойками, который опроверг гипотезу о том, что на кривой Мичелла горбы и впадины появляются из-за того, что в расчёте не учитывается влияние пограничного слоя и попутного потока.

2.2.3. Экспериментальная проверка влияния вязкости жидкости на волновое сопротивление

Для того, чтобы выяснить насколько велико влияние вязкости на волновое сопротивление судна был проведен эксперимент, в котором две волновые системы создавались хорошо обтекаемыми стойками, находящимися на расстоянии длины корпуса судна. Таким образом выяснялся вопрос об интерференции двух систем корабельных волн в том случае, когда между ними нет пограничного слоя судна, а на кормовую систему не действует попутный поток. Можно было ждать, что на кривой волнового сопротивления этого тандема появятся все горбы и впадины, которые характерны для кривой Мичелла.

Расстояние между стойками в эксперименте было равно 0,917 м, а длина сечения каждой стойки равнялась 39 мм при ширине 24 мм.

Стойки имели симметричные хорошо обтекаемые сечения. Результаты замеров приведены в таблице 2.2. Результаты эксперимента с двумя стойками приведены на рис. 2.2.

В таблице 2.3 приведены результаты эксперимента с одной стойкой. Сравнение кривой волнового сопротивления тандема с кривой удвоенного сопротивления одной стойки позволило определить числа Фруда, с которых начинается взаимодействие двух систем корабельных волн.

Из экспериментальных кривых видно, что влияние корабельных волн первой стойки на волновую систему второй начинается, когда последняя входит в третью волну носовой системы. Для того, чтобы понять, в какой волне носовой системы находится вторая стойка приведена таблица 2.4.

ТАБЛИЦА 2.2

Расчёт волнового сопротивления двух стоек
по результатам эксперимента

F_n	V_m/c	$R_{трения}$ в кг	$R_{формы}$ в кг	$R_{полное}$ в кг	$R_{волн.}$ в кг
0,169	0,505	0,005	0,008	0,068	0,055
0,159	0,475	0,004	0,008	0,069	0,047
0,147	0,440	0,004	0,006	0,061	0,040
0,165	0,495	0,005	0,007	0,064	0,051
0,154	0,460	0,004	0,008	0,055	0,044
0,172	0,515	0,005	0,008	0,068	0,055
0,246	0,730	0,009	0,018	0,132	0,105

0,228	0,682	0,008	0,018	0,119	0,095
0,210	0,630	0,007	0,014	0,099	0,078
0,198	0,592	0,006	0,012	0,093	0,075
0,199	0,595	0,006	0,012	0,091	0,073
0,176	0,527	0,005	0,010	0,074	0,059
0,179	0,535	0,005	0,010	0,076	0,061
0,187	0,560	0,006	0,010	0,078	0,069
0,194	0,580	0,006	0,012	0,087	0,069
0,180	0,540	0,005	0,019	0,072	0,067
0,185	0,555	0,005	0,019	0,080	0,065
0,194	0,580	0,006	0,012	0,085	0,067
0,257	0,770	0,010	0,020	0,140	0,110
0,249	0,745	0,009	0,018	0,132	0,106
0,279	0,835	0,011	0,024	0,155	0,120
0,268	0,802	0,010	0,023	0,142	0,109
0,291	0,872	0,012	0,026	0,165	0,127
0,304	0,912	0,013	0,028	0,176	0,135
0,316	0,947	0,014	0,030	0,193	0,249
0,428	1,283	0,026	0,056	0,346	0,264
0,337	1,010	0,016	0,034	0,216	0,154
0,391	1,170	0,020	0,046	0,278	0,212
0,344	1,030	0,016	0,036	0,223	0,171

ТАБЛИЦА 2.3

Расчёт волнового сопротивления одной стойки
по результатам эксперимента

F_n	v м/с	$R_{трения}$ в кг	$R_{формы}$ в кг	$R_{полное}$ в кг	$R_{волн.}$ в кг
-------	---------	----------------------	---------------------	----------------------	---------------------

0,170	0,510	0,0024	0,004	0,036	0,030
0,153	0,458	0,0020	0,003	0,028	0,023
0,178	0,535	0,0026	0,005	0,040	0,032
0,169	0,505	0,0024	0,004	0,034	0,028
0,177	0,530	0,0027	0,005	0,038	0,030
0,188	0,565	0,0029	0,005	0,042	0,034
0,187	0,562	0,0028	0,005	0,042	0,034
0,309	0,927	0,0062	0,014	0,098	0,079
0,308	0,923	0,0068	0,014	0,097	0,076
0,441	1,320	0,0126	0,030	0,210	0,167
0,345	1,035	0,0083	0,018	0,125	0,099
0,374	1,123	0,0096	0,021	0,147	0,116

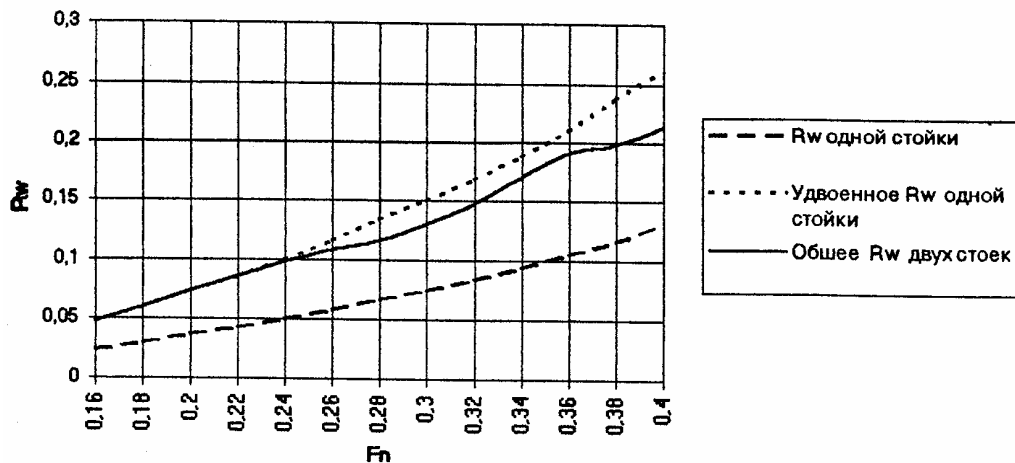


Рис. 2.2. Результаты эксперимента с двумя стойками, движущимися друг за другом

Наблюдения за волнами во время проведения эксперимента со стойками показали, что до начала интерференции между двумя волновыми системами видна полоса невозмущённой поверхности воды. При увеличении скорости движения кормовая стойка начинает входить в хорошо развитые поперечные волны носовой системы, но

между обеими системами хорошо видна граница. На числах Фруда больше 0,30 начинается слияние обеих систем волн в одну. Это происходит, когда кормовая стойка входит в область второй поперечной волны носовой системы. После слияния обеих систем от тандема из двух стоек отходит одна общая система волн, отличающаяся по форме от кельвиновской системы и похожая на те волновые картины, которые типичны для диполей.

В эксперименте на очень малых скоростях волны могут не быть гравитационными, поэтому были проверены длины волн, образующихся при скоростях эксперимента со стойками. Наименьшая скорость была равна 0,417м/с. Длина соответствующей волны 0,1114м. Такие волны имеют гравитационную природу.

Для объяснения полученных результатов можно предположить, что энергия носовой системы волн в процессе перемещения к корме рассеивается по всей площади кельвиновского клина, и тогда высота носовой поперечной волны в месте образования кормовых волн становится во много раз меньше высоты кормовой волны и не оказывает на неё существенного влияния. Для проверки этой гипотезы рассчитаны длины волн при разных числах Фруда, а по ним посчитано число волн между стойками. Эти расчёты приведены в таблице 2.4.

ТАБЛИЦА 2.4

Зависимость параметров волн и их числа
от относительной скорости

F_n	v м/с	λ/L	$\lambda = \frac{2\pi v^2}{g}$	n
0,14	0,42	0,123	0,113	8,13
0,16	0,48	0,162	0,148	6,17

0,18	0,54	0,218	0,187	4,59
0,20	0,60	0,258	0,231	3,88
0,22	0,66	0,303	0,279	3,30
0,23	0,69	0,331	0,305	3,02
0,24	0,72	0,362	0,332	2,76
0,25	0,75	0,392	0,360	2,55
0,26	0,78	0,420	0,390	2,38
0,27	0,81	0,460	0,420	2,17
0,28	0,84	0,493	0,452	2,03
0,29	0,87	0,528	0,469	1,89
0,30	0,90	0,565	0,519	1,77

Для того, чтобы оценить степень влияния волн друг на друга, посчитаны высоты носовых волн в области кормовой стойки. Для этого использована теория прогрессивных волн, так как известно, что высота установившейся гравитационной волны равна примерно 0,142 от её длины.

При малых числах Фруда в эксперименте со стойками наименьшая высота волн равнялась 2-3мм. Этим можно объяснить отсутствие взаимодействия на $Fn < 0,15$. Но уже на больших числах Фруда динамометр должен был уловить разницу в высотах волн, происходящую от их взаимодействия, если бы она была.

Из таблицы 2.4 видно, что на числе Фруда 0,14 на расстоянии между стойками укладывается больше восьми волн, а это означает, что площадь волнового клина по сравнению с треугольником, ограниченным расходящимися и первой поперечной волной примерно в 60 раз больше. Если исходить из того, что энергия первой носовой волны равномерно распределяется по клину, то при достижении кормовой стойки она должна уменьшаться в 60 раз.

Энергия пропорциональна квадрату высоты волны. Это легко видеть из выражения для определения энергии волны, приходящейся на единицу площади свободной поверхности

$$E = \frac{1}{2} \rho g \zeta^2.$$

Отсюда получается, что при уменьшении энергии в 60 раз высота волны уменьшается примерно в 8 раз.

Из многочисленных расчётов и наблюдений можно сделать вывод, что уменьшение высоты волны примерно в 4 раза достаточно, чтобы в интерференции её влияние было незаметным.

Если предположить, что носовые волны не доходят до кормовой точки из-за их разрушения, то и эту гипотезу приходится отбросить, так как в эксперименте со стойками разрушение не наблюдалось во всём диапазоне чисел Фруда.

Использовать теорию неустойчивости медленных гравитационных волн, описанную Т.Б.Бенджамином и Дж.Фейром, в данном случае невозможно, потому что для заметного действия такой неустойчивости необходимо очень большое время, которого в данном эксперименте не было.

Наблюдается ещё одно явление, которое при изучении взаимодействия двух кельвиновских систем волн необходимо принимать во внимание. Это явление связано с самой структурой кельвиновского клина. Даже при самом поверхностном наблюдении заметно, что высоты волн на границе клина значительно больше, чем на линии движения возмущения. Энергия от линии движения клина очень быстро переносится к его границе, а в интерференции двух систем участвуют только поперечные волны. Расходящиеся волны перемещаются под углом около 36 градусов и не могут

интерферировать с расходящимися волнами следующей системы. В четвёртой главе нами сделан анализ этого явления.

Основные выводы

Итак, эксперимент показал, что горбов и впадин на экспериментальной кривой волнового сопротивления нет даже в том случае, когда нет влияния пограничного слоя судна и нет попутного потока. Предположение о влиянии вязкости на интерференцию корабельных волн, отходящих от носа и от кормы, не подтвердилось. Объяснение появления горбов и впадин на расчётной кривой Мичелла необходимо искать в рамках теории идеальной жидкости.

2.3. Исследование влияния линеаризации граничного условия на поверхности корпуса судна на расчётное значение волнового сопротивления

Попытки учесть влияние объёмности корпуса делались многими исследователями. Первым это сделал Т.Хавелок, который вывел формулу расчёта волнового сопротивления в линейной постановке, но без допущения Мичелла о малости ширины судна. Отличие его формулы состоит в том, что интенсивности источников получаются из решения интегрального уравнения Фредгольма, а затем подставляются в интеграл для расчёта волнового сопротивления.

Обосновывая допущение о том, что цилиндрическая вставка не участвует в волнообразовании, Мичелл писал, что главным источником волнообразования являются оконечности. Но в оконечностях наклоны касательных к диаметральной плоскости малы, а там, где они значительны, то есть на скуловых закруглениях, заглубление настолько

велико, что влияние этих участков на свободную поверхность незначительно.

Если рассматривать вывод формулы Мичелла, как это сделано выше, то в граничное условие на свободной поверхности вызванные скорости входят в квадрате и их отбрасывание обосновано даже, если они составляют 20% от скорости движения судна. Но если рассматривать формулу (2.4), то уже такие большие вызванные скорости отбросить нельзя. Для того, чтобы оценить величину вызванных скоростей на корпусе судна, нами выполнен специальный расчёт для речного судна “Севан”. Расчётные формулы получены так:

Пусть судно заменяется распределением источников, тогда их интенсивности по Мичеллу получаются в виде

$$q(x, z) = -2C \frac{\partial f}{\partial x}. \quad (2.12)$$

В этом выражении учитывается только скорость натекающего потока и тангенс угла наклона касательных к поверхности корпуса. Для того, чтобы учесть объёмность, необходимо в расчёт ввести поля вызванных скоростей, для чего вместо скорости C в формуле (2.12) нужно взять $(C - \frac{\partial \phi}{\partial x})$, и тогда интенсивности источников получаются по формуле

$$q(x, z) = -2(C - \frac{\partial \phi}{\partial x}) \frac{\partial f}{\partial x}. \quad (2.13)$$

Для введения в расчёт этого уточнения, значения вызванных скоростей в этой формуле считаются постоянными в окрестности каждой точки поверхности корпуса для заданного значения числа Фруда. Таким образом, интенсивность каждого волнообразующего

источника зависит не только от скорости набегающего потока, но и от вызванных скоростей. Это аналогично методу дублированной модели.

Вызванные скорости входят не только в напряжения эквивалентных источников, но и в условия на свободной поверхности. Аналогично Мичеллем получено упрощение условия на свободной поверхности, где

$$V_z = \frac{\partial \phi}{\partial z} = (-C + \frac{\partial \phi}{\partial x}) \frac{\partial f}{\partial x}. \quad (2.14)$$

Если, как и для поверхности корпуса, считать вызванные скорости на свободной поверхности малыми по сравнению со скоростью судна, то это условие получается в виде

$$V_z = \frac{\partial \phi}{\partial z} = -C \frac{\partial f}{\partial x}. \quad (2.15)$$

Если решать задачу с учётом этих скоростей, то граничное условие становится нелинейным, и тогда использовать ряды Фурье для решения задачи нельзя. Для того, чтобы хоть как-то учесть влияние вызванных скоростей на граничное условие на свободной поверхности, нами введены поправки в параметры p и k , записанные в виде

$$p = \frac{1}{Fn^2 \cos^2 \theta}, \quad k = \frac{1}{2 Fn^2 \cos \theta}. \quad (2.16)$$

В эти параметры поправки вводятся в следующей форме

$$\rho = \frac{1}{(Fn + \Delta Fn)^2 \cos^2 \theta}, \quad k = \frac{1}{2 (Fn + \Delta Fn)^2 \cos \theta}. \quad (2.17)$$

Расчёт волнового сопротивления был выполнен с параметрами, выраженными по этим формулам. Расчётная кривая при этом изменила свой характер: на малых числах Фруда (до 0,20) значения волнового сопротивления сильно возросли, а на больших числах Фруда уменьшились. Такие же изменения можно видеть на кривых волнового сопротивления, когда учитываются нелинейные условия на корпусе и на свободной поверхности. Следовательно, несмотря на упрощённую схему, такой анализ правильно отражает влияние поля вызванных скоростей.

Поведение частиц жидкости возле свободной поверхности отличается от поведения на глубине. Если, получив импульс, частицы на глубине перемещаются с большей скоростью в направлении полученного импульса, то на свободной поверхности приложенная энергия приводит к деформации свободной поверхности, которая может быть описана формулой

$$\zeta_w(x, y) = \frac{C}{g} \cdot \frac{\partial \phi(x, y, 0)}{\partial x}. \quad (2.18)$$

С учётом уравнения Бернулли

$$\rho + \frac{1}{2} \rho C^2 - \rho C \cdot V_x - \rho g \zeta = \text{const.} \quad (2.19)$$

при постоянном давлении и постоянной скорости движения тела можно записать

$$C \cdot V_x + \rho g \zeta = p + \frac{1}{2} \rho C^2 - \text{const.} \quad (2.20)$$

Отсюда получается выражение

$$V_x + \frac{g}{C} \cdot \zeta = \text{const.} \quad (2.21)$$

Следовательно, для того, чтобы константа сохраняла своё значение, скорость должна уменьшаться, что и происходит. Окончательные формулы, по которым выполнялись расчёты, имеют вид

$$R_w = \frac{\rho g B^2}{Fn^4 L} \int_0^{\pi/2} [I^2(\theta) + J^2(\theta)] \sec^3 \theta d\theta, \quad (2.22)$$

где

$$I(\theta) = \int_{-1}^1 \int_0^{T(x)} (Fn + \Delta Fn) \frac{\partial f}{\partial x} e^{-\rho z} \sin kx dz dx, \quad (2.23)$$

$$J(\theta) = \int_{-1}^1 \int_0^{T(x)} (Fn + \Delta Fn) \frac{\partial f}{\partial x} e^{-\rho z} \cos kx dz dx.$$

Для проверки допущения Мичелла о том, что можно отбросить вызванные скорости выполнено два исследования. Первое исследование состояло в непосредственном подсчёте скоростей по потенциалу, полученному Мичеллем, а второе путём введения в интеграл Мичелла поля скоростей по приведенным выше формулам. Вызванные скорости получены из расчёта потока вокруг дублированной модели по методу Хесса-Смита.

Для примера взяты обводы речного судна “Севан”, спроектированного из развёртывающихся поверхностей, модель которого была испытана в опытовом бассейне ГИИВТа. Уравнения

обводов из развёртывающихся поверхностей и таблицы поля вызванных скоростей приведены в приложениях 1 и 2.

Исследование было сделано путём введения поправок к полю скоростей в формулу Мичелла. Эта схема отличается от схемы Т.Хавелока тем, что вместо поправок к интенсивностям источников вводятся поправки в скорости натекающего потока. Эти скорости не равны скорости движения судна, а изменяются по длине в соответствии с введением поправок, связанных с объёмностью корпуса и полученных из расчёта по методу Хесса-Смита (см. приложение 1).

При интегрировании по длине и осадке скорости приняты переменными, зависящими от участка интегрирования. Они вводятся в формулы (2.23). Введение в расчёт вызванных скоростей таким способом имеет преимущество наглядности и даёт возможность учесть изменение скорости в спутной струе. Это последнее обстоятельство важно не только с точки зрения количественной оценки, но ещё и потому, что в этом случае можно учесть направление движения, что практически в интеграле Мичелла безразлично.

Для введения вызванных скоростей в расчёт диаметральной плоскость делится сеткой, состоящей из поперечных и продольных линий на участки, в пределах которых скорость считается постоянной. Для сокращения машинного времени число участков было выбрано небольшим. Диаметральная плоскость была разделена на четыре части по высоте и на 14 частей по длине. Все участки оказались в оконечностях, так как цилиндрическая вставка в область интегрирования не входит. Для проверки влияния на результаты расчётов этого количества достаточно, чтобы оценить правомочность отбрасывания вызванных скоростей при интегрировании. В связи с тем, что при расчёте самого поля скоростей поверхность корпуса

разбивалась на 238 участков, выбор значений вызванных скоростей делался путём осреднения.

При введении поправок к скорости не должно нарушаться условие

$$\sum_{i=1}^n q_i(x, z) = 0. \quad (2.24)$$

В интеграле Мичелла это условие выполняется, так как производные $f'_x(x, z)$ являются тангенсами углов наклона касательных, имеющих противоположные знаки в корме и в носу.

Для большей убедительности было рассчитано два разных варианта аппроксимации обводов с помощью упрощённого уравнения обводов корпуса, спроектированного из развёртывающихся поверхностей (см. рис. П1.1 приложения 1). Первый вариант близок к реальным обводам, но переходы оконечностей к цилиндрической вставке недостаточно заглажены, поэтому получается слом и скачок производной уравнения поверхности корпуса, который вносит ошибку при интегрировании.

ТАБЛИЦА 2.5.

Расчёты волнового сопротивления судна “Севан”

с учётом поля вызванных скоростей и попутного потока

n- количество разбиений по длине		n=28 Вариант1		n=28 Вариант2		n=28 Вариант1		n=56 Вар. 2
Fn	Экс- пери- мент	Мичелл	Мичелл учтены вызван. скорос.	Мичелл	Мичелл учтены вызван. скорос.	Мичелл	Мичелл учтены вызван. скорос.	Мичелл учтён попутн. потока
0,14	-	273	266	242	236	26	28	222
0,16		237	227	209	196	187	147	184
0,18	240	372	354	328	314	203	205	297

0,20	318	464	421	410	373	241	211	353
0,22	425	576	539	508	476	1357	1271	456
0,24	700	1277	1191	1127	1050	1250	1083	984
0,26	850	2296	2239	2028	1970	2700	2566	1849
0,28	1400	4155	4009	3671	3540	5184	4793	3322
0,30	2475	4661	4423	4118	3900	5470	4943	3654
0,32	3200	3992	3765	3528	3340	4672	4209	3099

Второй вариант аппроксимации полностью отвечает требованиям гладкости первой производной, но обводы несколько отличаются от испытанных в бассейне.

Сравнение результатов расчётов волнового сопротивления для первого и второго вариантов показало, что разница составляет примерно 10%. Эта разница меньше, чем та, которая получается при увеличении числа разбиений области интегрирования по длине, необходимая для учёта переменной осадки. Анализ причин расчётных ошибок, появляющихся при численном интегрировании в волновых задачах, нами посвящено специальное исследование и дано объяснение этому явлению.

Из таблицы 2.5 видно, что увеличение числа разбиений не приводит к улучшению результата, а только увеличивает расчётное значение волнового сопротивления. Объяснение этому будет дано ниже в параграфе, посвящённом особенностям численного интегрирования в волновых задачах.

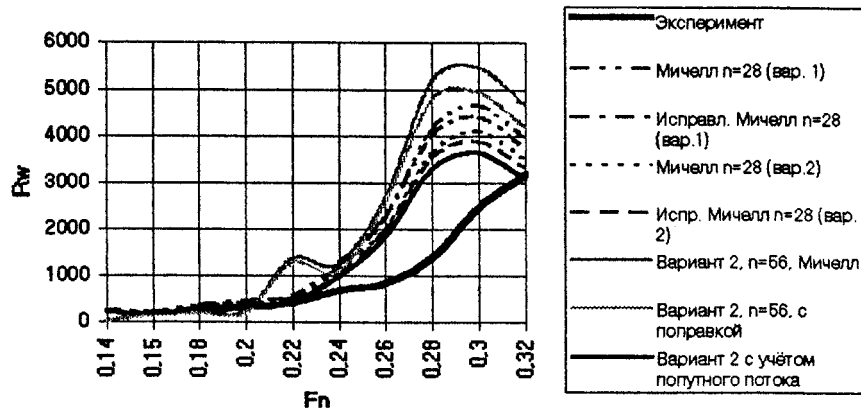


Рис. 2.3. Кривые волнового сопротивления с учётом поля скоростей и без него

На рис. 2.3 приведены расчётные кривые волнового сопротивления, соответствующие данным таблицы 2.6. Из этого рисунка видно, что введение в расчёт волнового сопротивления поля вызванных скоростей не меняет характера кривых. Поправки получились достаточно малыми, что подтверждает справедливость допущения Мичелла о возможности без ущерба для результатов расчёта отбросить квадраты вызванных скоростей.

2.4. Исследование влияния линеаризации граничных условий на свободной поверхности жидкости на расчётное значение волнового сопротивления

Как было показано выше, Мичелл отбросил вызванные скорости не только в граничном условии на поверхности корпуса, но и в граничном

условии на свободной поверхности, считая их малыми по сравнению со скоростью движения судна.

Для получения расчётной формулы для вызванных скоростей $V_x = \partial\phi / \partial x$ был использован потенциал, полученный Мичеллем в виде

$$\begin{aligned} \phi = & \frac{2c}{\pi} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f'_{\xi}(\xi, \zeta) \frac{e^{-\sqrt{m^2+n^2}y}}{\sqrt{m^2+n^2}} \cos m(\xi-x) \times \\ & \cos(nz-\varepsilon) \cos(n\zeta-\varepsilon) d\xi d\zeta dmdn + \\ & \frac{2c^3}{\pi g} \int_0^{g/c^2} \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f'_{\xi}(\xi, \zeta) \frac{m e^{-\frac{m^2 c^2}{g}(z+\zeta)}}{\sqrt{1-m^2 c^4/g^2}} \times \\ & \cos m(\xi-x) \cdot e^{-m\sqrt{1-\frac{m^2 c^4}{g^2}}} d\xi d\zeta dm - \\ & \frac{2c^3}{\pi g} \int_{g/c^2}^{\infty} \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f'_{\xi}(\xi, \zeta) \cdot \frac{m e^{-\frac{m^2 c^2}{g}(z+\zeta)}}{\sqrt{m^2 c^4/g^2-1}} \times \\ & \sin \left[m(x-\xi) + m\sqrt{m^2 c^4/g^2-1} \cdot y \right] d\xi d\zeta dm \end{aligned} \quad (2.25)$$

Дифференцируя по x , получаем

$$\begin{aligned} \frac{\partial\phi}{\partial x} = & -\frac{2c}{\pi} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f'_{\xi}(\xi, \zeta) \frac{m \cdot e^{-\sqrt{m^2+n^2}y}}{\sqrt{m^2+n^2}} \sin m(\xi-x) \times \\ & \cos(nz-\varepsilon) \cos(n\zeta-\varepsilon) d\xi d\zeta dmdn - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{2c^3}{\pi g} \int_0^{g/c^2} \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty f'_\xi(\xi, \zeta) \frac{m^2 e^{-\frac{m^2 c^2(z+\zeta)}{g}}}{\sqrt{1-m^2 c^4/g^2}} \times \\
& \sin m(\xi - x) \cdot e^{-m\sqrt{1-m^2 c^4/g^2}} d\xi d\zeta dm - \\
& \frac{2c^3}{\pi g} \int_{g/c^2}^\infty \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty f'_\xi(\xi, \zeta) \cdot \frac{m^2 e^{-\frac{m^2 c^2(z+\zeta)}{g}}}{\sqrt{m^2 c^4/g^2 - 1}} \times \\
& \cos \left[m(x - \xi) + m\sqrt{m^2 c^4/g^2 - 1}y \right] d\xi d\zeta dm.
\end{aligned} \tag{2.26}$$

При выводе интеграла для расчёта волнового сопротивления первые два интеграла при $x \rightarrow \infty$ равны нулю, так как интегрирование нечётной функции выполняется на симметричном интервале. Следовательно, на бесконечности за судном вызванные скорости можно находить из выражения, содержащего только третий интеграл.

Оставляя в формуле только третий интеграл и принимая $y=0$, получим

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = -\frac{2c^3}{\pi g} \int_{g/c^2}^\infty \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty f'_\xi(\xi, \zeta) \cdot \frac{m^2 e^{-\frac{m^2 c^2(z+\zeta)}{g}}}{\sqrt{m^2 c^4/g^2 - 1}} \cos[m(x - \xi)] d\xi d\zeta dm. \tag{2.27}$$

Учитывая, что $\cos m(x-\xi) = \cos(mx)\cos(m\xi) + \sin(mx)\sin(m\xi)$ и введя обозначение $mC^2/g = 1/\cos\theta$, получаем

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = -\frac{2g^{2\pi/2}}{\pi C^3} \int_0^{\pi/2} e^{-pz} [I(\theta) \cos kx + J(\theta) \sin kx] \frac{d\theta}{\cos^3 \theta}, \tag{2.28}$$

где

$$\begin{aligned}
 I(\theta) &= \iint_D f'_{\xi}(\xi, \zeta) \cdot e^{-p\zeta} \cos k\xi d\xi d\zeta, \\
 J(\theta) &= \iint_D f'_{\zeta}(\xi, \zeta) \cdot e^{-p\zeta} \sin k\xi d\xi d\zeta.
 \end{aligned}
 \tag{2.29}$$

При переходе к безразмерным координатам получается

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = -\frac{1}{\pi F_n^3 L} \int_0^{\pi/2} e^{-pz} [I(\theta) \cos kx + J(\theta) \sin kx] \frac{d\theta}{\cos^3 \theta},
 \tag{2.30}$$

По этой формуле были выполнены на ЭВМ расчёты для модели судна “Севан” на разных числах Фруда. Результаты расчётов показаны в таблице 2.6 и на графиках рис. 2.4 - 2.10.

ТАБЛИЦА 2.6

Относительные значения вызванных скоростей
на разных числах Фруда

F_n	0,14	0,16	0,18	0,20	0,22	0,24	0,26
$\frac{\partial \phi}{\partial x}$	12,5%	17,5%	14,0%	7,5%	20,0%	35,0%	23,0%

Из этого расчёта можно сделать два вывода. Либо вызванные скорости так велики, что пренебрежение ими в граничных условиях приводит к некорректности расчёта по формуле Мичелла, либо на бесконечности за судном эти скорости значительно меньше, чем получается по этим формулам.

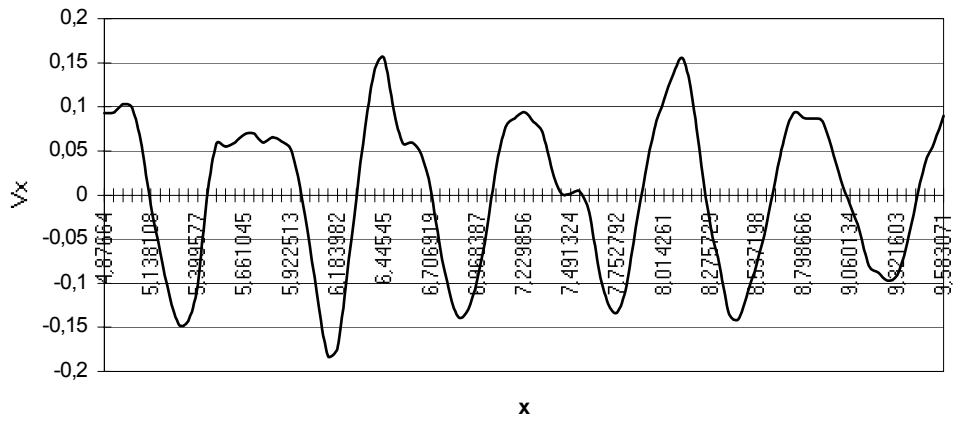


Рис. 2.4. Зависимость вызванных скоростей от расстояния на $y=0$ для модели Виглея на $F_n = 0,16$

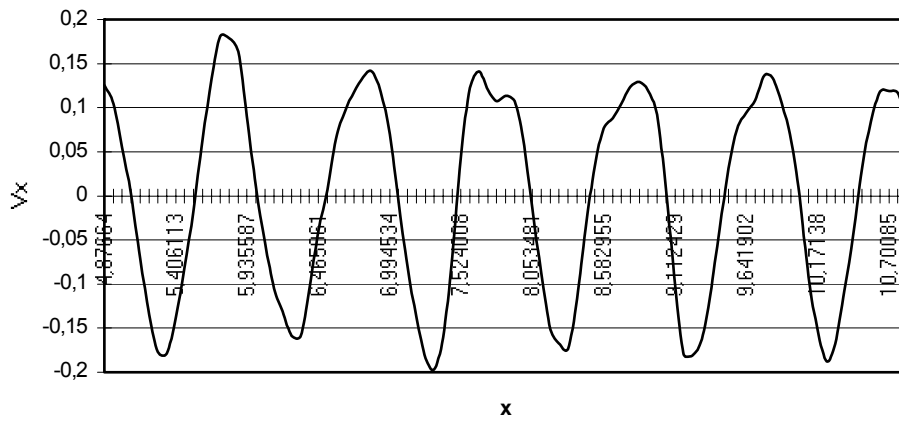


Рис. 2.5. Зависимость вызванных скоростей от расстояния на $y=0$ для модели Виглея на $F_n = 0,18$

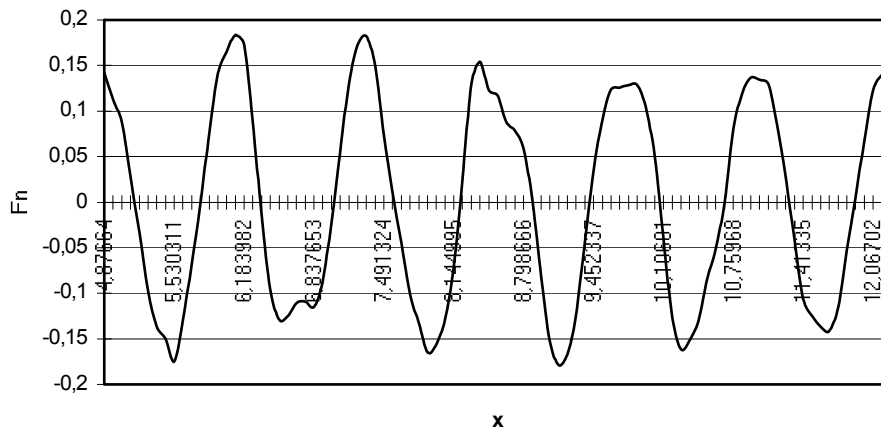


Рис. 2.6. Зависимость вызванных скоростей от расстояния на $y=0$ для модели Виглея на $Fn = 0,20$

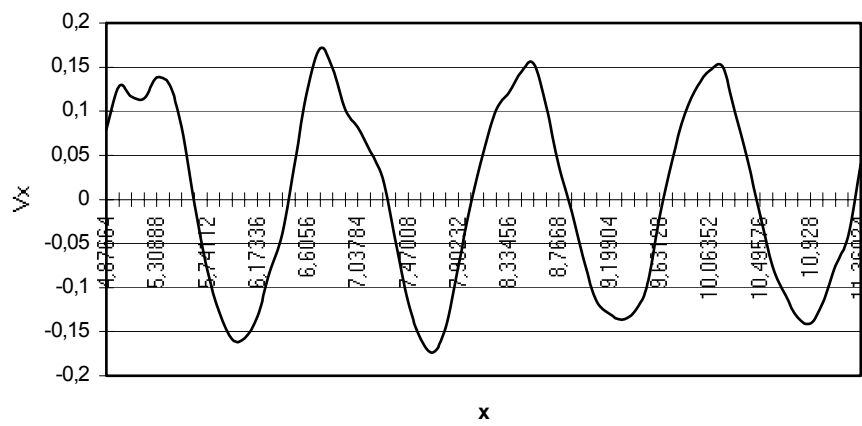


Рис. 2.7. Зависимость вызванных скоростей от расстояния на $y=0$ для модели Виглея на $Fn = 0,23$

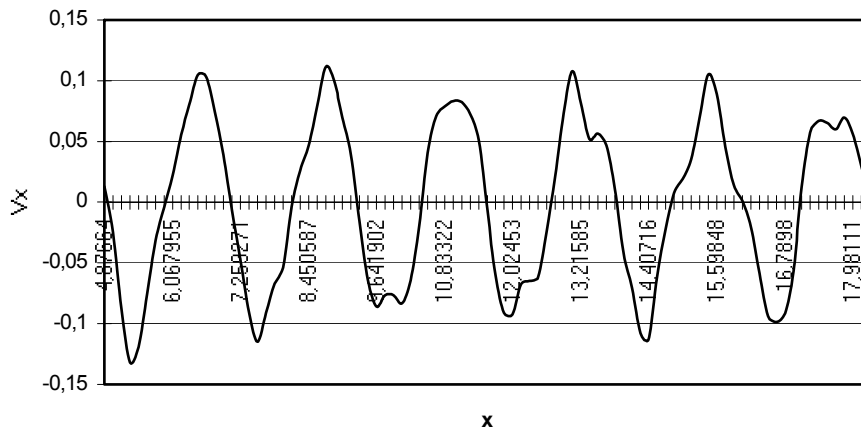


Рис. 2.8. Зависимость вызванных скоростей от расстояния на $y=0$ для модели Виглея на $Fn = 0,27$

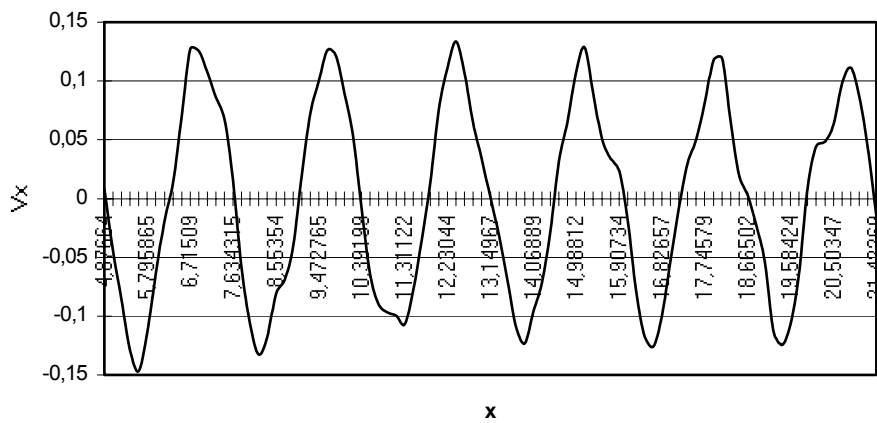


Рис. 2.9. Зависимость вызванных скоростей от расстояния на $y=0$ для модели Виглея на $Fn = 0,30$

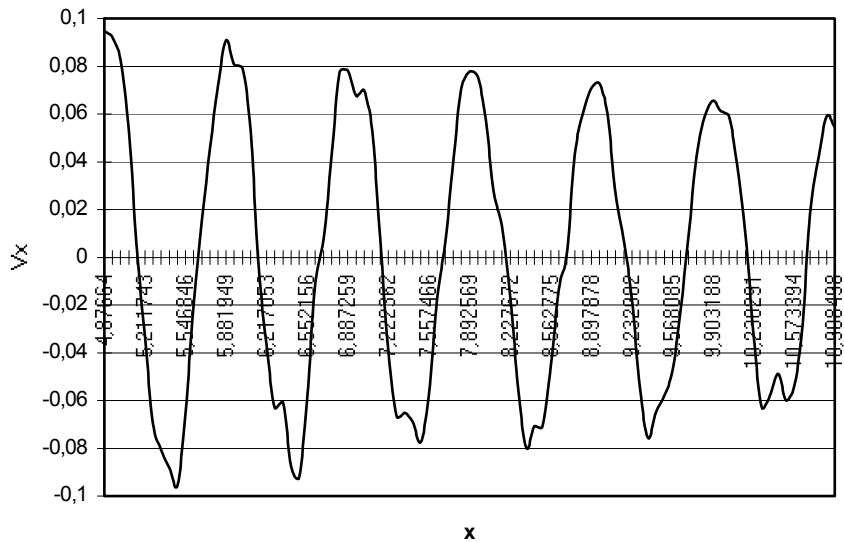


Рис. 2.10. Зависимость вызванных скоростей от расстояния на $y=0$ для модели Виглея на $Fn = 0,40$

Для дальнейшей проверки влияния линеаризации граничных условий на величину вызванных скоростей по приведенным выше формулам посчитаны отношения вызванных скоростей к скорости потока для модели Виглея, которая полностью отвечает допущениям Мичелла. Результаты расчётов представляют большой интерес, потому что позволяют понять причину расхождения расчётных значений интеграла Мичелла на малых числах Фруда с экспериментальными кривыми.

На графиках приведены значения вызванных скоростей за кормой модели Виглея при $y=0$, отнесённые к скорости движения модели.

Из приведенных графиков рис. 2.4 - 2.10 видно, что с увеличением скорости движения судна относительные значения вызванных скоростей уменьшаются. На малых числах Фруда эти значения достигают 20%. Конечно, такими значениями нельзя пренебречь, не потеряв точность расчёта. Следовательно, линеаризация граничных

условий на свободной поверхности или пренебрежение влиянием вязкости возле свободной поверхности вызывает ту некорректность, которая и наблюдается при расчёте волнового сопротивления по теории Мичелла. Практически для получения волновой картины нужно умножить вызванные скорости на C/g , то есть на постоянную величину, поэтому по приведенным графикам можно легко представить себе картину волн в сечении диаметральной плоскости судна за его кормой.

2.5. О понятиях дальнего и ближнего поля

Численная проверка всех допущений линейной теории и анализ результатов расчётов, выполненных по линейным и нелинейным теориям, показали, что необходимо учитывать особенности волнообразования в непосредственной близости от корпуса судна при его движении, то есть, в *б л и ж н е м* поле.

Деление волновой картины вокруг движущегося судна на ближнюю и дальнюю связано с особенностями расчёта волнового сопротивления.

Ещё в начале века Т.Хавелок [Т.Havelock, 1909] обосновал правомерность определения волнового сопротивления через амплитуды волн далеко за судном. На этом же принципе основан метод волнового анализа, с помощью которого волновое сопротивление определяется по замерам амплитуд далеко за корпусом судна или вдоль пути его движения. Именно метод волнового анализа позволил японским исследователям Х.Мията, Т.Инуи и Х.Кадзитани [Н.Miyata, Т.Inui, Н.Kajitani, 1980] обнаружить волны, которые отходят от носовой оконечности, но не достигают дальнего поля, а выходят за границу

кельвиновского клина и дают потерю количества движения. Они названы **ударными** и входят в картину **ближнего** поля.

В линейной теории Мичелла волновое сопротивление определяется через амплитуды волн далеко за корпусом судна, где волновая картина состоит из установившихся поперечных волн. По этому признаку дальнейшее поле начинается там, где кельвиновская система переходит в цуг параллельных волн.

При определении волнообразования от любой гидродинамической особенности (от источника, вихря или диполя) расчёт волн удаётся выполнить, начиная с третьей волны клина корабельных волн, так как при приближении к самой особенности расчётные значения амплитуд стремятся к бесконечности и выполнить расчёт невозможно. Поэтому в этом случае **дальнее** поле начинается за третьей волной.

На медленно движущихся судах с большой цилиндрической вставкой хорошо видны две системы корабельных волн, отходящих от точек в носовой и в кормовой оконечностях. При больших относительных скоростях движения судно становится малым по сравнению с размерами кельвиновского клина и тогда его условно можно рассматривать как диполь, потому что обе системы волн сливаются в одну. В таком случае можно всё поле рассматривать как дальнее. Это происходит при $Fn > 0,33$.

Из сказанного выше видно, что для разработки приемлемого метода расчёта волнового сопротивления на малых числах Фруда необходимо, в первую очередь, разобраться с особенностями волн в ближнем поле и с интерференцией носовой и кормовой систем корабельных волн.

Все попытки разработать теорию и методику расчёта, которыегодились бы для всех чисел Фруда и переходили бы от одного режима к другому вплоть до тех скоростей, на которых начинают действовать динамические силы поддержания, не привели к успеху. Это происходит потому, что на разных относительных скоростях преимущественное влияние на образование волн оказывают силы разной природы.

Естественными точками деления области относительных скоростей водоизмещающих судов оказались четыре значения чисел Фруда: $F_n \approx 0,17$, $F_n \approx 0,23$, $F_n \approx 0,282$ и $F_n \approx 0,33$.

Левой границей области относительных скоростей является число Фруда $0,17$. При меньших скоростях по длине корпуса укладывается большое число волн. В процессе движения вдоль корпуса судна поперечные волны успевают сместиться к границе клина и перейти в расходящиеся, поэтому они не достигают кормовой волнообразующей точки, а следовательно, не интерферируют с кормовой системой.

При $F_n \approx 0,23$ по длине корпуса укладываются три волны носовой системы, длина которых определяется из условия дисперсионности корабельных волн. Несмотря на ударный характер первых двух носовых волн, их длина такая же, как и у дисперсионных.

Вторая область чисел Фруда от $0,23$ до $0,282$ отличается тем, что носовые волны достигают кормовой волнообразующей точки и происходит интерференция, которая фиксируется измерительными приборами. Если на малых числах Фруда можно наблюдать отдельно две системы корабельных волн, а между ними область почти невозмущённой свободной поверхности жидкости, то при больших числах Фруда поверхность взволнована вдоль всего корпуса судна. Когда же на $F_n \approx 0,28$ кормовая волнообразующая точка входит во

вторую волну носовой системы, то волновая картина меняется, потому что взаимодействие двух систем становится очень интенсивным.

Следующее изменение волновой картины вокруг судна связано с достижением кормовой точкой середины второй носовой волны на $Fn \approx 0,325$. После этого от судна отходят не две системы волн, а одна общая, и судно по отношению к этой картине представляет собой один источник волнообразования, а не два.

Если рассматривать эти области с точки зрения влияния нелинейности граничных условий, то наибольшее нарушение линейности происходит на тех числах Фруда, где взаимодействие двух систем корабельных волн начинается и заканчивается, то есть, от $Fn \approx 0,23$ до $Fn \approx 0,325$.

2.6. Расчёт волн вблизи движущегося импульса давления

Для того, чтобы выяснить причину появления горбов и впадин на расчётной кривой волнового сопротивления на малых числах Фруда, нами рассмотрено решение А.Питерса [107], полученное им с помощью применения асимптотических методов к импульсу давлений. Задача решалась в линейной постановке. А.Питерс нашёл, что граничная линия кельвиновского клина является линией Стокса, вдоль которой асимптотическое выражение амплитуды волновых движений полностью меняет свой характер. Первый член, полученного А.Питерсом выражения, полностью совпадает с решением Кельвина. Дополнительно А.Питерс получил уравнение свободной поверхности вдоль пути движения импульса давлений, причём, в отличие от решения Кельвина, амплитуды волн получаются конечными.

Высоты волн определяются по формулам

$$\zeta(x, y) = \zeta^*(x, y) + \zeta^{**}(x, y). \quad (2.31)$$

$$\zeta^*(x, 0) = \frac{S C^2}{4\pi\rho g^2} \left[\frac{2}{R^3} - \int_0^\infty \frac{p^3 \cdot e^{-Rp} dp}{\left(p^2 + \frac{g^2}{c^2}\right)^{1/2}} \right], \quad (2.32)$$

$$\zeta^{**}(x, 0) = \frac{Sg}{4\rho C^4} \left[3Y_1(\varpi) - Y_3(\varpi) \right], \quad (2.33)$$

где $Y_1(\varpi), Y_3(\varpi)$ - функции Бесселя, а $\varpi = \frac{gR}{C^2}$. R - расстояние от импульса давлений, а C - скорость его движения. $S = \pi a^2 P$, где a - это радиус области, к которой приложено давление P . В наших расчётах принято значение $S=1$.

Первое слагаемое даёт значения высот волн, быстро и монотонно убывающих при удалении от импульса, что хорошо видно на рис. 2.11.

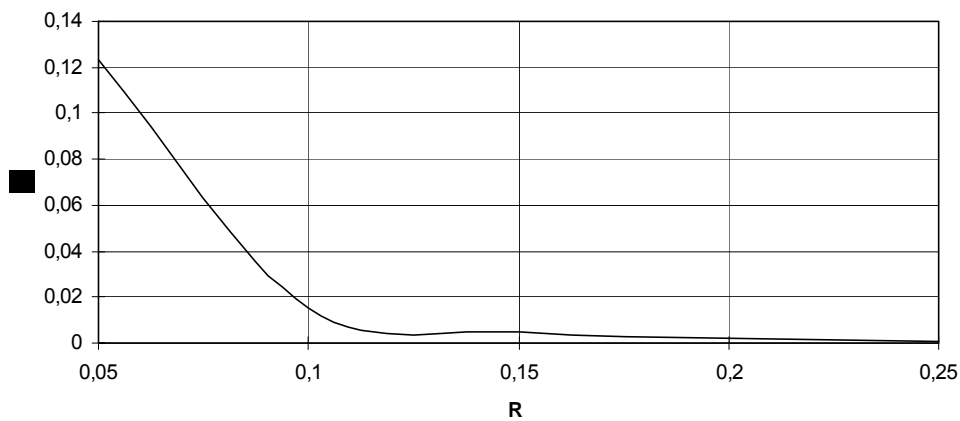


Рис. 2.11. Зависимость ζ^* от расстояния за движущимся импульсом давления

Второе слагаемое описывает волновые движения (рис. 2.12 - 2.17).

Графики построены таким образом, чтобы масштаб по длине и высоте был одинаковым и чтобы легко было себе представить результаты расчёта.

Полученные графики поведения волн вблизи движущегося импульса давления непосредственно по пути его перемещения позволяют сделать некоторые выводы относительно возможности точного расчёта ближнего поля. Как хорошо видно из рис. 2.12. и 2.13., расчётные значения волн представляют собой биения волн, форму которых невозможно наблюдать в жидкости. Судя по рисункам, расчётные волны становятся близкими к реальным только при значениях относительной скорости $Fn \approx 0,23$. Как раз с этих значений числа Фруда кривая Мичелла становится похожей на экспериментальную кривую, то есть, несуществующие горбы и впадины присущи меньшим числам Фруда.

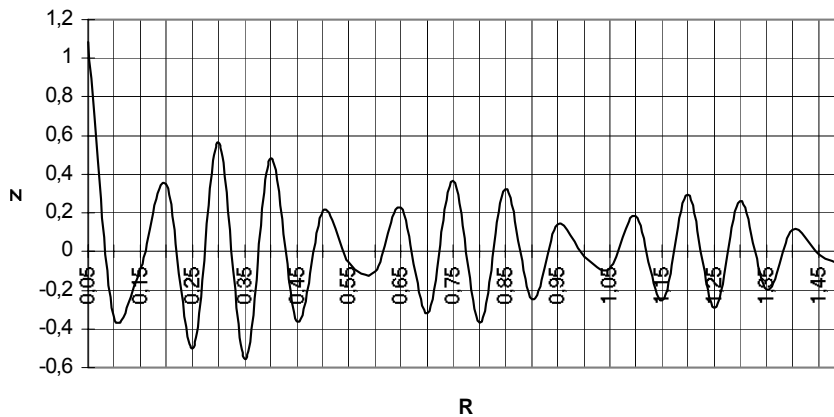


Рис. 2.12. Волны от движущегося импульса давлений на $Fn = 0,14$

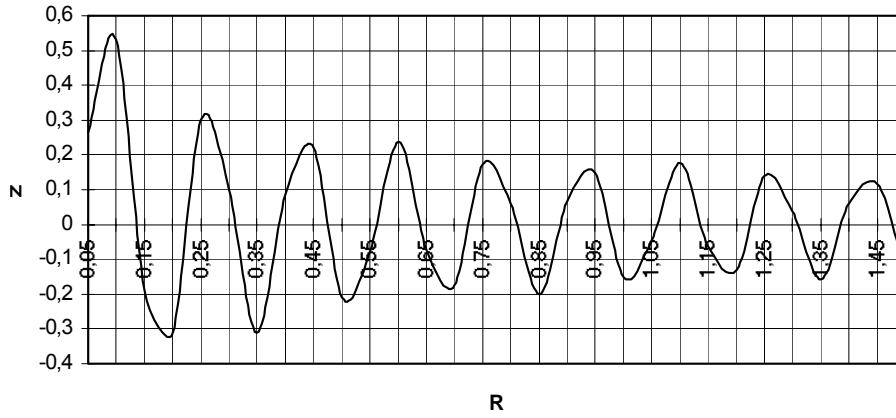


Рис. 2.13. Волны от движущегося импульса давлений на $F_n = 0,17$

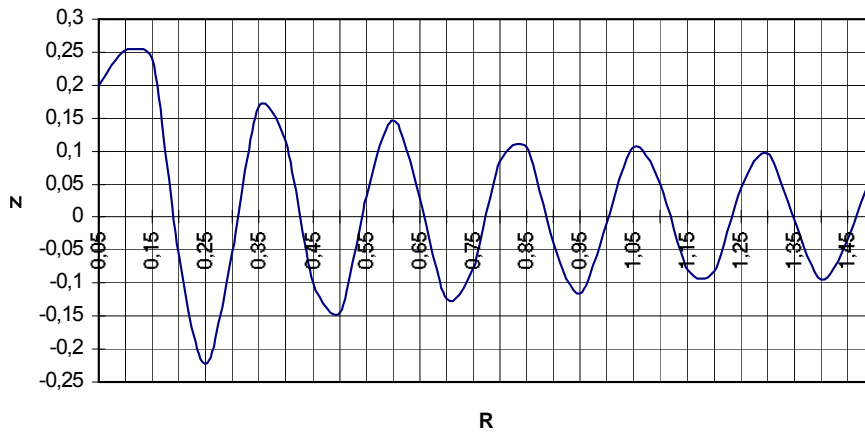


Рис. 2.14. Волны от движущегося импульса давлений на $F_n = 0,20$

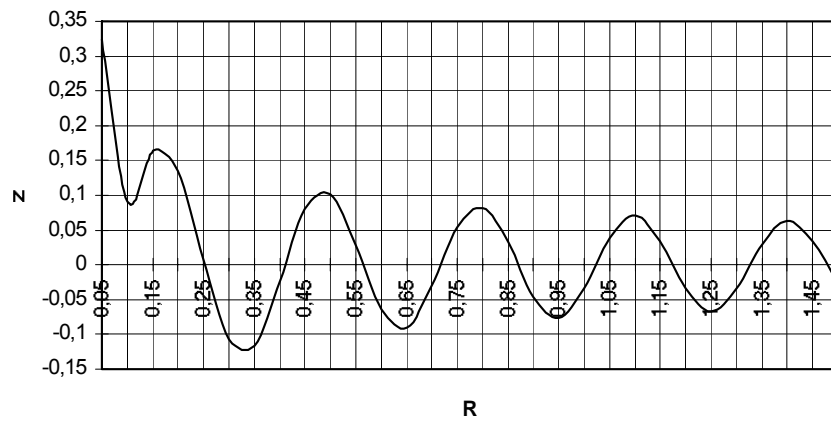


Рис. 2.15. Волны от движущегося импульса давлений на $F_n = 0,23$

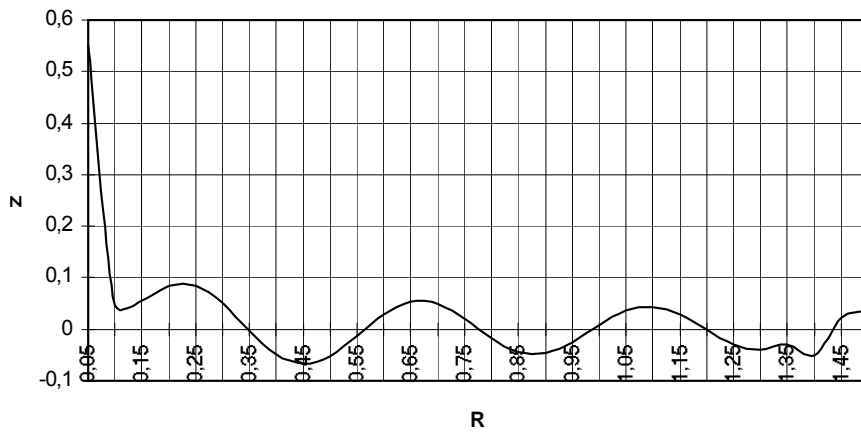


Рис. 2.16. Волны от движущегося импульса давлений на $Fn = 0,27$

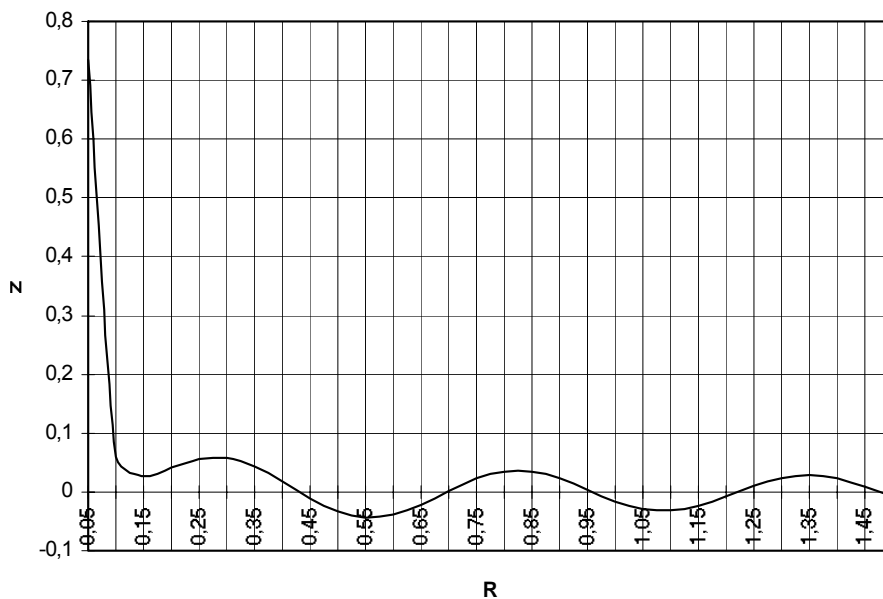


Рис. 2.17. Волны от движущегося импульса давлений на $Fn = 0,30$

Эти расчёты помогают объяснить причину возникновения горбов и впадин на малых числах Фруда.

При линеаризованных граничных условиях на свободной поверхности расчётные волны вблизи движущегося импульса или другого источника возмущения имеют слишком большие амплитуды и биения, а отсюда и появляются горбы и впадины на кривой Мичелла.

Для того, чтобы в расчёте избавиться от несуществующих в природе волн с большой амплитудой и малой длиной, необходимо получить такую функцию источника, которая бы позволила правильно считать волны в непосредственной близости от него.

Остаётся неясным вопрос о тех силах в жидкости, которые подавляют осцилляции, полученные в расчёте. Для анализа природы этих сил нами выполнено исследование случая приложения сил потенциальной природы (часть 4.3. главы 4). Для этого использовано решение для поступательно перемещающегося источника.

Исследование влияния потенциальных сил было выполнено по двум причинам. Первая указано выше, а вторая связана с условиями разрушения корабельных волн.

2.7. О роли линейного интеграла в расчёте волнового сопротивления судна

Потенциал скорости, выраженный через функцию Грина, для дублированной модели имеет вид

$$\phi(x, y, z) = \frac{1}{2\pi} \iint_{F_b} (\phi_r G_n - \phi_{rn} G) dS + \frac{1}{4\pi K_o L} \oint (\phi_{1x} G - \phi_1 G_x) dy \quad (2.34)$$

где ϕ_r - потенциал дублированной модели, а G - известная функция Грина для источника, движущегося возле свободной поверхности.

Впервые на роль линейного интеграла в задаче о волновом сопротивлении указали Дж.Вехаузен [117], А.Питерс и Дж.Стокер [22], Дж.Котик, Р.Морган [79].

Р.Брар показал, что есть две задачи, требующие введения линейного интеграла. Во-первых это необходимо при решении задачи о единственности представления корпуса с помощью гидродинамических особенностей. Во-вторых, необходимо учитывать, что судно пересекает свободную поверхность.

В 60-е годы многие исследователи проверяли величину линейного интеграла, чтобы определить его влияние на результаты расчётов волнового сопротивления Х.Маруо [86], Дж. Вехаузен [117], Р.Брар [50], К.Эггерс [57]. Их оценки разошлись. М.Бесшо [48] показал, что на малых числах Фруда роль линейного интеграла существенна, но на больших его вклад невелик. Х.Маруо показал, что линейный интеграл необходим для непрерывности решения, которая нарушается в случае линеаризации граничных условий.

Анализируя работы Е.Баба и К.Такекума [42], М.Бесшо пришёл к выводу, что линейный интеграл компенсирует разницу в площади смоченной поверхности объёмного и линеаризованного корпуса. Кусака [80] при численном интегрировании обнаружил, что для тел, пересекающих свободную поверхность, только с учётом линейного интеграла суммарная мощность всех представляющих корпус гидродинамических особенностей равна нулю. На основании своих исследований У.Кусака сделал следующие выводы; 1) линейный интеграл даёт серьёзный вклад при определении напряжений источников возле свободной поверхности; 2) введение линейного интеграла позволяет точнее определить волновое сопротивление; 3) линейный интеграл должен приниматься в расчёт для математической согласованности краевой задачи.

При линеаризации граничных условий и при использовании интеграла Мичелла роль линейного интеграла меняется, так как напряжения источников не определяются из интегрального уравнения, а задаются заранее. Однако, определить влияние линейного интеграла интересно и в этом случае.

С учётом линейного интеграла потенциал скорости записывается в виде

$$\phi(x, y, z) = \frac{1}{4\pi} \times \iint_S \left(G \frac{\partial \phi}{\partial n} - \phi \frac{\partial G}{\partial n} \right) dS + \frac{1}{4\pi k_o L} \oint \left(G \frac{\partial \phi}{\partial n} - \phi \frac{\partial G}{\partial n} \right) dy \text{ на } z=0, \quad (2.35)$$

где S- поверхность корпуса, L - действующая ватерлиния, $k_o = \frac{g}{C^2}$, C - скорость движения возмущения, а G- функция Грина. Отсюда волновое сопротивление получается в виде

$$R_w = \frac{4\rho g}{\pi C^2} \int_0^{\pi/2} \left\{ P^2(\theta) + Q^2(\theta) + \frac{VC^4}{2} [I^2(\theta) + J^2(\theta)] - \frac{2C^2}{g} [P(\theta) \cdot I(\theta) + Q(\theta) \cdot J(\theta)] \right\} \frac{d\theta}{\cos^3 \theta}, \quad (2.36)$$

где

$$\begin{aligned} P(\theta) &= \iint_S \sigma(x, y, z) \cdot e^{-pz} \cos(kx) dS, \\ Q(\theta) &= \iint_S \sigma(x, y, z) \cdot e^{-pz} \sin(kx) dS, \\ I(\theta) &= \int_L \sigma(x, y, z) \cdot n_x \cos(kx) dy, \\ J(\theta) &= \int_L \sigma(x, y, z) \cdot n_x \sin(kx) dy. \end{aligned} \quad (2.37)$$

Интенсивности источников $\sigma(x,y,z)$ определяются при точных расчётах из интегрального уравнения, предложенного Р.Браром в виде

$$\sigma(x, y, z) = \frac{1}{2\pi} \iint_S \sigma(\xi, \eta, \varsigma) \frac{\partial G}{\partial n} dS + \frac{1}{2\pi k_{oL}} \oint \sigma(\xi, \eta, 0) \frac{\partial G}{\partial n} n_\xi d\eta. \quad (2.38)$$

В первом приближении можно интенсивности $\sigma(x,y,z)$ принять в таком же виде, как это сделано у Мичелла, т.е. $\sigma(x,y,z)=2V\cos(n,x)/$

Тогда в первом приближении при использовании линейной теории интенсивности источников в линейном интеграле принимают в виде

$$\sigma(x) = \frac{2C f_x}{\sqrt{1+f_x^2}}. \quad (2.39)$$

Учитывая, что

$$n_x = \frac{f_x}{\sqrt{1+f_x^2}}, \quad (2.40)$$

получают выражения для $I(\theta)$ и для $J(\theta)$ в виде

$$I(\theta) = \frac{1}{k_{oL}} \oint \frac{f_x^3}{1+f_x^2} \cos(kx) dx, \quad (2.41)$$

$$J(\theta) = \frac{1}{k_{oL}} \oint \frac{f_x^3}{1+f_x^2} \sin(kx) dx.$$

Окончательно расчётная формула для волнового сопротивления с учётом линейного интеграла получается в форме

$$R_w = \frac{4\rho g}{\pi C} \int_0^{\pi/2} \left\{ H^2(\theta) + G^2(\theta) + \frac{VC^4}{2g} [I^2(\theta) + J^2(\theta)] - \frac{2C^2}{g} [H(\theta) \cdot I(\theta) + G(\theta) \cdot J(\theta)] \right\} \frac{d\theta}{\cos^3 \theta}, \quad (2.42)$$

где

$$\begin{aligned} H(\theta) &= \iint_D f_x(x, z) \cdot e^{-pz} \cos(kx) dx dz, \\ G(\theta) &= \iint_D f_x(x, z) \cdot e^{-pz} \sin(kx) dx dz, \end{aligned} \quad (2.43)$$

$$\begin{aligned} I(\theta) &= \int_{-L/2}^{L/2} \frac{f_x^3(x, 0)}{1 + f_x^2} \cos(kx) dx, \\ J(\theta) &= \int_{-L/2}^{L/2} \frac{f_x^3(x, 0)}{1 + f_x^2} \sin(kx) dx. \end{aligned} \quad (2.44)$$

Для определения роли линейного интеграла нами были использованы обводы модели речного судна “Севан” с развёртывающейся обшивкой и модель Виглея с параболическими обводами. Сложность состоит в том, что для вычисления линейного интеграла возможны только численные методы, потому что интеграл имеет такой вид, что ни в каких элементарных функциях он не может быть взят даже при самых простых уравнениях обводов. Выяснилось, что для того, чтобы получить значение этого интеграла, требуется каждую шпацию разбивать на тысячу частей. Обычно это требует много времени даже на очень быстродействующих машинах. По всей видимости, именно это обстоятельство явилось причиной того, что мнения о порядке линейного интеграла так значительно расходились.

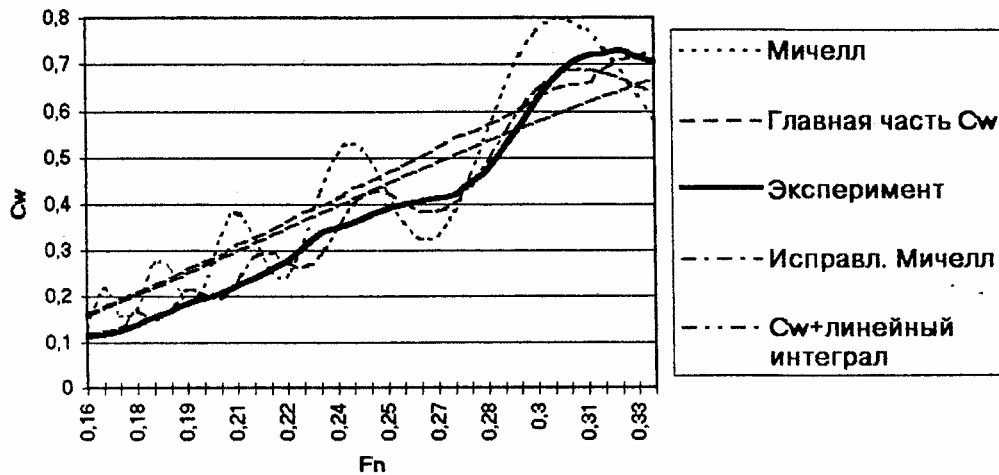


Рис. 2.18. Влияние линейного интеграла на величину главной части интеграла Мичелла

Расчёты показали, что линейный интеграл практически не даёт вклада в величину волнового сопротивления из-за ничтожности своего значения. Для определения роли линейного интеграла нами была использована параболическая модель Виглея. Значения линейного интеграла прибавлялись к главной части интеграла Мичелла для того, чтобы избежать влияния горбов и впадин, типичных для мичеллевой кривой. Результаты расчётов показаны на рис. 2.18.

2.8. Особенности применения методов численного интегрирования в расчётах волнового сопротивления

В 30-е годы проводилось много исследований линейной теории волнового сопротивления судов. Изучались, в основном, интегралы Мичелла и Хавелока [1]. В этих исследованиях, да и в последующих, отмечалось, что расчётные значения интеграла Мичелла зависят от выбора точек разбиения диаметральной плоскости, по которой выполняется интегрирование, по длине и по осадке. Так как вычисление

определённых интегралов не должно зависеть от способа деления области интегрирования, то это обстоятельство должно было подвергнуться тщательному исследованию, но нигде в литературе не было ответа на этот вопрос. Выполняя расчёта по интегралу Мичелла и по интегралу Мичелла в форме Г.Е.Павленко, мы также столкнулись с этим явлением. При желании повысить точность расчётов, естественно было увеличивать количество ячеек в сетке области интегрирования. Но увеличение числа разбиений не приводило к какому-нибудь пределу. Чем больше было взято точек деления, тем результирующие значения расчётного волнового сопротивления становились выше. Рост значений интеграла Мичелла в форме Г.Е.Павленко был значительно больше для одних и тех же аналитически заданных обводов, чем собственного интеграла Мичелла.

Объяснение этому явлению было получено, когда были посчитаны амплитуды волн за движущимся импульсом давления, а также рассмотрены результаты расчётов волновой картины за движущимся источником. Цель расчётов состояла в том, чтобы выяснить, на каком расстоянии волны становятся малыми, т.е. их отношение высоты к длине становится меньше $1/7$. Кроме того, в настоящее время известно, что при расчётах волнового поля за движущимся источником только, начиная с третьей волны, можно выполнять какие-либо расчёты, потому что первые волны имеют очень большие амплитуды, которые не наблюдаются в действительности.

Если рассматривать интегралы Мичелла и Мичелла -Павленко как обычные поверхностные интегралы, то легко видеть, что они являются интегралами Стилтеса, в которых интегрирование практически выполняется по поверхности корпуса. Кроме того, интеграл Мичелла описывает волны, возникающие в точках разрыва поверхности корпуса,

то есть в носовой и кормовой точках, где происходит разрыв свободной поверхности. Если интегрирование выполняется численно, то поверхность заменяется либо ступеньками, либо, в лучшем случае многогранником. В этом случае гладкость самой поверхности и её первой производной нарушаются. В каждой точке разрыва появляется фиктивная система корабельных волн, которых нет в действительности. Каждая фиктивная система даёт вклад в величину волнового сопротивления. Этим и объясняется то обстоятельство, что при увеличении числа разбиений растёт расчётное значение этих интегралов.

Аппроксимация корпуса в расчётах волнового сопротивления играет решающую роль. Практически существуют два способа задания поверхности корпуса в этих расчётах. Один - с помощью гидродинамических особенностей, полученных при нулевом числе Фруда для дублированной модели, а второй - в виде производной уравнения обводов в интеграле Мичелла или самого уравнения обводов в интеграле Мичелла в форме Г.Е.Павленко. Если корпус задаётся с помощью дублированной модели, то необходимо точность его задания проверять на точных решениях, что чаще всего и делается. Но в этом случае неизвестна форма корпуса, которая подвергается расчёту, потому что при наложении натекающего потока линии тока изменяются. Такой способ описания обводов проблематично применять для оптимизации их формы на разных числах Фруда. Но и для определения значения волнового сопротивления он тоже применяется на основании сравнения с результатами экспериментов, точность которых тоже не очень высока. Замена корпуса судна криволинейными панелями - это большой шаг вперёд, по сравнению с предыдущими

расчётами, потому что в этом случае на расчётной поверхности корпуса сглаживаются сломы между ними.

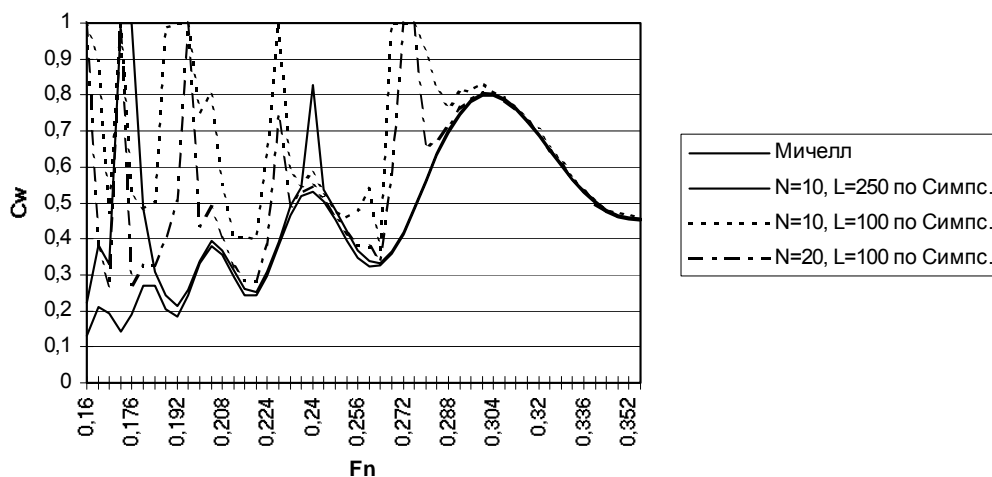


Рис. 2.19. Сравнительные расчёты коэффициентов волнового сопротивления для модели Виглея 1846В

Для того, чтобы проверить степень влияния точности задания поверхности корпуса судна на результаты расчётов волнового сопротивления, нами выполнен простой численный эксперимент. Численные методы интегрирования сравнивались с точными методами. Для этого была использована модель Виглея 1846В. Интеграл Мичелла был рассчитан точно, причём точность интегрирования по θ была достигнута до 4-го знака после запятой, а интегралы по диаметральной плоскости были взяты точно. Оказалось, что для достижения такой же точности пришлось взять 1001 шпангоут и 160 ватерлиний. Результаты расчётов интеграла Мичелла для разного числа ватерлиний и шпангоутов показаны на рис. 2.2. N- это число взятых ватерлиний, а L - число принятых в расчёте шпангоутов. Ординаты определялись из

уравнения поверхности корпуса, так как модель Виглея задана аналитически.

С такой точностью никто никогда интеграл Мичелла не вычислял, да и не мог вычислить, потому что ординаты снимались с теоретического чертежа, а не вычислялись, как в нашем случае, по уравнению обводов.

На рис. 2.20 показана разница между расчётными кривыми волнового сопротивления в случае, если допустить, что ошибка в определении ординат сделана в одну сторону и составляет всего 1%.

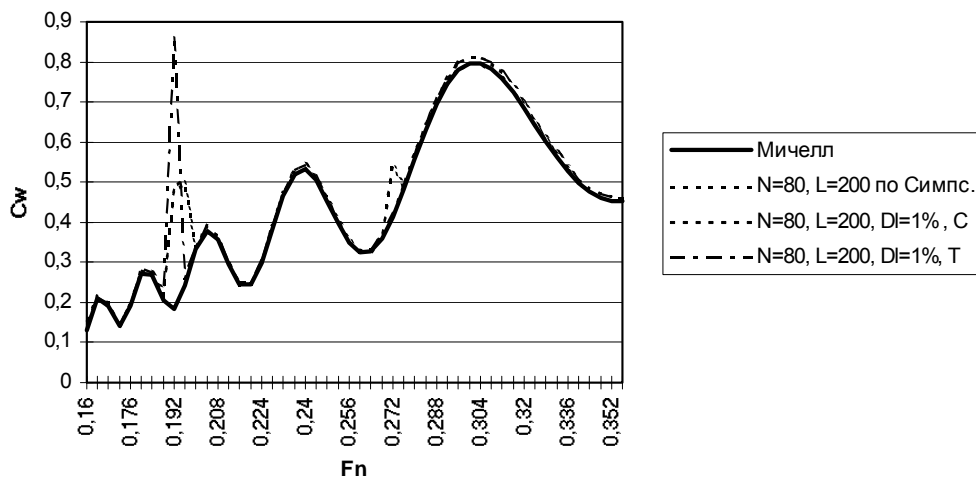


Рис. 2.20. Расчёты коэффициентов волнового сопротивления модели Виглея 1846В с заданной погрешностью в ординатах

С такой точностью снять ординаты с теоретического чертежа практически невозможно. Если по снятым с чертежа ординатам построить обводы, то их гладкость будет совершенно недостаточна.

Зависимость результатов от способа разбиения корпуса на ячейки получалась в выполняемых ранее расчётах по двум причинам. Во-первых, количество взятых ординат было явно недостаточно, а, во-вторых, сами ординаты содержали ошибки, превышающие допустимые.

Такие же расчёты выполнялись нами и для аналитических моделей Вейнблума. Для разных форм обводов число необходимых для точного расчёта интеграла Мичелла шпангоутов и ватерлиний получалось различным, но не меньше 501 шпангоута и не менее 100 ватерлиний.

Проведенное численное исследование даёт объяснение тому явлению, которое обнаружил Маскер, сравнивая результаты расчётов волнового сопротивления модели Тейлора 60-ой серии. Разнобой в расчётных значениях связан не с линеаризацией граничных условий, а с особенностью применения методов численного интегрирования в любых волновых задачах. *Для достижения необходимой точности нужна абсолютная гладкость подинтегральной функции и поверхности, по которой выполняется интегрирование.*

Сложность разработки методов расчёта волнового сопротивления и волнообразования заключается ещё и в том, что не существует точных решений даже для самой простой задачи со свободной границей, а это значит, что нет *критерия проверки численных методов.*